Πανεπιστήμιο Κύπρου

ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΗΣ ΑΓΩΓΗΣ

ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΥ ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΥ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΗΛΙΚΙΑ – ΕΝΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΑΝΔΡΟΥΛΛΑ Χ. ΠΕΤΡΙΔΟΥ

2018

ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΗΣ ΑΓΩΓΗΣ

ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΥ ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΥ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΗΛΙΚΙΑ – ΕΝΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

Ανδρούλλα Χ. Πετρίδου

Διατριβή η οποία υποβλήθηκε προς απόκτηση διδακτορικού τίτλου σπουδών στο Πανεπιστημίου Κύπρου

Απρίλιος, 2018

ΣΕΛΙΔΑ ΕΓΚΥΡΟΤΗΤΑΣ

Υποψήφια Διδάκτορας: Ανδρούλλα Χ. Πετρίδου

Τίτλος Διατριβής: Ανάπτυξη Γεωμετρικού Συλλογισμού στην Προσχολική Ηλικία – Ένα Θεωρητικό Μοντέλο

Η παρούσα Διδακτορική Διατριβή εκπονήθηκε στο πλαίσιο των σπουδών για απόκτηση Διδακτορικού διπλώματος στο Τμήμα Επιστημών της Αγωγής και εγκρίθηκε στις 26 Απριλίου 2018, από τα μέλη της Εξεταστικής Επιτροπής.

Εξεταστική Επιτροπή:

Ερευνητικός Σύμβουλος: Αθανάσιος Γαγάτσης, Καθηγητής
Τμήμα Επιστημών της Αγωγής, Πανεπιστήμιο Κύπρου

…………………………………………

Μέλη Επιτροπής: Δήμητρα Πίττα-Πανταζή, Καθηγήτρια (Πρόεδρος)
Τμήμα Επιστημών της Αγωγής, Πανεπιστήμιο Κύπρου

…………………………………………

Ιλιάδα Ηλία, Επίκουρη Καθηγήτρια
Τμήμα Επιστημών της Αγωγής, Πανεπιστήμιο Κύπρου

…………………………………………

Ευγένιος Αυγερινός, Καθηγητής Μαθηματικών
Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Πανεπιστήμιο Αιγαίου

…………………………………………

Στυλιανός Σταματάκης, Αναπληρωτής Καθηγητής,
Τμήμα Μαθηματικών, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο

…………………………………………

ΥΠΕΥΘΥΝΗ ΔΗΛΩΣΗ ΥΠΟΨΗΦΙΟΥ ΔΙΔΑΚΤΟΡΑ

Η παρούσα διατριβή υποβάλλεται προς συμπλήρωση των απαιτήσεων για απονομή Διδακτορικού Τίτλου του Πανεπιστημίου Κύπρου. Είναι προϊόν πρωτότυπης εργασίας αποκλειστικά δικής μου, εκτός των περιπτώσεων που ρητώς αναφέρονται μέσω βιβλιογραφικών αναφορών, σημειώσεων ή και άλλων δηλώσεων.

Ανδρούλλα Χ. Πετρίδου

……………………………………….

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της παρούσας έρευνας ήταν η διερεύνηση της εννοιολογικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος σε παιδιά προσχολικής ηλικίας και ειδικότερα της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, αναπτύσσοντας και επιβεβαιώνοντας ένα θεωρητικό μοντέλο. Επιπρόσθετα, εξετάστηκε η επίδραση των γεωμετρικών μετασχηματισμών, αλλά και των κινήσεων των χεριών σε δύο διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας κατά την διδασκαλία της γεωμετρίας, διερευνώντας με αυτόν τον τρόπο την ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης των παιδιών.

Ειδικότερα, για την επίτευξη του προαναφερθέντα σκοπού της έρευνας σχεδιάστηκε και αναπτύχθηκε ένα ερευνητικό εργαλείο (δοκίμιο) για την συλλογή δεδομένων. Το συγκεκριμένο εργαλείο χρησιμοποιήθηκε για την εξέταση της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος 396 παιδιών (από 24 τάξεις) προσχολικής ηλικίας, τεσσάρων με έξι χρονών, τα οποία αποτέλεσαν το δείγμα της έρευνας αυτής. Στη συνέχεια, εφαρμόστηκε παρεμβατικό πρόγραμμα λειτουργικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, με γεωμετρικούς μετασχηματισμούς και δύο περιβάλλοντα λειτουργίας των χειρονομιών.

Κατά την παρέμβαση τα παιδιά αυτά χωρίστηκαν σε τέσσερις επιμέρους ομάδες, τρεις πειραματικές (ΠΟ1, ΠΟ2, ΠΟ3) και μία ομάδα ελέγχου (ΟΕ). Στην πρώτη ομάδα (ΠΟ1 με 95 παιδιά) εφαρμόστηκε ένα παρεμβατικό πρόγραμμα στηριζόμενο στους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς και στις κινήσεις των χεριών, στο πλαίσιο του οποίου τα παιδιά παρακολουθούσαν και ενθαρρύνονταν να παράγουν τα ίδια χειρονομίες. Στη δεύτερη ομάδα (ΠΟ2 με 107 παιδιά) εφαρμόστηκαν τα ίδια παρεμβατικά σχέδια μαθήματος, με τη διαφορά ότι εδώ τα παιδιά παρακολουθούσαν, αλλά δεν ενθαρρύνονταν να παράγουν και τα ίδια χειρονομίες. Στην τρίτη ομάδα (ΠΟ3 με 121 παιδιά) πραγματοποιήθηκε το ίδιο παρεμβατικό πρόγραμμα χωρίς, όμως, την παρακολούθηση και την παραγωγή χειρονομιών. Τέλος, στην τέταρτη ομάδα (ΟΕ με 73 παιδιά) δεν πραγματοποιήθηκε το προτεινόμενο παρεμβατικό πρόγραμμα που εφαρμόστηκε στις προηγούμενες ομάδες, αλλά τα παιδιά διδάχθηκαν το μάθημα της γεωμετρίας ακολουθώντας το προκαθορισμένο Αναλυτικό Πρόγραμμα του Υπουργείου Παιδείας και Πολιτισμού της Κύπρου.

Αφότου ολοκληρώθηκε η παρέμβαση έγιναν ακόμη δύο μετρήσεις όπου τα παιδιά συμπλήρωσαν ξανά το δοκίμιο αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Η πρώτη χορήγηση πραγματοποιήθηκε με το πέρας μικρού χρονικού διαστήματος από την

παρέμβαση, ενώ η τελευταία χορήγηση πραγματοποιήθηκε ένα μήνα μετά την παρέμβαση για να ελεγχθεί η σταθερότητα της επίδρασής της.

Τα αποτελέσματα της εργασίας έδειξαν ότι η δομή της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος αποτελείται από τέσσερις επιμέρους ικανότητες: (α) αναγνώριση σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων (β) αναγνώριση σχήματος σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου δεν υπάρχει επικάλυψη σχημάτων (γ) αναγνώριση αρχικών δομών σχήματος σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου υπάρχει επικάλυψη σχημάτων (δ) αναγνώριση δευτέρας τάξης δομών σχήματος σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται. Η δομή επιβεβαιώθηκε και για τις δύο ηλικιακές ομάδες (4-5 και 5-6 χρονών). Εντοπίστηκαν, ακόμη, στατιστικά σημαντικές συσχετίσεις και ιεραρχικές (α→β→γ→δ) σχέσεις συνεπαγωγής μεταξύ των τεσσάρων επιμέρους ικανοτήτων της δομής αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Ακολούθως, διερευνήθηκαν εστιασμένα τα είδη λαθών των παιδιών στις προαναφερθείσες ικανότητες αυτές.

Το παρεμβατικό πρόγραμμα έδειξε ότι υπάρχει ανάγκη διδασκαλίας γεωμετρικών εννοιών στην προσχολική εκπαίδευση με έμφαση στη λειτουργική σύλληψη του σχήματος, μιας που φαίνεται ότι μπορεί να ενισχύσει την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος με διάρκεια στο χρόνο. Η παρακολούθηση και η παραγωγή χειρονομιών, από την άλλη, φαίνεται επίσης να βοηθάει ιδιαίτερα την κατάκτηση πολύπλοκων ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης.

ABSTRACT

This study has two main purposes. The primary aim of this study was to develop a theoretical model of the structure and the development of the preschool children’s geometrical figure apprehension, and especially perceptual apprehension of geometrical figure. The second purpose of this study was to investigate the impact of operational apprehension (with emphasis to geometrical transformations) and gestures on children’s perceptual apprehension of geometrical figure.

Three hundred and ninety six children, aged four to six years old, participated in this study. One test was conducted and administered for geometrical figure's perceptual apprehension's measurement. Furthermore, an international program of instructions was administered with two different ways of gestures involvement. Specifically, three experimental groups were developed. On the first intervention program (EG1), 95 children observed specific gestures mathematical linked with geometrical transformations and teachers encouraged them to reproduce them, during the instruction. The second experimental group (EG2, with 107 children) followed the same interventional program where children only observed the specific gestures and teachers didn’t encourage them to reproduce them. Lastly the third experimental group (EG3, with 121 children) had the same mathematical activities with the EG1 and EG2. However, at this group there is not any intentional gestures production. One control group (CG) was formed where 73 children didn’t receive any learning activities as those included in the intervention. This group of children had geometrical lesson based on the standard curriculum of preschool education, formed by the Ministry of Education of Cyprus.

The test was administered three times. The first time took place before the interventional program. The second measurement was conducted right after the end of the interventional lesson of the program. The last administration of the test performed after a period of time, in order to check the stability of the intervention.

The results of this study showed that perceptual apprehension of geometrical figure consists of four first order factors: (a) the ability to recognize figures in a discrete collection of figures (b) the ability to recognize juxtaposed figures in geometrical configurations where figures are not overlapped (c) the ability to recognize primary contour structural figures in geometrical configurations where figures are overlapped (superposed figures in superposed configurations) (d) the ability to recognize secondary contour structural figures in geometrical configurations where figures are overlapped

(juxtaposed figures in superposed configurations). This structure (four sub-abilities) of the model of perceptual apprehension of geometrical figure was confirmed for both ages of children (4-5 and 5-6 years old). A hierarchical relation (a$\rightarrow$b$\rightarrow$c$\rightarrow$d) was observed between the four sub-abilities of perceptual apprehension of geometrical figure. The types of mistakes children performed in each the four abilities were, also, examined.

The findings of the interventional program of the study showed that the use of mathematical activities focused on geometrical figures operational apprehension in preschool education may improve and support children perceptual apprehension, at kindergarten level. Moreover, it seems that the observation and reproduction of gestures supports the most complex abilities of perceptual apprehension of figure in geometry.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την ολοκλήρωση της διδακτορικής διατριβής θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της συμβουλευτικής επιτροπής που βοήθησαν στη διεκπεραίωση της παρούσας εργασίας. Πρώτιστα, ευχαριστώ ιδιαιτέρως τον ερευνητικό μου σύμβουλο, Καθηγητή Αθανάσιο Γαγάτση, για τις πολύτιμες συμβουλές αλλά και για την σημαντική καθοδήγηση που μου παρείχε σε όλα τα επιμέρους βασικά στάδια της διδακτορικής διατριβής, οι οποίες επηρέασαν καθοριστικά την ολοκλήρωσής της. Ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω να εκφράσω και στην Επίκουρη Καθηγήτρια Ιλιάδα Ηλία, μιας που οι εισηγήσεις και η στήριξή της με βοήθησαν ιδιαίτερα να αναστοχαστώ σε αρκετά στάδια της πορείας αυτής. Ως ακαδημαϊκή υπεύθυνη στο επιχορηγημένο, από το πρόγραμμα Λεβέντη (2014-2016), ερευνητικό με τίτλο «*The contribution of gestures in geometrical thinking development in early childhood*», η συνεισφορά της Επίκουρης Καθηγήτριας Ιλιάδα Ηλία υπήρξε ιδιαίτερα σημαντική, μιας που η παρούσα διατριβή απορρέει από το προαναφερθέν ερευνητικό πρόγραμμα. Ευχαριστώ επίσης, την Καθηγήτρια Δήμητρα Πίττα Πανταζή για τις σημαντικές εισηγήσεις και σχόλια στην παρούσα εργασία. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους καθηγητές Δρ. Στυλιανό Σταματάκη και Δρ. Ευγένιο Αυγερινό για τη συμμετοχή τους στην αξιολόγηση της εργασίας και για τα τις χρήσιμες εισηγήσεις τους, για την περαιτέρω βελτίωσή της.

Δεν θα μπορούσα να παραλείψω να εκφράσω τη μεγάλη μου ευγνωμοσύνη απέναντι στα μικρά παιδιά που συμμετείχαν στην εργασία, όσο και τις δεκαοκτώ εκπαιδευτικούς που εφάρμοσαν το παρεμβατικό πρόγραμμα. Σας ευχαριστώ πολύ για τη προθυμία, αλλά και την εμπιστοσύνη που μου δείξατε.

Ένα ξεχωριστό ευχαριστώ οφείλω να εκφράσω σε ένα πολύ ιδιαίτερο άνθρωπο για μένα, την πολύ καλή μου φίλη Δρ. Κυριακούλλα Ευαγγέλου, για την στήριξη αλλά και την πίστη που έδειξε στο πρόσωπο μου. Ευχαριστώ ακόμη τον αγαπητό μου φίλο Χαράλαμπο Ευσταθίου για τις ουσιαστικές συμβουλές και την στήριξή του. Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα την φίλη και συνεργάτιδα Δρ. Μαριλένα Βαρβάρα Χρυσοστόμου για την τόση στήριξη που μου πρόσφερε, αλλά και τις πολύτιμες συμβουλές της που με βοήθησαν καθοριστικά τόσο στην επεξεργασία των δεδομένων όσο και στον ερευνητικό μου αναστοχασμό για την εργασία αυτή. Ευχαριστώ επίσης, τον Δρ. Μάριο Πιττάλη για τις προτάσεις και τις πολύτιμες εισηγήσεις του, κατά το στάδιο επεξεργασία των δεδομένων. Ένα ακόμη ευχαριστώ θα ήθελα να εκφράσω στην φίλη και συνεργάτιδα Λουίζα Δημητρίου, που το τελευταίο χρονικό διάστημα με στήριξε ιδιαίτερα.

Κλείνοντας, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια και τους φίλους μου, για την στήριξη που μου έδωσαν σε όλη αυτή μου την πορεία. Ιδιαίτερα ευχαριστώ τον σύζυγο μου Παναγιώτη, για την αμέριστη κατανόηση που έδειξε στις πολλές ώρες μελέτης που χρειάστηκαν για να καταφέρω να ολοκληρώσω την εργασία αυτή. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τους γονείς και τις αδερφές μου, για την δύναμη που μου έδωσαν να συνεχίσω και να ολοκληρώσω αυτήν την τόσο σημαντική για μένα εργασία.

Στον σύζυγο μου Παναγιώτη,
στα παιδιά μου Μιχάλη και Χρίστο,
και στους γονείς μου Γεωργία και Χρίστο.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ι

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Εισαγωγή

Η γεωμετρία αποτελεί ένα σημαντικό κλάδο των μαθηματικών. Μεταξύ άλλων ασχολείται με τα σχήματα, την χωρική αντίληψη, τη συμμετρία και την προοπτική. Στις αρχές της δεκαετίας του ‘80 ο Jean Dieu Donne, ένας διακεκριμένος μαθηματικός της εποχής, όταν μαθαίνει ότι η γεωμετρία δε θα αποτελούσε πλέον σημαντικό μέρος της διδασκαλίας των σχολικών μαθηματικών ανάφερε ότι αν κάποιος επιχειρούσε να μιλήσει για το βάθος της γεωμετρίας θα κατέληγε στο γεγονός ότι το 90% των μαθηματικών που διδάσκονται στα σχολεία συνδέονται με τη γεωμετρία (από Sinclair et al., 2016). Η γεωμετρία συνδέει τα μαθηματικά με τον πραγματικό κόσμο. Για το λόγο αυτό η διδασκαλία της θα πρέπει να ξεκινά από τα πρώτα χρόνια της εκπαίδευσης των μικρών παιδιών (Usiskin, 1997). Μέσα από τη γεωμετρική παιδεία τα παιδιά θα γνωρίσουν τον κόσμο των μαθηματικών με φυσικό τρόπο. Ο κόσμος με τον οποίο έρχονται σε επαφή τα παιδιά θα πρέπει να γίνεται μία μεγάλη «τάξη», όπου τα παιδιά να έρχονται σε επαφή με γεωμετρικές έννοιες. Η απτή επαφή των παιδιών με τα σχήματα, αλλά και ο χειρισμός των σχημάτων αυτών επιτρέπει στα παιδιά να αναπτύξουν όχι μόνο έννοιες γεωμετρίας αλλά και ικανότητες χωρικής αντίληψης (Howse & Howse, 2015). Επομένως, οι κινήσεις του σώματος φαίνεται να συμβάλλουν στη εκπαίδευση και εξέλιξη του ατόμου, ιδιαίτερα στον τομέα της γεωμετρίας.

Αναλυτικά προγράμματα ανά τον κόσμο δίνουν έμφαση στη διδασκαλία της γεωμετρίας από την προσχολική ηλικία, οριοθετώντας σκοπούς και στόχους και προτείνοντας, παράλληλα, ενδεικτικές δραστηριότητες με το ανάλογο εκπαιδευτικό υλικό,. Ειδικότερα, το αναλυτικό πρόγραμμα διδασκαλίας των μαθηματικών των ΗΠΑ, National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), τονίζει ότι τα παιδιά στην προσχολική ηλικία θα πρέπει να είναι ικανά να «περιγράφουν ιδιότητες και μέρη των δισδιάστατων σχημάτων» (NCTM, 2006, σελ. 24). Στο πρόσφατα αναδιαρθρωμένο αναλυτικό πρόγραμμα της Προσχολικής Εκπαίδευσης παιδιών της Κύπρου δίνεται έμφαση στη διερεύνηση των σχημάτων και του χώρου, αλλά και στη διερεύνηση των γεωμετρικών μετασχηματισμών (Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού της Κύπρου, Παιδαγωγικό

Ινστιτούτο Κύπρου, & Υπηρεσία Ανάπτυξης Προγραμμάτων, 2010-2016). Σε μια πολιτεία του Καναδά την Οντάριο, αναφέρεται στον οδηγό διδασκαλίας των μικρών παιδιών από το νηπιαγωγείο μέχρι την τρίτη τάξη του δημοτικού ότι: «Τα παιδιά θα πρέπει να βιώσουν πλούσιες εμπειρίες τόσο με δισδιάστατα όσο και με τρισδιάστατα σχήματα. Αυτό θα δώσει τη δυνατότητα στα παιδιά να αναγνωρίσουν όμοια σχήματα και να παρατηρήσουν τις ομοιότητες και τις διαφορές των σχημάτων. Έτσι, τα παιδιά εντοπίζουν ιδιότητες διαφορετικών σχημάτων και τις χρησιμοποιούν αργότερα για να κατανοήσουν τον κόσμο της γεωμετρίας» (Teaching Student-Centered Mathematics K-3, Van de Walle & Lovin, 2007, p. 193).

Πλειάδα ερευνών έχουν ασχοληθεί με τη με τη διδασκαλία της γεωμετρίας σε μαθητές διαφόρων ηλικιών γεωμετρία, αλλά μόλις πρόσφατα έρευνες έχουν εστιάσει στην προσχολική ηλικία (π.χ. Clements & Sarama, 2007 · Sarama & Clements, 2009 · Levenson, Tirosh & Tsamir, 2011 · Maier & Benz, 2013). Τα μικρά παιδιά μαθαίνουν και αναπτύσσουν διάφορες έννοιες, μεταξύ αυτών και γεωμετρικές, πριν ακόμη φοιτήσουν στην πρώτη τάξη του δημοτικού σχολείου (Clements, Swaminathan, Hannibal & Sarama, 1999). Σημαντική θεωρείται η έρευνα της ομάδας του Clements η οποία διερεύνησε την ικανότητα παιδιών ηλικίας 4 με 6 ετών ως προς την ικανότητα τους να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν δισδιάστατα σχήματα (Clements et al., 1999). Παράλληλα, πρόσφατα ερευνητικά δεδομένα της ομάδα των Sarama και Clements (2009), η οποία ασχολήθηκε ιδιαίτερα με τη διδασκαλία της γεωμετρίας σε παιδιά προσχολικής ηλικίας, όρισε διάφορα επίπεδα αναγνώρισης σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις για τα μικρά παιδιά, αλλά και επίπεδα σύνθεσης και ανάλυσης σχημάτων. Παρόλα αυτά δεν υπάρχουν έρευνες που να αναφέρονται στη δομή της εννοιολογικής σύλληψης του σχήματος στη γεωμετρία της προσχολικής ηλικίας. Πολύ γνωστά μοντέλα τέτοιας δομής ,όπως για παράδειγμα αυτό που προτείνεται από τον Duval (1995), έχουν επιβεβαιωθεί μόνο για παιδιά ηλικίας 10 χρονών και άνω (βλέπε Deliyianni, Elia, Gagatsis, Monoyiou & Panaoura, 2009 · Deliyianni, Michael, Monoyiou, Gagatsis, & Elia, 2011 · Καλογήρου, 2014 · Michael, 2013).

Τα τελευταία χρόνια η έρευνα στη διδασκαλία της γεωμετρίας επικεντρώνεται στο ρόλο που οι χειρονομίες διαδραματίζουν στη δόμηση της σκέψη και στην επικοινωνία. Οι χειρονομίες θεωρούνται ως το μέσο οπτικοποίησης γεωμετρικών εννοιών και αποτελούν αντικείμενο των μαθηματικών (Jones & Tzekaki, 2016). Υπάρχει η πεποίθηση ότι η πολυτροπική προσέγγιση, που συμπεριλαμβάνει τις κινήσεις των χεριών και του σώματος, θεωρείται η κινητήρια δύναμη διαμόρφωσης της γεωμετρικής κατανόησης στη διδασκαλία και μάθηση της γεωμετρίας (Sinclair et al., 2016). Συγκεκριμένα, πολλές ερευνητικές μελέτες που έχουν πραγματοποιηθεί τα τελευταία χρόνια καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι η συνεισφορά των χειρονομιών στη δόμηση της κατανόησης στα μαθηματικά είναι πολύ μεγάλη. Αξίζει κάποιος να μελετήσει τα προαναφερθέντα αποτελέσματα που εντοπίζονται κυρίως στο ειδικό τεύχος 70 (2) του επιστημονικού περιοδικού Έρευνας της Μαθηματικής Παιδεία «Educational Studies in Mathematics (ESM)» που δημοσιεύτηκε το 2009. Οι έρευνες σχετικά με τις χειρονομίες από τους McNeill, Goldin-Meadow, Kendon και Kita συνδέονται με τις θεωρητικές προσεγγίσεις της ενσωματωμένης γνώσης (Lakoff & Núñez , 2000). Οι χειρονομίες θεωρούνται ως σημειωτικές πηγές που χρησιμοποιούνται από τους μαθητές και τον/την εκπαιδευτικό της τάξης είτε διαισθητικά και αβίαστα ως μέσο επικοινωνίας μεταξύ των ατόμων, είτε ειδικά ως σημαντικά σημεία μάθησης (Sinclair et al., 2016).

Ως εκ τούτου, η παρούσα διδακτορική διατριβή είχε σκοπό της να εξετάσει το ανοικτό ερώτημα της δομής της αντιληπτικής σύλληψης στο νηπιαγωγείο και τη σχέσης της με σημειωτικές πηγές, όπως είναι οι χειρονομίες.

Στο πρώτο κεφάλαιο, αρχικά διατυπώνεται το πρόβλημα το οποίο η διδακτορική διατριβή επιδίωξε να αντιμετωπίσει, ενώ στη συνέχεια συγκεκριμενοποιούνται οι στόχοι και τα ερευνητικά ερωτήματα. Έπειτα, διατυπώνονται η σημαντικότητα, η πρωτοτυπία, οι παραδοχές και οι περιορισμοί της έρευνας. Τέλος, τίθεται η δομή της εργασίας και οι χρήσιμοι εννοιολογικοί ορισμοί στους οποίους στηρίχθηκε η έρευνα.

Διατύπωση του Προβλήματος

Οι Sarama και Clements (2009) αναφέρουν ότι τα παιδιά αρχίζουν να δομούν έννοιες σχετικά με τα γεωμετρικά σχήματα πολύ πριν αρχίσουν το σχολείο. Η σπουδαιότητα της γεωμετρίας τονίζεται και από τα σύγχρονα προγράμματα των μαθηματικών, που εισηγούνται τη διδασκαλία της γεωμετρίας τόσο ως αυτόνομου θέματος, όσο και ως μέσου για την ανάπτυξη πολυάριθμων μαθηματικών εννοιών (NCTM, 1999). Περίπου εδώ και μια δεκαετία, η προσχολική εκπαίδευση ανά τον κόσμο, έχει έρθει στο προσκήνιο πληθώρας ερευνών και σημαντικών συνεδρίων (Koleza & Giannisi, 2013). Άξιο αναφοράς είναι το γεγονός ότι το 2009 στο Συνέδριο για Ευρωπαϊκές Έρευνες Μαθηματικής Παιδείας (Conference of European Research in Mathematics Education), έχει δημιουργηθεί μια νέα ομάδα εργασίας «Μαθηματικά Προσχολικής Ηλικίας» με στόχο να ανταποκριθεί στο αυξημένο ενδιαφέρον για έρευνες μάθησης μαθηματικών και διδασκαλίας σε παιδιά ηλικίας τριών έως οκτώ χρονών.

Οι έρευνες γεωμετρίας και γεωμετρικού συλλογισμού ποικίλουν για τα παιδιά της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, αλλά δυστυχώς είναι ελάχιστες για τα παιδιά προσχολικής ηλικίας. Η προτεινόμενη έρευνα επιδιώκει να επιβεβαιώσει το θεωρητικό μοντέλο του Duval (1999) για τη δομή της αντιληπτικής σύλληψης του σχήματος, συνδυάζοντας τις έρευνες των Sarama και Clements (2009) για το γεωμετρικό συλλογισμό των παιδιών προσχολική ηλικίας.

Έρευνες των τελευταίων χρόνων τονίζουν τη σημαντικότητα του ρόλου της αντίληψης και της δράσης στη μαθηματική κατανόηση (Cook & Goldin-Meadow, 2006 · Nemirovsky, Rasmussen, Sweeney, & Wawro, 2012· Pozzer-Ardenghi & Roth, 2010). Ενδεικτικά η ερευνητική ομάδα των Nemirovsky et al. (2012) γράφει χαρακτηριστικά: «τα μαθηματικά είναι ένας τρόπος αντίληψης και δράσης, ο οποίος συμπεριλαμβάνει σημαντικούς συμβολισμούς και σημειογραφία που πηγάζει μέσα από σύνθετες ιστορικές παραδόσεις.» (σελ. 2). Οι χειρονομίες, ως μορφή δράσης, λαμβάνουν μέρος στην εννοιολογική σύλληψη των μαθηματικών. Οι χειρονομίες υπήρξαν αντικείμενο μελέτης αρκετών ερευνητών με θέμα την αντίληψη και την επικοινωνία κατά τη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών (Novack & Goldin-Meadow, 2015 · Arzarello, Paola, Robutti, & Sabena, 2009 · Edwards, 2009 · Nemirovsky, 2003 · Radford, 2003 · Roth, 2001).

Ο Goldin-Meadow (2005) αναφέρει ότι τα παιδιά επικοινωνούν με οπτικές και δυναμικές ιδέες μέσα από τη χρήση χειρονομιών πολύ πιο πριν εκφραστούν λεκτικά για αυτές. Επομένως η παραγωγή χειρονομιών ενδείκνυται να εφαρμόζεται στη διδασκαλία και μάθηση των μικρών παιδιών, τα οποία έχουν να αντιμετωπίσουν το επιπρόσθετο εμπόδιο της γλωσσικής έκφρασης. Η ερευνητική ομάδα των Arzarello, Thomas, Coballis, Hamm, Iwabuchi, Lim, Phillips και Wilson (2009) μέσα από το ερευνητικό της έργο καταλήγει ότι οι χειρονομίες μπορεί να είναι βοηθητικές όταν εφαρμόζονται στη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών. Οι ίδιοι υποστηρίζουν ότι οι εκπαιδευτικοί και οι μαθητές είναι ικανοί να κατανοούν τη σημειωτική σημασία των χειρονομιών που παρατηρούν και έτσι είναι σε θέση να ανταποκριθούν σε αυτές. Η ανταπόκριση των παιδιών μπορεί να γίνει είτε παράγοντας οι ίδιοι χειρονομίες είτε χρησιμοποιώντας άλλα σημειωτικά μέσα ή αναπαραστάσεις.

Παρεμβατικά προγράμματα προγενέστερων ερευνών έχουν αποδείξει ότι η παρακολούθηση και η παραγωγή χειρονομιών είναι αρωγός της μάθησης αφού φαίνεται ότι συνεισφέρει στην σταθεροποίηση των μαθηματικών εννοιών (βλέπε Cook, Yip, & Goldin-Meadow, 2010 · Cook, Duffy, & Fenn, 2013). Παρόλα αυτά, δεν υπάρχουν στοιχεία για την επίδραση της απλής παρακολούθησης χειρονομιών χωρίς την ενθάρρυνση παραγωγής από τα ίδια τα παιδιά. Το γεγονός αυτό αποτελεί άλλωστε και σκοπό των τριών διαφορετικών παρεμβατικών συνθηκών που έχουν δομηθεί στην παρούσα ερευνητική διατριβή.

Η έρευνα είχε σκοπό να εντοπίσει πιθανές μεταβολές στη δομή της αντιληπτικής σύλληψης του σχήματος στη γεωμετρία παιδιών προσχολικής ηλικίας μέσα από την παρέμβαση της λειτουργική σύλληψης και των χειρονομιών.

Σκοπός της Έρευνας

Η παρούσα ερευνητική εργασία είχε ως σκοπό της την ανάπτυξη και την επιβεβαίωση ενός θεωρητικού μοντέλου για την εννοιολογική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος, με επίκεντρο την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος, καθώς και τη διερεύνηση της ύπαρξης επίδρασης των γεωμετρικών μετασχηματισμών (με έμφαση στη λειτουργική σύλληψη) και των χειρονομιών στην αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος των παιδιών προσχολικής ηλικίας.

Σύμφωνα με το σκοπό της εργασίας η ερευνητική δράση αναλύεται σε επιμέρους ερευνητικούς στόχους. Αρχικός στόχος που τέθηκε είναι ο σχεδιασμός και η ανάπτυξη εργαλείων επιβεβαίωσης ενός θεωρητικού μοντέλου που εντοπίζει στοιχεία της δομής της εννοιολογικής αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος για παιδιά προσχολικής ηλικίας. Η διερεύνηση της δομή της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος των νηπίων με τη χρήση των εργαλείων της έρευνας, αποτέλεσε ένα άλλο στόχο. Στόχος ήταν και η διερεύνηση της επίδοση των παιδιών των δύο ηλικιών ομάδων που αποτελούν την προσχολική ηλικία (4-5 και 5-6 χρονών) ως προς τη δομή και τις επιμέρους ικανότητες της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Επιπρόσθετα, στόχος ήταν η διερεύνηση των σχέσεων μεταξύ των επιμέρους ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος σύμφωνα με τη δομή της. Η διερεύνηση των λαθών των παιδιών προσχολικής ηλικίας στην αντιληπτική σύλληψη του σχήματος, πριν και μετά το παρεμβατικό πρόγραμμα, ήταν ένα άλλος στόχος της εργασίας. Στη συνέχεια, στόχος αποτέλεσε η εφαρμογή ενός παρεμβατικού προγράμματος, σε τρία διαφορετικά περιβάλλοντα χρήσης των χειρονομιών, το οποίο εστιαζόταν στη λειτουργική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος και συνδεόταν με τους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς (μετατόπιση και περιστροφή) στην αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος των παιδιών προσχολική ηλικία. Μετά την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος εξετάστηκε και αξιολογήθηκε η ύπαρξη επίδρασης της εφαρμογής του (και των τριών περιβαλλόντων εφαρμογής του) στην αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος των παιδιών. Τέλος, επιμέρους στόχο αποτέλεσε η εξαγωγή χρήσιμων εισηγήσεων για τη διδασκαλία και αξιολόγηση της εννοιολογικής σύλληψη του σχήματος στη γεωμετρία και γενικότερα της γεωμετρία στην προσχολική ηλικία, δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στη χρήση των γεωμετρικών μετασχηματισμών (μετατόπισης και περιστροφής) και των χειρονομιών.

Ερευνητικά Ερωτήματα

Τα ερευνητικά ερωτήματα που πηγάζουν από το σκοπό και τους στόχους της εργασίας είναι τα ακόλουθα:

1. Ποιοι παράγοντες συνθέτουν τη δομή της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος των παιδιών της προσχολικής ηλικίας;
2. Διαφοροποιείται η επίδοση παιδιών των δύο ηλικιακών ομάδων προσχολικής ηλικίας (4-5 και 5-6 χρονών) ως προς τη δομή και τις επιμέρους ικανότητες της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος;
3. Ποια είναι η σχέση μεταξύ των παραγόντων που συνθέτουν την ικανότητα των παιδιών αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος;
4. Ποια είναι τα λάθη των παιδιών προσχολικής ηλικίας στις επιμέρους ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος;
5. Υπάρχουν διαφορές στις επιδόσεις των παιδιών προσχολικής ηλικίας ως προς την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος όταν συμμετέχουν ή όχι σε παρεμβατικό πρόγραμμα;
6. Υπάρχουν διαφορές στις επιδόσεις των παιδιών προσχολικής ηλικίας ως προς την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος όταν συμμετέχουν ή όχι σε παρεμβατικό πρόγραμμα, μετά από την πάροδο ενός χρονικού διαστήματος;

Σημαντικότητα της Εργασίας

Η σημαντικότητα της έρευνας άγεται σε τρία επίπεδα: το θεωρητικό, το μεθοδολογικό και το πρακτικό. Ακολουθεί η ανάλυση των επιπέδων αυτών.

Αρχικά, η έρευνα ενίσχυσε το θεωρητικό υπόβαθρο για την εννοιολογική σύλληψη του σχήματος στην προσχολική ηλικία. Μέσα από τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα δόθηκε έμφαση στο μάθημα της γεωμετρίας στην ηλικία αυτή και σε τεχνικές διδασκαλίας του περιεχομένου αυτού. Ιδιαίτερη αναφορά έγινε στη συμβολή των χειρονομιών στην εννοιολογική σύλληψη του σχήματος μέσα στα πλαίσια της διδασκαλίας της γεωμετρίας. Το υπάρχον ερευνητικό ενδιαφέρον πολλών ερευνητών ανά τον κόσμο, όπως για παράδειγμα των Levenson, Tirosh και Tsamir (2011), για την αρμόζουσα και ποιοτική διδασκαλία της γεωμετρίας και του γεωμετρικού συλλογισμού από μικρή ηλικία, σε συνδυασμό με έρευνες που αναφέρουν τη σχέση της γεωμετρίας και των μετασχηματισμών με τις χειρονομίες (π.χ. Frick, Daum, Wilson, & Wilkening, 2009), τονίζει τη σημαντικότητα του παρόντος ερευνητικού έργου. Επιπρόσθετα, το ερευνητικό ενδιαφέρον μελέτης των οπτικών διαδικασιών στη γεωμετρία για την επίλυση προβλημάτων σε συνδυασμό με την παραγωγή των χειρονομιών ως μέρος της οπτικοποίησης αυτής παραμένουν στο στόχαστρο μελλοντικών ερευνών (Jones & Tzekaki, 2016). Σε μια πρόσφατη συλλογή διεθνώς αναγνωρισμένων ερευνών, από τους Jones & Tzekaki (2016), φάνηκε ότι οι έρευνες που αφορούν τους μετασχηματισμούς στη γεωμετρία και στην έκβαση δομημένων παρεμβατικών προγραμμάτων για τη διδασκαλία γεωμετρικών εννοιών είναι πολύ περιορισμένες. Ως εκ τούτου η παρούσα διδακτορική διατριβή προσπάθησε να εντοπίσει πιθανές επιδράσεις των κινήσεων των χεριών στη δομή της γεωμετρικής σκέψης, με την προσθήκη της παραγωγής χειρονομιών στις παρεμβατικές διδασκαλίες που εφαρμόστηκαν στο μάθημα της γεωμετρίας (σε δύο διαφορετικές συνθήκες παραγωγής χειρονομιών).

Μεθοδολογικά η έρευνα αυτή θεωρείται σημαντική μιας που απευθύνεται σε παιδιά προσχολικής ηλικίας και στον τομέα της γεωμετρίας. Το National Association for the Education of Young Children (2002) και το National Council of Teachers of Mathematics (2002) τονίζουν ότι πρέπει να καλλιεργείται η γεωμετρική σκέψη στα παιδιά από την προσχολική ηλικία. Δυστυχώς, συχνά δε δίνεται η απαραίτητη προσοχή και έμφαση στον τομέα της γεωμετρίας στην προσχολική εκπαίδευση (Sarama & Clements, 2009). Υπάρχει η πεποίθηση ότι η έννοια των δισδιάστατων σχημάτων αρχίζει να δομείται στην προσχολική ηλικία και μέχρι την ηλικία των 6 χρονών παγιώνεται (Gagatsis & Patronis, 1990 · Hannibal & Clements, 2010), επομένως, όσο πιο νωρίς τα παιδιά έρθουν σε επαφή με τα σχήματα και τις σχέσεις που υπάρχουν μεταξύ τους, τόσο πιο εύκολα πραγματοποιείται η αποπλαισίωση των εννοιών αυτών. Οι Sarama και Clements (2009) αναφέρουν ότι ίσως μέσα από τα εποπτικά μέσα ή τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές τα παιδιά να κάνουν με μεγαλύτερη άνεση νοερούς μετασχηματισμούς, οι οποίοι θεωρούνται πιο σύνθετες διαδικασίες για τα παιδιά αυτής της ηλικιακής ομάδας των τεσσάρων με έξι χρονών. Πολλές έρευνες αναφέρουν ότι τα παιδιά μικρών ηλικιών έχουν την ικανότητα να εφαρμόζουν μετασχηματισμούς ομοιότητας σε γεωμετρικά σχήματα (π.χ. Elia & Gagatsis, 2003 · Gagatsis, Sriraman, Elia & Modestou, 2006 · Rosser, 1994 · Beilin, 1984).

Επιπλέον, η νοερή περιστροφή φαίνεται να συνεχίζει να ενδυναμώνεται μέσα από την προσχολική ηλικία (Estes, 1998 · Levine, Huttenlocher, Taylor, & Langrock, 1999).

Αξίζει να αναφερθεί ότι έρευνες που μελετούν τη χρήση των χειρονομιών στο μαθηματικό συλλογισμό είναι ακόμη σπάνιες, παρόλο που η λογική και η επιχειρηματολογία θεωρούνται σημαντικές μαθηματικές διαδικασίες (Krummheuer, 2007). O Gentaz (2009) υποστηρίζει ότι οι πολυτροπικές αυτές παρεμβάσεις και η ενσωματωμένη θεωρία θα ήταν καλό να ενταχθούν στα κλασσικά αναλυτικά προγράμματα σπουδών των παιδιών προσχολικής εκπαίδευσης. Η παρούσα έρευνα αποσκοπεί ακριβώς στη μελέτη της επίδρασης των χειρονομιών στη δομή της αντιληπτικής σύλληψης του σχήματος, κάτι που προτείνεται και από την έρευνα της Krause (2015).

Τέλος, πρακτικά ο τρόπος εφαρμογής των εργαλείων και του παρεμβατικού προγράμματος αποτελούν στοιχεία της έρευνας με ιδιαίτερη σημασία. Τόσο κατά τη χορήγηση των δοκιμών, όσο και κατά την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος θα γίνει σεβαστή η ιδιαίτερη φύση εργασίας των παιδιών αυτής της ηλικίας. Θα δοθούν οι ανάλογες επεξηγήσεις και ο κατάλληλος χρόνος για σκέψη και προβληματισμό. Στην περίπτωση που παρατηρηθεί μη ανταπόκριση κάποιων παιδιών θα επιτρέπεται η αποχώρηση από την ομάδα, όπως και η ομαλή επανένταξη του, αν και εφόσον το ίδιο το παιδί το επιθυμεί.

Πρωτοτυπία της Εργασίας

Η ερευνητική πρόταση αυτή πρωτοτύπησε σε δύο επίπεδα, τόσο θεωρητικά όσο και μεθοδολογικά. Αρχικά, η έρευνα μελέτησε τη δομή την εννοιολογικής σύλληψης των παιδιών προσχολικής ηλικίας και τη συμβολή των χειρονομιών σε αυτή, θέμα που δεν έχει διερευνηθεί. Πρόσφατες μελέτες τονίζουν την ανάγκη μελέτης των γεωμετρικών μετασχηματισμών σε συνδυασμό με την τεχνολογία και τις θεωρίες για την εννοιολογική σύλληψη του σχήματος του Duval (Jones & Tzekaki, 2016). Ελάχιστες είναι οι έρευνες σε παιδιά προσχολική ηλικίας που μελετούν την επίδραση των χειρονομιών μέσα από παρεμβατικά προγράμματα γεωμετρίας σε τόσο μεγάλη εμβέλεια (12 τάξεις παρέμβασης).

Μεθοδολογικά εφαρμόστηκαν δομημένα παρεμβατικά προγράμματα γεωμετρίας με τη σημειωτική προσέγγιση σε παιδιά προσχολικής ηλικίας. Από την μια, μελέτες (π.χ. Cook et al., 2010) έχουν δείξει ότι ο συνδυασμός παρακολούθησης και σκόπιμης παραγωγής χειρονομιών συμβάλει στην παγίωση της γνώσης στο χρόνο. Από την άλλη, όμως δεν υπάρχουν στοιχεία που να τεκμηριώνουν ότι η απλή παρακολούθηση χειρονομιών μπορεί να ενισχύει κι αυτή τη μάθηση. Η ερευνητική πρόταση αυτή καινοτόμησε και στο κομμάτι αυτό προτείνοντας την πραγμάτωση παρεμβατικών προγραμμάτων σε δύο συνθήκες εφαρμογής. Από τη μια, στην πρώτη συνθήκη εφαρμογής τα παιδιά είχαν παρακολουθήσει και είχαν παράγει σκόπιμες χειρονομίες. Από την άλλη, στη δεύτερη συνθήκη τα παιδιά είχαν μόνο παρακολούθηση χειρονομιών, χωρίς να γίνεται οποιαδήποτε σκόπιμη παραγωγή κινήσεων των χεριών από εκπαιδευτικό ή παιδιά.

Αξίζει να τονιστεί ότι πολύ λίγες είναι οι έρευνες που εξέτασαν πώς διαφορετικά είδη παρεμβάσεων επηρέασαν τη γεωμετρική σκέψη των μικρών παιδιών προσχολικής ηλικίας (Kalenine, Pinet, & Gentaz, 2011). Οι Kalenine et al. (2011) πρόσφατα παρείχαν δύο περιβάλλοντα παρέμβασης με την οπτική επαφή και με την απτή σωματική επαφή των μικρών παιδιών με τα σχήματα (τρίγωνα, τετράγωνα και ορθογώνια). Τα αποτελέσματα της έρευνας τους συμφωνούν με το ότι η εμπειρία των παιδιών με τα σχήματα είναι σημαντικό να λάβει υπόψη της το σώμα του παιδιού με τις κινήσεις και την επαφή του με τις έννοιες αυτές. Παρομοίως ο Prigge (1978) εξέτασε τρία διαφορετικά είδη παρέμβασης γεωμετρικής κατανόησης σε παιδιά ηλικίας 5 χρονών. Τα αποτελέσματα της έρευνας του έδειξαν ότι η επαφή των παιδιών με γεωμετρικά αντικείμενα γίνεται πιο φορμαλιστική και αλματώδης όταν τα παιδιά βιώνουν εμπειρίες απτής – άμεσης επαφή (με το σώμα τους) με τα αντικείμενα αυτά. Το γεγονός αυτό αποτελεί ένδειξη ενσωματωμένης μάθησης στη γεωμετρία, η οποία αποτέλεσε στοιχείο μελέτης της παρούσας ερευνητικής διατριβής.

Παραδοχές της Εργασίας

Οι ερευνητικές παραδοχές αναφέρονται στις συνθήκες που έπρεπε να υπάρχουν για να μπορέσει να υλοποιηθεί η ερευνητική αυτή πρόταση. Πιο κάτω παρατίθενται αναλυτικά οι παραδοχές.

Παραδοχή της έρευνας αποτέλεσε το γεγονός ότι μεθοδολογικά οι εκπαιδευτικοί που είχαν επιμορφωθεί ακολούθησαν πιστά τις οδηγίες για εφαρμογή των τριών διαφορετικών παρεμβατικών συνθηκών, αφού δεν υπήρξε οποιαδήποτε πρόνοια για βιντεοσκόπηση των μαθημάτων τους. Οι δάσκαλοι είχαν επιμορφωθεί από την ερευνήτρια και δόθηκε σε αυτούς όλο το απαραίτητο υλικό για τις διδασκαλίες. Στο τέλος κάθε διδασκαλίας οι εκπαιδευτικοί συμπληρώναν ένα έντυπο αναστοχασμού και ανατροφοδότησης. Στόχος του εντύπου αυτού ήταν τόσο η μελλοντική βελτίωση των δομημένων σχεδίων μαθήματος του παρεμβατικού προγράμματος, αλλά και η ανίχνευση της εκτέλεσης του σχεδίου μαθήματος με τον προκαθορισμένο τρόπο που δομήθηκε.

Ειδικότερα, αναμενόταν ότι τα παιδιά θα παρήγαγαν χειρονομίες έπειτα από προτροπή της εκπαιδευτικού να το κάνουν ελεύθερα και αβίαστα στο πλαίσιο των δομημένων μαθημάτων.

Αναμενόταν ότι τα παιδιά θα είχαν παράγει χειρονομίες αβίαστα κατά την επαφή τους με μαθηματικές, χωρικές και γεωμετρικές έννοιες. Η παραδοχή αυτή στηρίχθηκε σε προηγούμενες έρευνες (π.χ. Elia, Gagatsis, & Van den Heuvel Panhuizen, 2014 · Radford, 2009 · Arzarello, Paola, Robutti, & Sabena, 2009 · Pozzer-Ardenghi & Roth 2008), που τόνισαν ότι οι χειρονομίες διαδραματίζουν ένα πολύ σημαντικό ρόλο στην τάξη των μαθηματικών. Επίσης, υπήρξε η πεποίθηση ότι όλα τα παιδιά θα είχαν την βιολογική τάση να παράγουν αυθόρμητα κάποιες χειρονομίες μερικής εμβέλειας και ποιότητας.

Περιορισμοί της Εργασίας

Όλες οι έρευνες έχουν περιορισμούς οι οποίοι είναι σημαντικό να καθορίζονται εξ αρχής. Στην παρούσα έρευνα οι περιορισμοί αφορούσαν τη δειγματοληψία, τις χορηγήσεις των δοκιμών και το παρεμβατικό πρόγραμμα.

Αρχικά, η δειγματοληψία στην οποία η ερευνητική διατριβή στηρίχθηκε βασιζόταν σε κάποια κριτήρια. Μερικά από τα κριτήρια αυτά αφορούσαν την τοποθεσία (αστικά ή αγροτικά), το μέγεθος (αριθμός τάξεων σχολείου) και το είδος (δημόσιο, κοινοτικό, ιδιωτικό) της σχολικής μονάδας, ενώ άλλα σχετίζονταν με την ηλικία (4-6 χρονών) και το κοινωνικοοικονομικό επίπεδο των παιδιών. Η δειγματοληψία κριτηρίου συνδυάστηκε με τη βολική δειγματοληψία, μιας που είχαν λάβει μέρος στην έρευνα μόνο τα παιδιά που οι γονείς τους έδωσαν την συγκατάθεσή τους.

Οι χορηγήσεις των δοκιμών έγιναν αρχικά πριν από το παρεμβατικό πρόγραμμα. Με τη λήξη των παρεμβάσεων και σε διάστημα δύο μηνών από την πρώτη χορήγηση πραγματοποιήθηκε η πρώτη χορήγηση. Τέλος, η τελευταία χορήγηση των δοκιμών έγινε ένα μήνα μετά την τελευταία χορήγηση. Το χρονικό αυτό διάστημα είναι σκόπιμα επιλεγμένο μιας που τα παιδιά αυτής της ηλικίας παρουσιάζουν ραγδαία ανάπτυξη. Πρέπει να σημειωθεί ότι, λόγω των τριών χορηγήσεων των δοκιμίων υπήρξε απώλειας δείγματος λόγω της απουσίας παιδιών κατά την ημέρα χορήγησης. Να σημειωθεί, ότι υπήρξε και η δυνατότητα επαναχορήγησης εντός μικρού χρονικού διαστήματος (στις επόμενες μέρες) εφόσον η σχολική μονάδα το επέτρεπε.

Οι παρεμβάσεις εφαρμόστηκαν από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς των 18 τάξεων που έτυχαν ειδικής επιμόρφωσης. Οι εκπαιδευτικοί κλήθηκαν να συμπληρώσουν αναστοχαστικά ημερολόγια για κάθε διδασκαλία που έκαναν με στόχο τόσο την επιβεβαίωση πραγμάτωσης του εκάστοτε παρεμβατικού σχεδίου μαθήματος, όσο και τη μελλοντική βελτίωση του. Ο έλεγχος όμως της ποιοτικής και λεπτομερής εφαρμογής του σχεδίου μαθήματος δεν μπορεί να είναι απόλυτος αφού δεν είχαν πραγματοποιηθεί βιντεοσκοπήσεις των μαθημάτων αυτών.

Δομή της Εργασίας

Η παρούσα ερευνητική εργασία αποτελείται από έξι κεφάλαια. Στο παρόν πρώτο κεφάλαιο παρουσιάζεται αρχικά ο βασικός προβληματισμός που κρύβεται πίσω από την έρευνα, αλλά και ο σκοπός, οι στόχοι και τα ερευνητικά ερωτήματα που στηρίχθηκε το ερευνητικό έργο. Επιπλέον, εδώ αναφέρονται οι παραδοχές και οι περιορισμοί της έρευνας, καθώς και η σημαντικότητα και η πρωτοτυπία που τη διακρίνει. Ως τελευταίο σημείο του κεφαλαίου γνωστοποιούνται κάποιοι βασικοί εννοιολογικοί ορισμοί που είναι χρήσιμοι τόσο στο θεωρητικό υπόβαθρο, όσο και αργότερα σε επόμενα κεφάλαια, όπως στην παρουσίαση των αποτελεσμάτων.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται μια εκτενής αναφορά στο βιβλιογραφικό υπόβαθρο που στηρίζει την έρευνα. Το κεφάλαιο αυτό δομείται από πέντε υποκεφάλαια. Το πρώτο αφορά το ερευνητικό έργο γύρω από έννοιες και ορισμούς για τη γεωμετρία και το σχήμα. Ειδικότερα, αναλύονται θεωρίες ερευνητών για την εικόνα της έννοιας και του ορισμού (concept image και concept definition, αντίστοιχα), για τα επίπεδα και τα στάδια γεωμετρικής σκέψης, σύνθεσης και ανάλυσης σχημάτων, αλλά και για τη χωρική αντίληψη (spatial ability) και τους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς που μπορεί ένα σχήμα να υποστεί. Το δεύτερο υποκεφάλαιο αναφέρεται στην πολυτροπική προσέγγιση (multimodal approach) και στη ενσωματωμένη γνώση (embodiment knowledge). Το τρίτο υποκεφάλαιο αναφέρεται στη σημειωτική προσέγγιση (semiotic approach), στις χειρονομίες αλλά και το λόγο στο μάθημα της γεωμετρίας. Ακολούθως, στο τέταρτο μέρος, παρουσιάζεται μία σύνθεση θεωριών για τη γεωμετρική σκέψη, τη χωρική ικανότητα, της χειρονομίες και το μαθηματικό λόγος των παιδιών προσχολικής ηλικίας. Στο πέμπτο μέρος παρουσιάζονται διάφορα διεθνώς αναγνωρισμένα αναλυτικά προγράμματα μάθησης γεωμετρίας προσχολικής ηλικίας και προηγούμενα παρεμβατικά προγράμματα στο ίδιο ηλικιακό εύρος υποκειμένων.

Ακολούθως, στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφεται αναλυτικά η μεθοδολογία της έρευνας. Στο κεφάλαιο αυτό καθορίζεται ο πληθυσμός και τα υποκείμενα της έρευνας, καθώς και η διαδικασία εκτέλεσης της έρευνας με τις φάσεις διεξαγωγής του ερευνητικού έργου και τα μέσα συλλογής δεδομένων (ποσοτικών και ποιοτικών), προτάσσοντας τις τεχνικές ανάλυσης των δεδομένων αυτών. Στο κεφάλαιο αυτό καταγράφονται λεπτομερώς όλα τα μέσα, υλικά και εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν στο παρεμβατικό πρόγραμμα με τα σχέδια μαθήματος και το υλικό επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του ερευνητικού έργου, τα οποία διακρίνονται σε δύο μέρη, οργανωμένα σύμφωνα με τα ερευνητικά ερωτήματα που τέθηκαν εξ αρχής από το πρώτο κεφάλαιο. Το πρώτο μέρος αφορά τη δομή της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, τις σχέσεις μεταξύ των παραγόντων της δομής αυτής, με αναφορά στη σχέση μεταξύ των δύο ηλικιακών ομάδων που αποτελούν τα παιδιά προσχολικής εκπαίδευσης. Κλείνοντας, το μέρος αυτό περιγράφονται οι κατηγορίες (τα είδη) των λαθών των παιδιών, ανά παράγοντα δομής αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Το δεύτερο μέρος αφορά το παρεμβατικό πρόγραμμα και τα αποτελέσματα των διαφορετικών περιβαλλόντων εφαρμογής του, στην επίδοσης των παιδιών ως προς την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος.

Το πέμπτο κεφάλαιο γίνεται συζήτηση των αποτελεσμάτων και προσπάθεια περιγραφής ενός ενιαίου μοντέλου αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, στο οποίο περιέχει βασικά αποτελέσματα από τις ποσοτικές και ποιοτικές αναλύσεις. Στο σημείο αυτό αναλύεται και ο ρόλος των χειρονομιών ως σημειωτικών πηγών στη διδασκαλία της γεωμετρίας στην προσχολική ηλικία, σύμφωνα με την επίδραση των διαφορετικών περιβαλλόντων εφαρμογής του παρεμβατικού προγράμματος. Τα αποτελέσματα αντιπαραβάλλονται με το υπάρχον θεωρητικό πλαίσιο.

Τέλος, το έκτο κεφάλαιο ασχολείται με τα συμπεράσματα που πηγάζουν μέσα από τα αποτελέσματα της έρευνας. Εδώ γίνεται μία διασύνδεση των θεωριών που προτάθηκαν στο δεύτερο κεφάλαιο με τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν στο τέταρτο κεφάλαιο. Στόχος του κεφαλαίου είναι ο εντοπισμός τυχόν συμφωνιών ή μη των υπαρχουσών θεωριών με τα δεδομένα της ερευνητικής εργασίας. Στο εν λόγω κεφάλαιο πραγματοποιείται μία συζήτηση γύρω από τον τρόπο που τα αποτελέσματα της συγκεκριμένης έρευνας προσθέτουν στο πεδίο της εκπαίδευσης.

Εννοιολογικοί Ορισμοί Βασικών Εννοιών

Βασικοί ορισμοί των πιο σημαντικών εννοιών που έχουν χρησιμοποιηθεί στην παρούσα έρευνα αναγράφονται στο μέρος αυτό, αποσαφηνίζοντας έτσι τυχόν ανακρίβειες που μπορεί να υπάρξουν. Οι ορισμοί αυτοί παρατίθενται όπως παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία και όπως χρησιμοποιήθηκαν στην ανάλυση των αποτελεσμάτων της έρευνας μας.

Εννοιολογική Σύλληψη του Γεωμετρικού Σχήματος

Η εννοιολογική σύλληψη (Geometrical Figure Apprehension) του σχήματος προσεγγίζεται μέσα από τέσσερις τρόπους σύμφωνα με τον Duval (1995). Συγκεκριμένα, οι τέσσερις τύποι γνωστικής-εννοιολογικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος που προτείνει είναι: η αντιληπτική σύλληψη (perceptual apprehension), η σειριακή ή ακολουθιακή σύλληψη (sequential apprehension), η λεκτική σύλληψη (discursive apprehension) και τέλος η λειτουργική σύλληψη (operative apprehension). Στην προσχολική ηλικία, σύμφωνα και με τον Duval (1998), για τα μικρά παιδιά η αντιληπτική και η λειτουργική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος είναι πιο προσιτή. Έμφαση της ερευνητικής εργασίας αποτελεί η αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος με συνδυασμό στοιχείων λειτουργικής σύλληψης μερεολογικής τροποποίησης των σχημάτων. Οι άλλοι δύο τύποι έχουν πιο αφηρημένη προσέγγιση του σχήματος.

Αναλυτικά, από την μία, η αντιληπτική σύλληψη σχετίζεται με την αναγνώριση του σχήματος ως ολότητα, με την πρώτη ματιά. Το παιδί ονομάζει τα σχήματα και κατανόηση της συνολικής μορφής του σχήματος. Είναι ικανό όμως και να εντοπίζει τα υποσχήματα του, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι μπορεί να κάνει οποιαδήποτε περαιτέρω επεξεργασία. Από την άλλη, η λειτουργική σύλληψη ξεπερνά την αντιληπτική αναγνώριση και εισέρχεται σε οπτική επεξεργασία του γεωμετρικού σχήματος. Αυτός ο τύπος σύλληψης είναι αρωγός στην επίλυση γεωμετρικού προβλήματος μέσα από φυσικούς ή νοερούς μετασχηματισμούς του αρχικού σχήματος και εναπόκειται στους διάφορους τρόπους τροποποίησης ενός σχήματος. Τα τρία είδη τροποποιήσεων ενός γεωμετρικού σχήματος, τα οποία συνιστούν τη λειτουργική σύλληψη είναι η μερεολογική τροποποίηση (mereologic), η οπτική τροποποίηση (optic) και η τροποποίηση αλλαγή θέσης (placeway) (Duval, 1995, 1999). Η μερεολογική τροποποίηση (mereologic) ασχολείται με τη διάσπαση του ολόκληρου σχήματος σε διάφορα υποσχήματα, στο συνδυασμό των υποσχημάτων αυτών σε ένα άλλο ενιαίο σχήμα, αλλά και στην εμφάνιση νέων υποσχημάτων. Η οπτική τροποποίηση (optic) επιτρέπει τη σμίκρυνση ή τη μεγέθυνση του σχήματος ή το να εμφανίζεται λοξό, σαν να γίνεται χρήση φακών. Τα σχήματα, παρόλο που εμφανίζονται διαφορετικά, δεν έχουν υποστεί οποιαδήποτε αλλαγή στις ιδιότητες τους. Τέλος, στη τροποποίηση αλλαγής θέσης (placeway) κεντρικό στοιχείο είναι ο προσανατολισμός του σχήματος, ο οποίος αλλάζει. Η τροποποίηση αυτή είναι ο πιο αδύναμος μετασχηματισμό της λειτουργικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος.

Αποδόμηση Διαστάσεων

Η αποδόμηση (ανάλυση) διαστάσεων (Dimensional Deconstruction) ενός σχήματος είναι η αλλαγή στη διάσταση οποιουδήποτε σχήματος ή γεωμετρικής σύνθεσης προς αναγνώριση (Duval, 2005). Αυτός ο τρόπος αντιληπτικής σύλληψης του σχήματος υπερβαίνει και κάποτε έρχεται σε σύγκρουση με την καθιερωμένη αντίληψη. Έχοντας υπόψη αυτό, μπορεί να υπάρξει ένας διαχωρισμός μεταξύ των γνωστικών λειτουργιών της οπτικοποίησης (visualization) γεωμετρικών σχημάτων και των ιδιοτήτων τους. Αυτές οι λειτουργίες είναι απαραίτητες για τη σύλληψη των γεωμετρικών ιδιοτήτων. Επιπλέον, η διάκριση μεταξύ των μονάδων του σχήματος (figural units), για παράδειγμα από δισδιάστατο σχήμα σε γραμμή ή ευθύγραμμο τμήμα (2D/1D) ή από δισδιάστατο σχήμα σε μια διάσταση - σημείο (2D/0D) ή από ένα δισδιάστατο σχήμα σε ένα άλλο δισδιάστατο σχήμα (2D/2D) απαιτούν τη διάσπαση όλων των κλειστών περιγραμμάτων των σχημάτων.

Χειρονομίες

Χειρονομία (Gesture) ως ορισμός είναι οι αυθόρμητη κίνηση των χεριών που παράγονται συγχρονισμένα με την ομιλία (McNeill, 1992, 2005). Οι Arzarello, Paola, Robutti και Sabena (2009) χαρακτηριστικά αναφέρουν ότι οι χειρονομίες αφορούν όλες εκείνες τις κινήσεις των χεριών και των μπράτσων που παράγονται κατά την εκτέλεση μιας γνωστική (π.χ. μαθηματικών) δραστηριότητας και δεν αποτελούν συγκεκριμένα μέρη οποιασδήποτε άλλης δράσης. Σύμφωνα και με τον McNeil (1992),οι χειρονομίες μπορούν να χωριστούν σε τέσσερις κατηγορίες: τις δεικτικές, τις μεταφορικές, τις εικονικές και τις επαναλαμβανόμενες. Οι δεικτικές χειρονομίες (deictic) αφορούν ενέργειες στο χώρο και αντικείμενα που υπάρχουν στην πραγματικότητα ή απεικονίζονται εικονικά. Οι μεταφορικές χειρονομίες (metaphoric) αναφέρονται σε μια αφηρημένη έννοια – κατάσταση. Οι εικονικές χειρονομίες (iconic) συνδέονται με το σημασιολογικό περιεχόμενο του λόγου, αφού έχουν αναπαριστούν πραγματικά αντικείμενα ή ενέργειες. Τέλος, οι επαναλαμβανόμενες χειρονομίες (temporal highlighting) είναι απλές σε δομή και στόχο έχουν να δώσουν έμφαση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙ

ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

Εισαγωγή

Την τελευταία δεκαετία παρατηρήθηκε ότι το ερευνητικό ενδιαφέρον για τη μαθηματική προσχολική εκπαίδευση έχει σημειώσει αλματώδης αύξηση. Άξιο αναφοράς είναι το γεγονός ότι δημιουργήθηκαν ειδικές ερευνητικές ομάδες παγκόσμιας εμβέλειας, όπως το 2013 στο Ευρωπαϊκό Συνέδριο για την Έρευνα στη Μαθηματική Παιδεία (Congress of the European Society for Research in Mathematics Education – CERME) όπου υπήρχε ειδική συζήτηση (βλέπε http://www.cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/wg13_papers.html), γύρω από την προσχολική ηλικία, αλλά και στο πρόσφατο διεθνές συνέδριο για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών (International Commission on Mathematical Instruction - ICMI - http://www.umac.mo/fed/ICMI23/). Δυστυχώς, όμως, στα προαναφερθέντα, όπως μπορεί να παρατηρήσει κανείς, δεν φαίνεται να δίνεται τόσο μεγάλη έμφαση στον τομέα της γεωμετρίας, ο οποίος αποτελεί πλέον αναπόσπαστο κομμάτι των εκσυγχρονισμένων αναλυτικών προγραμμάτων στα μαθηματικά της προσχολικής ηλικίας.

Η γεωμετρία συχνά χαρακτηρίζεται ως «τα μαθηματικά του χώρου» και θεωρείται ένας τρόπος σύνδεσης των μαθηματικών με τον πραγματικό κόσμο (Bishop, 1983 · Clements, 1998). Η γεωμετρία σύμφωνα με τον Battista (2007, σελ. 843) είναι «ένα δίκτυο από έννοιες και τρόπους επιχειρηματολογίας και αναπαραστατικών συστημάτων» που χρησιμοποιούνται για να εξερευνήσουμε και να αναλύσουμε τα σχήματα και το χώρο. Για το λόγο αυτό πολλοί ερευνητές, όπως ο Usiskin (1997), υποστηρίζουν ότι η γεωμετρία πρέπει να διδάσκεται από τα πρώτα χρόνια εκπαίδευσης των παιδιών στα σχολεία. Άξιο αναφοράς είναι το γεγονός ότι το National Association for the Education of Young Children και το National Council of Teachers of Mathematics (2002) τονίζουν ότι πρέπει να καλλιεργείται η γεωμετρική σκέψη στα παιδιά από την προσχολική ηλικία. Αδιαμφισβήτητα, στο συγκεκριμένο ηλικιακό εύρος ο τομέας της γεωμετρίας και της χωρική αντίληψης αποτελεί μια σημαντική πτυχή της μαθηματικής εκπαίδευσης (NCTM, 2006). Ένα συχνό φαινόμενο είναι η μη εστίαση στον τομέα της γεωμετρίας, τόσο στην προσχολική εκπαίδευση (Sarama & Clements, 2009) όσο και στην επαγγελματική κατάρτιση των εκπαιδευτικών προσχολικής (Ginsburg et al., 2006). Ως εκ τούτου, μιας που η γεωμετρία αποτελεί ένα τομέα των σχολικών μαθηματικών που απαιτεί οπτικό-χωρικό συλλογισμό, αρκετοί ερευνητές στηρίζουν ότι τα αναλυτικά προγράμματα θα πρέπει να εστιαστούν στον τομέα αυτό (Singlair & Bruce, 2015).

Πληθώρα διακεκριμένων επιστημονικών ερευνητών καταπιάνονται στο θέμα της φύσης των γεωμετρικών εννοιών και των νοητικών αναπαραστάσεων, του γεωμετρικού συλλογισμού και της διδασκαλίας της γεωμετρίας. Ειδικότερα, η ερευνητική ομάδα των Levenson, Tirosh και Tsamir (2011) έκαναν έρευνες για το γεωμετρικό σχήμα με τα παραδείγματα και τα αντιπαραδείγματα του. Οι Piaget και Inhelder (1967) μελέτησαν τον τρόπο ανάπτυξης των νοητικών αναπαραστάσεων των παιδιών και καθόρισαν ηλιακά επίπεδα ικανοτήτων. Από τη μία, ο Fischbein (1993) και ο Duval (2006 · 2014) ασχολήθηκαν με τη φύση των γεωμετρικών εννοιών – σχημάτων, αναλύοντας ο καθένας τη δική του οπτική γωνιά για το θέμα, με τον Duval (1999) να δίνει ένα πιο πρακτικό φακό με τη διάκριση των τεσσάρων τύπων γνωστικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Από την άλλη, οι Van Hieles (1986) και οι Clements και Battista (1992 · 2009) πρότειναν θεωρίες ανάπτυξης του γεωμετρικού συλλογισμού των παιδιών. Ο Duval (2013) προτείνει ένα μαθηματικό τρόπο οπτικοποίησης του σχήματος στη γεωμετρία, μέσα από την αποδόμηση των διαστάσεων και τον εντοπισμό των σχηματικών μονάδων που αποτελούν το σχήμα αυτό. Ο ίδιος προτάσσει την άποψη ότι οι εκπαιδευτικοί κατά τη διδασκαλία της γεωμετρίας θα πρέπει να δίνουν την ευκαιρία στα παιδιά να έρθουν σε επαφή με αυτό τον «ασυνήθιστο» τρόπο οπτικοποίησης.

Αδιαμφισβήτητα ένας πολύ σημαντικός στόχος της προσχολικής εκπαίδευσης είναι η ανάπτυξη του μαθηματικού λόγου και ανάπτυξης ισχυρισμών (π.χ. NCTM, 2006). Επομένως, τα σημειωτικά συστήματα αναπαράστασης, όπως οι χειρονομίες στο συγκεκριμένο ηλικιακό εύρος παιδιών, πιστεύεται ότι διαδραματίζουν κάποιο σημαντικό ρόλο στην επικοινωνία και στη δόμηση της γνώσης στη γεωμετρία. Είναι κοινά αποδεκτό ότι, μόλις τα τελευταία 15 χρόνια η έρευνα γύρω από τις χειρονομίες έχει ενταχθεί στις συζητήσεις για τη διδασκαλία των μαθηματικών (Krause, 2015 · Arzarello & Edwards, 2005). Οι χειρονομίες θεωρούνται σημαντικές πηγές στη διαδικασία μάθησης μαθηματικών. Αποτελούν πηγή η οποία μπορεί να ανταποκριθεί άριστα τόσο στην αναπαραστατική όσο και στην επιστημονική λειτουργία των συλλογικών διαδικασιών εργασίας (Dreyfus, Sabena, Kidron, & Arzarello, 2014).

Το γεγονός αυτό στηρίζει και η ερευνητική ομάδα των Sinclair et al. (2016), η οποία πρόσφατα μελέτησε έρευνες γεωμετρίας του διεξήχθηκαν κατά το χρονικό διάστημα 2008-2016 και γνωστοποιήθηκαν μέσα από το Διεθνές Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας (International Congresson Mathematics Education - ICME) αλλά και σε πρακτικά άλλων διεθνώς αναγνωρισμένων συνεδρίων για τη μαθηματική παιδεία όπως το PMEκαι το CERME. Οι ίδιοι αναφέρουν ότι οι έρευνες γύρω από τη σημειωτική και την ενσωματωμένη φύση της γεωμετρικής σκέψης και μάθησης είναι πολύ πρόσφατες, αλλά φαίνεται να εμβαθύνουν στον τρόπο σκέψης και δράσης των μαθητών. Οι έρευνες γύρω από τη σημειωτική προσέγγιση εστιάζονται κυρίως στη σημειωτική δέσμη (semiotic bundle, βλέπε Arzarello, 2006), στην επικοινωνία του σημείου (semiotic mediation, βλέπε Bussi & Mariotti, 2008) και στο σημειωτικό παιχνίδι (semiotic game, βλέπε Arzarello et al., 2009) μεταξύ των παιδιών και του εκπαιδευτικού.

Πρόσφατα οι Jones και Tzekaki (2016) σε κεφάλαιο τους στα πρακτικά ερευνών Ψυχολογίας της Μαθηματικής Παιδείας (The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education – PME) αναφέρονται στη διδασκαλία και στη μάθηση της γεωμετρίας. Οι ίδιοι ξεχώρισαν σε ένα από τα υποκεφάλαια τους τη σημαντική επίδραση που φαίνεται να έχουν οι κινήσεις των χεριών και ο χωρικός συλλογισμός στην οπτικοποίηση στη γεωμετρία. Η παρούσα έρευνα εντοπίζει και παρουσιάζει έρευνες των τελευταίων 10 χρόνων για να υπογραμμίσει το κενό που υπάρχει στη μελέτη παιδιών προσχολικής ηλικίας γύρω από το θέμα αυτό. Παρομοίως, η δομή της εννοιολογικής σύλληψης του σχήματος στη γεωμετρίας του Duval δεν έχει μελετηθεί για τη συγκεκριμένη ηλικιακή ομάδα. Μέσα από μια ενδελεχώς αναπτυγμένη βιβλιογραφική ανασκόπηση τονίζεται στο παρόν κεφάλαιο η αναγκαιότητα, η σημαντικότητα καθώς και η πρωτοτυπία της μελέτης του θέματος που εξετάζει η παρούσα διδακτορική διατριβή.

Το παρόν κεφάλαιο χωρίζεται σε τέσσερα μέρη τα οποία αφορούν διαφορετικούς τομείς έρευνας. Στο πρώτο και μεγαλύτερο μέρος παρουσιάζεται ερευνητικό έργο γύρω από έννοιες και ορισμούς για τις θεωρίες για τη διδασκαλία και τη μάθηση της γεωμετρίας. Ειδικότερα, αναλύονται θεωρίες ερευνητών για την εικόνα της έννοιας και του ορισμού για το σχήμα, για τα επίπεδα και τα στάδια γεωμετρικής σκέψης, σύνθεσης και ανάλυσης σχημάτων, αλλά και για τη χωρική αντίληψη και τους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς που μπορεί ένα σχήμα να υποστεί. Δίνεται έμφαση τόσο στο θέμα της οπτικοποίησης, όσο και στο θέμα της προσχολικής γεωμετρικής εκπαίδευσης και των τεστ μαθηματικών ικανοτήτων για την ηλικιά αυτή. Στο δεύτερο μέρος δίνεται έμφαση στις κινήσεις των χεριών (χειρονομίες). Ακολούθως, στο τρίτο μέρος, παρουσιάζεται μία σύνθεση θεωριών για τη γεωμετρική σκέψη, τη χωρική ικανότητα, της χειρονομίες και το μαθηματικό λόγος των παιδιών προσχολικής ηλικίας. Τέλος, στο τέταρτο μέρος γίνεται αναφορά σε παρεμβατικά προγράμματα και διεθνώς αναγνωρισμένα αναλυτικά προγράμματα μάθησης γεωμετρίας στην προσχολική ηλικία. Στο διάγραμμα 2.1. παρουσιάζεται διαγραμματικά η δομή που έχει ακολουθηθεί στο θεωρητικό υπόβαθρο.

Διάγραμμα 2.1. Διαγραμματική μορφή του θεωρητικού υπόβαθρου.

Θεωρίες Διδασκαλίας και Μάθησης της Γεωμετρίας

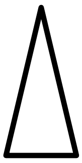
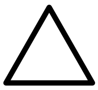
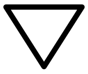
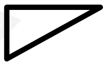
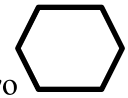
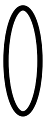
Εικόνα Έννοιας και Ορισμός Έννοια

Τα μικρά παιδιά μαθαίνουν και αναπτύσσουν έννοιες, συμπεριλαμβανομένου έννοιες γεωμετρίας, πριν ακόμη φοιτήσουν για πρώτη φορά στο δημοτικό σχολείο (Clements, Swaminathan, Hannibal & Sarama, 1999). Η έννοια, σύμφωνα με τον Freudenthal (1991), είναι το προϊόν της γνώσης. Ειδικότερα, ο ίδιος αναφέρει ότι «Η γνώση δεν αρχίζει από τις έννοιες, αλλά αντίστροφα: οι έννοιες είναι το αποτέλεσμα της γνωστικής διαδικασίας» (Freudenthal, 1991, σ.18). Οι Tall και Vinner (1981) αναφέρουν ότι ο ορισμός έννοιας (concept definition) είναι «ένα σύνολο από λέξεις που χρησιμοποιούνται για να συγκεκριμενοποιήσουν την έννοια» (σ. 152). Υπάρχει ο τυπικός και ο άτυπος ορισμός της έννοιας. Ο άτυπος προέρχεται από το ίδιο το άτομο και έχει ιδιοσυγκρασιακά χαρακτηριστικά, ενώ ο τυπικός είναι μαθηματικά αποδεκτός ορισμός που στηρίζεται σε θεωρίες και αξιώματα. Η εικόνα της έννοιας (concept image) ορίζεται από τους προαναφερθέντας ερευνητές ως «το σύνολο των γνωστικών δομών που σχετίζονται με την έννοια, οι οποίες συμπεριλαμβάνουν όλες τις νοερές εικόνες και σχετίζεται με ιδιότητες και διαδικασίες της έννοιας» (Tall & Vinner, 1981, σελ. 152). Η εικόνα του ορισμού μπορεί να συμφωνεί με τον ορισμό της έννοιας, αλλά μπορεί και να υπάρχει ασυμφωνία μεταξύ τους, γεγονός που προκαλεί προβλήματα στην αναγνώριση σχημάτων (Vinner, 1991 · 2011). Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα ασυμφωνίας του ορισμού με την εικόνα της έννοιας παρουσιάστηκε στην έρευνα των Levenson, Tsamir & Tirosh (2007), όταν δύο παιδιά ηλικίας έξι χρονών όρισαν τον αριθμό μηδέν ως «ούτε άρτιος, ούτε περιττός αριθμός».

Η ερευνητική ομάδα των Levenson, Tirosh & Tsamir (2011) σε πρόσφατες έρευνες τους ερεύνησαν τον τρόπο που τα παιδιά ηλικίας τεσσάρων μέχρι έξι χρονών ταξινομούν τα σχήματα σε παραδείγματα και μη παραδείγματα τριγώνων, καθώς και πώς αιτιολογούν της ταξινόμηση τους αυτή. Οι ίδιοι εντόπισαν ποια είδη σχημάτων αναγνωρίζονται ή όχι από τα παιδιά πιο εύκολα ως παραδείγματα τριγώνων ή ως παράδειγμα μη τριγώνων. Ο πιο κάτω Πίνακα 2.1 φανερώνει τα ευρήματα της έρευνας αυτής.

Πίνακας 2.1

Ταξινόμηση Τριγώνων Συλλογής Διακριτών Σχημάτων (Levenson, Tirosh, & Tsamir, 2011)

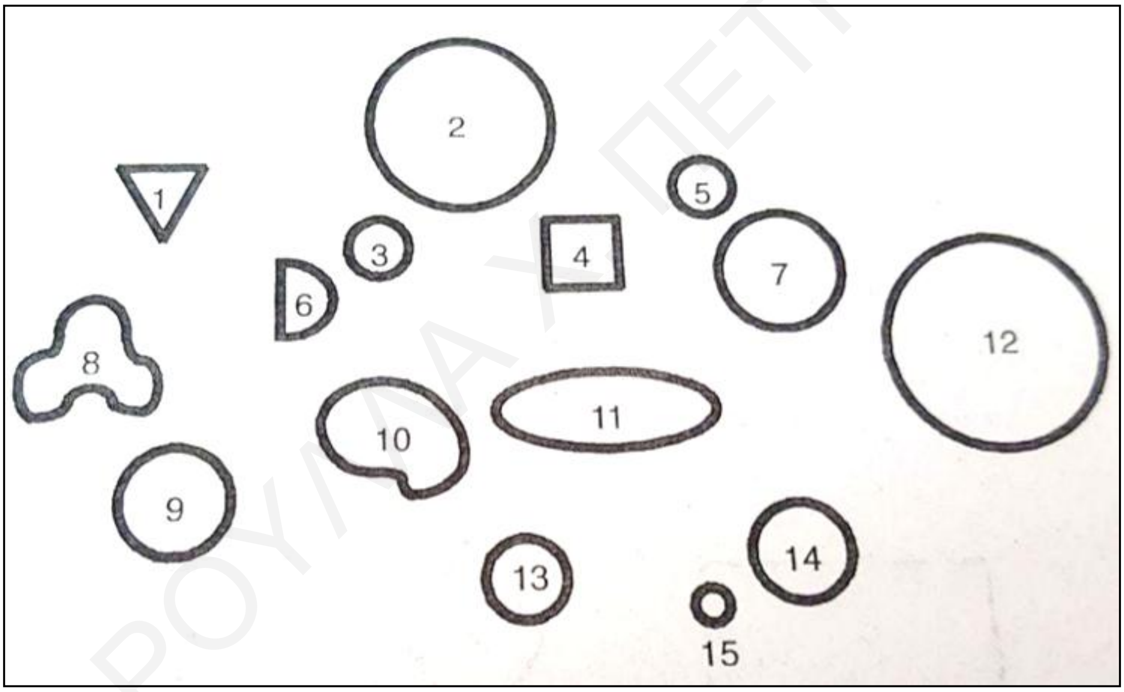
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ	Ψυχοδιδακτική Διάσταση	
Μαθηματική Διάσταση	Διαισθητικά (Intuitive)	Μη διαισθητικά (Non-intuitive)
Παραδείγματα (Examples)	Ισοσκελές τρίγωνο  Ισόπλευρο τρίγωνο 	Λοξό τρίγωνο  Αναποδογυρισμένο τρίγωνο  Ορθογώνιο τρίγωνο   Αμβλυγώνιο τρίγωνο  Σκαληνό τρίγωνο
Αντί-παραδείγματα (Non-examples)	Τετράγωνο   Εξάγωνο  Έλλειψη	Τρίγωνο με ζικ-ζακ πλευρές   Πεντάγωνο  Ανοικτό τρίγωνο Τρίγωνο με καμπυλωτές κορυφές 

Αξίζει να αναφερθεί ότι πάνω από το 90% των αιτιολογήσεων των παιδιών βασίζονταν σε διαισθητικούς παράγοντες για να διαχωρίσουν τα τρίγωνα από τα μη τρίγωνα. Μετά το παρεμβατικό πρόγραμμα που εφάρμοσαν για τη διάκριση των παραδειγμάτων και μη των τριγώνων, εστιάζοντας στις κριτικές ιδιότητες τους και παραμερίζοντας τις μη κριτικές, τα παιδιά είχαν καλύτερα αποτελέσματα στην αναγνώριση των τριγώνων που προηγουμένως ήταν δύσκολο για αυτά να τα εντοπίσουν. Κριτικές ιδιότητες (critical) είναι οι ιδιότητες που παίζουν καθοριστικό ρόλο για την ονομασία ενός σχήματος π.χ. αφορούν αριθμό πλευρών και γωνιών, αλλά και είδος γραμμών (καμπύλες ή ευθείες). Οι μη κριτικές (non-critical) ιδιότητες αναφέρονται σε στοιχεία πιο γενικά που δεν καθορίζουν το σχήμα, π.χ. μέγεθος (μικρό ή μεγάλο), προσανατολισμός (κατακόρυφος ή οριζόντιος ή περιστρεμμένο βάσει κάποιων μοιρών), λοξότητα, χρώμα κ.ά.. Ειδικότερα, στην έρευνα αυτή εστίασαν στις μυτερές κορυφές, στις ευθύγραμμες πλευρές, στα κλειστά σχήματα και στην πληθικότητα (τρία) των γωνιών και των πλευρών του σχήματος, δίνοντας έμφαση σε ένα ορισμό εργασίας (working definition). Ο ορισμός αυτός περιέχει όλες τις κριτικές ιδιότητες που χρειάζεται ένα σχήμα για να προσδιοριστεί και θεωρείται ως ο ιδανικός για τα παιδιά αυτού του ηλικιακού εύρους (π.χ. τρίγωνο είναι το σχήμα που δομείται από μια κλειστή τεθλασμένη γραμμή με τρείς γωνίες). Η σημασία ύπαρξης του συγκεκριμένου ορισμού τονίζεται και από την ερευνητική ομάδα των Tsamir, Tirosh, Levenson, Barkai, & Tabach (2015).

Αξιοσημείωτο είναι ότι σε έρευνα των Tsamir, Tirosh, & Levenson (2008) εντοπίστηκε ότι τα παιδιά αρχικά αποδέχονταν διαισθητικά ως τρίγωνα και τα σχήματα που είχαν καμπύλα τμήματα γραμμών. Στην έρευνα τους φάνηκε ότι τα παιδιά έδωσαν έμφαση στην έννοια της «τριάδας» (τρεις γωνίες, τρία ευθύγραμμα τμήματα) και διαχώρισαν τα σχήματα βάσει αυτού αγνοώντας άλλα κριτήρια που να μετέτρεπαν το σχήμα σε αντιπαράδειγμα τριγώνου (π.χ. ανοιχτό σχήμα). Σε κάποιες περιπτώσεις ήταν πιο εύκολο για τα παιδιά να εντοπίσουν τα αντιπαραδείγματα των σχημάτων αντί τα παραδείγματα τους, γεγονός που έρχεται σε συμφωνία και με άλλες έρευνες (π.χ. Tsamir et al., 2015).

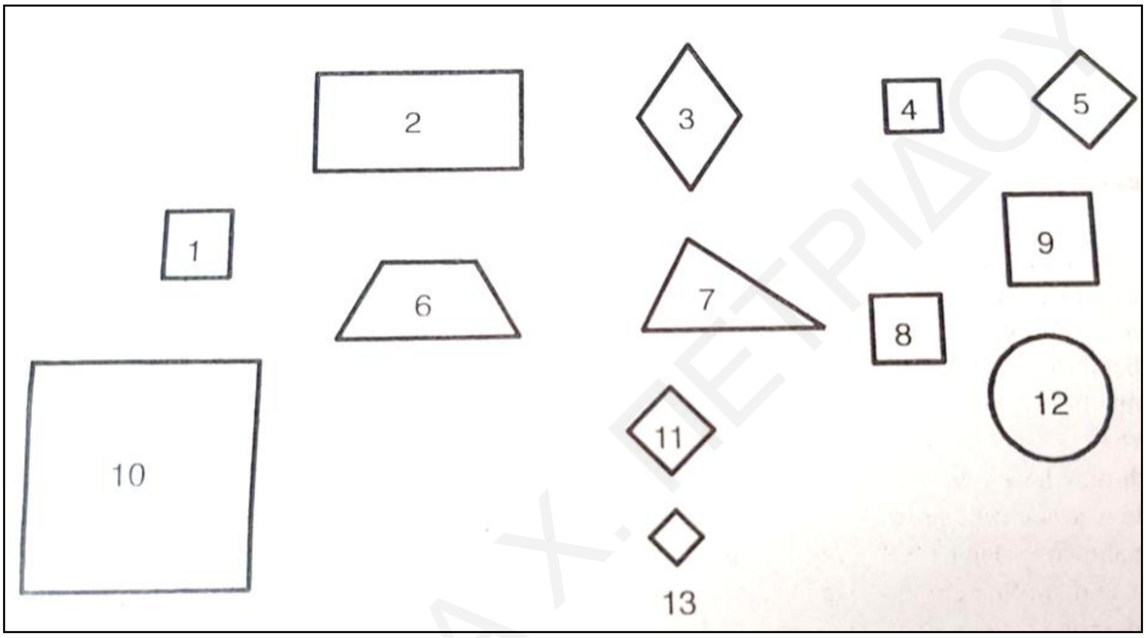
Μεγαλώνοντας τα παιδιά αρχίζουν να αναπτύσσουν και «πρωτότυπα» (prototypes) των σχημάτων. Με τον όρο «πρωτοτυπικά» σχήματα αναφερόμαστε στα «ιδεατά» σχήματα που έχουν τα παιδιά στο μυαλό τους για ένα σχήμα, από τα οποία αποτελούνται και οι αρχικές εικόνες εννοιών (concept image). Τα πρωτοτυπικά σχήματα αποτελούν τα «ιδανικά» παραδείγματα σχημάτων, τα οποία είναι συνήθως συμμετρικά κλειστά σχήματα (Rosch, 1975). Για το λόγο αυτό οι Clements, Sarama και DiBiase, (2003) υποστηρίζουν ότι οι κύκλοι και τα τετράγωνα είναι τα δύο σχήματα που τα παιδιά αναγνωρίζουν με μεγαλύτερη ευκολία, ακόμη και σε ομάδες σχημάτων που υπάρχουν αρκετές παραλλαγές των σχημάτων αυτών. Αυτό μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι στα συγκεκριμένα είδη σχημάτων η εικόνα και ο ορισμός της έννοιας του σχήματος είναι πολύ κοντά.

Τα πρωτοτυπικά σχήματα, μιας και δομούνται πρώτα, αποτελούν για τα παιδιά τη βάση σύγκρισης όλων των άλλων σχημάτων που έρχονται σε επαφή και καλούνται να τα τοποθετήσουν σε παραδείγματα και μη δοσμένων κατηγοριών σχημάτων (Attneave, 1957 · Rosch, 1973). Συνήθως, παρατηρείται ότι τα σχήματα της κατηγορίας αυτής έχουν αρκετές μη κριτικές ιδιότητες που κυριαρχούν και ελκύουν το ενδιαφέρον των παιδιών (Hershkowitz, 1989). Χαρακτηριστική ένδειξη πρωτοτυπικότητας είναι και η έννοια της «τριάδας», που αναφέρθηκε νωρίτερα από τους Tsamir, Tirosh & Levenson (2008). Πάραυτα, τα πρωτοτυπικά παραδείγματα σχημάτων και η υπερβολική εξάρτηση των παιδιών από αυτά φαίνεται να προκαλούν προβλήματα στην ανάπτυξη μιας ολοκληρωμένης κατανόησης της έννοιας (Tsamir et al., 2008). Από παλαιότερες έρευνες, οι Clements et al.(1999) υποστηρίζουν ότι οι μη κριτικές ιδιότητες των σχημάτων δεν πρέπει να χρησιμοποιούνται σε συχνά παραδείγματα σχημάτων για τα παιδιά αυτής της ηλικιακής ομάδας.



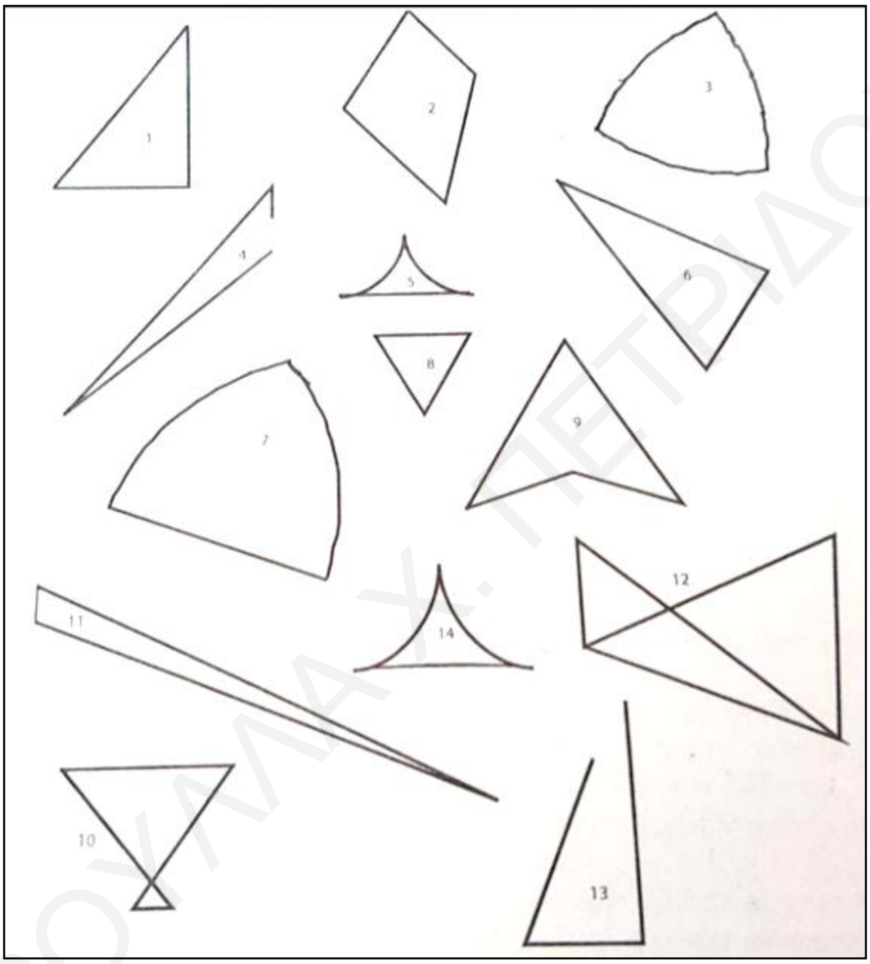
Διάγραμμα 2.2. Συλλογή διακριτών σχημάτων για το σχήμα του κύκλου (Razel & Eylon, 1991).

Ειδικότερα, στην έρευνα της ομάδας των Clements et al. (1999) εξετάστηκαν παιδιά ηλικίας 4 με 6 χρονών για την ικανότητα τους να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν δισδιάστατα σχήματα. Τα μικρά παιδιά φαίνεται να εντοπίζουν με επιτυχία πάνω από το 90% των κύκλων που παρουσιάζονται στο διάγραμμα 2.2 (τετράχρονα 92%, πεντάχρονα 96% και εξάχρονα 99%). Πολύ λίγα παιδιά επέλεξαν την έλλειψη και τα σχήματα με τις καμπύλες γραμμές. Παρόλα αυτά, όταν ζητήθηκε από αυτά να περιγράψουν τους κύκλους, τα πλείστα παιδιά ανέφεραν ότι ο κύκλος είναι «στρογγυλός». Επομένως, τα συγκεκριμένα παιδιά εντόπιζαν με ευκολία τους κύκλους αλλά δυσκολεύονταν αρκετά στην περιγραφή του σχήματος αυτού. Στοιχεία δείχνουν ότι το φαινόμενο αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα παιδιά έκαναν ταύτιση του σχήματος με τα οπτικά πρότυπα που είχαν στο μυαλό τους (Clements, Sarama & DiBiase, 2003). Ομοίως οι Pinet και Gentaz (2007, 2008) καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι τα παιδιά ηλικίας 5 χρονών αναγνωρίζουν σχεδόν άμεσα και με επιτυχία το σχήμα του κύκλου.



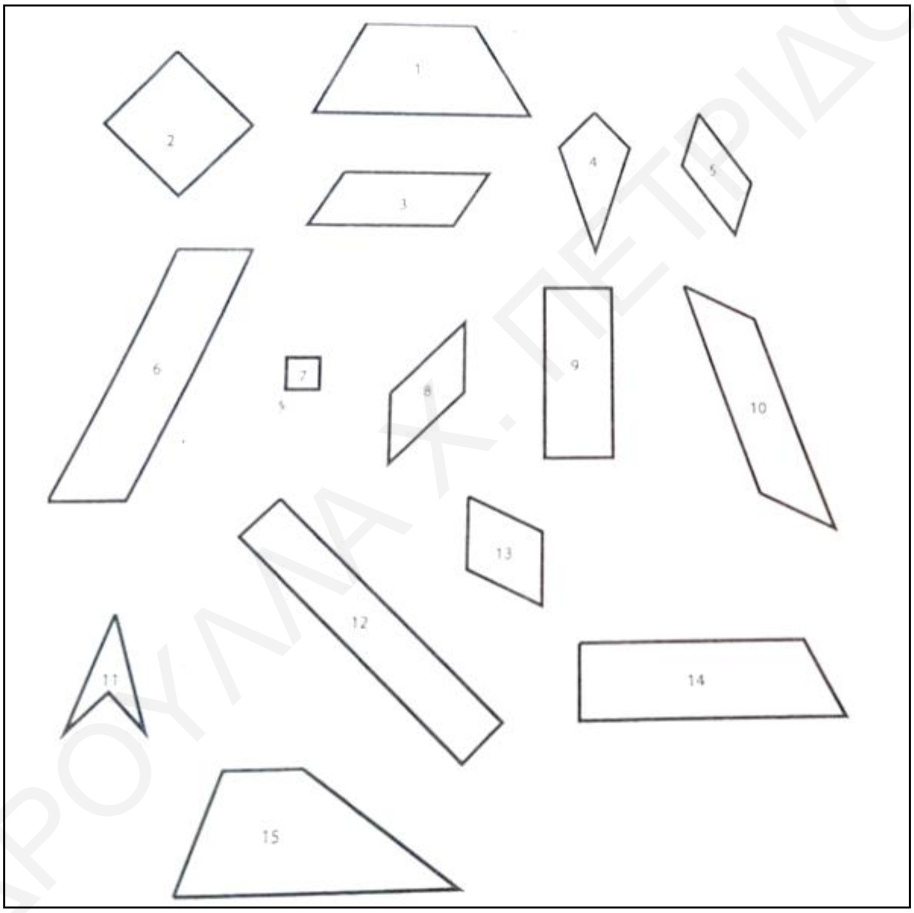
Διάγραμμα 2.3. Συλλογή διακριτών σχημάτων για το σχήμα του τετραγώνου (Razel & Eylon, 1991).

Συνεχίζοντας, τα μικρά παιδιά στην έρευνα αυτή εντόπισαν με επιτυχία πάνω από το 80% των τετραγώνων που παρουσιάζονται στο διάγραμμα 2.3 (τετράχρονα 82%, πεντάχρονα 86% και εξάχρονα 91%). Συχνή παρανόηση των παιδιών ήταν το σχήμα με τον αριθμό 3 στο διάγραμμα. Το σχήμα αυτό είναι ρομβοειδές και τα παιδιά το περιέγραψαν ως «το σχήμα που έχουν τα διαμάντια». Ο προσανατολισμός των τετραγώνων σε κάποιες περιπτώσεις (σχήμα 5 και 11) ήταν διαφορετικός από τον πρωτοτυπικό, γεγονός που φάνηκε να παραπλανεί τα παιδιά και να αναφέρουν συγκεκριμένα ότι ένα τετράγωνο που περιστρέφεται «δεν είναι τετράγωνο πλέον, αλλά έχει το σχήμα του διαμαντιού». Η συγκεκριμένη παρανόηση σύμφωνα και με τους Sarama και Clements (2009) μπορεί να συνεχίσει μέχρι την ηλικία των 8 χρονών εάν τα παιδιά δεν τύχουν της κατάλληλης εκπαίδευσης. Οι ίδιοι συνεχίζουν σημειώνοντας ότι η ακρίβεια πηγάζει όταν τα παιδιά ασχολούνται με τον αριθμό και το μήκος των πλευρών του σχήματος, τα οποία αποτελούν κριτικές ιδιότητες του σχήματος. Σε έρευνα των Kalenine, et al. (2011) παρατηρήθηκε ότι τα παιδιά 5 χρονών είχαν πολύ υψηλά ποσοστά επιτυχούς αναγνώρισης των τετραγώνων ανάμεσα σε συλλογή διακριτών σχημάτων. Το ίδιο επιβεβαιώνεται και πιο παλιά από την έρευνα των Satlow και Newcombe (1998) οι οποίοι ισχυρίζονται ότι τα μικρά παιδιά στηρίζονται στα κύρια χαρακτηριστικά του τετραγώνου και εύκολα εντοπίζουν τα παραδείγματα του σχήματος αυτού.



Διάγραμμα 2.4. Συλλογή διακριτών σχημάτων για το σχήμα του τριγώνου (Burger & Shaughnessy, 1986· Clements & Battista, 1991).

Τα παιδιά δυσκολεύτηκαν στον εντοπισμό των τριγώνων και των ορθογωνίων. Συγκεκριμένα, περίπου το 60% του πληθυσμού επέλεξε με επιτυχία τα τρίγωνα του διαγράμματος 2.4. Στην περιγραφή του σχήματος του τριγώνου τα παιδιά έδειξαν να έχουν προωτοτυπικές σκέψεις για το ισοσκελές τρίγωνο. Χαρακτηριστικά των τριγώνων όπως η συμμετρία, ο λόγος των διαστάσεων τους, η λοξότητα, αλλά και το πόσο λεπτό είναι το σχήμα οδήγησαν τα παιδιά σε λανθασμένες επιλογές τριγώνων (π.χ. το τρίγωνο 11 είναι «μακρύ και στενό» όπως το χαρακτήρισε ένα παιδί, σελ. 128, Clements & Sarama, 2007). Σε πιο πρόσφατη έρευνα των Maier και Benz (2013) φάνηκε ότι τα παιδιά ηλικίας από 3 μέχρι 11 χρονών σχεδιάζουν κυρίων ισοσκελές τρίγωνα όταν καλούνται να φτιάξουν τρίγωνα. Οι ίδιοι ερευνητές αναφέρουν και το ενδεχόμενο να ήθελαν τα παιδιά να φτιάξουν ισόπλευρα τρίγωνα αλλά να δυσκολεύονταν να το πετύχουν στην πράξη. Άξιο αναφοράς είναι ότι σε μελέτη των Horne και Watson (2008) αναγνώρισης τριγώνων, από μαθητές πρώτης μέχρι και εβδόμης τάξης, βρέθηκε ότι τα λάθη των πιο μικρών παιδιών ($1^{ης}$ - $4^{ης}$ τάξης) αφορούσαν κυρίως την τάση συμπερίληψης σχημάτων στην ομάδα των τριγώνων έστω κι αν δεν ικανοποιούσαν όλα τα χαρακτηριστικά που θα έπρεπε να είχαν για να ονομάζονταν τρίγωνα.



Διάγραμμα 2.5. Συλλογή διακριτών σχημάτων για το σχήμα του ορθογωνίου (Burger & Shaughnessy, 1986· Clements & Battista, 1991).

Όσο αφορά τα ορθογώνια, τα μικρά παιδιά, στην έρευνα των Clements και Battista (1991), τείνουν να αποδέχονται ως παραδείγματα τα μακρόστενα παραλληλόγραμμα και τα ορθογώνια τραπέζια (σχήμα 3, 6, 10 και 14 στο διάγραμμα 2.5.). Χαρακτηριστικά τα παιδιά περιγράφουν το πρωτοτυπικό ορθογώνιο ως το σχήμα με τις τέσσερις πλευρές έχοντας τις δύο πιο μακριές και παράλληλες και τις γωνίες του να είναι «περίπου» όπως αυτές του τετραγώνου. Άξιο αναφοράς είναι ότι μόνο δύο παιδιά εντόπισαν ότι τα σχήματα 2 και 7 (τα οποία είναι τετράγωνα) είναι και αυτά ορθογώνια.

Σε έρευνα των Pinet και Gentaz (2007, 2008) για την αναγνώριση τετραγώνων, ορθογωνίων και τριγώνων σε παιδιά ηλικίας 5 χρονών εντοπίστηκαν συγκεκριμένα παραδείγματα σχημάτων από την κάθε κατηγορία που τα παιδιά εντόπιζαν με μεγαλύτερη ευκολία. Ειδικότερα πρωτοτυπικά σχήματα αναδείχτηκαν: (α) τα τετράγωνα με οριζόντιο προσανατολισμό, (β) τα οριζόντια και κάθετα ορθογώνια με αναλογία στις διαστάσεις τους 1:5 μεταξύ της μεγαλύτερης και της μικρότερης πλευράς, (γ) τα ισόπλευρα τρίγωνα ε οριζόντια βάση και (δ) τα κάθετα ισοσκελή τρίγωνα με αναλογία στις διαστάσεις τους 1.5 μεταξύ των δύο μεγαλύτερων πλευρών και της μικρής βάσης τους. Αξίζει να αναφερθεί ότι η ερευνητική ομάδα των Kalenine et al. (2011) πραγματοποίησε παρεμβατικό πρόγραμμα για τη διδασκαλία 72 παιδιών προσχολικής ηλικίας για τα σχήματα του τριγώνου, τετραγώνου και ορθογωνίου. Περισσότερες πληροφορίες για το παρεμβατικό πρόγραμμα τους θα δοθούν σε επόμενο σχετικό υποκεφάλαιο.

Επιπλέον, οι Aslan και Arnas (2007), σε έρευνα τους, ασχολήθηκαν με τα κριτήρια των παιδιών προσχολικής ηλικίας για την κατηγοριοποίηση των γεωμετρικών σχημάτων και κατά πόσο αυτά διαφέρουν ηλικιακά. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι τα μικρά παιδιά αναφέρονται κυρίως στα οπτικά χαρακτηριστικά των σχημάτων. Τα μεγαλύτερα ηλικιακά παιδιά έλαβαν υπόψη τους και τις ιδιότητες των σχημάτων κατηγοριοποιώντας τα σχήματα πιο σωστά. Ο προσανατολισμός, το μέγεθος, ο λόγος και η λοξότητα των σχημάτων ήταν τα οπτικά χαρακτηριστικά που επηρέασαν αρνητικά τη διαδικασία χωρισμού των σχημάτων σε κατηγορίες. Η δόμηση της έννοιας στα παιδιά φάνηκε ότι επηρεάζεται τόσο από την εκάστοτε διδασκαλία που επιδέχονται όσο και από τα υλικά με τα οποία έρχονται σε επαφή (Aslan & Arnas, 2007 · Maier & Benz, 2013).

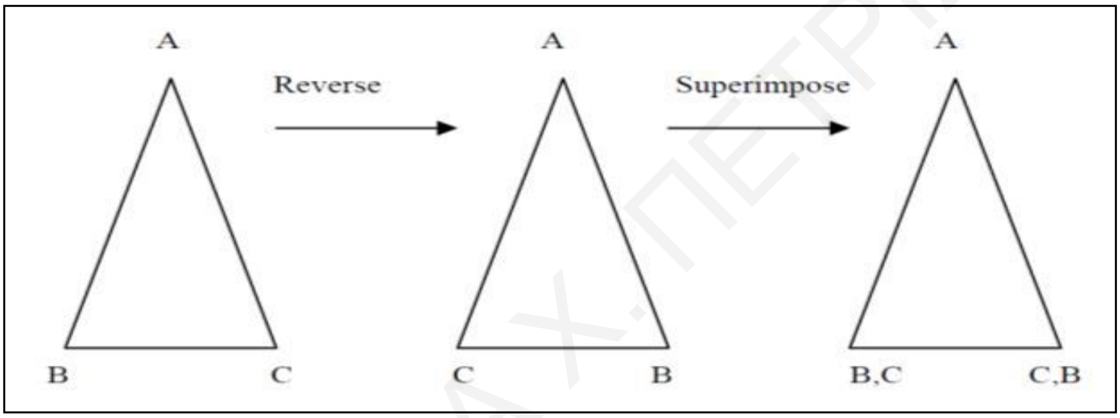
Έρευνες έχουν εστιάσει στην έννοια ως εικόνα και ορισμό των εκπαιδευτικών που διδάσκουν γεωμετρία στα παιδιά. Οι Clements και Sarama (2011) εντόπισαν ότι ένας μεγάλος αριθμός εκπαιδευτικών έτειναν να έβαζαν σε κατηγορίες τα σχήματα σύμφωνα με τις γενικές ομοιότητες τους με τα πρωτοτυπικά σχήματα που είχαν στο μυαλό τους. Οι ίδιοι ερευνητές τόνισαν ότι παρουσίασαν μια δυσκολία στον ορισμό βασικών σχημάτων όπως τα τετράγωνα. Πρόσφατες έρευνες γύρω από το θέμα των πρωτοτυπικών σχημάτων αναφέρουν ότι τα σχήματα αυτά αποτελούν εμπόδιο στην αναγνώριση του ότι τα τετράγωνα αποτελούν μια ειδική περίπτωση ορθογωνίου (π.χ. Okazaki & Fujita, 2007). Επιπρόσθετα η ερευνητική ομάδα των Tsamir et al. (2015) μελέτησε τις εικόνες έννοιας και ορισμού έννοιας εκπαιδευτικών προσχολικής ηλικίας και εντόπισαν ότι οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί δυσκολεύονται στον ορισμό του κύκλου και των παραδειγμάτων και μη του κυλίνδρου.

Επομένως, επιβάλλεται συζήτηση γύρω από τον τρόπο διδασκαλία των σχημάτων και πώς μπορεί να αναπτυχθεί η έννοια με πιο αναλυτικό και ουσιαστικό τρόπο, παρά να περιστρέφονται στο πότε είναι χρονικά καλύτερα να ενταχθούν τα σχήματα στη διδασκαλία. Το αναλυτικό πρόγραμμα για τη διδασκαλία των παιδιών προσχολικής ηλικίας στο Ισραήλ, το INMPC (2008), χαρακτηριστικά σημειώνει ότι «τα παιδιά σε αυτό το στάδιο θα πρέπει να αναγνωρίζουν βασικές ιδιότητες όπως ο αριθμός των πλευρών και κορυφών ή σχήματα χωρίς κορυφές» (σ. 55). Σύμφωνα με τα προαναφερθέντα αποτελέσματα των Aslan και Arnas (2007), η διδασκαλία των σχημάτων στην προσχολική ηλικία πρέπει να προσφέρει παραδείγματα σχημάτων με διαφορετικούς λόγους, με λοξότητα, με διαφορετικό προσανατολισμό και μέγεθος και δεν πρέπει να εμμένει στην επίδειξη μόνο πρωτοτυπικών σχημάτων. Σύμφωνα και με τους Clements et al.(1999), αυτού του είδους παραδοσιακή διδασκαλία με έμφαση στα πρωτοτυπικά σχήματα θα ήταν καλό να αποφεύγεται στα σχολεία, μιας που η υπερβολική χρήση πρωτοτυπικών σχημάτων μπορεί να αποβεί ζημιογόνα για την αντίληψη που έχουν τα παιδιά για τα σχήματα. Συμπεριλαμβανομένου των πιο πάνω αλλά και πλειάδας άλλων ερευνών τονίζεται ότι η αποτελεσματική διδασκαλία σχημάτων πρέπει να περιέχει αρκετά παραδείγματα και αντιπαραδείγματα διαισθητικά και μη, για να δομηθεί μια ισχυρή και πάγια εικόνα γνώσης περιεχομένου (concept images), λαμβάνοντας υπόψη τη δυναμική και ευέλικτη φύσης της εικόνας αυτής που να στηρίζεται στις κριτικές ιδιότητες του σχήματος (concept definition) και όχι στην εκάστοτε μεμονωμένη αναπαράσταση του (Owens, 2014 · Clements et al., 1999 · Tsamir et al., 2008 · Vinner, 2011 · Levenson et al., 2011 · Maier & Benz, 2013 · Tsamir et al., 2015).

Θεωρία Fischbein για το Σχήμα στη Γεωμετρία

Ο Fischbein (1993) ασχολήθηκε με τη γεωμετρία και τα γεωμετρικά σχήματα και τόνισε τη διπλή φύση του γεωμετρικού σχήματος. Ο ίδιος επισημαίνει ότι κάθε γεωμετρικό σχήμα είναι «σχηματικές έννοιες» (figural concepts), έχοντας ταυτόχρονα εννοιολογικές και σχηματικές ιδιότητες. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η πιο κάτω απόδειξη που αναφέρει ο ίδιος ερευνητής, η οποία στηρίζεται στο σχήμα και στην έννοια, αλλά και στην αλληλεπίδραση των δύο.

Η εξήγηση που δίνεται είναι ότι οι παρά τη βάση γωνιές ισοσκελούς τριγώνου ABC (AB=AC) είναι ίσες αν νοερά αντιστραφεί (reverse) το τρίγωνο έτσι ώστε η πλευρά AB να είναι στα δεξιά και η πλευρά AC να είναι στα αριστερά (διάγραμμα 2.6, Levenson, Tirosh & Tsamir, 2011). Αν τοποθετηθεί το ένα τρίγωνο πάνω από το άλλο (superimpose) η γωνία A παραμένει η ίδια και ότι οι δύο πλευρές AB και AC είναι ίσες, έτσι με την αντιστροφή το πρώτο τρίγωνο εφαρμόζει τέλεια με το δεύτερο τρίγωνο που παράγεται από την αντιστροφή. Επομένως, οι γωνίες της βάσης B και C υποχρεωτικά ισούνται. Η προαναφερθείσα απόδειξη ασχολείται με σημεία, ευθύγραμμα τμήματα και γωνίες, τα οποία είναι ιδεατές έννοιες (ideal concepts), αλλά για να πραγματοποιηθεί η απόδειξη χρησιμοποιείται η εικόνα (concept image).



Διάγραμμα 2.6. Σχηματική έννοια Fischbein (1993).

Ως εκ τούτο τα γεωμετρικά σχήματα είναι «έννοιες», αφηρημένες ιδέες που πηγάζουν από τους ορισμούς και δεν υπάρχουν στην πραγματικότητα, αλλά λόγω του ότι είναι και «σχήματα» έχουν οπτική εικόνα την οποία μπορεί να την χειριστεί ο άνθρωπος. Ο ίδιος υπογραμμίζει ότι οι σχηματικές έννοιες «έχουν χωρικές ιδιότητες (μορφή, θέση, μέγεθος) και ταυτόχρονα έχουν εννοιολογικά χαρακτηριστικά όπως ιδανικότητα, αφαιρετικότητα, γενικευσιμότητα, τελειότητα» (Fischbein 1993, σελ. 143). Συνοπτικά, η πτυχή των σχημάτων αφορά στο γεγονός πως οι γεωμετρικές έννοιες αναφέρονται στο χώρο, ενώ η εννοιολογική πτυχή αναφέρεται στη σύνοψη και στη θεωρητική φύση που οι γεωμετρικές έννοιες μοιράζονται με όλες τις άλλες έννοιες. Συνεπώς, η διττή λειτουργία των γεωμετρικών σχημάτων αποτελεί τη βασική πηγή δυσκολιών των παιδιών όταν επιλύουν προβλήματα γεωμετρίας (Γαγάτσης, 2007 · Mesquita, 1998 · Fischbein & Nachlieli, 1998). Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι η εικόνα και η έννοια θα πρέπει να ενοποιηθούν σε ένα μοναδικό νοερό σώμα για να μπορεί να το κατανοήσει το παιδί (Fischbein, 1993).

Αρκετοί ερευνητές (όπως Laborde, 1994), δηλώνουν μέσα από το ερευνητικό τους έργο τη διττή λειτουργία των γεωμετρικών σχημάτων. Ειδικότερα, η Mesquita (1998) υπογραμμίζει ότι τα γεωμετρικά σχήματα είναι αναπαραστάσεις με διπλή υπόσταση. Συνεχίζοντας η ίδια εξηγεί ότι η πρώτη υπόσταση των γεωμετρικών σχημάτων είναι το σχήμα όσο πιο αντικειμενικά δοσμένο μπορεί να υπάρξει, χωρίς υλικούς περιορισμούς. Η δεύτερη υπόσταση του είναι η ποικιλία πεπερασμένων μορφών.

Σχεδιάζοντας ένα γεωμετρικό σχήμα ώστε να εξεταστούν ή να εφαρμοστούν κάποιες ιδιότητες, είναι γνωστό ότι δε γίνεται αναφορά στο συγκεκριμένο σχήμα, αλλά σε μια τάξη απείρων σχημάτων που υπακούουν στον ορισμό του (Lemonidis, 1997). Είναι ευρέως γνωστό ότι στην Ευκλείδεια γεωμετρία τα χαρακτηριστικά των σχημάτων δεν εξαρτώνται από τη θέση ή τον προσανατολισμό με τον οποίο σχεδιάζονται.

Θεωρία των Piaget και Inhelder

Ο Piaget ως γνωστός υποστηρικτής της βιολογικής ανάπτυξης της σκέψης του παιδιού ασχολήθηκε και με τη γεωμετρία. Οι Piaget και Inhelder (1967) καθόρισαν τρία ηλικιακά στάδια ανάπτυξης γεωμετρικών νοητικών αναπαραστάσεων των παιδιών. Η διάκριση μεταξύ σταδίων έχει ως κύριο γνώμονα την ηλικία των παιδιών.

Αναλυτικότερα, στο πρώτο στάδιο, το παιδί, από τα πρώτα χρόνια της ζωής του και συγκεκριμένα στη βρεφική του ηλικία, φαίνεται να αντιλαμβάνεται τοπολογικές έννοιες. Το στάδιο αυτό αναφέρεται σε παιδιά βρεφικής ηλικίας μέχρι παιδιά 7 χρονών. Οι τοπολογικές γεωμετρικές έννοιες είναι ανεξάρτητες από την έννοια του σημείου αναφοράς και εξακολουθούν να υπάρχουν και μετά τη συνεχή παραμόρφωση του σχήματος. Ειδικότερα, αναφέρεται σε έννοιες εγγύτητας, διαχωρισμού, εγκλεισμού και συνέχειας. Σε πείραμα του Piaget, τα παιδιά 3,5 με 4 χρονών αναπαριστούσαν τα σχήματα πολύ διαφορετικά από τα μεγαλύτερα σε ηλικία παιδιά. Παρόλα αυτά διαχώριζαν τα σχήματα και περιελάμβαναν τις προαναφερθείσες έννοιες στην αναπαράσταση τους.

Στο δεύτερο αναπτυξιακό στάδιο, τα παιδιά περνούν από την τοπολογία στην προβολική γεωμετρία. Το ηλικιακό εύρος αυτού του σταδίου ήταν παιδιά ηλικίας 7 μέχρι 12 χρονών. Ειδικότερα, τα παιδιά εδώ κατανοούν τις θέσεις των αντικειμένων στο χώρο, αλλά και τις σχέσεις που υπάρχουν μεταξύ τους με τρόπο πολύ πιο καλό από το προηγούμενο επίπεδο. Επιπλέον, γίνεται καλύτερη κατανόηση τόσο του οριζόντιου όσο και του κατακόρυφου προσανατολισμού των αντικειμένων. Οι δεξιότητες τους αυτές αποδίδονται από τα ίδια τα παιδιά σε δισδιάστατες αναπαραστάσεις.

Τέλος, στο τρίτο στάδιο, τα παιδιά ηλικίας 12 χρονών και άνω, κατανοούν και είναι ικανά να οπτικοποιούν γεωμετρικές έννοιες Ευκλείδειας Γεωμετρίας, όπως παραλληλία και γωνίες.

Πρόσφατες έρευνες έρχονται σε σύγκρουση με τα στοιχεία των Piaget και Inhelder (1975) που υποστηρίζουν ότι τα παιδιά μέχρι την ηλικία των 8 με 9 χρονών δεν μπορούν να αποκεντρώσουν τη φαντασία τους και να χρησιμοποιήσουν άλλες οπτικές γωνίες. Ειδικότερα αναφέρεται ότι παιδιά ηλικίας τριών χρονών αποκεντρώνουν τη φαντασία τους όταν έρχονται σε επαφή με κατανοητά προβλήματα που ανταποκρίνονται στο επίπεδο τους (Donaldson, 2010 · Sabena, 2017).

Επίπεδα Γεωμετρικής Σκέψης των Van Hiele

Από πολύ παλιά, οι Van Hieles (1986), ασχολήθηκε με την ανάπτυξη μιας θεωρίας για το γεωμετρικό συλλογισμό των παιδιών. Η θεωρία αυτή είναι η πιο γνωστή θεωρία ανάπτυξης γεωμετρικής σκέψης των παιδιών για το σχήμα. Οι ίδιοι ερευνητές εισηγήθηκαν ένα μοντέλο γεωμετρικής σκέψης με πέντε ιεραρχικά επίπεδα κατανόησης, αφού για να προχωρήσει το παιδί στο επόμενο επίπεδο πρέπει να κατακτήσει το προηγούμενο. Στη συνέχεια αναλύεται λεπτομερώς το κάθε επίπεδο γεωμετρικής σκέψης των Van Hiele.

Στο πρώτο επίπεδο γεωμετρικής σκέψης, «Επίπεδο Σφαιρικής ή Ολικής Αντίληψης (Οπτικοποίησης)», τα παιδιά αναγνωρίζουν το σχήμα ως ολότητα, από την συνολική του μορφή βάσει οπτικών προτύπων που έχουν στο μυαλό τους. Τα ίδια δεν είναι αρχικά ικανά να αναγνωρίσουν τα μέρη και τα χαρακτηριστικά γνωστών σχημάτων. Ανεξάρτητα από την τοποθέτηση τους στο χώρο αναγνωρίζουν απλά και σύνθετα σχήματα, αδυνατώντας να δώσουν σημασία στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά γνωρίσματα των σχημάτων, όπως οι ορθές γωνίες. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι ότι αναγνωρίζουν σχήματα που μοιάζουν με τρίγωνα με καμπύλες πλευρές ως τρίγωνα. Η επίλυση προβλημάτων γεωμετρίας καθώς και η σύγκριση των σχημάτων γίνεται βάσει της μορφής των σχημάτων χωρίς να δίνεται έμφαση στη χρήση των ιδιοτήτων τους. Τα παιδιά χρησιμοποιούν άτυπη ορολογία, προερχόμενη από τα βιώματα και τις εμπειρίες τους, για να περιγράψουν τα σχήματα. Ένα σχήμα έχει μόνο ένα όνομα, π.χ. «ένα τετράγωνο δεν είναι τρίγωνο επειδή είναι απλά τετράγωνο!» «ένα τετράγωνο δεν είναι ορθογώνιο επειδή είναι απλά τετράγωνο!» (Tsamir, Tirosh & Levenson, 2008).

Στο δεύτερο επίπεδο γεωμετρική σκέψης, «Επίπεδο Ανάλυσης (ή Περιγραφικό)», κύριο στοιχείο είναι οι κριτικές ιδιότητες των σχημάτων και όχι η αντιληπτική φύση αναγνώρισης του σχήματος. Η Hershkowitz (1989) αναφέρει ως κριτικές ιδιότητες του σχήματος όσες ιδιότητες περιέχονται ή πηγάζουν από τον ορισμό του σχήματος, ενώ μη κριτικές θεωρούνται όσες αφορούν διάφορα χαρακτηριστικά όπως το μέγεθος, το χρώμα, τον προσανατολισμό, τη συμμετρία και το λόγο των διαστάσεων του σχήματος. Άξια αναφοράς είναι η έρευνα των Hannibal και Clements (2000), με δείγμα παιδιά ηλικίας 4-6 χρονών, η οποία έδειξε ότι όταν τα παιδιά χρησιμοποιούν μη κριτικές ιδιότητες ως κριτικές δυσκολεύονται να αναγνωρίσουν τα σχήματα. Τα παιδιά στο επίπεδο αυτό κάνουν αναγνώριση και έλεγχο των ιδιοτήτων και των σχέσεων μεταξύ των μερών του σχήματος, για παράδειγμα οι απέναντι πλευρές του ορθογωνίου είναι ίσες και παράλληλες. Τα παιδιά αντιλαμβάνονται τάξεις σχημάτων και κατατάσσουν τα σχήματα σε κατηγορίες βάσει των ιδιοτήτων τους. Χρησιμοποιούν ορθή λεκτική έκφραση και ορολογία και δίνουν άτυπους ορισμούς για τα σχήματα.

Στο τρίτο επίπεδο γεωμετρική σκέψης, «Επίπεδο Άτυπης Παραγωγικής Σκέψης (ή Αφηρημένο-Συσχετιστικό)» τα παιδιά αναγνωρίσουν τον ελάχιστο αριθμό ιδιοτήτων που χρειάζονται για να οριστεί ένα σχήμα. Έτσι, στο επίπεδο αυτό δίνεται έμφαση στον ορισμό αφού τα παιδιά είναι ικανά να αναγνωρίσουν σχέσεις μεταξύ τάξεων σχημάτων και επικεντρώνονται στους λογικούς συλλογισμούς που τους συνδέουν με κριτικές ιδιότητες των σχημάτων. Οι αποδείξεις όμως που γίνονται στο επίπεδο αυτό είναι άτυπες και χρίζουν βελτίωσης στο επόμενο επίπεδο.

Ακολούθως, στο τέταρτο επίπεδο γεωμετρική σκέψης, «Επίπεδο Παραγωγικής Σκέψης (ή Τυπικό-αξιωματικό)», τα παιδιά κάνουν παραγωγικούς συλλογισμούς και διεκπεραιώνουν αποδείξεις μαθηματικά αποδεκτές. Κατανοούν τη σημασία της αυστηρής σειράς επιχειρημάτων και υπακούουν σε ένα σύστημα αξιωμάτων. Ειδικότερα, τα παιδιά αυτού του επιπέδου δομούν αποδείξεις με διάφορους τρόπους, με δεδομένα αξιώματα και δεν τις αποστηθίζουν παθητικά.

Τέλος, το πέμπτο επίπεδο, «Αυστηρό Επίπεδο (ή Συγκριτικό)», είναι το πιο αυστηρό και δύσκολα κατακτείται από το άτομο. Εδώ, το παιδί είναι ικανό να εφαρμόζει διάφορα αξιωματικά επίπεδα και θεωρήματα, αλλά και να τα συγκρίνει μεταξύ τους.

Σημαντικό στοιχείο αναφοράς είναι ότι το κάθε επίπεδο έχει διακριτούς κανόνες συμπεριφοράς του παιδιού και έχει τη δική του τυπική γλώσσα, η οποία θεωρείται άτυπη για το προηγούμενο επίπεδο. Για παράδειγμα, το τετράγωνο είναι άτυπη γνώση στο επίπεδο της αναγνώρισης ενώ στο επίπεδο της ανάλυσης γίνεται τυπική γνώση γιατί αναγνωρίζουν τις ιδιότητές του, τις σχέσεις των μερών του. Σε κάθε επίπεδο χρησιμοποιούνται ιδιαίτερες λεκτικές εκφράσεις και σχέσεις που εμπλουτίζονται και τροποποιούνται στα επόμενα στάδια. Για παράδειγμα, η σχέση εγκλεισμού ότι το τετράγωνο είναι ορθογώνιο αλλά και ρόμβος, ο μαθητής μέχρι το επίπεδο 2 δεν μπορεί να κατανοήσει τέτοιου τύπου εγκλείστηκες σχέσεις και άρα ούτε και να τις διατυπώσει και να τις αναγνωρίσει. Αξίζει να υπογραμμιστεί ότι ένα παιδί είναι δυνατό να βρίσκεται σε διαφορετικά επίπεδα για κάθε σχήμα, επομένως τα επίπεδα συνυπάρχουν για διαφορετικά σχήματα, π.χ. για τα τετράπλευρα να βρίσκεται στο δεύτερο επίπεδο και για τα τρίγωνα στο πρώτο επίπεδο. Δεν στηρίζονται στην ηλικία τα επίπεδα αυτά, αλλά στο επίπεδο ωρίμανσης της σκέψης του παιδιού, το οποίο επηρεάζεται και από τα ερεθίσματα με τα οποία έρχεται σε επαφή το παιδί, αλλά και από τον/την εκπαιδευτικό του.

Όσο αφορά την αναγνώριση των σχημάτων παρατηρήθηκε ότι παιδιά προσχολικής ηλικίας, σε έρευνα των Aslan και Arnas (2007), παρουσίαζαν χαρακτηριστικά που ανάγκασαν την αναδόμηση του πρώτου επιπέδου της θεωρίας των Van Hiele. Ειδικότερα, κάποια παιδιά φαίνεται να βρίσκονταν σε ένα πιο χαμηλό επίπεδο από το πρώτο επίπεδο (οπτικό) όπου δεν μπορούσαν να διαχωρίσουν βασικά σχήματα, όπως τρίγωνα τετράγωνα και κύκλοι, έτσι προστέθηκε ένα επίπεδο προ-αναγνωριστικό το οποίο προηγείται του πρώτου οπτικού επιπέδου. Μια άλλη εισήγηση της έρευνας τους ήταν η ύπαρξη μιας περιόδου μετακίνησης από το ένα επίπεδο στο άλλο, όπου το παιδί παρουσιάζει χαρακτηριστικά και από τα δύο επίπεδα. Έτσι, η μετάβαση είναι σταδιακή και όχι άμεση, από το οπτικό επίπεδο όπου τα παιδιά ταξινομούν τα σχήματα βάσει των οπτικών τους χαρακτηριστικών, στο συγκριτικό επίπεδο όπου τα παιδιά ταξινομούν τα σχήματα σύμφωνα με τις ιδιότητες τους.

Παρομοίως, η ερευνητική ομάδα των Maier και Benz (2013) μελετώντας παιδιά του ίδιου ηλικιακού εύρους εντόπισε ότι αυτά βρίσκονται είτε στο πρώτο, είτε μεταξύ του πρώτου και του δεύτερου επιπέδου των Van Hiele (visual και descriptive επίπεδο). Συνεχίζοντας, τα παιδιά βρίσκονται σε διαφορετικά επίπεδα για το κάθε σχήμα, επομένως τα επίπεδα δεν είναι γενικά αλλά πιο ειδικά για το κάθε σχήμα (Burger & Shaughnessy, 1986 · Clements & Battista, 1992 · Lehrer et al., 1998).

Πιο εξειδικευμένες έρευνες για την προσχολική ηλικία έγιναν και από τους Clements et al.(1999), οι οποίοι αναδιαμορφώνουν τα επίπεδα της θεωρίας των Van Hiele. Τα επίπεδα της θεωρία τους αναλύονται πιο κάτω.

Ειδικότερα οι ίδιοι προσθέτουν ακόμη ένα επίπεδο πριν από το επίπεδο 1, το επίπεδο 0, το λεγόμενο «Προ-αναγνωριστικό Επίπεδο» (Pre-recognition Level). Στο επίπεδο αυτό, τα παιδιά εστιάζουν την προσοχή τους μόνο σε μερικά χαρακτηριστικά των σχημάτων. Για παράδειγμα δεν μπορούν ξεχωρίσουν τους κύκλους, τρίγωνα και τετράγωνα από σχήματα που είναι μη-παραδείγματα των σχημάτων αυτών. Χαρακτηριστικά αναφέρουν ότι όσα είναι ορθογώνια μοιάζουν με πόρτες, επομένως όσα σχήματα δεν μοιάζουν με πόρτες δεν είναι ορθογώνια. Εδώ έρχεται και η έννοια των «πρωτοτυπικών» σχημάτων που αναφέρθηκε και πρωτύτερα. Χαρακτηριστικά του επιπέδου αυτού επιβεβαιώνονται και νωρίτερα από τους Clements και Battista (1992).

Το δεύτερο επίπεδο της θεωρίας των Clements et al. (1999) είναι το «Συγκριτικό Επίπεδο». Στο επίπεδο αυτό η γνώση περιλαμβάνει λεκτικές δηλωτικές και οπτικές γνώσεις. Φαίνεται να υπάρχει αντίληψη των σχημάτων, αλλά χωρίς ανάλυση των επιμέρους στοιχείων και ιδιοτήτων. Έτσι, τα παιδιά υποστηρίζουν ότι ένα σχήμα δεν είναι τρίγωνο αφού το συγκρίνει με το οπτικό πρωτότυπο που έχει από τις εμπειρίες του στο μυαλό του. Τα παιδιά απαντούν είτε οπτικά (π.χ. μοιάζει ή χοντρό ή λεπτό.) είτε βάσει ιδιοτήτων (π.χ. δεν έχει πλευρές ή αριθμός πλευρών ή αριθμός γωνιών).

Τέλος, στο τρίτο επίπεδο, το λεγόμενο «Περιγραφικό Επίπεδο», τα παιδιά είναι ικανά να κάνουν αναγνώριση σχημάτων στηριζόμενοι στις ιδιότητες που τα χαρακτηρίζουν.

Θεωρία των Sarama και Clements

Η ερευνητική ομάδα των Sarama και Clements (2009) ασχολήθηκε ιδιαίτερα με τα παιδιά προσχολικής ηλικίας (4-6 χρονών) και θεωρεί ότι μια πτυχή της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος είναι η ικανότητα του ατόμου να εντοπίζει σχήματα σε σύνθετες γεωμετρικές συνθέσεις (συμπεριλαμβανομένου και των ενσωματωμένων σχημάτων - embedded figures). Σύμφωνα με τη θεωρία του Gestalt (βλέπε Sarama & Clements, 2009, σελ. 256 - 257), η ικανότητά αυτή περιλαμβάνει τον εντοπισμό της περιφέρειας (contour) και του εμβαδού (area) των σχημάτων που περιέχονται στις γεωμετρικές συνθέσεις. Η συγκεκριμένη ικανότητα χωρίζεται σε δύο δομές με διαφορετικό βαθμό δυσκολίας, τα σχήματα αρχικών δομών-πρώτης τάξεως- (primary structure) και τα σχήματα δευτέρας τάξεως (secondary structure). Χαρακτηριστικά παραδείγματα των δύο δομών αναγνώρισης περιφέρειας και εμβαδού σχημάτων σε συνθέσεις παρουσιάζονται στο Πίνακα 2.2.

Από τη μία, αναλυτικά η θεωρία αυτή αναφερόμενη στο εμβαδόν των σχημάτων δομεί την πρώτη υποκατηγορία, η οποία εστιάζεται στην αναγνώριση εμβαδού σχήματος σε γεωμετρική σύνθεση, με την επιφάνεια του σχήματος να μη διαπερνάται από άλλα ευθύγραμμα τμήματα (primary area structure – PAS; βλέπε Πίνακα 2.2 γραμμή 3α).

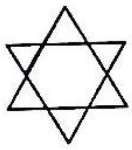
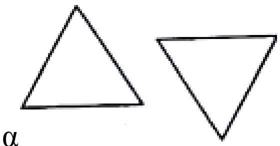
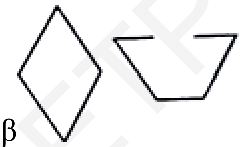
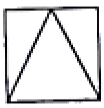
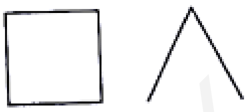
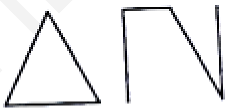
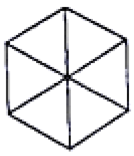
Περιγράφεται ως η «ιδανική» μορφή σχημάτων (π.χ. κλειστά, συμμετρικά) και ως τα αρχικά σχήματα που χρησιμοποιήθηκαν στη δόμηση της γεωμετρικής σύνθεσης. Τα συγκεκριμένα σχήματα σύμφωνα με τον Duval (2013 · 2005) ονομάζονται juxtaposed shapes (βλέπε υποκεφάλαιο «Οπτικοποίηση στη Γεωμετρία»). Ενώ, η δεύτερη υποκατηγορία αναφέρεται στην αναγνώριση εμβαδού σχήματος σε γεωμετρική σύνθεση που η επιφάνειά του διαπερνάται (αποενσωμάτωση - disembedded) από ευθύγραμμα τμήματα κάποιας άλλης δομής της σύνθεσης (secondary area structure – SAS; βλέπε Πίνακα 2.2 γραμμή 3β). Για τη δόμηση των σχημάτων δευτέρας τάξεως μπορεί να γίνει και συνδυασμός υποσχημάτων της σύνθεσης.

Από την άλλη, εστιάζοντας στην περιφέρεια (περίγραμμα) των σχημάτων στη γεωμετρική σύνθεση, η πρώτη κατηγορία σχημάτων είναι αυτή της πρώτης τάξεων, σχήματα αρχικών δηλαδή στοιχείων (ευθείες και ευθύγραμμα τμήματα) που δόμησαν τη σύνθεση (primary contour structure – PCS; βλέπε Πίνακα 2.2 γραμμή 1α και 2α). Τα συγκεκριμένα σχήματα σύμφωνα με τον Duval (2013· 2005) ονομάζονται superposed shapes (βλέπε υποκεφάλαιο «Οπτικοποίηση στη Γεωμετρία»). Ειδικότερα, τα σχήματα PCS είναι συνήθως συμμετρικά με όσο το δυνατό μεγαλύτερο βαθμό κανονικότητας. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι τα σχήματα PCS πρέπει να είναι τα λιγότερο δυνατό σε μία σύνθεση. Επιπλέον, όλα τα ευθύγραμμα τμήματα της γεωμετρικής σύνθεσης θα πρέπει να λαμβάνουν μέρος στο σχηματισμό των σχημάτων PCS, τα οποία μπορεί να διαπερνώνται ή όχι από άλλα ευθύγραμμα τμήματα άλλων σχημάτων. Ενώ, η δεύτερη κατηγορία σχημάτων αφορά τα σχήματα τα οποία βρίσκονται «κρυμμένα» στη γεωμετρική σύνθεση (secondary contour structured - SCS; βλέπε Πίνακα 2.2 γραμμή 1β και 2β) και δεν αποτελούν σχήματα αρχικής δόμησης της γεωμετρικής σύνθεσης. Τα SCS σχήματα περιλαμβάνουν ευθύγραμμα τμήματα τα οποία ανήκουν σε σχήματα πρώτης τάξεων (βασικά σχήματα δόμησης σύνθεσης). Η δεύτερη υποκατηγορία θεωρείται δυσκολότερη από την πρώτη, για τα παιδιά μιας που απαιτεί μία πρώιμη αποδόμηση διαστάσεων του σχήματος (dimensional deconstruction – για περισσότερες πληροφορίες βλέπε υποκεφάλαιο «Οπτικοποίηση στη Γεωμετρία») και την αναδόμηση του σε μία νέα μορφή.

Έρευνες έχουν δείξει ότι τα παιδιά κάτω των έξι χρονών αναγνωρίζουν τις αρχικές δομές του περιγράμματος του σχήματος (PCS) αντί τις δομές δευτέρας τάξεως (SCS) που φαίνεται να τους δυσκολεύουν αρκετά (Sarama & Clements, 2009). Το πιο εύκολο σχήμα προς αναγνώριση σε γεωμετρική σύνθεση φαίνεται αν είναι ο κύκλος και το πιο δύσκολο το ορθογώνιο και το τετράγωνο (Ayers, Cannella & Search, 1979 · Clements et al., 1999). Στις έρευνες αυτές βρέθηκε ότι το φύλο δεν ήταν ένας παράγοντας που να επιδρά στην επίδοση των παιδιών. Ερευνώντας μεγαλύτερα παιδιά ηλικίας 7-10 χρονών φάνηκε ότι τα παιδιά δυσκολεύονται αρκετά στον εντοπισμό ενσωματωμένων τριγώνων σε συνθέσεις (Bright, 1975). Γενικότερα, τονίζεται η ανάγκη έρευνας γύρω από το θέμα αυτό μιας που οι υπάρχουσες έρευνες είναι περιορισμένες και χρονολογούνται πριν δεκαετίες (Sarama & Clements, 2009). Το θέμα χρίζει μεγαλύτερης έμφασης και εμβάθυνσης του τρόπου σκέψης των παιδιών για την αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις.

Πίνακας 2.2

Παραδείγματα Αναγνώρισης Σχημάτων σε Σύνθετες Γεωμετρικές Συνθέσεις των Sarama και Clements (2009, σελ. 257)

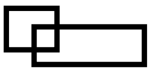
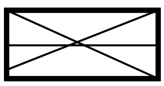
Γεωμετρική Σύνθεση	Πρώτης τάξεως (Primary Structure)	Δευτέρας τάξεως (Secondary Structure)
 1	 1α	 1β
 2	 2α	 2β
 3	 3α	 3β

Η ίδια ερευνητική ομάδα (των Sarama και Clements, 2009), όρισαν εξελικτικά επίπεδα για την αναγνώριση ενός σχήματος δύο διαστάσεων το οποίο βρίσκεται ενσωματωμένο σε μία γεωμετρική σύνθεση σχημάτων, τα οποία παρουσιάζονται στον Πίνακα 2.3 που ακολουθεί.

Συγκεκριμένα, αρχίζοντας από την ηλικία των τριών χρονών όπου υπάρχει ανάκληση μικρής ποσότητας σχημάτων που δε διαπερνώνται από άλλα ευθύγραμμα σχήματα, τα παιδιά εξελικτικά αρχίζουν να αναγνωρίζουν σχήματα που διαπερνώνται από άλλα χωρίς να ενσωματώνονται σε αυτά. Στην ηλικία των 5-6 χρονών τα παιδιά θεωρείται ότι μπορούν πλέον να αναγνωρίσουν ενσωματωμένα σχήματα αρχικής δομής της σύνθεσης και ακολούθως στην ηλικία των 7 χρονών να εντοπίσουν τα σχήματα δευτέρας τάξεως. Τέλος, στα 8 τους χρόνια τα παιδιά πιστεύεται ότι είναι ικανά να αναγνωρίσουν όλα τα δυνατά σχήματα που υπάρχουν σε μία σύνθεση.

Πίνακας 2.3

Επίπεδα Αναγνώρισης Σχήματος σε Γεωμετρική Σύνθεση Σχημάτων των Sarama και Clements (2009, σελ. 267-268)

Ηλικία	Αναπτυξιακή Διαδικασία	Δράσεις σε αντικείμενα
3	*Προ-αποενσωματωτής (Pre-Disembedder):* Ανακαλεί ή αναπαράγει μόνο ένα ή μικρή ποσότητα σχημάτων που δε διαπερνούνται από άλλα ευθύγραμμα τμήματα.	
4	*Απλός αποενσωματωτής (Simple Disembedder):* Αναγνώριση περιγραμμάτων σύνθετων σχημάτων. Αναγνώριση μερικών σχημάτων που βρίσκονται σε συνθέσεις όπου τα σχήματα διαπερνούνται από άλλα αλλά δεν ενσωματώνονται σε αυτά. 	Ακολουθούν οπτικά τις πλευρές γνωστών σχημάτων ακόμη και αν συμπίπτουν με τις πλευρές άλλων σχημάτων της σύνθεσης.
5-6	*Αποενσωματωτής σχημάτων σε άλλα σχήματα (Shapes-in-shapes Disembedder):* Αναγνώριση σχημάτων ενσωματωμένα σε άλλα. Εντοπισμός αρχικών δομών γεωμετρικής σύνθεσης (Primary Structure). 	Ακολουθούν οπτικά τις πλευρές γνωστών σχημάτων ακόμη και αν συμπίπτουν με τις πλευρές άλλων σχημάτων της σύνθεσης.
7	*Αποενσωματωτής δευτέρας τάξεως σχημάτων (Secondary Structure Disembedder):* Αναγνώριση σχημάτων που ενσωματώνονται στη σύνθεση κι ας μη συμπίπτουν με τα σχήματα που δόμησαν αρχικά τη σύνθεση. 	Δόμηση, διατήρηση και χειρισμός νοερών εικόνων γνωστών σχημάτων με «ιδανική» δομή (π.χ. συμμετρία) τα οποία επικαλύπτονται από άλλη σύνθεση ή αναδιοργάνωση πορείας μέσα στη σύνθεση μη εξαρτώμενοι από τα σχήματα που αρχικά δόμησαν τη σύνθεση (primary structure).

8	*Ολοκληρωμένος αποενσωματωτής (Complete Disembedder):* Επιτυχής αναγνώριση όλων των διαφορετικών σχημάτων που υπάρχουν στην σύνθεση.	Οι δράσεις επεκτείνονται από το προηγούμενο επίπεδο και σε σχήματα μη οικεία προς τα παιδιά ή χωρίς «ιδανική» δομή.

Η ικανότητα για δημιουργία, συναρμολόγηση (composing) και αποσυναρμολόγηση (decomposing) μονάδων στη γεωμετρία παίρνει σάρκα και οστά με την ικανότητα περιγραφής και χρήσης οπτικής σύνθεσης (putting together) και ανάλυσης (taking apart) γεωμετρικών σχημάτων. Οι Sarama και Clements (2009) υποστηρίζουν ότι τα μικρά παιδιά κινούνται μέσα από επίπεδα στη διαδικασία σύνθεσης και ανάλυσης επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων. Ερευνητικά θα εστιαστούμε στα πλαίσια της μελέτης μας μόνο στα επίπεδα των δισδιάστατων σχημάτων, τα οποία περιγράφονται αναλυτικά και πιο κάτω στον Πίνακα 2.4.

Κατά τη σύνθεση γεωμετρικών συνθέσεων, αρχικά στο χαμηλότερο επίπεδο υπάρχει απουσία αυτών των ικανοτήτων. Αξίζει να σημειωθεί ότι, στα πρώτα δύο επίπεδα σύνθεσης (προ-συνθετικό και συναρμολόγησης μερών) τα παιδιά αντιλαμβάνονται τα σχήματα μόνο ως ολότητες και είναι ικανά να εντοπίσουν μόνο μερικές γεωμετρικές ιδιότητες μεταξύ των σχημάτων ή μεταξύ των στοιχείων του ίδιου σχήματος. Η χρήση των δομικών μονάδων σχήματος που φτιάχνουν τη γεωμετρική σύνθεση αποκτά σε επόμενα επίπεδα μονοδιάστατο και έπειτα ανεξάρτητο ρόλο. Στη συνέχεια, σταδιακά, τα παιδιά αποκτούν ικανότητες συναρμολόγησης γεωμετρικών σχημάτων στη δημιουργία εικόνων και προχωρούν στη σύνθεση συνδυασμών γεωμετρικών σχημάτων για δημιουργία ενός νέου γεωμετρικού σχήματος (σύνθετο γεωμετρικό σχήμα). Τέλος, συνδυάζουν σύνθετα γεωμετρικά σχήματα τα οποία αντιμετωπίζουν ως νέες σχηματικές μονάδες ή ως ολοκληρωμένα σχήματα (Clements, 2004 · Sarama & Clements, 2008 · Sarama & Clements, 2009).

Στην ανάλυση του σχήματος σε επιμέρους υποσχήματα παρατηρείται ότι η αρχική απουσία ικανοτήτων του πρώτου επιπέδου εναλλάσσεται με την ικανότητα ανάλυσης σχημάτων όταν ο τρόπος διαχωρισμού είναι εμφανείς. Η αρχική στήριξη των παιδιών σε πραγματικά αντικείμενα για την οπτικοποίηση της ανάλυσης, μετατρέπεται στην πορεία σε γενικώς ανεξάρτητη και ευέλικτη οπτικοποίηση με προσχεδιασμένες ενέργειες ανάλυσης του σχήματος.

Πίνακας 2.4

Επίπεδα Σύνθεσης και Ανάλυσης Σχημάτων των Sarama και Clements (2009, σελ. 263-266 · από Clements, Wilson, & Sarama, 2004)

Ηλικία	Επίπεδα Σύνθεση	Επίπεδα Ανάλυσης
0-3	*Προ-συνθετικό (Pre-Composer):* Τα παιδιά χειρίζονται τα σχήματα ως μοναδιαίες οντότητες χωρίς να τα χρησιμοποιούν για τη σύνθεση ενός μεγαλύτερου σχήματος. Στο πλαίσιο αυτό το άτομο αδυνατεί να ταυτίσει σχήματα σε απλά πλαίσια αναφοράς.	*Προ-αναλυτικό (Pre-DeComposer):* Τα παιδιά κατά τη διαδικασία ανάλυσης σχημάτων χρησιμοποιεί τη στρατηγική δοκιμής και ελέγχου (σωστού ή λάθους).
4	*Συναρμολόγηση μερών (Piece Assembler):* Τα παιδιά τοποθετούν σχήματα κατ' επανάληψη με στόχο να φτιάξουν μια εικόνα. Ταυτίζουν σχήματα σε απλά πλαίσια αναφοράς, με τη χρήση δοκιμής και ελέγχου. Δυσκολεύονται στις περιστροφές και στην έννοια της προοπτικής.	
5	*Σύνθεση εικόνας (Picture Maker):* Τα παιδιά ενώνουν σχήματα και δομούν γεωμετρικές συνθέσεις. Χρησιμοποιούν τα σχήματα με ένα μονοδιάστατο ρόλο π.χ. όπως φαίνεται και στην εικόνα πιο κάτω όπου τα χέρια στην κατασκευή δομούνται από δύο συνεχόμενα παραλληλόγραμμα. Δεν υπάρχει δυνατότητα πρόβλεψης του αποτελέσματος της γεωμετρικής σύνθεσης. Χρησιμοποιείται η τεχνική	*Απλή Ανάλυση (Simple DeComposer):* Τα παιδιά αναλύουν απλές συνθέσεις στις οποίες είναι φανερός ο τρόπος διαχωρισμού των σχημάτων. Η χρήση πραγματικών αντικειμένων ενισχύει την ικανότητά τους αυτή.

	δοκιμής -ελέγχου και οι μετασχηματισμοί της ανάκλασης και της περιστροφής. Έτσι, τα παιδιά μπορούν να συμπληρώσουν ένα πλαίσιο αναφοράς – πάζλ – δίνοντας έμφαση στην οπτική εικόνα για το μήκος των διαστάσεων του περιγράμματος της κατασκευής. *Σύνθεση Σχημάτων (Shape Composer):* Συνθέτουν σχήματα κάνοντας προβλέψεις. Χρησιμοποιούν και τις γωνίες (όχι μόνο τις πλευρές του σχήματος) ως κριτήριο επιλογής σχημάτων που αρμόζουν στη σύνθεση. Οι μετασχηματισμοί της περιστροφής και της ανάκλασης χρησιμοποιούνται σκόπιμα για την επιλογή και τοποθέτηση σχημάτων στη σύνθεση.	
6	*Αντικατάσταση Σχημάτων στη Σύνθεση (Substitution Composer):* Τα παιδιά δομούν νέα σχήματα από άλλα πιο μικρά σχήματα με τη χρήση της τεχνικής δοκιμής-ελέγχου αντικαθιστούν υπάρχοντα σχήματα της σύνθεσης με άλλα σχήματα για να φτιάξουν νέες συνθέσεις με διαφορετικούς τρόπους.	*Υποστηριζόμενη Ανάλυση Σχημάτων (Shape DeComposer – with help):* Ανάλυση με οπτικοποίηση στηριζόμενη από τη δραστηριότητα ή το περιβάλλον. Τα πραγματικά αντικείμενα ως άμεσο οπτικό μέσο καθοδηγούν την φυσική ανάλυση του σχήματος.
7	*Σύνθεση Σχημάτων με επανάληψη (Shape Composite Repeater)* Τα παιδιά δομούν και χειρίζονται	*Ανάλυση Σχημάτων με οπτικοποίηση (Shape DeComposer – with imagery):*

	στις μονάδες κατασκευής της σύνθεσης σκόπιμα. Για τη σύνθεση σχημάτων δομούν, αποθηκεύουν και χειρίζονται νοερές εικόνες συνδυασμού σχημάτων ως οντότητες και ως στοιχεία μιας πιο μεγάλης σύνθεσης.	Ανάλυση γεωμετρικών συνθέσεων με ευελιξία χρησιμοποιώντας γενικώς ανεξάρτητη οπτικοποίηση.
8	*Σύνθεση Σχημάτων με τη χρήση ανωτέρων μονάδων (Shape Composer with Superordinate Units):* Δόμηση, διατήρηση και χρήση με ευελιξία μονάδων σχημάτων (σχήματα δομημένα από άλλα υποσχήματα) σε άλλες γεωμετρικές συνθέσεις.	*Ανάλυση Σχημάτων με τη χρήση στοιχείων των μονάδων (Shape DeComposer with Units of Units):* Ανάλυση γεωμετρικών συνθέσεων με ευελιξία χρησιμοποιώντας γενικώς ανεξάρτητη οπτικοποίηση και σχεδιάζοντας τις ενέργειες ανάλυσης.

Η θεωρία αυτή έχει εγκυροποιηθεί και από άλλες έρευνες (π.χ. Clements, 2004). Δυστυχώς, έχει παρατηρηθεί ότι ο αριθμός των ερευνών που αναδεικνύουν τη σημαντικότητα των δεξιοτήτων σύνθεσης και ανάλυσης σχημάτων είναι περιορισμένος. Τα παιδιά εκ φύσεως αλλά και μέσα στα πλαίσια της εκπαίδευσης τους έρχονται σε επαφή με τη σύνθεση σχημάτων. Οι δεξιότητες αυτές, σύμφωνα και με τους Sarama και Clements (2009), είναι απαραίτητες να κατέχουν τα παιδιά έτσι ώστε να επιλύσουν με επιτυχία ένα σύνθετο γεωμετρικό πρόβλημα, μιας που επιτρέπουν να δούμε το σχήμα στη γεωμετρία με διαφορετικό τρόπο. Έτσι, οι ίδιοι ερευνητές τονίζουν την ανάγκη νέων ερευνών που να ασχολούνται με τις δεξιότητες αυτές.

Θεωρία Duval για την Εννοιολογική Σύλληψη του Σχήματος στη Γεωμετρία

Ο Raymond Duval εκπροσωπεί τη νέα τάση διδασκαλίας της γεωμετρίας. Ο ίδιος υποστηρίζει ότι τα γεωμετρικά σχήματα είναι αναπαραστάσεις αντικειμένων γεωμετρίας που εμπλέκονται δραστικά στις γεωμετρικές δραστηριότητες (Duval, 2005). Το σχήμα στη γεωμετρία αποτελείται από τρία πράγματα: τις μορφές (shape), τα μεγέθη (magnitudes) και τα σημεία – λέξεις.

Σύμφωνα με τον ίδιο ερευνητή, οι μαθητές προσεγγίζουν το γεωμετρικό σχήμα μέσα από τέσσερις τρόπους εννοιολογικής σύλληψης του σχήματος (Duval, 1995). Σε αντίθεση με τη θεωρία του ζεύγους Van Hiele που αναφέρεται σε επίπεδα γεωμετρικής σκέψης μέσα από τα οποία διέρχεται ένας μαθητής, ο Duval αναφέρεται σε μία προσέγγιση γνωστικής σκοπιάς και σε διεργασίες που στηρίζεται η γεωμετρική σκέψη (Παναούρα, 2007). Συγκεκριμένα, οι τέσσερις τύποι γνωστικής-εννοιολογικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος που προτείνει είναι η αντιληπτική σύλληψη (perceptual apprehension), η σειριακή ή ακολουθιακή σύλληψη (sequential apprehension), η λεκτική σύλληψη (discursive apprehension) και τέλος η λειτουργική σύλληψη (operative apprehension). Απαραίτητη μορφή σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος είναι η αντιληπτική και τουλάχιστον ένας από τους υπολοίπους τύπους σύλληψης. Αξίζει να σημειωθεί ότι το κάθε είδος σύλληψης έχει συγκεκριμένους νόμους οργάνωσης και επεξεργασίας του οπτικού ερεθίσματος.

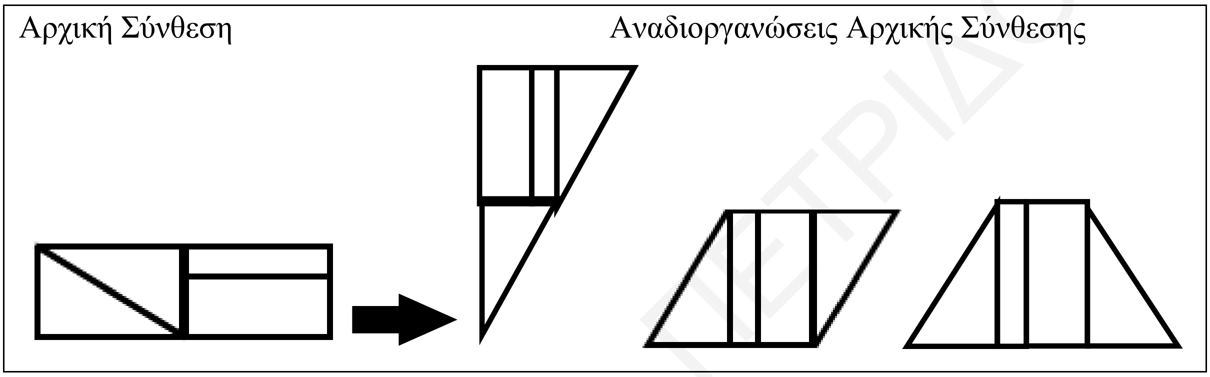
Ο πρώτος τύπος σύλληψης, η αντιληπτική σύλληψη (perceptual apprehension), σχετίζεται με την αναγνώριση του σχήματος ως ολότητα, με την πρώτη ματιά. Το παιδί ονομάζει τα σχήματα και κατανοεί τη συνολική μορφή του σχήματος. Είναι ικανό, όμως, και να εντοπίζει τα υποσχήματα του, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι μπορεί να κάνει οποιαδήποτε περαιτέρω επεξεργασία.

Ο δεύτερος τύπος, η ακολουθιακή ή σειριακή σύλληψη (sequential apprehension), είναι απαραίτητος για την κατασκευή ή την περιγραφή της διαδικασίας κατασκευής ενός σχήματος. Η σύλληψη αυτή υπακούει κατασκευαστικούς περιορισμούς και μαθηματικές ιδιότητες του σχήματος.

Ο τρίτος τύπος, η λεκτική σύλληψη (discursive apprehension), σχετίζεται με το γεγονός ότι κανένα σχήμα δεν μπορεί να παρουσιαστεί αποκομμένο από τη λεκτική φύση του. Οι μαθηματικές σχέσεις προσδιορίζονται μέσα από το λεκτικό μέρος του σχήματος, όπως οι ονομασίες και οι ορισμοί, και χωρίς αυτές το γεωμετρικό σχήμα ξεπερνά την αρχική αντιληπτική αναγνώριση του.

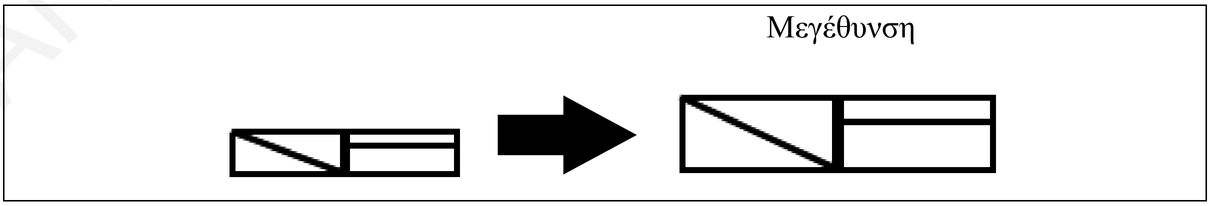
Ο τελευταίος τύπος, η λειτουργική σύλληψη (operative apprehension), ξεπερνά την αντιληπτική αναγνώριση και εισέρχεται σε οπτική επεξεργασία του γεωμετρικού σχήματος. Αυτός ο τύπος σύλληψης είναι αρωγός στην επίλυση γεωμετρικού προβλήματος μέσα από φυσικούς ή νοερούς μετασχηματισμούς του αρχικού σχήματος και εναπόκειται στους διάφορους τρόπους τροποποίησης ενός σχήματος. Τα τρία είδη τροποποιήσεων ενός γεωμετρικού σχήματος, τα οποία συνιστούν τη λειτουργική σύλληψη είναι η μερεολογική τροποποίηση (mereologic), η οπτική τροποποίηση (optic) και η τροποποίηση αλλαγή θέσης (place way) (Duval, 1995, 1999). Πιο κάτω αναλύονται λεπτομερώς οι προαναφερθέντες τύποι τροποποίησης.

Η μερεολογική τροποποίηση (mereologic) ασχολείται με τη διάσπαση του ολόκληρου σχήματος σε διάφορα υποσχήματα, στον συνδυασμό των υποσχημάτων αυτών σε ένα άλλο ενιαίο σχήμα, αλλά και στην εμφάνιση νέων υποσχημάτων. Το σχήμα αναδιοργανώνεται (reconfiguration) και μετασχηματίζεται σε άλλες μορφές. Αυτή είναι η πιο τυπική λειτουργία σε αυτό το είδος τροποποίησης. Χαρακτηριστικό παράδειγμα μερεολογικής τροποποίησης παρουσιάζεται στο διάγραμμα 2.7.



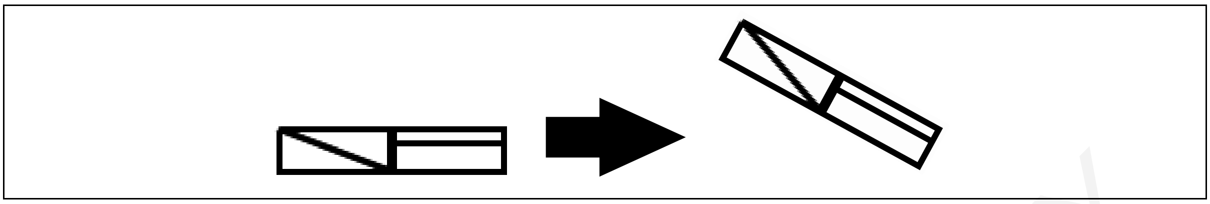
Διάγραμμα 2.7. Μερεολογική τροποποίηση λειτουργικής σύλληψης.

Ένα άλλο είδος τροποποίησης είναι η οπτική τροποποίηση (optic). Η συγκεκριμένη μορφή τροποποίησης επιτρέπει τη σμίκρυνση ή τη μεγέθυνση του σχήματος ή το να εμφανίζεται λοξό, σαν να γίνεται χρήση φακών. Τα σχήματα, παρόλο που εμφανίζονται διαφορετικά, δεν έχουν υποστεί οποιαδήποτε αλλαγή στις ιδιότητες τους. Ακόμη, μια τυπική λειτουργία της τροποποίησης αυτής είναι να εμφανίζονται δύο όμοια σχήματα επικαλυμμένα. Ο στόχος αυτού είναι το μικρότερο σχήμα να δίνει την εντύπωση ότι είναι το μεγαλύτερο αλλά από μεγαλύτερη απόσταση. Η τροποποίηση αυτή παρουσιάζεται στο πιο κάτω διάγραμμα 2.8.



Διάγραμμα 2.8. Οπτική τροποποίηση λειτουργικής σύλληψης.

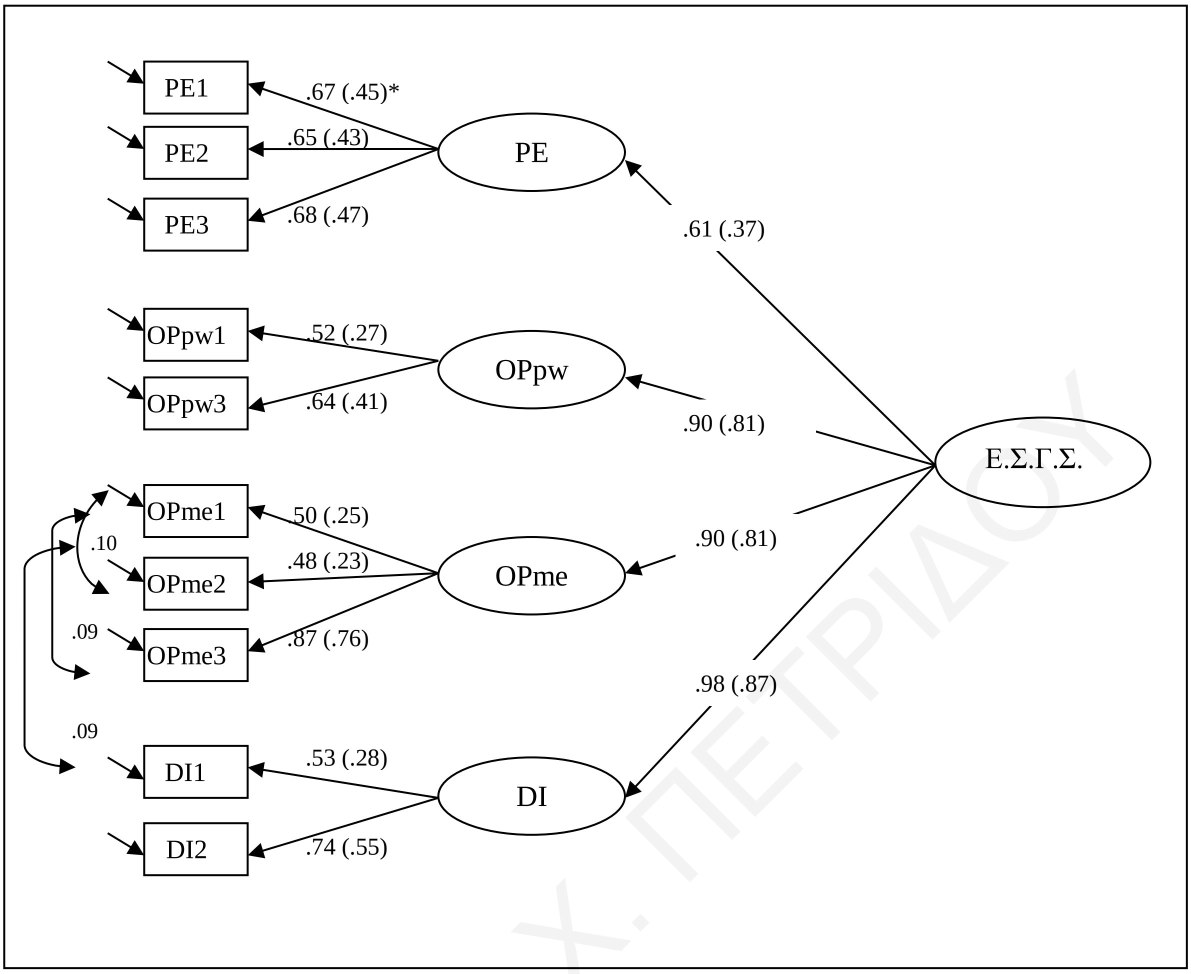
Τέλος, στη τροποποίηση αλλαγής θέσης (place way) κεντρικό στοιχείο είναι ο προσανατολισμός του σχήματος, ο οποίος αλλάζει. Η τροποποίηση αυτή είναι ο πιο αδύναμος μετασχηματισμό της λειτουργικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Όπως φαίνεται και πιο κάτω (διάγραμμα 2.9), διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην οπτική αναγνώριση ορθών γωνιών, οι οποίες σχηματίζονται από οριζόντιες και κατακόρυφες γραμμές.



Διάγραμμα 2.9. Τροποποίηση αλλαγής θέσης λειτουργικής σύλληψης.

Η θεωρία που αναλύεται πιο πάνω και το μοντέλο της εννοιολογικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος του Duval έχει επιβεβαιωθεί από την ερευνητική ομάδα των Deliyianni, Elia, Gagatsis, Monoyiou, & Panaoura (2009 · Deliyianni, Michael, Monoyiou, Gagatsis, & Elia, 2011) για την πρωτοβάθμια εκπαίδευση. Συγκεκριμένα, η ερευνητική ομάδα αυτή έχει δομήσει ένα ιεραρχικό μοντέλο τριών επιπέδων για το ρόλο της αντιληπτικής (perceptual), λεκτικής (discursive) και λειτουργικής (operative) σύλληψης στη γεωμετρική σύλληψη των γεωμετρικών σχημάτων.

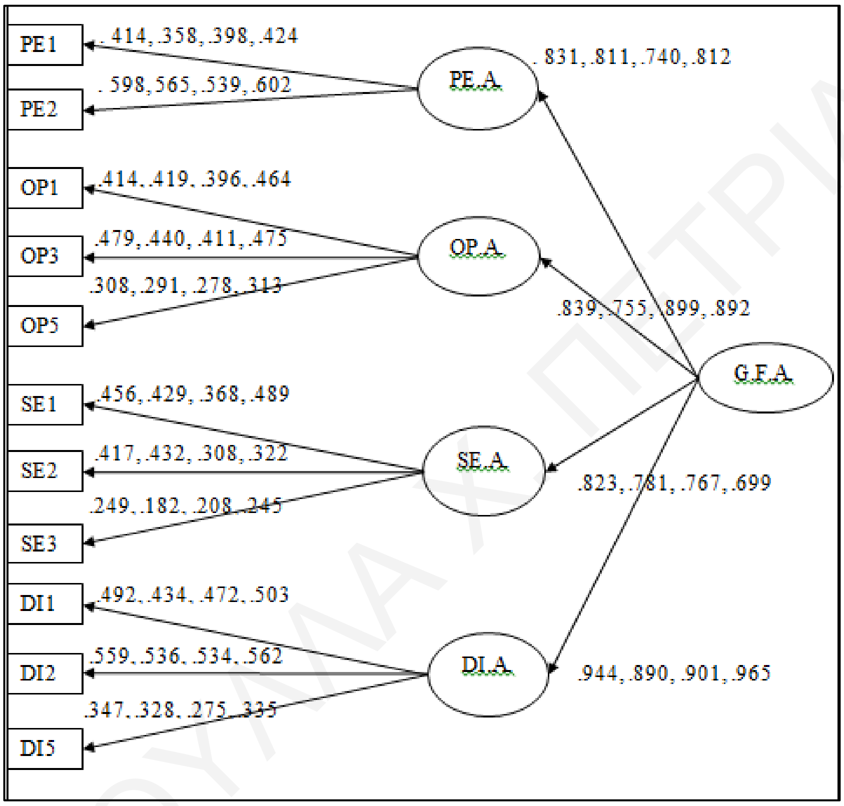
Παρομοίως, το θεωρητικό μοντέλο του Duval επιβεβαιώθηκε και από την Καλογήρου (2014), για τα παιδιά ηλικίας 10-13 χρονών (διάγραμμα 2.10) με δείκτες καταλληλότητας πολύ καλούς (CFI=0.987, χ^2=77.894, df=28, χ^2/df=2.78, $p<0.05$, RMSEA=0.033 με 90% διάστημα εμπιστοσύνης για το RMSEA: 0.025-0.042). Το μοντέλο δευτέρας τάξεως παρουσίασε συντελεστή παλινδρόμηση, όλων των παραγόντων πρώτης τάξης στον αντίστοιχο παράγοντα δευτέρας τάξης, στατιστικά σημαντικό και ιδιαίτερα υψηλό. Συγκεκριμένα, ο παράγοντας με την πιο υψηλή ικανότητα πρόβλεψης του παράγοντα Εννοιολογικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος (Ε.Σ.Γ.Σ.) ήταν η Λεκτική Σύλληψη (DI) με r^2=.99. Ενώ τη χαμηλότερη ικανότητα πρόβλεψης κατείχε ο παράγοντας Αντιληπτικής Σύλληψης (PE) με r^2=.61.



Σημείωση. Εξήγηση συμβολισμού (αναλυτική περιγραφή στη σελ. 70): PE - «Αντιληπτική Σύλληψη», OPpw - «Αλλαγή Θέσης Τροποποίηση της Λειτουργικής Σύλληψης», OPme - «Μερεολογική Τροποποίηση της Λειτουργικής Σύλληψης», DI – «Λεκτική Σύλληψη» και Ε.Σ.Γ.Σ. – «Εννοιολογική Σύλληψη Γεωμετρικού Σχήματος». *Ο πρώτος αριθμός δείχνει το συντελεστή φόρτισης και ο αριθμός στην παρένθεση την αντίστοιχη ερμηνευόμενη διασπορά (r^2).

Διάγραμμα 2.10. Δομικό μοντέλο της εννοιολογικής σύλληψης γεωμετρικού σχήματος σε παιδιά δημοτικής και μέσης εκπαίδευσης (από Καλογήρου, 2014).

Επιπρόσθετα, το μοντέλο της εννοιολογικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος του Duval επιβεβαιώθηκε για την κατώτερη και την ανώτερη δευτεροβάθμια εκπαίδευση μέσα από το μοντέλο της Michael (2013), όπως φαίνεται πιο κάτω στο διάγραμμα 2.11. Το μοντέλο είχε ικανοποιητικούς δείκτες προσαρμογής [CFI= 0.969, x^2 (129) = 161.075, RMSEA= 0.22] αναγνωρίζοντας τέσσερα είδη εννοιολογικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος του Duval, την αντιληπτική, τη λειτουργική, τη διαδικαστική και τη λεκτική ως δευτέρας τάξεως παράγοντες. Η αντιληπτική σύλληψη (PE.A.) χωρίστηκε σε δύο υποκατηγορίες: την ικανότητα αναγνώρισης (PE1) και ονομασίας γεωμετρικών σχημάτων (PE2). Η λειτουργική σύλληψη (OP.A.) εστιάστηκε στην αναδιαμόρφωση των σχημάτων. Η διαδικαστική σύλληψη (SE.A.) αφορούσε την ικανότητα οικοδόμησης γεωμετρικών σχημάτων. Τέλος, η λεκτική σύλληψη (DI.A.) αφορούσε έργα απόδειξης που απαιτούν εξαγωγή συμπερασμάτων από δεδομένα ή στηριζόμενοι με γνώσεις από θεωρήματα και ορισμούς. Πρέπει να τονιστεί ότι μέσα από το μοντέλο συμπεραίνεται ότι κάθε διαφορετικό είδος σύλληψης ενεργοποιεί άλλες γνωστικές διαδικασίες για την επιτυχή επίλυση των έργων που ομαδοποιούνται στους παράγοντες πρώτης τάξεως. Το μοντέλο αυτό φάνηκε να μην επηρεάζεται από την ηλικία των παιδιών και το μορφωτικό τους επίπεδο, αλλά μένει αμετάβλητο για τις διάφορες ομάδες παιδιών.



Διάγραμμα 2.11. Δομικό μοντέλο της εννοιολογικής σύλληψης γεωμετρικού σχήματος σε παιδιά μέσης εκπαίδευσης (από Michael, 2013).

Μέχρι στιγμής δεν έχουν γνωστοποιηθεί ή πραγματοποιηθεί έρευνες με σκοπό την επιβεβαίωση του θεωρητικού μοντέλου του Duval για τα παιδιά προσχολικής ηλικίας, κάτι που έχει σκοπό να πράξει η παρούσα ερευνητική πρόταση. Οι έρευνες για τη προσχολική ηλικία εστιάζονται περισσότερο στην αντιληπτική σύλληψη του σχήματος, αλλά πρόσφατες αναφορές τονίζουν τις πολλαπλές διαστάσεις της σύλληψης αυτής (π.χ. Petridou, Elia, Gagatsis, & Anastasiadou, 2017 · Petridou, Ilia, & Gagatsis, 2016).

Το σχήμα ανήκει σε ένα ειδικό σημειωτικό σύστημα (register, σύμφωνα με τον Duval 1995 · 1999), το οποίο συνδέεται με το αντιληπτικό οπτικό σύστημα, υπακούοντας σε εσωτερικούς κανόνες οργάνωσης. Συγκεκριμένα, ο όρος σχήμα είναι ταυτόσημος με την εξωτερική εικονική αναπαράσταση και οπτικοποιήση μιας έννοιας ή μιας κατάστασης στη γεωμετρία (Mesquita, 1998).

Ο όρος «εξωτερικές αναπαραστάσεις» αναφέρεται στους εξωτερικούς συμβολικούς φορείς – σύμβολα, σχήματα, διαγράμματα – που αναπαριστούν εξωτερικά μια πραγματικότητα (Dufour-Janvier, Bednarz, & Belanger, 1987). Ο όρος «σχήμα» ή «γεωμετρική μορφή» αναφέρεται σε μια νοερή κατασκευή που παραμένει αναλλοίωτη στα διάφορα σχέδια και κατασκευάζεται με βάση γεωμετρικές ιδιότητες και σχέσεις. Η «γεωμετρική μορφή» δεν υπόκειται στους υλικούς περιορισμούς των εξωτερικών αναπαραστάσεων και χαρακτηρίζεται από απόλυτη αντικειμενικότητα (Χριστοδουλίδης & Παπαδόπουλος, 2003).

Ειδικότερα, ο τομέας της γεωμετρίας είναι συνυφασμένος με τις αναπαραστάσεις στις οποίες ενσωματώνεται ο φυσικός κόσμος. Ο επίσημος ορισμός για την αναπαράσταση, ο οποίος χρησιμοποιείται σε έρευνες Μαθηματικής Παιδείας, είναι ο ορισμός του Kaput (1987), ο οποίος αναφέρει ότι η αναπαράσταση αποτελείται από πέντε ολότητες. Η πρώτη ολότητα είναι η ολότητα που αναπαριστάται, η δεύτερη είναι η ολότητα που αναπαριστά, η τρίτη είναι οι συγκεκριμένες πτυχές της ολότητας προς αναπαράσταση που αναπαρίστανται, η τέταρτη είναι οι συγκεκριμένες πτυχές της ολότητας που αναπαριστά, οι οποίες κάνουν την αναπαράσταση και τέλος η πέμπτη ολότητα είναι η αντιστοιχία ανάμεσα στις δύο ολότητες, η ολότητα που αναπαριστάται και η ολότητα που αναπαριστά (Kaput 1987, σελ.23).

Σε άρθρο του, ο Duval (2013) ασχολείται αναλυτικά με την έννοια της οπτικοποίηση σε διάφορους τομείς των μαθηματικών όπως η αριθμητική, η άλγεβρα και η γεωμετρία. Υποστηρίζει ότι η οπτικοποίηση διαδραματίζει σημαντικότατο ρόλο στη μάθηση της γεωμετρίας. Παρατηρείται ότι στη γεωμετρία δίνεται έμφαση στην αντίληψη της πρώτης ματιάς σε ένα σχήμα. Η αντίληψη αυτή αποτελεί εμπόδιο για τη λειτουργική αποδόμηση των διαστάσεων του σχήματος (dimensional deconstruction) η οποία θεωρείται απαραίτητη για την ουσιαστική κατανόηση και σύλληψη του σχήματος αντιληπτικά. Ο όρος αυτός της «αποδόμηση των διαστάσεων του σχήματος» (dimensional deconstruction) θα αναλυθεί αργότερα στο παρόν υποκεφάλαιο.

Σύμφωνα με τον Duval (2005), όταν τα παιδιά βλέπουν ένα σχήμα το αναγνωρίζουν με δύο διαφορετικούς τρόπους: η αναγνώριση της μορφής, δηλαδή αυτού που εμφανίζεται μπροστά στο παιδί και το αντιλαμβάνεται με τις αισθήσεις του και η αναγνώριση του αντικειμένου, δηλαδή αυτό που αναπαριστά η εικόνα του αντικειμένου αυτού. Κατά τον πρώτο τρόπο η γνωστική προσέγγιση επικεντρώνεται στην εξεικόνιση (οπτικοποίηση), δηλαδή πώς βλέπει κανείς τις σχέσεις ανάμεσα σε γεωμετρικά αντικείμενα, ώστε να διευκολύνεται η επεξεργασία του γεωμετρικού προβλήματος. Διακρίνονται δύο τύποι εξεικόνισης: εικονική και μη εικονική εξεικόνιση. Στην εικονική εξεικόνιση γίνεται αναγνώριση του σχήματος με βάση την ομοιότητά του με το τυπικό μοντέλο. Βλέπουν το σχήμα ως μορφή, ανεξάρτητα από τις πράξεις σ’ αυτό. Αντίθετα, στη μη εικονική εξεικόνιση η αναγνώριση του σχήματος στηρίζεται στις νοερές, εσωτερικές πράξεις οι οποίες θα βοηθήσουν στον εντοπισμό των ιδιοτήτων για προσδιορισμό του σχήματος. Αυτές οι πράξεις πραγματοποιούνται είτε μέσω της κατασκευής, είτε μέσω του μετασχηματισμού ενός σχήματος.

Όταν η πρώτη μορφή αναγνώρισης – η λεγόμενη αντιληπτική αναγνώριση – υπερτερεί της δεύτερης – της εννοιολογικής – τότε το παιδί δεν μπορεί να περάσει στην επίλυση προβλημάτων και παραμένει σε ένα πρώτο επίπεδο επαφής με το σχήμα. Ο Duval (2005, 2006) υποστηρίζει πως δεν είναι θεμιτό η διδασκαλία της γεωμετρίας να ξεκινά με την αναγνώριση των σχημάτων (botanic: βοτανική προσέγγιση ή προσέγγιση φυτολογίας), αφού αυτό καθηλώνει τους μαθητές στην εικονική εξεικόνιση. Χαρακτηριστικά αναφέρει πως «όταν κάποιος βλέπει τα σχήματα εικονικά δεν μπορεί ποτέ του να μάθει γεωμετρία». Επιπλέον, εκφράζει τη διαφωνία του με την ύπαρξη ιεραρχικών επιπέδων, εξηγώντας πως η ανάπτυξη διαφόρων γνωστικών λειτουργιών που σχετίζονται με τη γεωμετρία γίνεται ταυτόχρονα και μπορεί να ξεκινήσει από τη νηπιακή ηλικία.

Πρόσφατες έρευνες (π.χ. Gal & Linchevski, 2010 · Perrin-Glorian, Mathé & Leclerc, 2013 · Duval, 2014) εστιάζουν στον τρόπο που ένα άτομο βλέπει το σχήμα στα μαθηματικά και ποιες δυσκολίες εμπερικλείονται σε αυτό. Παρατηρήθηκε ότι τα μικρά παιδιά δυσκολεύονται στη διασύνδεση διαφορετικών οπτικών αναπαραστάσεων του ίδιου γεωμετρικού αντικειμένου (Dindyal, 2015). Για παράδειγμα, τα παιδιά ποτέ δε «βλέπουν» το ολοκληρωμένο μαθηματικό αντικείμενο των τετραγώνων ορθογωνίων σε ένα απλό διάγραμμα. Αντιθέτως, αντιλαμβάνονται τις κοινές ιδιότητες που σχετίζονται με το τετράγωνο ορθογώνιο μετά από την επαφή τους με πολλά οπτικά παραδείγματα του αντικειμένου, αλλά και φέρνοντας σε αντιπαραβολή τις ιδιότητες αυτές με άλλα είδη ορθογωνίων (Hallowell, Okamoto, Romo, & LaJoy, 2015).

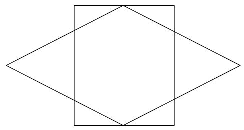
Συγκεκριμένα, ο Duval (2013, 2005) υποστηρίζει ότι σε μια γεωμετρική σύνθεση υπάρχουν πολλά κλειστά περιγράμματα, έτσι τα σχήματα που μπορεί κάποιος να αναγνωρίσει σε αυτή μπορεί να είναι σχήματα που διαπερνούνται από ευθύγραμμα τμήματα άλλων σχημάτων (superposed) ή μη (juxtaposed) (βλέπε Πίνακας 2.5). Οι δύο τρόποι αυτοί είναι αποκλειστικά οπτικοί τρόποι αναγνώρισης, όπου ο ένας αποτελεί εμπόδιο για τον άλλο. Ο ίδιος ο ερευνητής σε γεωμετρικά προβλήματα τονίζει ότι τα παιδιά φαίνεται να αναγνωρίζουν, σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται (εν μέρει ή ολικώς) το ένα από το άλλο, πιο εύκολα φανερά σχήματα τα οποία διαπερνούν το ένα το άλλο (superposed) παρά σχήματα που δε διαπερνούνται από άλλα (juxtaposed). Αυτό απαιτεί την υπέρβαση της αντιληπτικής αναγνώρισης των σχημάτων αλλά και την αναδιοργάνωση των πιθανών σχημάτων που δε διαπερνούνται από άλλα.

Στον πιο κάτω Πίνακα 2.5 αντιπαραβάλλονται οι δύο θεωρίες του Duval (2013) και του Gestalt (από το υποκεφάλαιο «Θεωρία των Sarama και Clements», σελ. 35) που αναπτύχθηκαν για την αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις. Η θεωρία του Duval ταυτίζεται με τη θεωρία του Gestalt για την αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις βάση του περιγράμματος του σχήματος. Οι θεωρίες συμφωνούν στο ότι τα πιο δύσκολα προς αναγνώρισης σχήματα είναι αυτά που ανήκουν στα σχήματα δευτέρας τάξης περιγράμματος του σχήματος και τα αντίστοιχα μη επικαλυπτόμενα σχήματα που δημιουργούνται με την επικάλυψη άλλων σχημάτων μεταξύ τους στις γεωμετρικές συνθέσεις.

Το ερώτημα που τίθεται είναι: «Πώς μπορούν όλα τα παιδιά να δουν τα σχήματα με μαθηματικό τρόπο και όχι απλά στηριζόμενοι στην αντίληψη τους, έτσι ώστε να μπορούν να επιλύσουν μαθηματικά προβλήματα;» (Duval, 2013). Ο ίδιος ερευνητής υποστηρίζει ότι ένα άτομο μπορεί να δει ένα σχήμα και να αναγνωρίσει τι αναπαριστά είτε με φυσικό είτε με μαθηματικό τρόπο (Duval, 2011). Ένα σημαντικό θέμα στη διδασκαλία της γεωμετρίας τόσο στην πρωτοβάθμια όσο και στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση είναι η αναγνώριση των μονάδων του σχήματος, οι οποίες να είναι αναγνωρίσιμες σε οποιοδήποτε δομημένο σχήμα. Σύμφωνα και με τον Duval (2011), η ικανότητα οπτικοποίησης στη γεωμετρία συνδέεται άμεσα με την ικανότητα αναγνώρισης όλων των μονάδων του σχήματος που είναι μαθηματικά σχετικές.

Πίνακας 2.5

Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις σύμφωνα με τις Θεωρίες του Duval και του Gestalt

Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου υπάρχει επικάλυψη σχημάτων (Superposed Geometrical Configuration):			
Σχήματα σύμφωνα με τη Θεωρία του Duval		Δύο πολύγωνα σχήματα επικαλύπτονται (superposed): Ένας ρόμβος επικαλύπτει ένα μέρος της δομής ενός ορθογώνιο	Επτά πολύγωνα σχήματα που δεν επικαλύπτονται (juxtaposed): Δύο ισόπλευρα τρίγωνα, τέσσερα ορθογώνια τρίγωνα και ένα εξάγωνο
Σχήματα σύμφωνα με τη Θεωρία του Gestalt	Περίγραμμα (Contour)	Δύο σχήματα αρχικής δομής περιγράμματος του σχήματος (primary contour structures: PCS)	Επτά σχήματα δευτέρας τάξης περιγράμματος του σχήματος (secondary contour structures: SCS)

Η ικανότητα των παιδιών να «διαβάζουν» διαγράμματα (σχήματα) δεν περιορίζεται στην αντιληπτική αναγνώριση, αλλά απαιτεί τη δημιουργία συσχετίσεων μεταξύ αντίληψης και αφηρημένης σκέψης (Yakimanskaya, 1970). Ο Duval (2014) προτάσσει την άποψη ότι η γνωστική ανάλυση μιας οπτικής γεωμετρικής αναπαράστασης πρέπει να λαμβάνει υπόψη τις διαστάσεις του αναπαριστώμενου αντικειμένου (π.χ. 0D, 1D, 2D, 3D) και τις διαστάσεις των μέσων που στηρίζουν τη φυσική του υπόσταση (π.χ. για ένα δισδιάστατο σχήμα το μέσο φυσικής υπόστασης μπορεί να είναι η οθόνη του ηλεκτρονικού υπολογιστή ή ένα φύλλο χαρτιού). Το γεγονός αυτό επιτρέπει την διάκριση της γεωμετρικής αναπαράστασης με βάση τις δράσεις και τις γνωστικές λειτουργίες που μπορούν να γίνουν στην οπτική αναπαράσταση. Επομένως, υπάρχουν δύο τύποι οπτικοποίησης, ο επιστημολογικός και ο γνωστικός τρόπος. Από την μια, ο γνωστικός τρόπος αναφέρεται στην αντίληψη και στον τρόπο που οι νοερές εικόνες μετατρέπονται αμέσως σε σχηματικές μονάδες (οπτικά ή με τη χρήση των κινήσεων των χεριών). Από την άλλη, ο επιστημολογικός τρόπος αναφέρεται στην οπτική αναγνώριση των σχηματικών μονάδων μέσα από εργαλεία, όπως κατασκευές σε συνθέσεις με συγκεκριμένες γεωμετρικές ιδιότητες, που επιτρέπουν τη μαθηματική αναγνώριση των σχηματικών μονάδων.

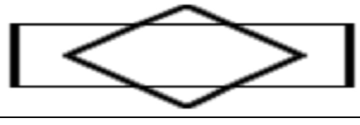
Για να μπορεί ένα άτομο να δει το σχήμα με μαθηματικό τρόπο και να επιλύσει ένα πρόβλημα γεωμετρίας πρέπει η οπτικοποίηση του να εναντιωθεί στην αντίληψη και το άτομο να αποδομήσει (αναλύσει) τις διαστάσεις του γεωμετρικού σχήματος επικεντρωμένο στην αναγνώριση όλων των πιθανών μονάδων του σχήματος (figural units) (Duval, 2013). Οι μονάδες του σχήματος είναι «όλα εκείνα τα στοιχεία που μπορεί οπτικά να διακρίνει το άτομο σε ένα δοσμένο σχήμα» (Duval, 2013, σελ. 166). Υπάρχουν τέσσερα είδη μονάδων του σχήματος σύμφωνα με τον αριθμό των διαστάσεων που έχουν:

- Μονοδιάστατο σε δισδιάστατο (1D/2D), π.χ. ένα ευθύγραμμο τμήμα που υπάρχει σε μια επιφάνεια;
- Δισδιάστατο σε δισδιάστατο (2D/2D), π.χ. μια κλειστή επιφάνεια που εμπερικλείεται σε μια άλλη επιφάνεια;
- Τρισδιάστατο σε δισδιάστατο (3D/2D), π.χ. σύνθεση από γραμμές σε ένα στερεό;
- Μηδενικής διάστασης σε δυσδιάστατο (0D/2D), π.χ. ένα σημείο ή πλευρά του σχήματος.

Η οπτικοποίηση με τον τρόπο αυτό επιτρέπει την αντιληπτική αναγνώριση σχημάτων σε μία γεωμετρική σύνθεση και την αποδόμηση των μονάδων του σχήματος σε πιο απλές διαστάσεις (από το 2D σε 1D ή από 1D σε 0D ή από 2D σε 0D). Αυτό είναι αντίθετο με την απλή αντίληψη, όπου οι γνωστικές λειτουργίες της οπτικοποίησης διακρίνουν τα γεωμετρικά σχήματα από τις ιδιότητες τους. Συγκεκριμένα, τη γεωμετρική σύνθεση του Πίνακα 2.6 εντοπίζονται 43 διαφορετικές σχηματικές μονάδες, επομένως θα μπορούσε να ειπωθεί ότι υπάρχουν 43 πιθανότητες για οπτική επικέντρωση.

Πίνακας 2.6

Σχηματικές Μονάδες σε Γεωμετρική Σύνθεση (Duval, 2013, σελ. 33-34).

Γεωμετρική Σύνθεση		
Σχηματικές Μονάδες	Μονοδιάστατο σε δισδιάστατο (1D/2D): 16 ευθύγραμμα τμήματα ή ένα δίκτυο από 8 μέρη ευθειών γραμμών	Μηδενικής διάστασης σε δυσδιάστατο (0D/2D): 12 σημεία τομή ή κορυφές

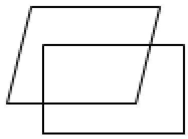
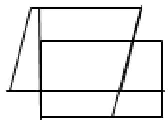
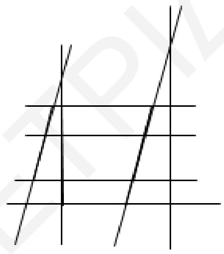
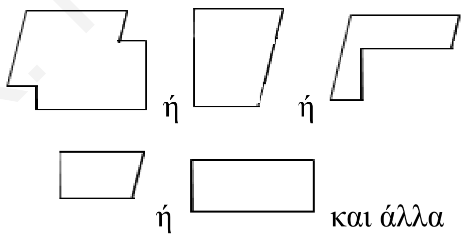
Σύμφωνα και με τον Duval (2005), η αποδόμηση διαστάσεων ενός σχήματος στη γεωμετρία είναι η πιο βασική διαδικασία οπτικοποίησης στη γεωμετρία, η οποία επιτρέπει την οπτική αναγνώριση ενός σχήματος σε μία γεωμετρική σύνθεση η οποία αποτελείται από μονάδες του σχήματος πιο χαμηλών διαστάσεων. Ακριβώς, η αποδόμηση διαστάσεων ενός σχήματος είναι η αλλαγή στις διαστάσεις οποιουδήποτε σχήματος προς αναγνώριση ή δοσμένης σύνθεσης (Duval, 2005). Αυτό το είδος αντιληπτικής σύλληψης του σχήματος είναι πέρα - και μερικές φορές ενάντια – από την απλή αντίληψη. Έχοντας υπόψη αυτή τη γνωστική λειτουργία της οπτικοποίησης, τα γεωμετρικά σχήματα και οι ιδιότητες τους μπορούν να διακριθούν. Επιπλέον, οι λειτουργίες αυτές είναι απαραίτητες για τη σύλληψη των γεωμετρικών ιδιοτήτων.

Η αποδόμηση διαστάσεων και η διάκριση των μονάδων του σχήματος (1D/2D, 0D/2D και 2D/2D) απαιτεί το σπάσιμο -ανάλυση- όλων των κλειστών περιγραμμάτων του σχήματος. Είναι γεγονός ότι η αποδόμηση διαστάσεων μπορεί να περιγραφεί με τρεις βασικές λειτουργίες (βλέπε Πίνακα 2.7). Η πρώτη λειτουργία είναι η προέκταση όλων των πλευρών του σχήματος για τη δημιουργία ενός δικτύου από ευθείες γραμμές. Η δεύτερη λειτουργία είναι η εμφάνιση και η δημιουργία νέων ευθύγραμμων τμημάτων μεταξύ των σημείων διασύνδεσης που υπάρχουν στο σχήμα. Τέλος, η τρίτη λειτουργία αφορά την αναγνώριση διαφορετικών βασικών σχημάτων ή συνθέσεων, που υπάρχουν στο δίκτυο αυτό, και πώς αυτά μπορούν να μετασχηματιστούν από το ένα σχήμα ή σύνθεση σε ένα άλλο σχήμα ή μία άλλη σύνθεση (Duval, 2013).

Η αποδόμηση διαστάσεων περιγράφει τη μετάβαση από μια δεδομένη αναπαράσταση του σχήματος (π.χ. ένα τρίγωνο στον Πίνακα της τάξης) σε ένα πιο γενικό και αφηρημένο αντικείμενο (π.χ. την έννοια του τριγώνου με τα χαρακτηριστικά και τις ιδιότητες που το διέπουν) (Duval, 2005 · 2013). Για παράδειγμα, το τετράγωνο ως σχήμα μπορεί το άτομο να το δει ως ένα δισδιάστατο αντικείμενο με συγκεκριμένη επιφάνεια ή/και ως ένα σύνολο από μονοδιάστατα αντικείμενα (πλευρές του τετραγώνου) ή/και ως ένα σύνολο από μηδενικών διαστάσεων αντικείμενα (κορυφές του τετραγώνου) (Soury-Lavergne & Maschietto, 2015). Από τη μια στο φυσικό τρόπο αντίληψης του σχήματος το άτομο επικεντρώνεται στις σχηματικές μονάδες 1D, 2D ή 3D, όπως στα πραγματικά αντικείμενα. Στο μαθηματικό τρόπο αντίληψης του σχήματος το άτομο πρέπει να αποδομήσει τις διαστάσεις του σχήματος σε σχηματικές μονάδες 1D ή 0D/2D. Σύμφωνα και με τον Duval (2011), το άτομο γίνεται γνώστης των διαφορετικών τρόπων αναγνώρισης του σχήματος πριν ακόμη αποκτήσει γνώσεις για τα πιο κλασικά και βασικά σχήματα στη γεωμετρία.

Πίνακας 2.7

Οι Τρεις Λειτουργίες της Αποδόμησης Διαστάσεων ενός Σχήματος

Γεωμετρική σύνθεση ή Βασικό Σχήμα	
Λειτουργίες αποδόμησης διαστάσεων (DD):	
1η: Προέκταση όλων των πλευρών του σχήματος για τη δημιουργία ενός δικτύου από ευθείες γραμμές	
2η: Νέα ευθύγραμμα τμήματα δημιουργούνται μεταξύ των σημείων διασύνδεσης που υπάρχουν στο σχήμα	
3η: Αναγνώριση νέων διαφορετικών βασικών σχημάτων ή συνθέσεων, που υπάρχουν στο δίκτυο αυτό.	

Παρομοίως, οι Gal και Linchevski (2010) προτείνουν τρεις φάσεις οπτικής αντίληψης και αναπαράστασης γνώσεων (visual per caption and knowledge representation - VPR): την οργάνωση, την αναγνώριση και την αναπαράσταση. Σε μία γεωμετρική σύνθεση τα οπτικά χαρακτηριστικά (0D ή 1D μονάδες του σχήματος και οι σχέσεις τους) δύσκολα διακρίνονται από τα παιδιά. Η δυσκολία εναπόκειται στο ότι τα παιδιά δυσκολεύονται να περάσουν από την αρχική πρώτη αντίληψη τους (βάσει των αισθήσεων) για το σχήμα σε μία πιο αναλυτική μορφή. Η έρευνα έδειξε ότι η εξάσκηση των εκπαιδευτικών στο να δίνουν έμφαση και στο να κατανοούν τον τρόπο σκέψης των παιδιών βοήθησε στη βελτίωση της διδασκαλίας και της μάθησης (Carpenter & Fennema, 1992 · Gal, 2005). Με τα νέα «γυαλιά» σκέψης δίνεται έμφαση σε στοιχεία που παλαιότερα θα αγνοούσαμε. Ο Gal (2005) προτάσσει μια πλειάδα τεχνικών οπτικού χειρισμού και αντίληψης που μπορούν οι εκπαιδευτικοί να χρησιμοποιούν στην τάξη για να κάνουν τα παιδιά να αντιληφθούν το σχήμα και να επιλύσουν προβλήματα με αυτό. Για παράδειγμα, να βρίσκουν τον πιο βολικό, ανά περίπτωση, τρόπο αποδόμησης του σχήματος (π.χ. χρησιμοποιώντας διαφάνειες), να αναγνωρίζουν τα περιγράμματα (π.χ. να χρησιμοποιούν φυσικούς και στη συνέχεια νοερούς μετασχηματισμούς) και να ερμηνεύουν ένα δοσμένο σχήμα. Η αποδόμηση διαστάσεων (dimensional deconstruction) θεωρείται πολύ δύσκολη για τα παιδιά, αλλά αποτελεί αρωγός στη διατύπωση συμπερασμάτων για τις ιδιότητες των μαθηματικών εννοιών και στο πέρασμα στην αξιωματική γεωμετρία (Gal & Linchevski, 2010).

Σε έρευνα των Soury-Lavergne και Maschietto (2015) μελετήθηκε η αποδόμηση των διαστάσεων του σχήματος σε χωρικά προβλήματα με τη χρήση τετραγωνισμένου χαρτιού και του λογισμικού Cabri (Eleme-book) σε τρία διαφορετικά περιβάλλοντα: το φυσικό, το γραφικό και το γεωμετρικό χώρο. Ειδικότερα, τα υποκείμενα της έρευνας αποτέλεσαν παιδιά ηλικίας 7 χρονών, στα οποία εφαρμόστηκε δομημένο παρεμβατικό πρόγραμμα διδασκαλίας. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι όταν τα παιδιά ήρθαν σε επαφή με την αποδόμηση διαστάσεων μπορούσαν με επιτυχία να αποδομήσουν τις δύο διαστάσεις του σχήματος σε μια διάσταση, μιας που χρησιμοποιούσαν τετράπλευρα και γραμμές για την κατασκευή τετραγωνισμένου χαρτιού (grid). Δυστυχώς, όπως τονίζεται και από τον Kaur (2015) τα παιδιά έχουν πολύ λίγη επαφή με αντικείμενα μιας διάστασης (1D), έτσι για το λόγο αυτό είναι πιο δύσκολο για αυτά να εφαρμόσουν την αποδόμηση διαστάσεων κατά την κατανόηση και το συλλογισμό των ιδιοτήτων του σχήματος στη γεωμετρία. Σε πρόσφατη έρευνα των Hallowell et al. (2015) εξετάστηκε η σύνθεση και η ανάλυση σχημάτων με στόχο την ταύτιση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις. Από τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής φάνηκε ότι η αποδόμηση διαστάσεων ήταν μια αρκετά σύνθετη έννοια για τα παιδιά. Ειδικότερα, η μετάφραση των δισδιάστατων σχημάτων σε τρισδιάστατα στερεά δυσκόλεψε τα παιδιά ιδιαίτερα όταν εμπλέκονταν καμπύλες γραμμές.

Παρόλα αυτά, οι μετασχηματισμοί ενός σχήματος συμπεριλαμβανομένου της αποδόμησης διαστάσεων αποτελούν σημαντικές διαδικασίες οπτικής ευελιξίας στη γεωμετρία (Michael – Chrysanthou & Gagatsis, 2013). Πιστεύεται ότι η γεωμετρία εμπεριέχει την ανάπτυξη δεξιοτήτων οπτικοποίησης με διαφορετικούς τρόπους – mobility of seeing – και πρέπει να αρχίζει από τις πολύ μικρές ηλικίες (Mathé, 2009). Τα παιδιά πιστεύεται ότι θα πρέπει να έρχονται σε επαφή με την αποδόμηση των διαστάσεων μιας που η απλή αντιληπτική προσέγγιση του σχήματος δεν είναι αρκετή για να μάθει κανείς γεωμετρία σε οποιοδήποτε επίπεδο εκπαίδευσης. Οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να δημιουργήσουν γεωμετρικές καταστάσεις και μαθησιακά περιβάλλοντα που εμπεριέχουν αποδόμηση διαστάσεων έτσι ώστε τα παιδιά να έχουν την ευκαιρία να αποκτήσουν εξελικτικά τη διαδικασία του γεωμετρικού συλλογισμού (Soury-Lavergne & Maschietto, 2015).

Η μετασχηματιστική γεωμετρία θεωρείται ένας νέος τύπος γεωμετρίας (Jones, 2002). Η μετασχηματιστική γεωμετρία θεωρείται σημαντική για την ανάπτυξη του γεωμετρικού και χωρικού συλλογισμού (Hollebrands, 2003). Σύμφωνα με το NCTM (2000), «τα διδακτικά προγράμματα από το νηπιαγωγείο και σε όλα τα επίπεδα θα πρέπει να ενισχύουν τους μαθητές να εφαρμόζουν μετασχηματισμούς και να χρησιμοποιούν συμμετρία για να αναλύουν μαθηματικές καταστάσεις» (σελ.41). Άξιο αναφορά είναι το γεγονός ότι πρώτιστο μέλημα της συγγραφής του νέου αναλυτικού προγράμματος (ΝΑΠ) των μαθηματικών της Κύπρου (Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού της Κύπρου κ.ά., 2010 - 2016) ήταν ο εκσυγχρονισμός του περιεχομένου των μαθηματικών για να συνάδει με τις εκάστοτε ανάγκες της κοινωνίας και των αναλυτικών προγραμμάτων των Ευρωπαϊκών χωρών. Ως εκ τούτου μια ενότητα που θεωρήθηκε σημαντική να ενσωματωθεί στο περιεχόμενο των μαθηματικών είναι οι μετασχηματισμοί στην γεωμετρία. Συγκεκριμένα, ορίζονται στόχοι για τη διερεύνηση μετασχηματισμών (βλέπε ΝΑΠ Μαθηματικών, σελ. 202-203) από την πρώτη κιόλας κλίμακα, στην οποία εμπίπτει και η προσχολική εκπαίδευση (4-6 χρονών).

Η έρευνα στη γεωμετρία των μετασχηματισμών τα τελευταία χρόνια εστιάζεται στην ανάπτυξη της γνώσης και της κατανόησης (Yanik & Flores, 2009). Οι τύποι γεωμετρικών μετασχηματισμών που συναντούμε πιο συχνά τόσο στη βιβλιογραφία όσο και στα διδακτικά εγχειρίδια είναι η μεταφορά, η ανάκλαση και η περιστροφή από σημείο. Αναλυτικότερα, στη μεταφορά ένα σχήμα αλλάζει θέση στο χώρο προς κάποια κατεύθυνση. Στην ανάκλαση ένα σχήμα αντιστρέφεται ως προς κάποιο άξονα συμμετρίας. Στην περιστροφή ένα σχήμα περιστρέφεται γύρω από κάποιο σημείο, χωρίς να αντιστραφεί.

Η εκτέλεση μετασχηματισμών είναι μια πολυδιάστατη νοητική διεργασία (Kidder, 1976). Η ερευνητική κοινότητα όμως δεν είναι ομόφωνη στον τρόπο και τη σειρά προσέγγισης των διαφόρων τύπων μετασχηματισμών. Ειδικότερα, ο Piaget και Inhelder (1971), υποστηρίζουν ότι οι διαστάσεις των μετασχηματισμών μαθαίνονται από τα παιδιά με την ακόλουθη σειρά: μετατόπιση, ανάκλαση και περιστροφή (στην ηλικία των 7 με 10 χρονών). Από την άλλη, ο Moyer (1978) υπογραμμίζει ότι η πρώτα και πιο εύκολα μαθαίνονται η μεταφορά και η ανάκλαση και μετά η περιστροφή. Ενώ, οι Schultz και Austin (1983) αναφέρουν ότι προηγείται η μεταφορά και μετά ταυτόχρονα η ανάκλαση και η περιστροφή.

Τα παιδιά όταν προσπαθούν να εντοπίσουν αν δύο σχήματα είναι τα ίδια δυσκολεύονται πολλές φορές λόγω του διαφορετικού προσανατολισμού των σχημάτων, ο οποίος τα κάνει να κρίνουν λανθασμένα ότι όμοια σχήματα είναι διαφορετικά (Rosser, 1994). Παρόλα αυτά, η διδασκαλία μπορεί να βοηθήσει τα τετράχρονα παιδιά στο να εφαρμόσουν στρατηγικές που επιβεβαιώνουν τη συμφωνία των σχημάτων (Beilin, 1984). Πολλές έρευνες αναφέρουν ότι τα παιδιά μικρών ηλικιών έχουν την ικανότητα να εφαρμόζουν μετασχηματισμούς ομοιότητας σε γεωμετρικά σχήματα. Έρευνες των Elia και Gagatsis (2003) και Gagatsis, Sriraman, Elia, και Modestou (2006), έδειξαν ότι τα παιδιά μπορούν να ζωγραφίσουν μια σειρά - σκάλα από συγκεκριμένα γεωμετρικά σχήματα αυξάνοντας κάθε φορά τις διαστάσεις των όμοιων αυτών σχημάτων. Έτσι κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η ικανότητα τους αυτή μπορεί να οδηγήσει σε μετασχηματισμούς ομοιότητας.

Ο γεωμετρικός μετασχηματισμός της νοερής περιστροφής δεν είναι σταθερός για όλες τις ηλικίες, ειδικότερα για τις ηλικίες των 3,5 με 5,5 χρονών (Frick & Newcombe, 2009). Κάποια από τα παιδιά να μπορούν να εκτελούν νοερή περιστροφή και κάποια όχι. Ο Marmor (1977), από την άλλη, υποστηρίζει στην έρευνα του ότι τα μικρά παιδιά των 4 με 5 χρονών είναι ικανά να εκτελούν νοερές περιστροφές. Ο Estes (1998) κατάληξε στο συμπέρασμα ότι μόνο μια μικρή ομάδα τετράχρονων παιδιών μπορεί να εφαρμόσει στρατηγική νοερής περιστροφής. Επιπλέον, η νοερή περιστροφή έχει φανεί ότι συνεχίζεται να ενδυναμώνεται μέσα από την προσχολική ηλικία (Estes, 1998 · Levine, Huttenlocher, Taylor & Langrock, 1999).

Σύμφωνα και με πρόσφατες έρευνες στους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς των Xistouri και Pitta-Pantazi (2011), για τα παιδιά του δημοτικού σχολείου, η επίδοση τους στους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς ήταν στο μέσο όρο με τα έργα περιστροφής να έχουν τα χαμηλότερα ποσοστά επιτυχίας. Οι ίδιοι ερευνητές επισήμαναν ότι η ικανότητα σε κάθε γεωμετρικό μετασχηματισμό μπορεί να περιγραφεί με τρεις κύριες ικανότητες: την αναγνώριση των ιδιοτήτων του γεωμετρικού μετασχηματισμού, τον προσδιορισμό των παραμέτρων του γεωμετρικού μετασχηματισμού και την κατασκευή της εικόνα ενός αντικειμένου. Η πρώτη ικανότητα, που αφορά την αναγνώριση των ιδιοτήτων του γεωμετρικού μετασχηματισμού αποτελείται από δύο υποκατηγορίες ικανοτήτων, την αναγνώριση της εικόνας ενός σχήματος που μετασχηματίζεται και την αναγνώριση του μετασχηματισμού. Οι ίδιοι υπογραμμίζουν ότι οι εκπαιδευτικοί σχεδιάζοντας τα περιβάλλοντα μάθησης θα πρέπει να λάβουν υπόψη τους όλες τις διαστάσεις της ικανότητας των γεωμετρικών μετασχηματισμών (βλέπε επίσης Xistouri, Pitta-Pantazi, & Gagatsis, 2014).

Πρόσφατες έρευνες τονίζουν τη σημασία των γεωμετρικών μετασχηματισμών για τα μικρά παιδιά ηλικίας 4-8 χρονών και συγκεκριμένα της νοερής περιστροφής σχημάτων με δύο (γεωμετρικά σχήματα) και τρείς διαστάσεις (στερεά). Συγκεκριμένα σε μελέτη των Bruce και Hawes (2015) μέσα από ένα δομημένο παρεμβατικό πρόγραμμα στηριγμένο στις νοερές περιστροφές στερεών και επίπεδων σχημάτων τα παιδιά φαίνεται να αναπτύσσουν γνωστικές ικανότητες που εφαρμόζονται και σε άλλες μαθηματικές έννοιες γεωμετρίας.

Χωρική Ικανότητα και Γεωμετρική Κατανόηση

Η αντίληψη του χώρου (Spatial Ability) είναι δύσκολη έννοια. Πολλές φορές οι άνθρωποι χάνουν τον προσανατολισμό τους ή δίνουν οδηγίες τις οποίες είναι δύσκολο να ακολουθήσει κανείς ή εμπεριέχουν λάθη (Newcombe & Frick, 2010 · Newcombe & Huttenlocher, 2000). Η χωρική αίσθηση, σύμφωνα με τους Sarama και Clements (2009), αποτελεί μια εξίσου σημαντική περιοχή των μαθηματικών (όπως είναι οι αριθμοί) και κατέχει ένα κεντρικό ρόλο στη μαθηματική εκπαίδευση (Natsheh & Karsenty, 2014). Είναι γεγονός ότι η ανάπτυξη της χωρικής αίσθησης μπορεί να έχει μια άμεσα θετική επίδραση στη μαθηματική επίδοση των παιδιών (Guay & McDaniel, 1977 · Uttal et. al., 2013). Πολύ λίγες είναι οι έρευνες (π.χ. Clements, Sarama, & DiBiase, 2003) συσχετισμού του χωρικού προσανατολισμού με τις μαθηματικές επιδόσεις των παιδιών προσχολικής ηλικίας. Οι έρευνες γύρω από το θέμα έγιναν σε πιο μεγάλες ηλικιακές ομάδες, όπου φαίνεται να υπάρχει θετική συσχέτιση μεταξύ των δύο παραμέτρων (Geary, Saults, Liu, & Hoard, 2000).

Κατά την προσχολική και στον πρώτο χρόνο της δημοτικής εκπαίδευσης τα παιδιά πιστεύεται ότι θα πρέπει να έρχονται σε επαφή με έννοιες του χώρου και να έχουν εμπειρίες μεγάλης χρονικής διάρκειας με σύνθετες δραστηριότητες χωρικού συλλογισμού, αφού μέσα αυτές θα αποκτήσουν τη βάση στην οποία θα στηριχθούν οι γεωμετρικές έννοιες (Sabena, 2017). Αυτό θα γίνει αρχικά μέσα από τη μοντελοποίηση των χωρικών ιδιοτήτων και έπειτα με τη θεωρητική εξέλιξη των γεωμετρικών εννοιών. Παρομοίως, η ερευνητική ομάδα των Van den Heuvel-Panhuizen και Buys (2008) τόνισε ότι τα παιδιά προσχολικής ηλικίας πρέπει να έρθουν σε επαφή με την έννοια του προσανατολισμού από πολύ νωρίς. Στην ηλικία των 5 και 6 χρονών, παρουσιάζεται μια περίοδος ταχείας και εντατικής εξέλιξη των χωρικών ικανοτήτων. Τα παιδιά στην ηλικία αυτή έχουν την ευκαιρία να χειριστούν αυθόρμητα πολλά εποπτικά μέσα, υλικά και παιχνίδια, τα οποία θα πρέπει να είναι πολύ προσεκτικά επιλεγμένα από τους εκπαιδευτικούς τους (Gergelitsová, 2007). Ομοίως, η ερευνητική ομάδα των Lee, Lee, & Collins (2009) μελέτησαν τη χρήση πραγματικών εργαλείων (tangrams) γεωμετρίας σε μικρά παιδιά προσχολικής εκπαίδευσης και πώς μέσω αυτών αναπτύσσεται η χωρική ικανότητα αλλά και η γεωμετρική αντίληψη των παιδιών για το χώρο. Οι ερευνητές αυτοί τονίσαν την ανάγκη αλλαγής του τρόπου διδασκαλίας της γεωμετρίας αλλά και την ανάγκη ανάπτυξης χωρικών ικανοτήτων που θα εξελίξουν τις γεωμετρικές έννοιες.

Είναι γενικά αποδεκτό ότι η γεωμετρία είναι ένα σύνθετο σύνολο από θεωρητικές αρχές και σχέσεις. Για να έχει κανείς πρόσβαση σε αυτό θα πρέπει να χειριστεί πολλά διαφορετικά σημειωτικά συστήματα, γραφικά και λεκτικά (Soury-Lavergne & Maschietto, 2015). Τα γραφικά σημειωτικά συστήματα, δηλαδή τα σχήματα και τα διαγράμματα, απαιτούν αντίληψη που επιτρέπει την οπτικοποίηση των χωρικών σχέσεων και ιδιοτήτων. Όπως αναφέρεται και από τον Laborde (1994) τα σχέδια που ένα άτομο κατασκευάζει είναι μέρος της αντίληψης που έχει για το περιβάλλον γύρω του. Παρόλο, που η γεωμετρία θεωρείται ως ένα μοντέλο του χώρου και αυτή συνδέεται με την χωρική κατανόηση. Ο Bryant (2009) στηρίζει ότι «τα μαθήματα γεωμετρίας στο σχολείο ασχολούνται με τη χρήση μαθηματικών και λογικής για την ανάλυση χωρικών σχέσεων και ιδιοτήτων του σχήματος» (σελ. 4). Σύμφωνα και με το National Research Council (2006) το να σκέφτεται κανείς χωρικά περιλαμβάνει τρία στοιχεία, τα οποία έχουν άμεση σχέση με τη γεωμετρία: ο χώρος, οι αναπαραστάσεις και η αιτιολόγηση (επιχειρήματα). Ο χωρικός συλλογισμός κατείχε πάντα σημαντικό μέρος των ανθρώπινων δραστηριοτήτων και σκέψεων, αλλά δυστυχώς το γεγονός αυτό δεν αναγνωρίζεται ή στηρίζεται πάντα στην σχολική εκπαίδευση (Whiteley, Sinclair, & Davis, 2015).

Η χωρική αίσθηση είναι η ικανότητα «αντίληψης του εξωτερικού κόσμου» (Freudenthal, NCTM, 1989). Αν και έχουν χρησιμοποιηθεί αρκετοί ορισμοί για να περιγράψουν την ικανότητα αντίληψης των εννοιών του χώρου από ψυχολόγους και ερευνητές στον τομέα της μαθηματικής παιδείας, δεν υπάρχει ένας ενιαίος, κοινά αποδεκτός λειτουργικός ορισμός. Οι Sarama και Clements (2009), ορίζουν τη χωρική αίσθηση ως τη διαίσθηση για τα σχήματα και τις σχέσεις μεταξύ των σχημάτων. Η χωρική αίσθηση περιλαμβάνει την ικανότητα νοερής αναπαράστασης αντικειμένων και των χωρικών τους σχέσεων – το να περιστρέφεις δηλαδή αντικείμενα στο μυαλό σου. Γενικότερα, η αντίληψη των εννοιών του χώρου ενός ατόμου, συχνά αποδίδεται στην ικανότητα επιδέξιου χειρισμού ή στο μετασχηματισμό της εικόνας από το χώρο σε άλλες αναπαραστάσεις (Ekstrom, French, Harman, & Dermen, 1976).

Η έννοια της χωρικής ικανότητας ορίζεται από τους Clements (2004), ως η γνώση του πού βρίσκεται το άτομο και πώς να περιηγηθεί στο κόσμο, το οποίο αφορά την κατανόηση και την διαχείριση των σχέσεων που υπάρχουν μεταξύ διαφορετικών θέσεων στο χώρο. Οι Hegarty και Waller (2004), αναφέρουν ότι ο όρος αυτός αφορά την ικανότητα αλλαγής του εγωκεντρικού προσανατολισμού του ατόμου ανάλογα με το χώρο, κρατώντας σταθερές τις σχέσεις του χώρου και του αντικειμένου. Οι προσανατολιστικές οδηγίες χώρου στηρίζονται στην επεξεργασία των σχέσεων μεταξύ διαφορετικών θέσεων στο χώρο, σε σχέση με τη θέση του ατόμου στο χώρο αυτό (Clements, 2004).

Οι Lean και Clements (1981) αναφέρονται σε αυτή ως «την ικανότητα του ατόμου να σχηματίζει νοητικές εικόνες και να χειρίζεται τις εικόνες αυτές στο μυαλό του» (σ. 267). Οι Linn και Petersen (1985), από την άλλη, όρισαν τη χωρική αντίληψη ως τη νοητική διαδικασία η οποία αντιλαμβάνεται, αποθηκεύει, ανασύρει, δημιουργεί και επεξεργάζεται εικόνες που αναφέρονται στο χώρο. Ο Lohman (1988), όρισε τη χωρική ικανότητα ως την ικανότητα του ατόμου να παράγει, να διατηρεί, να ανακαλεί και να μετασχηματίζει καλά δομημένες οπτικές εικόνες.

Στη δομή της χωρικής ικανότητας, οι απόψεις των ερευνητών για ακόμη μια φορά διίστανται. Από τη μια πλευρά υπάρχουν ερευνητές, όπως οι Burton και Fogarty (2003) και Καλογήρου (2014), οι οποίοι θεωρούν ότι η αντίληψη των εννοιών του χώρου είναι μια μονοδιάστατη οντότητα. Από την άλλη, διάφοροι ερευνητές υποστηρίζουν ότι η χωρική ικανότητα δεν αποτελείται μια μοναδιαία δομή (McGee, 1979 · Linn & Peterson, 1985 · Lohman, 1993 · Kimura, 1999). Συγκεκριμένα, υποστηρίζουν ότι υπάρχουν διάφορες χωρικές ικανότητες, η καθεμιά από τις οποίες δίνει έμφαση σε διαφορετικές πτυχές της διαδικασίας οπτικής δημιουργίας, αποθήκευσης, ανάκλησης και μετασχηματισμού (Lohman, 1993).

Ο McGee (1979) υποστηρίζει ότι η ικανότητα αντίληψης των εννοιών του χώρου (spatial ability) αποτελείται από τουλάχιστον δύο παράγοντες: α) τον παράγοντα εξεικόνισης (οπτικοποίηση) των εννοιών του χώρου (spatial visualization) και β) τον παράγοντα προσανατολισμός στον χώρο (spatial orientation). Σύμφωνα με τον Gutierrez (1996), ο παράγοντας προσανατολισμός στον χώρο περιλαμβάνει: τον προσδιορισμό των σχέσεων μεταξύ διαφορετικών αντικειμένων, την αναγνώριση ενός αντικειμένου καθώς κινείται από διαφορετικές οπτικές γωνίες, την παρατήρηση των μοτίβων του χώρου και σύγκριση μεταξύ τους και τη διατήρηση του προσανατολισμού του αντικειμένου.

Οι Linn και Peterson (1985) αναγνώρισαν τρεις άλλες κατηγορίες: α) την αντίληψη του χώρου (spatial perception), η ικανότητα, δηλαδή, προσδιορισμού σχέσεων στο χώρο με αναφορά στον προσανατολισμό του ατόμου, β) τη νοερή περιστροφή (mental rotation), η ικανότητα, δηλαδή, γρήγορης νοερής περιστροφής δισδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων και γ) την εξεικόνιση των εννοιών του χώρου (spatial visualization), η ικανότητα, δηλαδή, χειρισμού και επεξεργασίας πληροφοριών που αναφέρονται στις έννοιες του χώρου.

Η Kimura (1999), όρισε έξι χωρικούς παράγοντες οι οποίοι έχουν ευρεία αποδοχή, γιατί μπορούν να αναγνωριστούν μέσα από πειραματικές μετρήσεις. Οι παράγοντες αυτές είναι: α) Προσανατολισμός στο χώρο (spatial orientation), β) Μνήμη εξακρίβωσης του χώρου (spatial location memory)-Η ικανότητα ανάκλησης της θέσης του αντικειμένου σε μια παράταξη, γ) Στόχευση (targeting)-Η ικανότητα απόκρουσης βλημάτων (projectiles) ή αποστολής σε συγκεκριμένο στόχο επομένως σχετίζεται πολύ με την ικανότητα κίνησης, δ) Εξεικόνιση του χώρου (spatial visualization), ε) Αποσύνδεση (disembedding) - Η ικανότητα, η οποία επιτρέπει σε ένα άτομο να βρει ένα απλό αντικείμενο όταν βρίσκεται σε ένα πιο πολύπλοκο σχήμα (Flexibility of Closure ή Field Independence) και στ) Αντίληψη του χώρου (spatial perception).

Σε έρευνα των Kozhevnikov και Hegarty (2001), φάνηκε ότι η ικανότητα χειρισμού αντικειμένων και η ικανότητα χωρικού προσανατολισμού είναι διακριτές χωρικές ικανότητες, οι οποίες συσχετίζονται. Επιπλέον, έδειξαν ότι οι ικανότητες που σχετίζονται με το χωρικό προσανατολισμό είναι διαφορετικές από τις ικανότητες που σχετίζονται με τη χωρική εξεικόνιση, ειδικά τη νοητική περιστροφή (Hegarty & Waller, 2004).

Ειδικότερα, στο άρθρο των Mamolo, Ruttenberg-Rozen, & Whiteley (2015) γίνεται αναφορά στη χρήση ανοικτών γεωμετρικών προβλημάτων και στην οπτικό-χωρική προσέγγιση τους. Η γεωμετρική σύλληψη που στηρίζεται στην χωρική οπτικοποίηση (geometric spatial visual reasoning) φαίνεται να διαδραματίζει ένα σημαντικό ρόλο στη μάθηση των μαθηματικών ως ένα εργαλείο αναπαράστασης και ως διαδικασία κατανόησης της έννοιας (Sinclair & Bruce, 2015). Οι ίδιοι ερευνητές υποστηρίζουν ότι η γεωμετρική κατανόηση ωθείται μέσα γεωμετρικούς μετασχηματισμούς (φυσικές κινήσεις, συμμετρία, εκτίμηση).

Παρομοίως, σε άρθρο των Γαγάτση, Καλογήρου και Πετρίδου (2013) τονίζεται ότι η λειτουργική σύλληψη των γεωμετρικών σχημάτων μπορεί να θεωρηθεί ως μια διάσταση της χωρικής οπτικοποίησης. Για παράδειγμα, σχεδιάζοντας κάποια σχήματα μέσα σε ένα δοσμένο σχήμα είναι μια ένδειξη της λειτουργικής προσέγγισης που μπορεί να βοηθήσει στην έρευνα. Όμως αυτό απαιτεί την ικανότητα απεικόνισης του αποτελέσματος της διαμόρφωσης χωρικά. Η Καλογήρου (2014) μελετώντας το γεωμετρικό και χωρικό συλλογισμό σε παιδιά πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, εντόπισε ότι ο χωρικός συλλογισμός στηρίζει τον γεωμετρικό συλλογισμό με τον οποίο συνδέεται με θετικές φορτίσεις. Ειδικότερα, φάνηκε ότι η χωρική αντίληψη είναι μονοδιάστατη οντότητα η οποία έχει υψηλή ικανότητα πρόβλεψης της Εννοιολογικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος (Ε.Σ.Γ.Σ.).

Η έρευνα για τη χωρική αντίληψη σε μικρότερες ηλικίες είναι περιορισμένη (π.χ. Clements, Sarama, & DiBiase, 2003). Η πλειοψηφία των διεθνώς αναγνωρισμένων τεστ μαθηματικών επιδόσεων (π.χ. TEMA-3: Test of Early Mathematics Ability – Third Edition, 2003) εστιάζονται σε τομείς των μαθηματικών όπως η αριθμητική και η μέτρηση. Παρόλα αυτά, ο γεωμετρικός και ο χωρικός συλλογισμός είναι σημαντικές περιοχές που πρέπει να καταλαμβάνουν μέρος σε ένα αναλυτικό πρόγραμμα προσχολικής ηλικίας. Ειδικότερα, το National Council for Teachers of Mathematics (2006) αναφέρει ότι στην ηλικία των 5 με 6 χρονών θα πρέπει να δίνεται προσοχή στον εντοπισμό χωρικών θέσεων και στη χρήση οπτικοποίησης, αφού η ικανότητα των παιδιών προσχολικής ηλικίας να αντιλαμβάνονται χωρικές δομές είναι πολύ σημαντική για την ανάπτυξη των γενικών μαθηματικών ικανοτήτων (NCTM, 2000). Ακόμη, τα παιδιά προσχολικής ηλικίας, όπως αναφέρει το TAL (teaching/learning trajectory for geometry), πρέπει να έρθουν σε επαφή με την έννοια του προσανατολισμού, δηλαδή να μπορούν να προσδιορίζουν θέσεις στο χώρο και να αναπτύξουν αντίληψη για το χώρο μέσα από διαφορετικές προοπτικές (Van den Heuvel-Panhuizen & Buys, 2008).

Με τον προσανατολισμό τα μικρά παιδιά μαθηματικοποιούν τις εμπειρίες τους. Χρησιμοποιούν και δημιουργούν απλούς χάρτες πλοήγησης και αρχίζουν να σχηματίζουν νοερές αναπαραστάσεις του χωρικού περιβάλλοντος τους (Clements, 2004). Όσο πιο μικρά είναι τα παιδιά τόσο πιο αόριστες είναι αυτές οι αναπαραστάσεις τους, οι οποίες είναι περισσότερο χωρικά προσανατολισμένες παρά οπτικά. Παρόλα αυτά, οι δυσκολίες των παιδιών στις έννοιες αυτές ποικίλουν και πηγάζουν από την πλειάδα των χωρικών λέξεων (Rieser, Garing, & Young, 1994), από την εγωκεντρική τους τάση να συσχετίζουν αντικείμενα με τη δική τους προοπτική (Newcombe & Huttenlocher, 2000) και τέλος, από τις στατικές νοερές εικόνες που φτιάχνουν στο μυαλό τους, οι οποίες έχουν συγκεκριμένη προοπτική του χώρου και δεν επιδέχονται τροποποίηση (Clements, Wilson, & Sarama, 2004). Οι Clements, Wilson και Sarama (2004), αναφέρουν ότι μέσα από τη χρήση υπολογιστικών μοντέλων και ρομπότ τα παιδιά μπορούν να ενισχυθούν στην αντίληψη, στην ανάπτυξη εννοιών χώρου και στην εκτέλεση οδηγιών, αλλά και στην παραγωγή δυναμικών εικόνων.

Το ερευνητικό ενδιαφέρον εστιάζεται στη σχέση της γεωμετρίας με τη χωρική αίσθηση των παιδιών ιδιαίτερα σε πιο μεγάλες ηλικίες. Η διδασκαλία της γεωμετρίας έχει σκοπό να δώσει στα παιδιά τρόπους και εργαλεία να επιλύσουν προβλήματα χώρου. Για το λόγο αυτό η γεωμετρική κατανόηση στηρίζεται στη σχέση της χωρικής και γεωμετρικής γνώσης (Soury-Lavergne & Maschietto, 2015). Το προαναφερθέν τεκμηριώνεται και εμπειρικά από την πρόσφατη έρευνα των Bussi και Baccaglini-Frank (2015) οι οποίοι εξέτασαν τις κατασκευές ορθογωνίου των παιδιών ηλικίας 6-7 χρονών με τη χρήση ενός μικρού ρομπότ, του «bee-bot», το οποίο προσφέρει ένα δυναμικό χαρακτήρα στα μαθηματικά αντικείμενα. Οι ίδιοι ερευνητές εντόπισαν ότι το ρομπότ βοήθησε τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν χωρικές δεξιότητες κατασκευής 2D σχημάτων (π.χ. τετράγωνα, ορθογώνια) με τη χρήση 1D στοιχείων (π.χ. ευθεία, ευθύγραμμα τμήματα). Παρόμοια έρευνα εφάρμοσαν και οι Highfield, Mulligan και Hedberg (2008) για την επίλυση προβλημάτων μετασχηματισμών στη γεωμετρία. Μια πιο πρόσφατη μελέτη των Highfield και Mulligan (2009) με 19 παιδιά πρώτης τάξης δημοτικού σε σχέση με δραστηριότητες ενσωματωμένης μάθησης με το ρομπότ «bee-bot» έδειξε ότι τα παιδιά παρήγαγαν χειρονομίες και μαθηματικό λόγο για έννοιες μετασχηματισμού και προσανατολισμού στο χώρο. Η ανάλυση των δεδομένων της προαναφερθείσας έρευνας τονίζει την ανάγκη συνδυασμού τέτοιων μεθόδων για την εις βάθος κατανόηση της μαθηματικής σκέψης.

Οι Sarama και Clements (2009), υποστηρίζουν ότι η σύνδεση των χωρικών αναπαραστάσεων με τη γλώσσα – ομιλία βοηθάει τα παιδιά να αναπτύξουν ικανότητες αιτιολόγησης και επικοινωνίας για το χώρο, προωθώντας την εις βάθος κατανόηση χωρικών εννοιών και σχέσεων. Γενικά αποδεκτό είναι το γεγονός ότι τα παιδιά προσχολικής ηλικίας είναι αντιμέτωπα με ένα μεγάλο εμπόδιο επικοινωνίας της σκέψης τους, λόγω του ότι στην ηλικία αυτή δεν έχουν κατακτήσει πλήρως την ικανότητα έκφρασης και επικοινωνίας μέσω της γλώσσας.

Γενικότερα, η μάθηση αλλά και η διδασκαλία της γεωμετρίας και του χωρικού συλλογισμού είναι αρκετά σύνθετη. Αυτή η πολυπλοκότητα οφείλεται στο μη ικανοποιητικό επίπεδο της επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών και της επαγγελματικής τους ανάπτυξης (Dindyal, 2015). Είναι σημαντικό να δοθεί προσοχή σε υπαρκτές θεωρίες για το γεωμετρικό συλλογισμό αλλά και να εντοπιστούν νέοι τρόποι αντίληψης της γεωμετρικής σκέψης. Άξια αναφοράς είναι η πρόσφατη έρευνα των Moss, Hawes, Naqvi & Caswell (2015), οι οποίοι εφάρμοσαν διδασκαλία γεωμετρικού και χωρικού συλλογισμού σε παιδιά προσχολικής ηλικίας. Οι εκπαιδευτικοί που συμμετείχαν στο πρόγραμμα της έρευνας αυτής δήλωσαν την ύπαρξη ανάγκης ανάπτυξης και καλλιέργειας των εννοιών οπτικοποίησης, νοερής περιστροφής και μετασχηματισμού γεωμετρικών αντικειμένων, στα παιδιά του συγκεκριμένου ηλικιακού εύρους 4 με 6 χρονών.

Η σημαντικότητα του οπτικό-χωρικού συλλογισμού στη διδασκαλία της γεωμετρίας τονίζεται και μέσα από πρόσφατες ερευνητικές μελέτες (Sinclair & Bruce, 2015). Οι Tzekaki και Ikonomou (2009) μελέτησαν παιδιά ηλικίας 4,5 με 6,5 χρονών κατά την αναδόμηση τρισδιάστατων συνθέσεων με τη χρήση Lego. Η επαφή των παιδιών με το υλικό και η φύση της δραστηριότητας βοήθησε στη βελτίωση της χωρικής τους σκέψης. Παρομοίως, η ερευνητική ομάδα των Reinhold, Beutler, & Merschmeyer-Bruwer (2013) μελέτησε 22 παιδιά ηλικίας 5 με 7 χρονών μέσα από βιντεοσκοπημένες ατομικές κλινικές συνεντεύξεις κατά τη δόμηση μιας τρισδιάστατης σύνθεσης με κύβους. Εντόπισαν παράγοντες της χωρικής δομής (χωρικές σχέσεις, οπτικοποίηση και χωρικός προσανατολισμός) που χρησιμοποίησαν τα μικρά παιδιά. Ειδικότερα, φάνηκε ότι τα παιδιά δίνουν έμφαση στα δομικά στοιχεία της κατασκευής, μιας που μετρούσαν ανά σειρές και στήλες, αλλά αυτό δεν προέβλεπε γνώση της χωρικής δομής της κατασκευής. Η αρχική στρατηγική «δοκιμή και έλεγχος» που χρησιμοποιούσαν τα παιδιά σταδιακά φάνηκε να μετατρέπεται σε στρατηγική χωρικού προσανατολισμού σε δομημένες κατασκευές.

Προσχολική Γεωμετρική Εκπαίδευση

Σημαντική θεωρείται και η διδασκαλία γεωμετρικών εννοιών και συλλογισμού από μικρή ηλικία (Levenson, Tirosh, & Tsamir, 2011). Συγκεκριμένα, έρευνες έχουν δείξει ότι τα παιδιά προσχολικής ηλικίας μπορούν να μάθουν μαθηματικά και ότι η μαθηματική γνώση και συλλογισμός πρέπει να προωθείται από μικρή ηλικία (Clements & Sarama, 2007· Τζεκάκη, 2010). Πιστεύεται ότι η έννοια των δισδιάστατων σχημάτων αρχίζει να δομείται στην προσχολική ηλικία και μέχρι την ηλικία των 6 χρονών παγιώνεται (Gagatsis & Patronis, 1990 · Hannibal & Clements, 2010), επομένως όσο πιο νωρίς τα παιδιά έρθουν σε επαφή με τα σχήματα και τις σχέσεις που υπάρχουν μεταξύ τους, τόσο πιο δυνατές βάσεις θα αποκτήσουν για τις έννοιες αυτές.

Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι πολλές χώρες ανά τον κόσμο έχουν εντάξει τα μαθηματικά και τη γεωμετρία στα αναλυτικά προγράμματα των παιδιών προσχολικής εκπαίδευσης. Ειδικότερα, στην Αγγλία το Statutory Frame work for the Early Years Foundation Stage (Department for Children, Schools & Families, 2008) έθεσε συγκεκριμένους στόχους σχετικά με τη μάθηση γεωμετρικών εννοιών για την συγκεκριμένη ηλικιακή ομάδα. Επιπρόσθετα, στις ΗΠΑ στους αναλυτικούς πυλώνες επικέντρωσης (Curriculum Focal Points) των Μαθηματικών, για παιδιά από την προσχολική ηλικία μέχρι και τη δευτέρα τάξη του γυμνασίου (Grade 8), αναφέρεται ότι τα παιδιά θα πρέπει να μπορούν να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν μια πληθώρα δυσδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων σε διάφορες μορφές παρουσίασης τους, αλλά και να χρησιμοποιούν γεωμετρικές έννοιες όταν αναγνωρίζουν και να χειρίζονται απλά επαναλαμβανόμενα μοτίβα ή όταν αναλύουν μία βάση δεδομένων (NCTM, 2006). Ειδικότερα, το NCTM (2006), δίνει έμφαση στην αναγνώριση και στην εφαρμογή γεωμετρικών μετασχηματισμών, στον χωρικό συλλογισμό αλλά και στη δημιουργία και επεξεργασία οπτικών εικόνων των γεωμετρικών σχημάτων από διαφορετικές προοπτικές.

Οι Fuys και Liebov (1997) χαρακτηριστικά αναφέρουν ότι πρωταρχικός σκοπός στη διδασκαλία της γεωμετρίας σε παιδιά μικρής ηλικίας δεν είναι να διδαχθούν για τα βασικά στοιχεία της τυπολογίας, ούτε να μεταδοθούν σε αυτά γνώσεις για την ευκλείδεια γεωμετρία, αλλά η διδασκαλία θα πρέπει να περιλαμβάνει δραστηριότητες γεωμετρίας που να δίνουν τη δυνατότητα πειραματισμού των παιδιών με τη χρήση διάφορων υλικών και που ενθαρρύνουν τα παιδιά να κατασκευάζουν και να σχεδιάζουν γεωμετρικά σχήματα. Το γεγονός αυτό στηρίζεται και σε παλαιότερες έρευνες των Clements και Battista (1992), οι οποίοι τονίζουν ότι τα μικρά παιδιά πρέπει να έρχονται συστηματικά σε επαφή με το σχήμα προς διερεύνηση, να το παρατηρούν, να το δομούν αλλά και να το αναδιοργανώνουν (υποδομούν) μέσα από ποικιλία πλαίσια, υλικά και δραστηριότητες.

Πρέπει να σημειωθεί ότι ο ίδιος ο Duval (2005) στα πλαίσια διάλεξής του υποστήριξε ότι τα παιδιά προσχολικής ηλικίας δύναται να έρθουν σε επαφή στο νηπιαγωγείο με τα δύο από τα τέσσερα βασικά είδη εννοιολογικής σύλληψης, την αντιληπτική και την λειτουργική σύλληψη. Δυστυχώς, όμως, παρατηρείται το φαινόμενο κατά το οποίο τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας εκπαιδεύονται στην αντιληπτική σύλληψη κυρίως με στόχο την αναγνώριση και την ονομασία των σχημάτων, αγνοώντας τις άλλες μορφές σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος (Sarama & Clements, 2009). Ο Duval (2005, 2006) αναφερόμενος στο φαινόμενο αυτό το ονομάζει «βοτανική προσέγγιση ή προσέγγιση φυτολογίας» της μάθησης. Ο ίδιος δεν μπορεί να αποκαλέσει τις δραστηριότητες αυτές γεωμετρικές αφού επικεντρώνονται κυρίως στην αναγνώριση των σχημάτων και τις ονομάζει δραστηριότητες παρατήρησης.

Στη διδασκαλία της γεωμετρίας σημαντικό στοιχείο διαδραματίζουν οι εμπειρίες των παιδιών, αλλά και τα εποπτικά μέσα με τα οποία πραγματοποιείται η εκάστοτε διδασκαλία. Αυτό υποστηρίζεται και από τους Sarama και Clements (2009), οι οποίοι αναφέρουν ότι ίσως μέσα από τα εποπτικά μέσα ή τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές τα παιδιά κάνουν με μεγαλύτερη άνεση νοερούς μετασχηματισμούς, οι οποίοι θεωρούνται πιο σύνθετες διαδικασίες για τα παιδιά αυτής της ηλικιακής ομάδας των τεσσάρων με έξι χρονών.

Οι ίδιοι ερευνητές σε πιο πρόσφατες έρευνες τους Clements και Sarama (2011) δίνουν έμφαση στην επαγγελματική κατάρτιση των εκπαιδευτικών προσχολικής ηλικίας. Η έλλειψη επάρκειας των μαθητών στη γεωμετρία και στον χωρικό συλλογισμό είναι ένα πρόβλημα όχι μόνο γεωμετρίας, αλλά γενικά των μαθηματικών και άλλων αντικειμένων. Οι έρευνες και τα εκπαιδευτικά μοντέλα, όπως το μοντέλο TRIAD (Technology-enhanced, Research-based, Instruction, Assessment and Professional Development) επαγγελματικής ανάπτυξης, επηρεάζουν σημαντικά τη μάθηση των μικρών παιδιών αλλάζοντας τη γνώση και τα πιστεύω των εκπαιδευτικών.

Άξια αναφοράς είναι η ερευνητική δράση της Καλδρυμίδου (2003), η οποία χρησιμοποίησε το δραματικό παιχνίδι στη διδασκαλία των γεωμετρικών σχημάτων. Τα δέκα παιδιά ηλικίας έξι χρονών φάνηκε ότι αντιλήφθηκαν τα γεωμετρικά σχήματα, μέσα από τις ιδιότητες τους. Το δραματικό παιχνίδι κάνει τα παιδιά να εμπλέκονται ενεργά στις δραστηριότητες, προσφέροντας σε αυτά δυνατότητες διερεύνησης και στοχασμού πάνω στις μαθηματικές έννοιες. Επίσης, δίνει τη δυνατότητα στα παιδιά να εκφράσουν της γνώμη τους, μέσα από τις βιωματικές αναπαραστάσεις και τα συναισθήματα τους.

Οι Maier και Benz (2013) ασχολήθηκαν με την αναγνώριση κύκλων, τριγώνων και τετραγώνων, από παιδιά προσχολικής ηλικίας Γερμανίας και Αγγλίας. Τα παιδιά από τις δύο χώρες φαίνεται να υποστηρίζουν αυτό που βρέθηκε και στην έρευνα των Levenson et al. (2011) ότι «τα μικρά παιδιά ακόμη κι αν δεν έχουν φοιτήσει σε νηπιαγωγείο με ένα ειδικά εμπλουτισμένο γεωμετρικό περιβάλλον, αιτιολογούν (την κατηγοριοποίηση τους) με βάση τις ιδιότητες των σχημάτων» (σελ. 28). Τα παιδιά και από τις δύο χώρες αναγνώρισαν με μεγαλύτερη ευκολία τα τρίγωνα. Ο τρόπος λεκτικής έκφρασης της αιτιολόγησης του για τα σχήματα διαφέρει από τη μια χώρα στην άλλη. Ειδικότερα, στην Αγγλία τα παιδιά χρησιμοποιούν το όνομα του σχήματος για να αιτιολογήσουν αν το σχήμα εντάσσεται στην κατηγορία κύκλοι ή όχι, ενώ στη Γερμανία τα παιδιά χρησιμοποιούν τη σύγκριση με πραγματικά αντικείμενα που έχουν βιώματα από αυτά. Αυτό αναδεικνύει ότι τα διαφορετικά εκπαιδευτικά περιβάλλοντα διαδραματίζουν ένα σημαντικό ρόλο στον τρόπο έκφρασης των παιδιών για τα γεωμετρικά σχήματα. Οι Maier και Benz (2013) υποστηρίζουν ότι ο τρόπος διδασκαλίας αλλά και ο τρόπος που τα υλικά χρησιμοποιούνται σε μια τάξη επηρεάζουν τον τρόπο που η έννοια κατακτάται από τα παιδιά. Προσθέτουν ότι το παιδί θα πρέπει να γνωρίζει πολλά παραδείγματα και αντιπαραδείγματα της έννοιας για να μπορεί να πει κάποιος ότι το ίδιο γνωρίζει το σχήμα π.χ. τρίγωνο. Ουσιαστικά επιβεβαιώνουν τη χρησιμότητα της θεωρία των παραδειγμάτων και των αντιπαραδειγμάτων των Clements και Battista (1992).

Ομοίως, οι Van De Walle, Karp, & Bay-Williams (2013) χρησιμοποίησαν τα επίπεδα των Van Hieles, τα οποία επηρέασαν τα πλείστα αναλυτικά προγράμματα ανά τον κόσμο, για να δομήσουν δραστηριότητες προώθησης της εννοιολογικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος και υποστήριξαν τη χρήση εποπτικών μέσων και προγραμμάτων των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Συγκεκριμένα, οι ίδιοι υποστηρίζουν ότι βασικά στοιχεία της γεωμετρίας τα οποία πρέπει τα παιδιά να έρχονται σε επαφή είναι τα σχήματα και οι ιδιότητες τους, οι γεωμετρικοί μετασχηματισμοί, η προοπτική στο χώρο και η οπτικοποίηση του χώρου και των σχημάτων (NCTM, 2000).

Το Αναλυτικό Πρόγραμμα της Κύπρου εδώ και τρία χρόνια έχει υποστεί αναδιαμόρφωση. Συγκεκριμένα, θέτονται στόχοι γεωμετρίας από την προσχολική εκπαίδευση που αντιπροσωπεύεται από την Κλίμακα 1 του Προγράμματος αυτού (Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού της Κύπρου κ.ά., 2010 - 2016). Σε αυτούς τους στόχους δίνεται έμφαση στη διερεύνηση σχημάτων και του χώρου και στη διερεύνηση των γεωμετρικών μετασχηματισμών. Ιδιαίτερη εντύπωση κάνουν οι στόχοι που εμφανίζονται για πρώτη φορά και αφορούν τη διερεύνηση μετασχηματισμών (μεταφορά, περιστροφή, ανάκλαση) δισδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων, με τη χρήση υλικών και λογισμικών, αλλά και τη σύνθεση και διαχώριση δισδιάστατων σχημάτων σε άλλα επιμέρους σχήματα (για παράδειγμα ο διαχωρισμός του ρόμβου σε τέσσερα ορθογώνια τρίγωνα ή σε δύο παραλληλόγραμμα κτλ).

Πανομοιότυπο τρόπο προσέγγισης της διδασκαλίας της γεωμετρίας με την Κύπρο χρησιμοποιεί και το Ισραήλ (Israel National Mathematics Preschool Curriculum, INMPC, 2008), αφού σύμφωνα με αυτό τα παιδιά θα πρέπει να έρθουν σε επαφή με διάφορες συνθέσεις με γεωμετρικά σχήματα, τις οποίες θα μπορούν να χειριστούν. Έτσι, το γεωμετρικό σχήμα εννοιολογικά διευρύνεται.

Τεστ Μαθηματικών Ικανοτήτων Προσχολικής Εκπαίδευσης

Μελετήθηκαν τεστ μαθηματικών ικανοτήτων παγκόσμιας εμβέλειας, για τον εντοπισμό των υπάρχων δοκιμίων που χρησιμοποιούνται για την μέτρηση της μαθηματικής ικανότητας των παιδιών προσχολικής ηλικίας. Ενδεικτικά, πιο κάτω καταγράφονται μερικά από τα πιο αξιόπιστα και αξιόλογα τεστ για την ηλικία των υποκειμένων της έρευνας. Αξίζει να αναφερθεί ότι τα πλείστα από αυτά ασχολούνται κυρίως με άλλους τομείς των μαθηματικών όπως την αριθμητική, τη μέτρηση και την άλγεβρα (π.χ. Wide Range Achievement Test 4: WRAT-4, των Wilkinson & Robertson, 2006 · Rapid

Automatized Naming and Rapid Alternating Stimulus Test: RAN/RAS, των Wolf & Denkla, 2005) και ο τομέας της γεωμετρίας παρουσιάζεται σε μόνο μερικά τεστ (π.χ. Comprehensive Test of Nonverbal Intelligence 2^{nd} Ed.: CTONI-2 των Hammill, Pearson, & Wiederholt, 1997).

Ειδικότερα, υπάρχουν τεστ που εξετάζουν παιδιά δημοτικής εκπαίδευσης όπως το τεστ CMAT (Comprehensive Mathematical Abilities Test) των Hresko, Schlieve, Herron, Swain & Sherbenou (2003). Το τεστ αυτό εξετάζει όλους τους τομείς των μαθηματικών συμπεριλαμβανομένου και αυτού της γεωμετρίας και αφορά παιδιά ηλικίας 7 χρονών και άνω. Παρομοίως, το TOMA-3 (Test of Mathematical Abilities–3^{rd}Edition) των Brown, Cronin και Bryant (2012) είναι τεστ που εξετάζει παιδιά ηλικίας άνω των 8, χωρίς όμως ιδιαίτερη έμφαση στη γεωμετρία.

Από την άλλη, ένα άλλο τεστ παγκόσμιας εμβέλειας, το οποίο αρμόζει για παιδιά μικρότερων ηλικιών (3-8 χρονών) είναι το σταθμισμένο τεστ μαθηματικών ικανοτήτων TEMA-3 (Test of Early Mathematics Ability – 3^{rd} Edition) των Ginsburg και Baroody (2003), το οποίο έχει προέλευση από τις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής. Το τεστ αυτό όμως δεν αναφέρεται στη γεωμετρία. Παρόμοια τεστ γενικών και μαθηματικών ικανοτήτων για παιδιά 4 μέχρι 7 χρονών είναι το YCAT (Young Children's Achievement Test) των Hresko, Peak, Herron, & Bridges (2000) και το DAB-3 (Diagnostic Achievement Battery, 3^{rd} Ed.) του Newcomber (2001) με μεγαλύτερο ηλικιακό εύρος (6-14 χρονών). Αξιόλογο τεστ είναι και το SB-5 (Stanford – Binet Intelligence Scales, 5^{th} Ed.) του Roid (2003) ηλικίας από 2 ετών και άνω. Το τεστ αυτό αναγνωρίζει αδυναμίες τόσο γλωσσικές όσο και μαθηματικές. Ένα άλλο σημαντικό τεστ το οποίο αναφέρεται στη γεωμετρία και αρμόζει σε παιδιά προσχολικής εκπαίδευσης είναι το TOMAGS (Test of Mathematical Abilities for Gifted Students) των Ryser και Johnsen (1998) . Το τεστ αυτό, όμως, αφορά εντοπισμό παιδιών χαρισματικών στα μαθηματικά, όπως και το SAGES-2 (Screening Assessment for Gifted Elementary and Middle School Students, 2^{nd} Ed.) των Johnsen και Corn (2001).

Εντοπίστηκαν αρκετά τεστ μικρότερων ηλικιών που αφορούν ικανότητες οπτικοποίησης και προσανατολισμού όπως το DSS-ROCF (Developmental Scoring System for the Rey-Osterrieth Complex Figure) των Bernstein και Waber (1996) για παιδιά ηλικίας 5-14 χρονών ή το MVPT-3 (Motor- Free Visual Perception Test, 3^{rd} Ed.) των Colarusso και Hammill (1972) και τοTVPS-3 (Test of Visual-Perceptual Skills, 3^{rd} Ed.) του Martin (2006) για παιδιά ηλικίας 4 χρονών και άνω.

Η μελέτη των υπάρχων αυτών δοκιμίων μαθηματικών ικανοτήτων θεωρείται απαραίτητη πριν τη δόμηση ενός δοκιμίου που να εξετάζει την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος για παιδιά προσχολικής ηλικίας, όπως επιχειρείται στην παρούσα εργασία. Τα δοκίμια αυτά αποτέλεσαν πρότυπο ως πηγή αναφοράς, για την οργάνωση και την δομή του δοκιμίου που αναπτύχθηκε στην εργασία, παρόλο που δε χρησιμοποιήθηκαν αυτούσια έργα από τα συγκεκριμένα δοκίμια.

Χειρονομίες: Οι κινήσεις των χεριών

Η διδασκαλία και η μάθηση των μαθηματικών έχει ένα πολυτροπικό (multimodal) χαρακτήρα και συμπεριλαμβάνει διαφορετικές αντιληπτικό-αισθητηριακό-ενεργητικές δραστηριότητες που περιέχουν λόγο, δράση σε τεχνικά εργαλεία (artefacts) και χειρονομίες (Arzarello, 2006 · Sabena, Robutti, Ferrara, & Arzarello, 2012). Ο Arzarello και οι συνεργάτες του (2009) υπογραμμίζουν ότι η διαδικασία της διδασκαλίας και της μάθησης διαμορφώνεται από πηγές διαφορετικών ειδών λόγου (γραπτού ή προφορικού), μη λεκτικών τρόπων έκφραση (π.χ. χειρονομιών), γραπτών αναπαραστάσεων (π.χ. σύμβολα) ή εργαλείων (από παραδοσιακών σε πιο σύγχρονα τεχνολογικά). Παρομοίως, ο Radford (2009) υπογραμμίζει ότι τα γραπτά σύμβολα δεν είναι ο μόνος τρόπος που μπορεί ένα άτομο να έχει πρόσβαση, να επεξεργαστεί και να εξελίξει μια έννοια στα μαθηματικά. Ο ίδιος προτάσσει την άποψη ότι οι ενέργειες του ατόμου, οι κινήσεις των χεριών, αλλά και τα νεύματα (οι ματιές) αποτελούν μέσα έκφρασης μαθηματικών γνώσεων. Ο Gentaz (2009) υποστηρίζει ότι οι πολυτροπικές αυτές παρεμβάσεις θα ήταν καλό να ενταχθούν στα κλασσικά αναλυτικά προγράμματα σπουδών των παιδιών προσχολικής εκπαίδευσης.

Εδώ και δύο περίπου δεκαετίες ένας σημαντικός αριθμός ερευνών από το πεδίο της γνωστικής παιδείας της επιστήμης και των μαθηματικών επικεντρώνονται στον ρόλο που διαδραματίζει το σώμα στη γνωστική ανάπτυξη του ατόμου (π.χ. Radford, 2009 · Maffia & Sabena, 2015). Όταν γίνεται αναφορά στο σώμα, δίνεται έμφαση τόσο στις κινήσεις του σώματος, όσο και στα λόγο που τις συνοδεύει. Αναλυτικά, η ενσωματωμένη γνωστική αντίληψη αποτελεί ένα κίνημα γνωστικής επιστήμης που υποστηρίζει ότι το σώμα έχει καθοριστικό ρόλο στη διαμόρφωση του μυαλού. Στον τομέα της μαθηματικής εκπαίδευσης η ενσωματωμένη θεωρία επεκτείνεται στο βιβλίο των Lakoff και Núñez (2000) με τίτλο «Where Mathematics Comes From?» και αναλύεται από πολλούς ερευνητές (π.χ. Arzarello & Robutti, 2008 · Edwards, 2009). Οι Lakoff και Núñez (2000) αναφέρουν ότι στην ενσωματωμένη θεωρία το σώμα επηρεάζει τη σκέψη, προσδίδοντας θεμελιώδεις μαθηματικές έννοιες σε καθημερινές δραστηριότητες μέσα από το μεταφορικό συλλογισμό.

Έρευνες εισηγούνται ότι οι έννοιες μαθαίνονται καλύτερα όταν χρησιμοποιούνται ενσωματωμένες δραστηριότητες που πηγάζουν από αλληλεπιδραστικά περιβάλλοντα μάθησης (π.χ. Kim, Roth, & Thom, 2011). Το σώμα χρησιμοποιείται ως μέσω για τη δόμηση ενός ανωτέρου επιπέδου αφηρημένης σκέψης. Ο Edwards (2009) πιστεύει ότι η εννοιολογική ένωση της εικονικής σκέψης και των φυσικών κινήσεων είναι απαραίτητες να υπάρχουν κατά την επίλυση ενός προβλήματος που μπορεί να αντιμετωπίζει το παιδί. Ο ίδιος τονίζει ότι οι κινήσεις των χεριών του παιδιού διαισθητικά παράγονται κατά την εννοιολογική αυτή ένωση. Παρόλα αυτά, λιγοστός είναι ο αριθμός των ερευνών που μελέτησαν τον τρόπο επίδρασης του σώματος και ειδικότερα τον τρόπο που τα παιδιά χρησιμοποιούν τις χειρονομίες για να εκφράσουν τη μαθηματική τους σκέψη.

Η επικοινωνία μεταξύ των ανθρώπων δεν περιορίζεται μόνο στο λόγο, αλλά εμπεριέχεται και στη γλώσσα του σώματος (Arzarello & Sabena, 2014 · Novack & Goldin-Meadow, 2015). Το σώμα μας και οι κινήσεις που παράγουμε με αυτό, σύμφωνα με ερευνητές (Radford, 2009 · Cook et al., 2013) αποτελεί ένα σημειωτικό μέσο μάθησης που είναι αναπόσπαστο μέρος κάθε διδασκαλίας. Ειδικότερα, ο Radford (2009) ασχολήθηκε με τις χειρονομίες και πώς αυτές επηρεάζουν τη μαθηματική γνώση. Πιστεύεται ότι οι κινήσεις των χεριών που παράγονται συγχρόνως με το λόγο είναι άξιες μελέτης μιας που αποτελούν πηγές ενσωματωμένης μαθηματικής σκέψης (Novack & Goldin-Meadow, 2015). Η Sfard (2008) υποστηρίζει ότι η αποτελεσματικότητα στην επικοινωνία αυξάνεται με το συνδυασμό χειρονομιών και λεκτικών εκφράσεων. Η ίδια αναφέρει ότι αν γίνει αποδεκτό ότι η επικοινωνία εμπεριέχει δραστηριότητα σκέψης, τότε σίγουρα η σκέψη μπορεί να πάρει πολλές και διαφορετικές όψεις που μια από αυτές είναι οι κινήσεις των χεριών. Πρόσφατες έρευνες στηρίζουν ότι οι χειρονομίες διαδραματίζουν ένα πολύ σημαντικό ρόλο στην τάξη των μαθηματικών όταν οι μαθητές επιλύουν προβλήματα (Radford, 2009), όταν οι μαθητές αλληλεπιδρούν με τους εκπαιδευτικούς (Arzarello, Paola, Robutti, & Sabena, 2009), όταν οι μαθητές επεξηγούν ένα μαθηματικό περιεχόμενο (Edwards, 2009), ή όταν οι εκπαιδευτικοί διδάσκουν (Pozzer-Ardenghi & Roth, 2008). Η ερευνητική ομάδα των Arzarello και Sabena (2014) στηρίζει ότι πέραν του ότι οι χειρονομίες συνεισφέρουν στο σημασιολογικό περιεχόμενο των μαθηματικών εννοιών, οι ίδιες παρέχουν τη λογική δομή που τις οργανώνει σε μαθηματικά επιχειρήματα.

Πρόσφατες έρευνες, των τελευταίων χρόνων, (π.χ. Sabena, 2017· Francaviglia, & Servidio, 2011 · Elia, Gagatsis, & Van Den Heuel-Panhuizen, 2014) άρχισαν να δείχνουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον στη μελέτη των χειρονομιών και πώς αυτές επηρεάζουν την επικοινωνία οργανώνοντας το λόγο, αλλά και πώς αυτές επιδρούν στη δόμηση μαθηματικών εννοιών. Τα μαθηματικά από τη φύση τους είναι πολύ αφηρημένο αντικείμενο και η σύνδεση του με φυσικές εμπειρίες είναι ελάχιστες. Τα μαθηματικά σύμφωνα και με έρευνες στην εκπαίδευση φαίνεται να έχουν ρίζες και εκφράσεις στη μάθηση με τη χρήση του σώματος (Arzarello, 2008 · Arzrello & Edwards, 2005· Edwards, 2009 · Radford, 2009 · Robutti, 2006). Ένας λόγος που πιθανόν οι ερευνητές ασχολούνται με τις χειρονομίες είναι το γεγονός ότι οι χειρονομίες μπορεί να φέρουν στην επιφάνεια θέματα για τη δομή της έννοιας και τους συνδέσμους της με ενσωματωμένες μεταφορές που φανερώνουν το αφηρημένο στοιχείο των μαθηματικών και των τεχνουργημάτων (artefacts) που είναι υπεύθυνα για την ανάπτυξη αυτών των εννοιών (Arzarello, Robutti, Sabena & Paola, 2009 · Edwards, 2009 · Radford, 2009 · Yoon, Thomas, & Dreyfus, 2011· 2014).Οι χειρονομίες έχουν διπλή φύση. Από την μία, θεωρούνται «παράθυρα» των εσωτερικών σκέψεων που είναι ήδη κάπου στο μυαλό και περιμένουν την κατάλληλη υλική και λεκτική έκφραση. Από την άλλη, θεωρούνται ως γνήσιες συνιστώσες της σκέψης του ατόμου, οι οποίες επηρεάζουν και εξελίσσουν τη σκέψη του.

Η ερευνητική ομάδα των Radford, Edwards, & Arzarello (2009), μελετώντας τις αναπαραστάσεις που χρησιμοποιούνται στο μάθημα των μαθηματικών, εντόπισαν ότι ανάμεσα στις εσωτερικές και εξωτερικές αναπαραστάσεις (συμπεριλαμβανομένης και της λεκτικής έκφρασης) υπάρχουν οι κινήσεις των χεριών – οι χειρονομίες – που δημιουργούν ένα σύνδεσμο μεταξύ των δύο ειδών αναπαράστασης. Πρέπει να σημειωθεί ότι και οι χειρονομίες μπορούν να θεωρηθούν και ως εξωτερικές αναπαραστάσεις, αφού ειδικότερες μορφές τους βρίσκονται σε συμφωνία με τον ορισμό της αναπαράστασης του Kaput (1987). Ειδικότερα, οι (εικονικές) χειρονομίες παρουσιάζονται έντονα σε τρία στοιχεία της θεωρία των αναπαραστάσεων: στην ολότητα που αναπαριστά (π.χ. κινήσεις των χεριών για τα γεωμετρικά σχήματα), στα στοιχεία της ολότητας που αναπαριστά (π.χ. κινήσεις των χεριών που αναπαριστούν την παραλληλία μεταξύ δύο πλευρών του γεωμετρικού σχήματος), αλλά και στη αντιστοίχιση των στοιχείων της ολότητας προς αναπαράσταση με τα στοιχεία της ολότητας που αναπαριστά (π.χ. αντιστοίχιση της έννοιας της παραλληλίας με την ανάλογη κίνηση των χεριών).

Χειρονομία ως ορισμός είναι η αυθόρμητη κίνηση των χεριών που παράγονται συγχρονισμένα με την ομιλία. Η Sabena (2006) χαρακτηριστικά αναφέρει ότι οι χειρονομίες αφορούν όλες εκείνες τις κινήσεις των χεριών και των μπράτσων που παράγονται κατά την εκτέλεση μιας γνωστική δραστηριότητας (π.χ. μαθηματικών δραστηριοτήτων) και δεν αποτελούν συγκεκριμένα μέρη οποιασδήποτε άλλης δράσης. Οι χειρονομίες σύμφωνα και με τον McNeil (1992) μπορούν να χωριστούν σε τέσσερις κατηγορίες: τις δεικτικές, τις μεταφορικές, τις εικονικές και τις επαναλαμβανόμενες.

Οι δεικτικές χειρονομίες (deictic) αφορούν σημεία ή ενέργειες στο χώρο και αντικείμενα που υπάρχουν στην πραγματικότητα ή απεικονίζονται εικονικά. Για το λόγο αυτό όλες οι δεικτικές χειρονομίες έχουν απόλυτη εξάρτηση από το πλαίσιο αναφοράς. Το συγκεκριμένο είδος χειρονομιών είναι το πιο απλό και εύκολα προσεγγίσιμο από τα μικρά παιδιά. Πολύ παλιές έρευνες υποστηρίζουν ότι τα παιδιά από τη βρεφική ηλικία παράγουν δεικτικές χειρονομίες (Bates, 1976). Παλαιότερες έρευνες υποστηρίζουν ότι το συγκεκριμένο είδος χειρονομιών είναι το ευκολότερο προς παραγωγή από τα παιδιά και εντός των σχολικών πλαισίων διαδραματίζει ρόλο καθοριστικό στον χωρικό εντοπισμό του πλαισίου αναφοράς (Roth & Lawless, 2002).

Οι εικονικές χειρονομίες (iconic) αναφέρονται σε πραγματικά αντικείμενα ή ενέργειες και σχετίζονται με το περιεχόμενο του λόγου. Οι χειρονομίες αυτού του είδους θεωρούνται ανώτερης φύσεως από τις προηγούμενες, δεικτικές χειρονομίες.

Οι μεταφορικές χειρονομίες (metaphoric) μοιάζουν με την προηγούμενη κατηγορία των εικονικών χειρονομιών, αλλά διαφέρουν στο γεγονός ότι οι μεταφορικές αναφέρονται σε μια αφηρημένη έννοια – κατάσταση, που δεν έχει υλική υπόσταση. Σε έρευνα των Arzarello et al. (2009) φάνηκε ότι οι εικονικές χειρονομίες των παιδιών έγιναν μεταφορικές όταν παρουσίαζαν μία μαθηματική έννοια, η οποία εκ φύσεως είναι αφηρημένη. Παρομοίως, οι Yoon, Thomas, & Dreyfus (2009) τονίζουν τη μεταφορά αυτή μέσα από το χειρισμό ιδιοτήτων του σχήματος που κάνουν το σχήμα από οπτικό αντικείμενο σε αντικείμενο μαθηματικό.

Τέλος, οι επαναλαμβανόμενες χειρονομίες (temporal highlighting) είναι αυτές όπου τα χέρια κινούνται ρυθμικά με τον παλμό του λόγου και δίνουν χρόνο ή έμφαση στη δομή της επικοινωνίας. Οι χειρονομίες αυτές στόχο έχουν να δώσουν έμφαση.

Σύμφωνα με την Krause (2015) οι χειρονομίες αναφέρονται σε συγκεκριμένες πτυχές των μαθηματικών αντικειμένων μέσα από τις οποίες εμπλουτίζονται οι λεκτικές εκφράσεις. Οι χειρονομίες καθορίζουν το «πού», το «τι», το «πώς» ή τις σχέσεις αλληλεπίδρασης των μαθηματικών αντικειμένων. Ειδικότερα, το «πού» αναφέρεται σε θέματα χώρου όπως η τοποθεσία ή η κατεύθυνση, το «τι» δίνει πληροφορίες για το είδος του αντικειμένου, το «πώς» αφορά το στυλ του μαθηματικού αντικειμένου ή της δραστηριότητας, ενώ οι σχέσεις εστιάζονται στην αναπαράσταση των σχέσεων εσωτερικών ή εξωτερικών μεταξύ των αντικειμένων που οι χειρονομίες παρέχουν, σε αντιπαραβολή πάντα με αυτού που εκφράζεται λεκτικά. Ο ίδιος υποστηρίζει ότι η λεπτομερής ανάλυση των χειρονομιών μπορεί να αποκαλύψει την επίδραση μη λεκτικών εκφάνσεων της κοινωνικής αλληλεπίδρασης του ατόμου με την έννοια των μαθηματικών.

Ως εκ τούτου, οι χειρονομίες παρουσιάζονται σε τρία επίπεδα αναφοράς (Krause, 2015). Το πρώτο επίπεδο αφορά τα «υπαρκτά» όταν δηλαδή οι χειρονομίες αναφέρονται άμεσα σε κάτι που υπάρχει και είναι ήδη παγιωμένο από προηγουμένως. Σε αυτό το επίπεδο οι χειρονομίες λειτουργούν ως ενδείξεις που δείχνουν μόνο το νόημα (μαθηματικό σημείο) στο οποίο αυτές αναφέρονται. Στο δεύτερο επίπεδο, το επίπεδο των «ενδεχομένων», οι χειρονομίες ενσωματώνονται σε μια υπαρκτή αναγραφή (σημειωτική πηγή). Αυτό δεν είναι παγιωμένο από πριν με μια συγκεκριμένη μορφή αλλά μπορεί να εντοπιστεί σε άλλες αναπαραστάσεις. Η αλληλεπίδραση των χειρονομιών στο επίπεδο αυτό απαιτεί το υλικό και την εννοιολογική υπόσταση της υπάρχουσας αναγραφής – σημειωτικής πηγής. Οι χειρονομίες είναι εξαρτημένες από το πλαίσιο στο οποίο παράγονται. Στο τρίτο και τελευταίο επίπεδο οι χειρονομίες παρουσιάζονται ανεξάρτητες στον χώρο παραγωγής τους, ο οποίος βρίσκεται στην περιοχή μεταξύ των ώμων και των γλουτών του ατόμου (McNeill, 1992, σελ. 86). Παράγονται ελεύθερα μέσα από κάθε αναγραφή. Η αναντιστοιχία μεταξύ του υπαρκτού και της χειρονομίας αποκαλύπτει μια κατάσταση αποπλαισίωσης της μαθηματικής έννοιας.

Ο Radford (2009) ενστερνίζεται την άποψη ότι οι χειρονομίες και η γλώσσα έχουν άμεση σχέση. Ειδικότερα, ο ίδιος αναφέρει ότι οι χειρονομίες δύναται να αναλυθούν γνωστικά μέσα από την αλληλεπίδραση τους με άλλες αναπαραστάσεις αρχίζοντας από τη γλώσσα. Ο McNeil (1992) από την άλλη τονίζει ότι η λεκτική έκφραση και οι χειρονομίες αποτελούν ένα ολοκληρωμένο σύνολο έκφρασης. Ο λόγος και οι χειρονομίες αποτελούν συμπληρωματικές όψεις του ίδιου νομίσματος αφού σύμφωνα με τον McNeil (1992) ο λόγος μεταφέρει νοήματα τμηματικής, αναλυτικής, γραμμικής και ιεραρχικής δομής, ενώ οι χειρονομίες χαρακτηρίζονται ως ολικές, σύνθετες, πολυδιάστατες αλλά καθόλου ιεραρχικές. Ειδικότερα, οι χειρονομίες απεικονίζουν μια πιο σφαιρική οπτικοποίηση μικρής χρονικής διάρκειας, ενώ ο λόγος έχει πιο γραμμική μορφή μεγαλύτερης χρονικής εμβέλειας (McNeil, 1992, σελ. 35). Το σημειωτικό σύστημα της γλώσσας και των χειρονομιών συντονίζονται για ένα σκοπό, την επικοινωνία (για τα μαθηματικά). Ως εκ τούτου, όπως αναφέρει και θεωρητικά ο Duval (2006), η επικοινωνία και εξωτερίκευση των μαθηματικών ιδιοτήτων και εννοιών μπορεί να υπάρξει μόνο μέσα από τον συντονισμό πολλαπλών σημειωτικών συστημάτων. Έτσι, ο συντονισμός του λόγου και των κινήσεων των χεριών φαίνεται να χρήζει εξέτασης λόγω της υψίστης σημασίας που έχουν στην γνώση. Ο Sandler (2009) υποστηρίζει ότι οι χειρονομίες και ο λόγος συνδυάζονται «σε ένα ταυτόχρονο και συμπληρωματικό γλωσσικό τρόπο οργάνωσης του υλικού με ολικές και εικονικές εκφράσεις. Όταν και οι δύο αυτές μορφές συνυπάρχουν (στην επικοινωνία) τότε λέμε ότι υπάρχει συμβολική συμβίωση.» (σελ. 242).

Οι κινήσεις των χεριών και ο λόγος μπορεί να μοιράζονται την ίδια πληροφορία ή μπορεί να αφορούν εντελώς διαφορετικές πληροφορίες που άλλοτε αλληλοσυγκρούονται ή άλλοτε συμπληρώνουν τις ασάφειες η μία της άλλης (Arzarello & Edwards, 2005). Η αναντιστοιχία λόγου και πράξης (χειρονομίας), όπου η πράξη προηγείται του λόγου προδίδει το γνωστικό επίπεδο ετοιμότητας του παιδιού για την εκμάθηση της καινούργιας γνώσης. Ειδικότερα, οι Alibali, Kita, & Young (2000), υποστηρίζουν ότι η αντιστοιχία γλώσσας και χειρονομιών σημαίνει μετάβαση σε ανώτερα επίπεδα γνωστικής ανάπτυξης ή ανώτερα επίπεδα εκτέλεσης ενός έργου. Οι χειρονομίες και η υψηλή συχνότητα χρήσης τους από το παιδί προδίδει τη δυσκολία του να οργανώσει τις χωρικές πληροφορίες και να παρέχει την αρμόζουσα περιγραφή (π.χ. Elia, Gagatsis, & Van den Heuvel-Panhuizen, 2014 · Kita & Davies, 2009 · Alibali et al., 2000).

Έρευνες έχουν δείξει ότι η παραγωγή χειρονομιών αποφορτίζει το γνωστικό φορτίο του ομιλητή (Wagner, Nusbaum, & Goldin-Meadow, 2004) και υποστηρίζει την εσωτερική χωρική οπτικοποίηση (Chu & Kita, 2011). Σε έρευνα των Elia, Gagatsis, Michael, Georgiou, & Van den Heuvel-Panhuizen (2011) φάνηκε ότι η σχέση του λόγου και των χειρονομιών είναι πολυδιάστατη. Οι χειρονομίες είτε θα αναπαριστούν λεκτικές πληροφορίες με αντιστοιχία λόγου και χειρονομιών, είτε θα βρίσκονται σε αναντιστοιχία αντικαθιστώντας τις λεκτικές εκφράσεις ή συμπληρώνοντας τις λεκτικές περιγραφές. Οι ίδιοι ερευνητές καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι οι χειρονομίες μαζί με την ομιλία και τα πραγματικά αντικείμενα μπορούν να λειτουργήσουν ως σημειωτικά μέσα για τη μαθηματική «αντικειμενοποίηση» (objectification of mathematical knowledge) από τους μαθητές, όχι μόνο στη δημοτική ή στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, αλλά και στο νηπιαγωγείο (βλέπε Radford, 2009).

Οι χειρονομίες δεν παράγονται μόνο από τα ίδια τα παιδιά αλλά και από τους εκπαιδευτικούς τους κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας τους. Έρευνες έχουν δείξει ότι ο εκπαιδευτικός αποτελεί το κύριο στοιχείο επιρροής των παιδιών στη σχολική τάξη των μαθηματικών, αφού λειτουργεί ως πρότυπο για τα παιδιά που υιοθετούν εκφράσεις, λόγια και κινήσεις που ο ίδιος χρησιμοποιεί (Sebena, 2006). Ένα αναπάντητο ερώτημα που αναγάγει η έρευνα είναι για το ποιοι είναι οι παράγοντες που επηρεάζουν και διαφοροποιούν την επίδραση των χειρονομιών του εκπαιδευτικού και των παιδιών στη μάθηση γενικότερα στο πλαίσιο της διδασκαλίας των μαθηματικών.

Οι κινήσεις των χεριών μελετούνται έντονα τα τελευταία χρόνια με ιδιαίτερο ζήλο έχοντας υπόψη τα προαναφερθέν στοιχεία ερευνών. Οι χειρονομίες θεωρούνται νοητικά εργαλεία που μας βοηθούν να παρατηρήσουμε το μαθηματικό τρόπο σκέψης και μάθηση των μαθητών. Οι Cook και Goldin-Meadow (2006) εντόπισαν ότι όταν τα παιδιά συνδέσουν τις χειρονομίες που επαναλαμβάνουν με την ανάλογη εννοιολογικής τους υπόσταση μπορεί να ενισχυθεί η μάθηση τους για την εκάστοτε έννοια που εξετάζουν. Σε έρευνα των Arzarello και Sabena (2014) μελετήθηκαν παιδιά ηλικίας 10 χρονών κατά την επίλυση ενός σύνθετου μαθηματικού προβλήματος. Τα αποτελέσματα της έρευνας τους έδειξαν ότι όταν τα παιδιά πραγματικά προσπαθούν να επιλύσουν ένα σύνθετο πρόβλημα ρυθμικά συνοδεύουν το λόγο τους με χειρονομίες. Φάνηκε ότι ο συνδυασμός αυτός περνάει πέρα του σημασιολογικού περιεχομένου και στηρίζει λογικά τα δομικά στοιχεία της επιχειρηματολογίας των παιδιών. Σύμφωνα με τη συγκεκριμένη έρευνα αλλά και με στοιχεία άλλων ερευνών (π.χ. Bazzini, Sabena, & Villa, 2009) φαίνεται ότι η επίλυση ενός σύνθετου μαθηματικού προβλήματος στηρίζεται σε μεγάλο ποσοστό στη χρήση του λόγου σε συνδυασμό με τις χειρονομίες και τις γραπτές αναπαραστάσεις.

Η Krause (2015) μελέτησε τις χειρονομίες παιδιών δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης κατά την εκτέλεση δραστηριοτήτων άλγεβρας και γεωμετρίας στο λογισμικό GeoGebra. Οι χειρονομίες που τα παιδιά παράγουν ταυτόχρονα με τη λεκτική τους ανταπόκριση κατά την εκτέλεση της δραστηριότητας στον υπολογιστή έχουν συμπληρωματικό ρόλο. Παρόλα αυτά, χωρίς την ύπαρξη των χειρονομιών, ο λόγος των παιδιών δεν φαίνεται να είναι επαρκής για την έκβαση των επιχειρημάτων που οδηγούν στο συμπέρασμα. Οι κινήσεις των χεριών οπτικοποίησαν τη λογική της δομή του συλλογισμού τους.

Από την άλλη, οι Chen και Herbst (2013) σε έρευνά τους εντόπισαν ότι τα διαγράμματα, οι χειρονομίες και τα γλωσσικά συστήματα είναι σημειωτικές πηγές που οι μαθητές χρησιμοποιούν για να κατακτήσουν τη εννοιολογική γεωμετρική σύλληψη. Ειδικότερα, στην έρευνα αυτή φάνηκε ότι η χρήση δεικτικών χειρονομιών παρατηρήθηκε έντονα κατά τη διαδικασία ανάλυσης της γεωμετρικής δραστηριότητας. Τα παιδιά χρησιμοποίησαν ανωτέρου επιπέδου χειρονομίες, όπως οι εικονικές, αλλά και οι μεταφορικές χειρονομίες, κατά την διαδικασία επίλυσης του γεωμετρικού προβληματισμού. Στο παρεμβατικό πρόγραμμα έγινε χρήση εικονικών και μεταφορικών χειρονομιών σε μεγάλη κλίμακα. Οι χειρονομίες ήταν το εργαλείο για την υπερπήδηση των εμποδίων και των περιορισμών του δοσμένου διαγράμματος.

Παρομοίως η ερευνητική ομάδα των Maschietto και Bussi (2009) μέσα από ένα παρεμβατικό πρόγραμμα εκπαίδευσε παιδιά τετάρτης και πέμπτης τάξης δημοτικού στην έννοια της προοπτικής των αναπαραστάσεων. Τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής υπογραμμίζουν τη βαθιά αλληλεπίδραση που υπάρχει μεταξύ του χειρισμού συγκεκριμένων τεχνουργημάτων (artefacts) με την ανάπτυξη των χειρονομιών σε συνδυασμό με τα γραφήματα και το λόγο των παιδιών. Οι χειρονομίες, ο λόγος και τα γραφήματα των παιδιών αναπτύσσονται σε αντιπαραβολή με το τεχνούργημα, επομένως η επιλογή του τελευταίου θα πρέπει να είναι πολύ προσεκτική.

Η ερευνητική ομάδα των Cook et al. (2013) μελετώντας παιδιά ηλικίας 7-10 χρονών τόνισαν ότι η επίδραση των χειρονομιών τόσο στην κατάκτηση της γνώσης όσο και στη διατήρηση της είναι σημαντική. Μέσα από ένα παρεμβατικό πρόγραμμα παρακολούθησης χειρονομιών βρήκαν ότι η συγκεκριμένη στρατηγική παρακολούθησης ως διδακτικό εργαλείο είναι αποτελεσματική ακόμη και όταν η διδασκαλία δεν είναι εξατομικευμένη. Ειδικότερα στην έρευνα τους εντόπισαν ότι η επίλυση αφηρημένων προβλημάτων που απαιτούν αλγεβρικό συλλογισμό μπορεί να επωφεληθεί από την παρακολούθηση βιντεοσκοπημένων χειρονομιών σε επίπεδο τάξης. Παρομοίως σε παλαιότερες έρευνα των Cook, Mitchell & Goldin-Meadow (2008) και Cook et al. (2010) εντοπίζεται ότι η παρακολούθηση και παραγωγή χειρονομιών συμβάλει στην αποπλαισίωση της μαθηματική γνώσης.

Η γνωστική δραστηριότητα είναι φανερή, όταν οι μαθητές παράγουν πολλαπλές χειρονομίες εφόσον μπορούμε να παρατηρήσουμε την εξέλιξη της ανάπτυξης ανάμεσα στην πτυχής του προφορικού λόγου και της οπτικοποίησης. Ιδιαίτερη ανάλυση του είδους των χειρονομιών πραγματοποίησε πρόσφατα η ερευνητική ομάδα των Arzarello, Robutti, & Thomas (2015). Οι ίδιοι τονίζουν ότι όταν η χειρονομία εισάγεται αρχικά με εικονική διάσταση αυτό σημαίνει ότι δεν είναι ικανή η χειρονομία αυτή να παρέχει πληροφορίες για μία γνωστική δραστηριότητα. Από την άλλη όμως, όταν υπάρξει μια μετατροπή από εικονική σε μεταφορική διάσταση της χειρονομίας τότε σημαίνει ότι υπάρχει μια γνωστική εξέλιξη που στηρίζονται σε μια πιο αφηρημένη ανάμειξη. Αυτή η μετάβαση χαρακτηρίζεται από τη χρήση προφορικού λόγου και άλλων σημείων που προέρχονται από το πλαίσιο στο οποίο δουλεύουν οι μαθητές. Οι Radford και Sabena (2015) αναφέρουν ότι τα παιδιά παράγουν λιγότερες χειρονομίες όταν γίνονται πιο συνεκτικές και σύνθετες οι μαθηματικές ιδέες και δομές στο μυαλό τους.

Το ερώτημα που προκύπτει είναι «Πώς οι χειρονομίες που παράγει ο εκπαιδευτικό της τάξης επηρεάζουν το μαθησιακό αποτέλεσμα;». Σε βιντεοσκοπημένα μαθήματα παιδιών πέμπτης τάξης του δημοτικού κατά τη διδασκαλία του αντικειμένου των μαθηματικών φάνηκε ότι οι χειρονομίες που οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποιούσαν στη διδασκαλία τους, βοήθησε τα παιδιά να δουλέψουν εις βάθος σε ασκήσεις γεωμετρίας (Shein, 2012). Δεδομένα άλλων ερευνών προδίδουν ότι όσο περισσότερες χειρονομίες παράγει ο εκπαιδευτικός τόσο πιο πολλές θα παράγουν τα παιδιά της τάξης του (Sinclair et al., 2016). Στην έρευνα των Maffia και Sabena (2015) όπου περιγράφεται αναλυτικά το σημειωτικό παιχνίδι που αναπτύσσεται ανάμεσα στον εκπαιδευτικό και στους μαθητές για την έννοια του ύψους, παρουσιάζεται ο σημαντικό ρόλος των σημείων και των χειρονομιών στη διδασκαλία και στη μάθηση των μαθηματικών. Ειδικότερα, ο εκπαιδευτικός αρχικά δίνει μια λεκτική έκφραση στα παιδιά (τη λέξη «ύψος») και τα ίδια ανταποκρίνονται με χειρονομία. Ο ίδιος στη συνέχεια επεκτείνει τη χειρονομία τους αυτή παράγοντας δύο χειρονομίες για δύο χωρικές θέσεις και οδηγεί τη συζήτηση στη μαθηματική έννοια του ύψους ενός γεωμετρικού σχήματος. Μέσα από τη σημειωτική δέσμη που χρησιμοποιεί ο εκπαιδευτικός στη συζήτηση του με τα παιδιά φαίνεται να περνάει από την έννοια του ύψους στη καθημερινή ζωή στην έννοια του ύψους ως μαθηματική έννοια (Vygotsky, 1987) ορίζοντας το ως την απόσταση από την κορυφή στην απέναντι πλευρά του τριγώνου η οποία ονομάζεται βάση του τριγώνου. Για την πραγμάτωση αυτής της σύνδεσης της καθημερινής ζωής με τον αφηρημένο κόσμο των μαθηματικών ο εκπαιδευτικός χρησιμοποιεί πολυτροπική προσέγγιση με πλειάδα σημείων με διαφορετικές σημειωτικές πηγές που συνθέτουν μια σημειωτική αλυσίδα όπου οι χειρονομίες αποτελούν τον συνεκτικό κρίκο που ενώνει τα σημεία μεταξύ τους. Οι ίδιοι αποκαλούν την αλυσίδα αυτή πολυτροπική σημειωτική αλυσίδα (multimodal semiotic chain). Με τον όρο αυτό εννοούμε ακριβώς όλα τα πραγματικά, αξονικά και μαθηματικά σημεία που χρησιμοποιούνται στη σημειωτική μεταβίβαση. Αξονικά σημεία όπως έχει ήδη τονιστεί νωρίτερα στη σημειωτική προσέγγιση είναι τα σημεία που χρησιμοποιούνται για να μεταβεί το άτομο από τα πραγματικά- υπαρκτά στα αφηρημένα αντικείμενα.

Έρευνα των Broaders, Cook, Mitchell, & Goldin-Meadow (2007) αναδεικνύει ότι μεγαλύτερα παιδιά που τους ζητήθηκε να παράγουν χειρονομίες κατά την επεξήγηση των λύσεων που είχαν δώσει σε προβλήματα μαθηματικών, παρουσίασαν μια εξέλιξη στις στρατηγικές τους και στον τρόπο χειρισμού των προβλημάτων που έκαναν σε μετέπειτα στάδιο. Πλειάδα ερευνών των τελευταίων χρόνων δείχνει ότι οι χειρονομίες μπορούν να βοηθήσουν στη μάθηση και στη σύνδεση αφηρημένων εννοιών με το περιβάλλον (π.χ. Alibali et al., 2014). Ειδικότερα, σε έρευνα των Novack, Congdon, Hemani-Lopez, & Goldin-Meadow (2014) τονίζεται ότι οι μαθητές που παρήγαν χειρονομίες μπόρεσαν να μεταφέρουν τις στρατηγικές επίλυσης προβλήματος που έμαθαν σε άλλα προβλήματα που πρώτη φορά έρχονταν σε επαφή. Τα παιδιά αυτά έφτασαν στο σημείο της γενίκευσης η οποία θεωρείται σημαντική συνιστώσα της μάθησης.

Η παρούσα ερευνητική μελέτη προηγούμενων θεωριών εντοπίζει την ανάγκη έρευνας του είδους των χειρονομιών που μπορούν να βοηθήσουν στην εξέλιξη της μαθηματικής κατανόησης και συλλογισμού, αλλά και στην τυπολογία που ακολουθείται για να παράγουν τα παιδιά χειρονομίες (Sinclair et al., 2016).

Οι χωρικές σχέσεις ασχολούνται με τρία διαφορετικά πεδία εμπειριών και χώρους με συγκεκριμένες προοπτικές και εξελικτικές τυποποιήσεις (Bussi & Baccaglini-Frank, 2015 · Bryant, 2009): ο χώρος του σώματος (γνώση των κινήσεων του σώματος), ο εξωτερικός χώρος (υπαρκτά αντικείμενα και αναπαραστάσεις, π.χ. το σπίτι, η οθόνη του υπολογιστή, το χαρτί) και ο αφηρημένος χώρος (γεωμετρικών μοντέλων που αναπτύχθηκαν από την επιστήμη των μαθηματικών). Τα πρώτα δύο είδη χώρου αναφέρονται στον πραγματικό κόσμο και το τελευταίο στον κόσμο των μαθηματικών. Ο πρώτος χώρος εμπειριών σχετίζεται άμεσα με τις χειρονομίες που το σώμα παράγει κατά την επεξεργασία χωρικών σχέσεων.

Σύμφωνοι με τα προαναφερθέντα η ερευνητική ομάδα των Ehrlich, Levine, & Goldin-Meadow (2006) υποστηρίζουν ότι πολύ συχνά οι έννοιες του χώρου παρουσιάζονται από τους ανθρώπους εκτός από το λόγο, και μέσω της χρήσης των χειρονομιών. Πληθώρα ερευνητών, όπως ο Alibali (2005), τονίζουν ότι οι χειρονομίες αποτελούν μέσο μεταφοράς χωρικών μηνυμάτων, οι οποίες βοηθούν στην ενεργοποίηση νοερών εικόνων και στο χειρισμό τους στην εργαζόμενη μνήμη. Όμοια και οι Newcombe και Frick (2010), προσθέτουν ότι οι κινήσεις των χεριών βοηθούν τα μικρά παιδιά να προσομοιώνουν τους μετασχηματισμούς στο χώρο. Ενώ, λίγο πιο πρόσφατα, οι Ng και Sinclair (2013) υπογράμμισαν ότι τα παιδιά χρησιμοποιούσαν τις χειρονομίες «ως ένα πολυτροπικό μέσο για να επικοινωνήσουν τις προσωρινές σχέσεις των χωρικών μετασχηματισμών» (σελ. 361). Ο Ng (2014) με τη μελέτη του για τις αλληλεπιδράσεις ποικίλων πηγών κατά την επικοινωνία μαθηματικών εννοιών προσθέτει ότι «οι χειρονομίες και το σύρσιμο (dragging) είναι πολυτροπικές πηγές επικοινωνίας δυναμικών στοιχείων μαθηματικού συλλογισμού» (σελ. 289).

Σε ερευνητικές συζητήσεις, όπως αυτή που πραγματοποίησαν οι Arzarello και Edwards (2005) στα πλαίσια του 29ου διεθνώς αναγνωρισμένου συνεδρίου (πρώτος τόμος, σελ. 123-154) για την έρευνα στη μαθηματική παιδεία Psychology of Mathematics Education (PME) τονίζεται η δυναμική εξέλιξη της χρήσης των χειρονομιών όπως φανερώνουν οι κοινωνικές δραστηριότητες των παιδιών με έννοιες γεωμετρίας και οι συζητήσεις τους για τα στερεά (τρισδιάστατη γεωμετρία). Στο συγκεκριμένο φόρουμ, οι Arzarello, Ferrara, Robutti, & Paola (2005) ανέφεραν τη μελέτη παιδιών κατά την κατασκευή στερεών και την εισαγωγή των σημείων μέσα από τις χειρονομίες. Αρχικά, οι χειρονομίες των παιδιών είχαν εικονικά χαρακτηριστικά αφού παρουσίαζαν τα υπάρχοντα στερεά τα οποία περιέγραφαν μέσα από τις χειρονομίες τους αυτές. Ακολούθως, οι χειρονομίες των παιδιών παρουσίασαν εξέλιξη αφού χρησιμοποιούνταν στην επικοινωνία με σκοπό να μεταφέρουν τη γνώση σε άλλους, αποκτώντας στη συνέχεια μια συμβολική λειτουργία. Σε πιο πρόσφατη έρευνα, οι Sack, Vazquez, & Moral (2010), μελετώντας μικρά παιδιά προσχολικής εκπαίδευσης στην έννοια της τρισδιάστατης οπτικοποίησης, εντόπισαν χειρονομίες που τα παιδιά χρησιμοποιούσαν στην οπτική επεξεργασία του στερεού. Πιο εστιασμένα, θετική συσχέτιση ανάμεσα στη χωρική σκέψη και στις χειρονομίες στην προσχολική ηλικία ανέδειξαν οι Elia et al. (2011).

Γενικά, παρατηρήθηκε ότι οι λέξεις «δεξιά» και «αριστερά» μπερδεύουν τα παιδιά (Sarama & Clements, 2009). Η συνεχής μετακίνηση των παιδιών στο χώρο φάνηκε να βοηθάει στην ανάπτυξη του χωρικού προσανατολισμού και της επίδοσης τους σε έργα χωρικής αντίληψης (Frick & Wang, 2010), αφού εξελικτικά τα παιδιά κατονόμαζαν τις θέσεις των αντικειμένων στο χώρο με μεγαλύτερη ακρίβεια. Τα παιδιά όντως αρχίζουν σταδιακά να κάνουν δυναμικές τροποποιήσεις των νοερών τους εικόνων (Clements, Wilson, & Sarama, 2004).

Σε ποιοτικής φύσεως έρευνα των Πετρίδου, Ηλία και Γαγάτση (2014) μελετήθηκαν έξι παιδιά προσχολικής ηλικίας έχοντας ως σκοπό τον εντοπισμό των ικανοτήτων τους, διαφορετικών μαθηματικών επιδόσεων (ΜΕ), στον χωρικό προσανατολισμό με τη χρήση ενός προγραμματιζόμενου ρομπότ (Bee-Bot). Η ΜΕ αποτέλεσε δείκτη πρόβλεψης των στρατηγικών χωρικού προσανατολισμού. Ειδικότερα, τα παιδιά με πιο χαμηλό βαθμό ΜΕ φαίνεται να δυσκολεύονται στη διεκπεραίωση των έργων εκτέλεσης και παραγωγή προφορικών οδηγιών προσανατολισμού στο χώρο. Τα παιδιά αυτά παράγουν εκτεταμένη χρήση δεικτικών χειρονομιών και προτιμούν να «πράττουν» παρά να εκφραστούν λεκτικά. Αντιθέτως, τα παιδιά με υψηλό δείκτη ΜΕ χρησιμοποιούν δεικτικές και εικονικές χειρονομίες, με ευχέρεια στο λόγο. Άξιο αναφοράς είναι το γεγονός ότι κατά την παραγωγή οδηγιών τόσο τα παιδιά με ΜΕ κάτω από το μέσο όρο, όσο και τα παιδιά στο μέσο όρο παράγουν πολλές δεικτικές χειρονομίες, χωρίς να εκφράζονται ιδιαίτερα λεκτικά. Χρησιμοποιούσαν τις χειρονομίες πολλές φορές ως μέσω επικοινωνίας, λόγω του ότι η γλώσσα είναι εμπόδιο στα παιδιά αυτής της ηλικιακής ομάδας (Ehrlich et al., 2006). Τα παιδιά με ΜΕ πάνω από το μέσο όρο ταυτίζουν τις δεικτικές χειρονομίες τους με την ομιλία τους. Αυτό συνάδει με την άποψη των ερευνητών Alibali, Kita & Young (2000), ότι η αντιστοιχία γλώσσας και χειρονομιών σημαίνει μετάβαση σε ανώτερα επίπεδα γνωστικής ανάπτυξης ή ανώτερα επίπεδα εκτέλεσης ενός έργου. Τα παιδιά ανεξαρτήτου ΜΕ επιλέγουν κυρίως να «πράξουν» παρά να μιλήσουν (Rieser, Garing, & Young, 1994), και δυσκολεύονται να δώσουν οδηγίες διατηρώντας διαφορετικό προσανατολισμό.

Με το ίδιο ρομπότ, Bee-Bot, πρόσφατα η ερευνητική ομάδα των Bussi και Baccaglini-Frank (2015) έδειξε ότι η ταυτόχρονη ύπαρξη σωματικών εμπειριών, αντίληψης του ήχου και του μονοπατιού του ρομπότ, αλλά και η παραγωγή χειρονομιών και άλλων σημείων είχε ως αποτέλεσμα την εξέλιξη της γνώσης για τη συμπερίληψη των τετραγώνων στην ομάδα των ορθογωνίων. Το ρομπότ και η κινητοποίηση των σημειωτικών πηγών πρόσφερε ένα εκπαιδευτικό περιβάλλον εμβάθυνση στην έννοια.

Η ερευνητική ομάδα των Petridou, Ilia, & Gagatsis (2015) μελετώντας τις αντιδράσεις ενός αγοριού προσχολικής ηλικίας εντόπισαν το γεωμετρικό λόγο και στοιχεία εννοιολογικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος πριν και μετά την εφαρμογή δύο διαφορετικών διδακτικών πλαισίων στο μάθημα της γεωμετρίας. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι η διδασκαλία που στηρίζεται σε ποικίλα οπτικά παραδείγματα διαισθητικά και μη, προωθώντας τη συζήτηση, την περιγραφή σχημάτων και αναπτύσσοντας ισχυρισμούς για το λόγο που ένα σχήμα για παράδειγμα μπορεί να ονομαστεί τρίγωνο (Sarama & Clements, 2009), και ωθεί το φυσικό ή νοερό μετασχηματισμό τους (Duval, 1995), είναι πιο πιθανόν να βοηθήσει το παιδί να οικοδομήσει μία πιο σύνθετη γεωμετρική κατανόηση και λόγο. Έτσι λοιπόν, η δεύτερη διδασκαλία έδωσε πιο συστηματικά έμφαση στη λειτουργική σύλληψη γεωμετρικών σχημάτων, με περισσότερες σημειωτικές πηγές παρουσίασε περισσότερα στοιχεία μαθηματικής ποιότητας, όπως τα ορίζονται από τους Charalambous και Hill (2012), και φάνηκε ότι εξέλιξε τη σκέψη του παιδιού. Το αγόρι πέρασε σε ανώτερο επίπεδο γεωμετρικού λόγου (των Sinclair & Moss, 2012) και η γνώση του για τα σχήματα φαίνεται να έφτασε σε πιο υψηλό επίπεδο σκέψης των Clements κ. ά. (1999), αλλά και στο επίπεδο σύνθεση και ανάλυση γεωμετρικών σχημάτων των Sarama και Clements (2009). Παρομοίως και άλλες έρευνες περίπτωσης έδειξαν ότι η χρήση πολλαπλών συστημάτων αναπαράστασης και πραγματικών αντικειμένων προωθούν την αντικειμενοποίηση της μαθηματικής γνώσης (Radford, Bardini, & Sabena, 2007). Η ποσότητα και η ποιότητα του λόγου που λαμβάνουν τα μικρά παιδιά επηρεάζει το βαθμό ανάπτυξης του δικού τους λόγου (Dickinson, Pierre & Pettengill, 2004), γεγονός που φάνηκε και από τη διδασκαλία Β όπου ο λόγος του παιδιού αυξήθηκε ποσοτικά και ποιοτικά.

Από την άλλη, σε πρόσφατη έρευνα των Elia, Evangelou, Hadjittoouli, & Van den Heuvel-Panhuizen (2014) μελετήθηκαν οι χειρονομίες που παράγει ένα παιδί προσχολικής ηλικίας κατά τη διάρκεια εκτέλεσης μιας γεωμετρικής δραστηριότητας επικοινωνιακού χαρακτήρα. Δόθηκαν δύο περιβάλλοντα εκτέλεσης της δραστηριότητας γεωμετρικού μετασχηματισμού σχημάτων, εκ τον οποίον ο ένας αφορούσε τον παραδοσιακό τρόπο εκτέλεσης δραστηριοτήτων, στο χαρτί. Ο άλλος αφορούσε τη χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Μέσα από την ποιοτική ανάλυση των δεδομένων της προαναφερθείσας έρευνας φάνηκε ότι οι χειρονομίες αποτέλεσαν ένα μέσο ανάπτυξης της σκέψης του παιδιού αλλά και παρατήρησης της εξέλιξης της γνώσης του. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν την ανάγκη μελέτης των χειρονομιών των παιδιών προσχολικής ηλικίας σε δραστηριότητες γεωμετρίας τονίζοντας την ενσωματωμένη φύση της σκέψης τους.

Παρεμβατικά Προγράμματα στην Προσχολική Ηλικία

Τονίζεται ότι στον τομέα των μαθηματικών «τα παρεμβατικά προγράμματα βοηθούν τα μικρά παιδιά να δομήσουν μια πιο θεμελιωμένη άτυπη γνώση για τα μαθηματικά, ιδιαίτερα για τα παιδιά που είναι πιο αδύναμα και μελλοντικά υπάρχει ο φόβος της αποτυχίας» (Clements & Sarama, 2007, σελ. 136). Από την άλλη, το παιχνίδι είναι αναπόσπαστο μέρος της φύσης κα της μάθησης των παιδιών του ηλικιακού εύρους των 4-6 χρονών. Ο Brousseau (1997), ένας από τους πρωτεργάτες της παιδείας, συμπεριλαμβάνει το παιχνίδι στις μεθόδους διδακτικής των μαθηματικών και το θεωρεί μέσο για την ενεργοποίηση και επικοινωνία των μαθητών στο μάθημα των μαθηματικών.

Σε έρευνα των Howse και Howse (2015) πραγματοποιήθηκε παρεμβατικό πρόγραμμα για τη διδασκαλία της γεωμετρίας με τη χρήση των attribute blocks και των βέννιων διαγραμμάτων. Οι ερευνητές στηριζόμενοι στα επίπεδα και στα στάδια διδασκαλίας των Van Hiele, αλλά και στις προδιαγραφές του Common Core State Standards Initiative (CCSSI, 2010) εφάρμοσαν δραστηριότητες σε 20 παιδιά προσχολικής ηλικίας. Τα παιδιά καλέστηκαν αρχικά να χωρίσουν τα σχήματα σε ομάδες βάσει κριτηρίων που οι ίδιοι θα όριζαν (π.χ. χρώμα, μέγεθος, σχήμα, αριθμός γωνιών-πλευρών, ευθύγραμμα τμήματα και καμπύλες) και θα αιτιολογούσαν. Δόθηκε έμφαση στη χρήση μαθηματικών όρων, όπως γωνίες και πλευρές. Ακολούθως, εστιάστηκε το μάθημα στα χαρακτηριστικά που έχουν τα σχήματα. Στη δεύτερη διδασκαλία βρέθηκαν σχέσεις μεταξύ των ιδιοτήτων των σχημάτων και τα παιδιά έβρισκαν σχήματα που να έχουν μόνο ένα χαρακτηριστικό διαφορετικό, π.χ. ένα παιδί είπε χαρακτηριστικά «έχω ένα μικρό τετράγωνο και ένα μικρό κύκλο» ενώ ένα άλλο είπε «έχω δύο κύκλους αλλά ο ένας είναι μεγάλος και ο άλλος είναι μικρός». Ο βαθμός δυσκολίας μεγαλώνει όταν τα παιδιά καλούνται να βρουν σχήματα που να έχουν μόνο ένα χαρακτηριστικό ίδιο. Στις δραστηριότητες αυτές χρησιμοποιήθηκαν βέννια διαγράμματα (αρχικά χωρίς τομή και στη συνέχεια με τομή για να δείξουν τα παιδιά τις σχέσεις εγκλεισμού μεταξύ των σχημάτων). Έπειτα, την τέταρτη μέρα τα παιδιά έφτιαξαν τα δικά τους βέννια διαγράμματα εξηγώντας τις σχέσεις μεταξύ των ομάδων που επέλεξαν. Στο τέλος τα παιδιά παίζοντας ένα παιχνίδι παρόμοιο με το Scrabble επέλεγαν 7 attribute blocks από ένα σακούλι και έφτιαχναν τα δικά του διαγράμματα. Τα αποτελέσματα της παρέμβασης ήταν ότι τα παιδιά άρχισαν να εντοπίζουν σχέσεις μεταξύ των χαρακτηριστικών των σχημάτων και να ασκούν την κριτική τους σκέψη. Οι ευκαιρίες αιτιολόγησης του τρόπου σκέψης ώθησαν τα παιδιά να επικοινωνήσουν για τα σχήματα και να διευρύνουν τον τρόπο σκέψης τους.

Παρομοίως σε παρεμβατικό πρόγραμμα των Bruce και Hawes (2015) φάνηκε ότι ο χειρισμός των στερεών και των επίπεδων σχημάτων και η εκτέλεση γεωμετρικών μετασχηματισμών (νοερών περιστροφών) με αυτά βοήθησε τα μικρά παιδιά 4-8 χρονών να αναπτύξουν έννοιες γεωμετρίας που είναι σημαντικές για τη μετέπειτα εκπαίδευση τους.

Ο Arai (2014) στο παρεμβατικό του πρόγραμμα με παιδιά πρώτης τάξης δημοτικού εστιάστηκε στην αναγνώριση γεωμετρικών σχημάτων. Πραγματοποίησε παρεμβάσεις σε τρεις ομάδες των 69 παιδιών, όπου τα παιδιά έπρεπε να εντοπίσουν τα βασικά χαρακτηριστικά (τις γωνίες και τις πλευρές) των τριγώνων, να διαβάσουν ορισμούς του και να σχεδιάσουν τα ίδια το σχήμα αυτό. Παρατηρήθηκε ότι τα παιδιά επηρεάζονταν πολύ από τις πρωτοτυπικές εικόνες του σχήματος, αλλά μετά το παρεμβατικό πρόγραμμα φάνηκε ότι τα παιδιά άλλαξαν το συλλογισμό τους σε συγκεκριμένες οπτικές αναπαραστάσεις (και σημεία) των τριγώνων.

Η ερευνητική ομάδα των Kalenine et al. (2011) πραγματοποίησε παρεμβατικό πρόγραμμα για τη διδασκαλία 72 παιδιών προσχολικής ηλικίας για τα σχήματα του τριγώνου, τετραγώνου και ορθογωνίου. Σχεδίασε δύο περιβάλλοντα εφαρμογής των μαθημάτων, όπου το ένα εμπεριείχε επεξεργασία των σχημάτων οπτικά και με τη χρήση της αφής (VH – visual & haptic modalities) κα το άλλο μόνο οπτικά (V – visual modality). Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι τα μικρά παιδιά που συμμετείχαν στο πρώτο παρεμβατικό περιβάλλον VH αναγνώριζαν ορθογώνια και τρίγωνα πιο εύκολα από ότι τα παιδιά της άλλης ομάδας. Η απτή επαφή των παιδιών με τα σχήματα φαίνεται να βοήθησε τα παιδιά να συλλάβουν καλύτερα τα ιδιαίτερα εκείνα χαρακτηριστικά που κάνουν ένα σχήμα να είναι τρίγωνο ή ορθογώνιο. Αυτό δεν ισχύει για τα τετράγωνα μιας που ο μέσος όρος αναγνώρισης των τετραγώνων ήταν πολύ υψηλός πριν από οποιαδήποτε παρέμβαση.

Παρομοίως, σε πολύ παλαιότερη έρευνα, ο Prigge (1978) εξέτασε τρία διαφορετικά είδη παρέμβασης γεωμετρικών εννοιών (π.χ. ορθογώνια, τρίγωνα) σε παιδιά ηλικίας 5 χρονών. Τα παρεμβατικά προγράμματα του αφορούσαν διαφορετικά υλικά που εφαρμόζονταν σε 10 δραστηριότητες. Στο πρώτο παρεμβατικό πρόγραμμα παρείχε στα παιδιά δραστηριότητες στο χαρτί, ενώ στο δεύτερο στον ηλεκτρονικό υπολογιστή (π.χ. geoboard, georuler) ή τη δυνατότητα αναδίπλωσης χαρτιού. Στο τρίτο παρεμβατικό πρόγραμμα του έδινε στα παιδιά στερεά τρισδιάστατης υπόστασης. Τα αποτελέσματα της έρευνας του έδειξαν ότι τα παιδιά στο τρίτο παρεμβατικό πρόγραμμα στο όποιο χειρίζονταν στερεά είχαν μεγαλύτερη ανάπτυξη σε έννοιες γεωμετρίας, ιδιαίτερα τα παιδιά με πιο χαμηλές επιδόσεις στη γεωμετρία. Έτσι φαίνεται ότι η επαφή των παιδιών με γεωμετρικά αντικείμενα γίνεται πιο φορμαλιστική και αλματώδης όταν τα παιδιά βιώνουν εμπειρίες απτής – άμεσης επαφή (με το σώμα τους) με τα αντικείμενα αυτά. Το γεγονός αυτό αποτελεί ένδειξη ενσωματωμένης μάθησης στη γεωμετρία.

Μια πληθώρα ερευνών γύρω από την εκπαίδευση στο νηπιαγωγείο αφορά τη χρήση ΤΠΕ (Τεχνολογία Πληροφοριών και Επικοινωνίας). Ειδικότερα, παρεμβατικά προγράμματα έχουν σχεδιαστεί και εφαρμοστεί για τη διδασκαλία της γεωμετρίας με τη χρήση ΤΠΕ (π.χ. Zaranis, 2014, 2013 · Howie & Blignaut, 2009). Στηριζόμενος, ο Zaranis, (2013), στο μοντέλο των Van Hiele εφάρμοσε διδασκαλία για τα τρίγωνα όπου φάνηκε ότι τα παιδιά του παρεμβατικού προγράμματος είχαν υψηλότερες επιδόσεις από τα παιδιά της ομάδας ελέγχου. Ο ίδιος ερευνητής (Zaranis, 2014) μελέτησε τη χρήση των ΤΠΕ και των ρεαλιστικών μαθηματικών για τη διδασκαλία των κύκλων, των τριγώνων, των ορθογωνίων και των τετραγώνων σε παιδιά πρώτης τάξης δημοτικού. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι τα παιδιά δυσκολεύονται ιδιαίτερα στο σχήμα του τριγώνου, αφού είναι πιο σύνθετο σχήμα από τα υπόλοιπα. Τα ορθογώνια είναι τα αμέσως επόμενα πιο σύνθετα σχήματα για να κατανοήσουν τα μικρά παιδιά. Τέλος, τα τετράγωνα είναι πιο σύνθετα από τους κύκλους. Το γεγονός ότι τα πιο εύκολα είναι οι κύκλοι και τα πιο δύσκολα τα τρίγωνα στηρίζεται και από πλειάδα άλλων ερευνών (Levenson et al., 2011 · Tsamir, Tirosh, & Levenson, 2015). Στο ερευνητικό παρεμβατικό πρόγραμμα φάνηκε ότι η ΤΠΕ στήριξε περισσότερο τη μάθηση των παιδιών για τα τρίγωνα από ότι για τους κύκλους.

Τα θετικά αυτά αποτελέσματα σε διδασκαλίες που βασίζονται στην τεχνολογία κατά τη διδασκαλία της γεωμετρίας συνάδουν με άλλες έρευνες (Bobis et al., 2005 · Dissanayake, Karunananda, & Lekamge, 2007) και ειδικότερα στα μαθηματικά (Gersten, Jordan, & Flojo, 2005 · Zaranis, 2011). Στο σημείο αυτό καλό θα ήταν να αναφερθεί και μια άλλη σχετική έρευνα της οποία τα αποτελέσματα δείχνουν τη θετική επίδραση των ΤΠΕ στη μάθηση εννοιών γεωμετρίας. Συγκεκριμένα, η ερευνητική ομάδα των Fesakis, Sofroniou, & Mavroudi (2011) δόμησε μαθήματα γεωμετρικών σχημάτων μέσω της χρήσης διαδικτύου για τα μικρά παιδιά προσχολικής ηλικίας. Τα αποτελέσματα της έρευνα τους έδειξαν την εκπαιδευτική αξία της τεχνολογίας, της επικοινωνίας και των μέσων – υλικών στη μάθηση των γεωμετρικών σχημάτων. Παρόλα αυτά, η τεχνολογία δεν αποτελεί πανάκεια για τη διδασκαλία των μαθηματικών αλλά είναι ένα σύνθετο παιδαγωγικό θέμα που επιδέχεται κι άλλης ερευνητικής μελέτης για τον τρόπο εφαρμογής της σε διδακτικά περιβάλλοντα μάθησης.

Η χρήση πολλαπλών μέσω και υλικών διδασκαλίας γεωμετρικών εννοιών εμφανίζεται σε αρκετές έρευνες. Ενδεικτικά, η ερευνητική ομάδα των Skoumpourdi και Mpakopoulou (2011) δημιούργησε ένα βιβλίο-παραμύθι ως μέσο διδασκαλίας των γεωμετρικών εννοιών προσχολικής εκπαίδευσης το οποίο το ονόμασαν «Τα τυπώματα». Το βιβλίο αυτό είχε ο στόχο μέσα από τη διήγηση του παραμυθιού τα παιδιά να συνδέσουν τα στερεά σχήματα της καθημερινής ζωής με τα πιο αφηρημένα επίπεδα σχήματα της γεωμετρίας. Τα αποτελέσματα της έρευνάς τους έδειξαν ότι τα μικρά παιδιά μέσω του υλικού αυτού κατάφεραν να δομήσουν μια γνώση για τα σχήματα μη φορμαλιστική και μη πρωτοτυπική. Οι ίδιοι τονίζουν ότι υπάρχει ανάγκη για μάθηση γεωμετρικών σχημάτων μέσα από διδασκαλίες που δε μένουν απλά στην αναγνώριση των γεωμετρικών σχημάτων.

Σε έρευνα της η Sabena (2017) μελέτησε παιδιά προσχολικής ηλικίας καθώς καθοδηγούσαν ένα προγραμματιζόμενο ρομπότ σε σχήμα μέλισσας με το όνομα Bee-Bot. Η ίδια δόμησε παρεμβατικό πρόγραμμα 5 με 6 ωρών σε διάστημα ενός μήνα με υποκείμενα παιδιά προσχολικής ηλικίας σε ομάδες των 10 με 12 ατόμων στην Ιταλία. Πρέπει να σημειωθεί ότι αρχικά τα παιδιά προγραμμάτιζαν τα βήματα που θα έκανε το ρομπότ, έπειτα έκαναν προβλέψεις για αυτά και στο τέλος ως επιβεβαίωση εκτελούσε το ρομπότ τα βήματα. Φάνηκε ότι το τεχνούργημα του ρομπότ ενθουσίασε τα παιδιά αλλά παράλληλα φαίνεται ότι αυτά δυσκολεύτηκαν ιδιαίτερα στην ενεργοποίηση κατάλληλων στρατηγικών ελέγχου. Η δραστηριότητα με το ρομπότ που μεταφέρθηκε στον πραγματικό κόσμο και πρόσφερε αλληλεπίδραση και συντονισμών των σημειωτικών συστημάτων αναφοράς, γεγονός απαραίτητο για την αντιμετώπιση γεωμετρικών προβλημάτων. Οι χειρονομίες που τα παιδιά παρήγαγαν υπήρξαν ένα παράθυρο στον τρόπο αντίληψης του χώρου ιδιαίτερα όταν χρησιμοποιούνταν καινούργιοι χωρικοί όροι όπου φάνηκε πώς τα παιδιά παρήγαγαν πάντα χειρονομίες με αυτούς. Ο εκπαιδευτικός που συμμετείχε στο παρεμβατικό πρόγραμμα χρησιμοποίησε ποικιλία σημειωτικών μέσω και αναπαραστάσεων, όπως ο προφορικό λόγος, οι χειρονομίες και τα γραπτά σύμβολα για την κατεύθυνση του ρομπότ. Ειδικότερα, η δραστηριότητα εκτίμησης και ο προγραμματισμός των κινήσεων του ρομπότ, αλλά και ο έλεγχος των υποθέσεων αυτών αργότερα μέσα από την παρατήρηση των κινήσεων που εκτελεί το ρομπότ, προσφέρει ένα ενθαρρυντικό και προβλέψιμο συγκείμενο διαχείρισης και ελέγχου της πορείας, η οποία θεωρείται η βάση της επιτυχίας επίλυσης προβλημάτων (Martignone & Sabena, 2014). Η ίδια η ερευνήτρια (Sabena, 2017) εισηγείται την εισαγωγή δραστηριοτήτων με προοπτική διαφορετική από τα ίδια τα παιδιά, αφού φάνηκε να τους δυσκολεύει η ρύθμιση των κινήσεων όταν η προοπτική δεν ήταν η ίδια με τη δική τους. Σε αντίστοιχη έρευνα των Πετρίδου κ.ά. (2014) όπου τα παιδιά προγραμμάτιζαν το συγκεκριμένο ρομπότ έχοντας διαφορετικό προσανατολισμό από αυτό, φάνηκε ότι τα ίδια δυσκολεύτηκαν αρκετά στη λεκτική έκφραση των οδηγιών προσανατολισμού στο χώρο. Παρατηρήθηκε παραγωγή σωρείας δεικτικών, κυρίως, χειρονομιών σε συνδυασμό με τη μετακίνηση τους στο χώρο παίρνοντας τον ίδιο προσανατολισμό με το ρομπότ για να μπορέσουν να καθορίσουν την πορεία με την οποία θα το καθοδηγούσαν. Το γεγονός αυτό ταυτίζεται με το ότι οι χειρονομίες προωθούν τη βελτίωση των χωρικών ικανοτήτων (π.χ. Elia et al., 2011).

Σε ένα άλλο δομημένο παρεμβατικό πρόγραμμα των Kim, Roth & Thom (2011), με 24 παιδιά δευτέρας τάξης δημοτικού, χρονικής διάρκειας τριών εβδομάδων, βρέθηκε ότι οι χειρονομίες στηρίζουν τη σκέψη και τη μάθηση των μικρών παιδιών. Στο παρεμβατικό πρόγραμμα χρησιμοποιήθηκαν γεωμετρικοί μετασχηματισμοί και μοτίβα σχημάτων, τα όποια επεξεργάστηκαν τα παιδιά σε μικρές ομάδες και στην ολομέλεια. Πρέπει να αναφέρουμε ότι κύριο στοιχείο της παρέμβασης ήταν οι χειρονομίες που παρήγαγε η εκπαιδευτικός και η παρότρυνση που γινόταν στα παιδιά να παράγουν κι αυτά τις δικές τους χειρονομίες φυσικά και αυτόνομα. Δεν προωθήθηκε σε κανένα σημείο μίμηση των ίδιων χειρονομιών που εκτελούσε η εκπαιδευτικός. Κατά τη διάρκεια αλληλεπίδρασης των παιδιών παρατηρήθηκε ότι οι χειρονομίες που χρησιμοποιούσαν τα παιδιά της ομάδας αλληλεπίδρασης επηρέασαν τη χρήση χειρονομιών και άλλων παιδιών. Οι χειρονομίες και οι κινήσεις του σώματος των παιδιών αποτελούν το μέσο απόδειξης των γεωμετρικών γνώσεων που έχουν τα παιδιά, αφού όσο πιο σύνθετες γίνονταν οι γεωμετρικές έννοιες τόσο πιο ολοκληρωμένες και πολύπλοκες χειρονομίες χρησιμοποιούσαν. Επιτακτική ανάγκη θέτουν οι ερευνητές την αλλαγή του τρόπου διδασκαλίας των παιδιών στη γεωμετρία. Πιστεύουν ότι οι στατικές και αφηρημένες εικόνες της γνώσης που έχουν εκ φύσεως οι μαθηματικές έννοιες πρέπει να αναδομηθούν λαμβάνοντας υπόψη τόσο την προφορική και γραπτή γλώσσα αλλά αναγνωρίζοντας επίσης τους απαραίτητους τρόπους που η γνώση των παιδιών ενσωματώνεται και εκφράζεται μέσα από το σώμα τους.

Οι χειρονομίες που παράγουν οι εκπαιδευτικοί και οι μαθητές κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας των μαθηματικών αποτελούν μια πλούσια πηγή πληροφοριών, ανάλογη με αυτή που προσφέρει η γλώσσα, η οποία όμως μπορεί να μεταφραστεί σε όρους μεταφορών του σώματος, δόμησης αντικειμένων και διαμόρφωσης μαθηματικών εννοιών και των σχέσεων που υπάρχουν μεταξύ των μαθηματικών εννοιών. Πρόσφατες έρευνες εντοπίζουν διαφορετικό επίπεδο επιρροής των παιδιών από τις χειρονομίες, όταν τα ίδια καλούνται μόνο να τις παρακολουθήσουν ή παρακινούνται να τις εφαρμόσουν και στην πράξη (Arzarello, Robutti, & Thomas, 2015 · Cook et al., 2013).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙΙ

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Εισαγωγή

Τα δεδομένα της εργασίας αυτής συλλέχθηκαν στο πλαίσιο του ερευνητικού προγράμματος «The contribution of gestures in geometrical thinking development in early childhood», το οποίο έχει επιχορηγηθεί από το πρόγραμμα Λεβέντη (2014-2016), με ακαδημαϊκή υπεύθυνη την επίκουρη καθηγήτρια Ιλιάδα Ηλία. Αναλυτικά, η παρούσα διατριβή σκοπό έχει να μελετήσει την εννοιολογική σύλληψη του σχήματος στη γεωμετρία για τα παιδιά προσχολικής ηλικίας, παρέχοντας τρία διαφορετικά παρεμβατικά προγράμματα χρήσης χειρονομιών. Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται εκτενέστερα η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε για τη διεκπεραίωση του πιο πάνω σκοπού. Ειδικότερα, έχει δοθεί έμφαση τόσο στη μέθοδο δειγματοληψίας και στο δείγμα της έρευνας, όσο και στα παρεμβατικά προγράμματα που έχουν εφαρμοστεί, θέτοντας το θεωρητικό υπόβαθρο που κρύβεται πίσω από αυτά. Ταυτόχρονα, παρουσιάζεται η μέθοδος συλλογής και ανάλυσης των δεδομένων της έρευνας.

Μελετώντας το θεωρητικό υπόβαθρο που αναφέρεται στη γεωμετρική κατανόηση του σχήματος και των μετασχηματισμών του, γενικότερα και ειδικότερα στο ηλικιακό εύρος της προσχολικής ηλικίας, συνδυάζοντας τις θεωρίες που στηρίζουν τη χρήση των χειρονομιών στο μάθημα των μαθηματικών και της γεωμετρίας, δομήθηκε ένα εργαλείο συλλογής δεδομένων και μια σειρά παρεμβατικών διδασκαλιών. Το εργαλείο συλλογής δεδομένων, που αφορά την αντιληπτική σύλληψη του σχήματος, έπειτα από την πιλοτική εφαρμογή του έφτασε στην τελική του μορφή και χορηγήθηκε σε παιδιά προσχολικής ηλικίας. Το δοκίμιο αποτελεί μια σύνθεση θεωριών που υπάρχουν στο προσκήνιο γύρω από το θέμα της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, σύμφωνα με τη θεωρία του Duval (1999). Το προαναφερθέν δοκίμιο θα χορηγηθεί πριν και δύο φορές (σε απόσταση ενός μήνα η μία από την άλλη) μετά το παρεμβατικό πρόγραμμα για να εντοπιστούν πιθανές επιδράσεις του στα παιδιά. Ειδικότερα, το παρεμβατικό πρόγραμμα αναπτύχθηκε με το σκεπτικό ότι οι χειρονομίες αποτελούν μέσο στήριξης και προώθηση της κατανόησης του σχήματος μιας που δίνουν σάρκα και οστά στη μαθηματική σκέψη ως κομμάτι της οπτικοποίησης στη γεωμετρία (Jones & Tzekaki, 2016) και συγκεκριμένα στους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς (μετατόπισης και περιστροφής) τους. Χρησιμοποιήθηκαν οι χειρονομίες σε τρεις διαφορετικές συνθήκες παραγωγής.

Το δείγμα χωρίστηκε σε τέσσερις ομάδες: δύο ομάδες ελέγχου και δύο πειραματικές ομάδες. Στις τρεις πειραματικές ομάδες εφαρμόστηκε το ίδιο υλικό παρέμβασης, που αφορά τη σύνθεση, ανάλυση και μετασχηματισμό του σχήματος, έχοντας ως βασική διαφοροποίηση τη χρήση των χειρονομιών. Συγκεκριμένα, στην πειραματική ομάδα 1 έχει γίνει παρακολούθηση και παρότρυνση παραγωγής χειρονομιών από τα ίδια τα παιδιά, ενώ στην πειραματική ομάδα 2 τα παιδιά απλά παρακολουθούσαν χειρονομίες χωρίς να παροτρύνονται από την εκπαιδευτικό να παράγουν και δικές τους. Η πειραματική ομάδα 3 χρησιμοποίησε το ίδιο παρεμβατικό πρόγραμμα, αλλά χωρίς καθόλου να παράγεται οποιαδήποτε σκόπιμη χειρονομία. Τέλος, η ομάδα ελέγχου διδάχθηκε το μάθημα της γεωμετρίας σύμφωνα με το προκαθορισμένο μέχρι τώρα Αναλυτικό Πρόγραμμα, χωρίς να γίνεται οποιαδήποτε επιπλέον διδασκαλία από το παρεμβατικό πρόγραμμα.

Οι διδασκαλίες και των τεσσάρων ομάδων πραγματοποιήθηκαν από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς των τάξεων και όχι από τον ερευνητή. Οι εκπαιδευτικοί των τριών πρώτων ομάδων έτυχαν επιμόρφωσης και εξοπλίστηκαν με όλο το υλικό ή εργαλεία που θα τους ήταν αναγκαίο. Δόθηκε συγκεκριμένο χρονοδιάγραμμα στους εκπαιδευτικούς για να εφαρμόσουν το παρεμβατικό πρόγραμμα εντός ενός μήνα, έτσι ώστε να πραγματοποιηθούν έγκαιρα οι δύο επαναχορηγήσεις του δοκιμίου εννοιολογικής σύλληψης του σχήματος στη γεωμετρία. Οι αναστοχασμοί, οι εισηγήσεις και τα σχόλια των εκπαιδευτικών που πραγματοποίησαν τις παρεμβάσεις καταγράφονταν σε ειδικά έντυπα στην πορεία εξέλιξης της παρέμβασης. Τα στοιχεία που είχαν συλλεχτεί αναλύθηκαν τόσο με ποσοτικές όσο και με ποιοτικές μεθόδους.

Στο παρόν δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται αρχικά ο πληθυσμός και τα υποκείμενα της έρευνας και ακολούθως καθορίζεται η διαδικασία εκτέλεσης της έρευνας με τις δομημένες φάσεις διεκπεραίωσής της. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται αναλυτικά τα ποσοτικά αλλά και τα ποιοτικά μέσα συλλογής δεδομένων, καθώς και το εργαλείο που χρησιμοποιήθηκε στα παρεμβατικά προγράμματα. Έπειτα, γίνεται αναφορά στο υλικό επιμόρφωσης και στα αναστοχαστικά ημερολόγια των εκπαιδευτικών. Τέλος, το κεφάλαιο κλεινει με τις ποσοτικές και ποιοτικές τεχνικές ανάλυσης των δεδομένων που αρμόζουν και χρησιμοποιήθηκαν στην έρευνα αυτή.

Υποκείμενα Έρευνας

Καθορισμός Πληθυσμού και Υποκειμένων

Ο πληθυσμός της έρευνας αποτελείται από παιδιά προσχολικής ηλικίας, ηλικίας τεσσάρων μέχρι έξι ετών. Τα υποκείμενα της έρευνας αποτέλεσαν 396 παιδιά προσχολικής ηλικίας τεσσάρων μέχρι και έξι χρονών, από 15 δημόσια νηπιαγωγεία επαρχιών Λευκωσίας και Λάρνακας. Αναλυτικά, τα 115 παιδιά προέρχονταν από τέσσερα σχολεία της επαρχίας Λευκωσίας και τα 281 παιδιά προέρχονταν από έντεκα σχολεία της επαρχίας Λάρνακας. Η σύσταση του πληθυσμού αποτελείται από 205 (51.6%) κορίτσια και 191 (48.4%) αγόρια. Τα παιδιά ηλικίας από τεσσάρων με πέντε χρονών (ηλικίας από 52 μέχρι 65 μηνών) αποτελέσαν την πρώτη ομάδα παιδιών, ενώ τα παιδιά ηλικίας από πέντε μέχρι έξι ετών (ηλικίας από 66 μέχρι 78 μηνών) την δεύτερη ομάδα. Ο συνολικός αριθμός των παιδιών της πρώτης ομάδας ήταν 139 παιδιά (61 αγόρια και 78 κορίτσια), ενώ της δεύτερης ομάδας 257 παιδιά (130 αγόρια και 127 κορίτσια). Ο διαχωρισμός των παιδιών σε δύο ηλικιακές ομάδες στηρίχθηκε στο διαχωρισμό της προσχολικής εκπαίδευσης (ηλικίας 3-6) που προνοείται από το αναλυτικό πρόγραμμα και αναφέρεται στο νηπιαγωγείο και στην προδημοτική, αντίστοιχα. Τα παιδιά της δεύτερης ομάδας (προδημοτική) ήταν πιο πολλά σε αριθμό λόγω της σχετικά πρόσφατης νομοθεσίας για την υποχρεωτική φοίτηση των παιδιών στην προδημοτική.

Η δειγματοληψία που ακολουθήθηκε ήταν βάση κριτηρίων, αλλά σε συνδυασμό με την ευκαιριακή δειγματοληψία, μίας που έλαβαν μέρος από κάθε σχολείο μόνο τα παιδιά που οι γονείς τους αποδέχτηκαν να συμμετέχουν στην έρευνα. Τα κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν στην επιλογή των σχολείων, των τάξεων και των παιδιών που αποτέλεσαν το δείγμα είναι το είδος του σχολείου (ιδιωτικό, δημόσιο, κοινοτικό), η τοποθεσία του σχολείου (αν είναι σχολεία επαρχίας ή πόλης), η δυναμική του σχολείου (μέγεθος του σχολείου βάσει του αριθμού των τάξεων του), το είδος της τάξης (μεικτή ή ξεχωριστά ανά ηλικία), η μητρική γλώσσα των παιδιών (ελληνόγλωσσα ή αλλόγλωσσα), τα χρόνια φοίτησης των παιδιών στο σχολείο, αλλά και το κοινωνικοοικονομικό και μορφωτικό επίπεδο της οικογένειας. Τα σχολεία ήταν όλα δημόσια και προέρχονταν από δύο επαρχίες, την επαρχία Λάρνακας και την επαρχία Λευκωσίας. Η δυναμική των σχολείων και το κοινωνικοοικονομικό επίπεδο ήταν ισορροπημένο. Οι τάξεις του δείγματος ήταν όλες μεικτές αφού υπήρχαν παιδιά ηλικίας τεσσάρων μέχρι και έξι χρονών. Εξετάστηκε η μητρική γλώσσα των παιδιών του δείγματος καθώς και το μορφωτικό επίπεδο των γονιών τους, με σκοπό να εντοπιστεί αν ο πληθυσμός ήταν ομοιογενής και δεν υπήρχαν μεγάλες αποκλίσεις μεταξύ τους. Οι εκπαιδευτικοί των υποκειμένων κλήθηκαν να καθορίσουν τη μαθηματική επίδοση των παιδιών, στοιχείο που χρησιμοποιήθηκε στον εμπλουτισμό της ταυτότητας του δείγματος. Οι ίδιοι κατονόμασαν με λεπτομέρεια τις έννοιες της γεωμετρίας που έχουν διδάξει στην τάξη τους πριν από τη διεκπεραίωση της έρευνας.

Τα υποκείμενα της έρευνας ανήκαν στο συγκεκριμένο ηλικιακό εύρος μιας που σύμφωνα και με πληθώρα ερευνών (π.χ. Gagatsis & Patronis, 1990 · Clements & Sarama, 2007 · Sarama & Clements, 2009 · Hannibal & Clements, 2010 · Levenson, Tirosh & Tsamir, 2011) η αναγκαιότητα διδασκαλίας της γεωμετρίας και του γεωμετρικού σχήματος αρχίζει από πολύ μικρή ηλικία. Από την άλλη, οι χειρονομίες, σύμφωνα και με τους Kim, Roth και Thom (2011), αναδύονται παράλληλα, ταυτίζονται και εκθέτουν τις ενσωματωμένες και αφηρημένες γνώσεις των παιδιών για τη γεωμετρία. Έτσι, όπως τονίζεται και από τον McNeill (2005) η συγκεκριμένη ηλικία της προσχολικής εκπαίδευσης παρουσιάζει μια ακμή χρήσης των χειρονομιών, λόγω της αδυναμίας ικανοποιητικής έκφρασης μέσα από το λόγο. Επομένως, η μελέτη των χειρονομιών των παιδιών προσχολικής ηλικίας στην εννοιολογική-αντιληπτικής σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος είναι άξια μελέτης.

Τα 323 παιδιά του αρχικού δείγματος αποτέλεσαν τα υποκείμενα των παρεμβατικών προγραμμάτων (βλέπε Πίνακα 3.1). Συγκεκριμένα στην Πειραματική Ομάδα 1 (με την παρουσίαση και παραγωγή χειρονομιών) συμμετείχαν 95 παιδιά (42 αγόρια και 53 κορίτσια), στην Πειραματική Ομάδα 2 (με την παρουσίαση των χειρονομιών) συμμετείχαν 107 παιδιά (53 αγόρια και 54 κορίτσια), και στην Πειραματική Ομάδα 3 (χωρίς την παρουσίαση χειρονομιών) συμμετείχαν 121 παιδιά (68 αγόρια και 53 κορίτσια). Στην Ομάδα Ελέγχου ανήκαν τα υπόλοιπα 73 παιδιά (29 αγόρια και 44 κορίτσια) στα οποία δεν εφαρμόστηκε κανένα από τα παρεμβατικά προγράμματα.

Πίνακας 3.1

Κατανομή Υποκειμένων σε Πειραματικές Ομάδες

	Πειραματική Ομάδα 1 (ΠΟ1)	Πειραματική Ομάδα 2 (ΠΟ2)	Πειραματική Ομάδα 3 (ΠΟ3)	Σύνολο Παιδιών
Αγόρια	42	53	68	163
Κορίτσια	53	54	53	160
Σύνολο Παιδιών	95	107	121	323

Εκπαιδευτικό Υπόβαθρο Υποκειμένων

Τα υποκείμενα της έρευνας φοιτούν σε δημόσια νηπιαγωγεία τα οποία ακολουθούν το Αναλυτικό Πρόγραμμα για την ηλικία των τριών με έξι χρονών. Πριν από την χορήγηση του δοκιμίου αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος (πρώτη μέτρηση) και την εφαρμογή των παρεμβατικών προγραμμάτων οι εκπαιδευτικοί των τάξεων κατέγραψαν τα μαθηματικά περιεχόμενα και έννοιες με τα οποία είχαν ασχοληθεί μέχρι τη δεδομένη στιγμή. Μέσα από την καταγραφή αυτή φάνηκε ότι τα παιδιά πριν από τη πρώτη μέτρηση δεν είχαν διδαχθεί έννοιες γεωμετρίας.

Αναλυτικά, η πρώτη μέτρηση πραγματοποιήθηκε του μήνες Γενάρη με Φλεβάρη. Στη συνέχεια, αφού έγινε επιμόρφωση των νηπιαγωγών των πειραματικών ομάδων, οι ίδιες πραγματοποίησαν τα επτά παρεμβατικά μαθήματα στα διαφορετικά περιβάλλοντα (παραγωγής – παρακολούθηση χειρονομιών). Σε αυτό το χρονικό διάστημα που εφαρμοζόταν το παρεμβατικό πρόγραμμα στις πειραματικές ομάδες, τα παιδιά των τάξεων της ομάδας ελέγχου διδάχθηκαν έννοιες γεωμετρίας, σύμφωνα με το κοινό Αναλυτικό Πρόγραμμα που εφαρμόζεται στα δημόσια νηπιαγωγεία. Συγκεκριμένα, οι έννοιες περιεχομένου που διδάχθηκαν τα παιδιά αυτά αφορούσαν τις εξής γεωμετρικές έννοιες: τα σημεία, τα είδη γραμμών (καμπύλη, τεθλασμένη, ευθεία και μεικτή γραμμή) και τα χαρακτηριστικά των βασικών σχημάτων (κύκλος, τρίγωνο, τετράγωνο και ορθογώνιο). Στη συνέχεια, ακριβώς μετά το τέλος των διδασκαλιών για τη γεωμετρία και των αντίστοιχων παρεμβατικών μαθημάτων πραγματοποιήθηκε η δεύτερη μέτρηση κατά τους μήνες Μάρτη με Απρίλη. Η τελευταία μέτρηση έγινε σε διάστημα δύο μηνών (ένα μήνα μετά την παρέμβαση) από την αρχική μέτρηση κατά τους μήνες Μάιο με Ιούνιο.

Μέσα Συλλογής Δεδομένων

Στα πλαίσια της έρευνας αυτής έγινε συλλογή ποσοτικών και ποιοτικών δεδομένων στηριζόμενοι στο Δοκίμιο Αντιληπτικής Σύλληψης της Γεωμετρικής Σκέψης και στα παρεμβατικά μαθήματα που εφαρμόστηκαν στις πειραματικές ομάδες.

Ποσοτικά Δεδομένα

Τα ποσοτικά δεδομένα της έρευνας αποτελούν οι επιδόσεις των παιδιών προσχολικής ηλικίας στο Δοκίμιο Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος. Η έρευνα γύρω από τα υπάρχοντα τεστ μαθηματικών ικανοτήτων προσχολικής ηλικίας ήταν αναγκαία να γίνει πριν την προσπάθεια δόμησης του εργαλείου για τη συλλογή ποσοτικών δεδομένων.

Ερευνητικό Εργαλείο: Δοκίμιο Αντιληπτικής Σύλληψης Γεωμετρικού Σχήματος

Το εργαλείο που δομήθηκε στην παρούσα έρευνα αποτελεί ένα κράμα δύο βασικών ερευνών για το σχήμα στη γεωμετρία (Duval, 1999) και τη γεωμετρική εκπαίδευση των παιδιών προσχολικής ηλικίας (Sarama & Clements, 2009), που αναφέρθηκαν με λεπτομέρεια και στο δεύτερο κεφάλαιο. Θα ακολουθήσει η ανάλυση των ομάδων από έργα του Δοκιμίου Αντιληπτικής Σύλληψης της Γεωμετρικής Σκέψης, που χρησιμοποιήθηκαν με τις αντίστοιχες θεωρίες που τα διέπουν.

Ειδικότερα, το εργαλείο αποτελείται από 18 έργα αντιληπτικής σύλληψης (Παράρτημα Α). Τα έργα αντιληπτικής σύλληψης χωρίζονται σε τέσσερις κατηγορίες έργων που αφορούν τις τέσσερις ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος: (α) Αναγνώριση σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων (β) Αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται (γ) Αναγνώριση αρχικών δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται (δ) Αναγνώριση δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται.

Η πρώτη κατηγορία αποτελείτο από τρία έργα (βλέπε Παράρτημα Α, έργα D1t, D1s, D1re) που αφορούν την ικανότητα αναγνώρισης σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων, όπου υπήρχαν πρωτοτυπικά και μη, παραδείγματα ή μη, του εκάστοτε σχήματος (βλέπε σχετικό διαχωρισμό για τα τρίγωνα από τους Levenson, Tirosh, & Tsamir, 2011). Τα έργα αυτά προέρχονται από τη θεωρία εικόνας και ορισμού της έννοιας των Razel και Eylon (1991) για τα τετράγωνα, των Clements και Battista (1991) για τα τρίγωνα και τα ορθογώνια. Συγκεκριμένα, επιλέχθηκαν μόνο τα σχήματα αυτά και όχι ο κύκλος μιας που πλειάδα ερευνών έδειξαν ότι ο κύκλος αποτελεί ένα σχήμα αρκετά εύκολο προς αναγνώριση από τα μικρά παιδιά (π.χ. Clements κ.ά., 1999 · Clements, Sarama, & DiBiase, 2003 · Pinet & Gentaz, 2007, 2008 · Ma, Lee, Lin, & Wu, 2015). Παρομοίως με την παρούσα έρευνα, οι Kalenine et al. (2011) μελέτησαν την ικανότητα αναγνώρισης των παιδιών προσχολικής ηλικίας για τα τρία προαναφερθέντα σχήματα (τετράγωνο, τρίγωνο και ορθογώνιο) και όχι τον κύκλο.

Αναλυτικά, τα έργα που χρησιμοποιήθηκαν αποτελούν τροποποιημένα έργα των ερευνητών που αναφέρθηκαν νωρίτερα. Στο έργο των Razel και Eylon (1991) για τα τετράγωνα (βλέπε διάγραμμα 2.3, σελ. 25) προστέθηκαν ακόμη πέντε σχήματα (τρία ορθογώνια και δύο τετράγωνα). Συγκεκριμένα, προστέθηκαν τρία ορθογώνια μέτριου μεγέθους, εκ των οποίων το ένα βρισκόταν σε πρωτοτυπική κατακόρυφη θέση ενώ τα άλλα δύο σε μη πρωτοτυπικές θέσεις με διαφορετική κλίση (περιστρεμμένα). Τα δύο τετράγωνα που προστέθηκαν είχαν κανονικό μέγεθος αλλά το ένα εκ των δύο ήταν σε μη πρωτοτυπκή θέση στο χώρο. Συνολικά το έργο αυτό περιελάμβανε 18 σχήματα σε συλλογή διακριτών σχημάτων. Στο έργο των Clements και Battista (1991) για τα τρίγωνα (βλέπε διάγραμμα 2.4, σελ. 26) αφαιρέθηκε το μόνο σχήμα το οποίο αναπαριστούσε τα τρίγωνα σε γεωμετρικές συνθέσεις. Συνολικά εδώ υπήρχαν 13 σχήματα σε συλλογή διακριτών σχημάτων. Τέλος, το έργο των Clements και Battista (1991) για τα ορθογώνια (βλέπε διάγραμμα 2.5, σελ.27) σε συνδυασμό με το έργο των Razel και Eylon (1991) για τα τετράγωνα χρησιμοποιήθηκαν για να δομηθεί το έργο αναγνώρισης ορθογωνίων σε συλλογή διακριτών σχημάτων. Συγκεκριμένα, τα πέντε (τα σχήματα 2, 3, 6, 7, 12) από τα δέκα σχήματα που αποτέλεσαν το έργο προέρχονταν από το έργο των σχήματα των Razel και Eylon (1991). Από τα δέκα σχήματα του έργου τα τέσσερα ήταν ορθογώνια, εκ των οποίων τα δύο είχαν πρωτοτυπικό προσανατολισμό (κατακόρυφο ή οριζόντιο). Τα μη παραδείγματα ορθογωνίου ήταν έξι εκ των οποίων τα δύο ήταν παραλληλόγραμμα. Από τα τέσσερα σχήματα, μη παραδειγμάτων ορθογωνίου, υπήρχαν δύο τετράπλευρα (τραπέζιο και ρόμβος), ένα τρίγωνο και ένας κύκλος.

Σε αυτή την κατηγορία έργων τα παιδιά καλούνται να αναγνωρίσουν το σχήμα από το όνομα του (λεκτική αναπαράσταση), αφού το σχήμα δεν δίνεται οπτικά ως εικόνα (εικονική αναπαράσταση) στην εκφώνηση. Ενδεικτικό παράδειγμα δίνεται στο Πίνακας 3.2 (έργο D1re) για τα ορθογώνια σχήματα. Δεν δομήθηκαν έργα με δοσμένο στην εκφώνηση το σχήμα οπτικά ως εικόνα, μίας που η οποιαδήποτε εικονική αναπαράσταση στην οδηγία της άσκησης θα μπορούσε να αποτελούσε εμπόδιο στην οπτική αντιστοίχιση και ταύτιση του δοθείς σχήματος με τα αυτά στη συλλογή σχημάτων.

Οι επόμενες τρεις κατηγορίες έργων αφορούσαν την αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις. Ειδικότερα, στη δεύτερη κατηγορία υπήρχαν έξι έργα (βλέπε Παράρτημα Α, έργα J1t, J1s, J1re, J3t, Jes, J3re) στα οποία τα παιδιά καλούνταν να εντοπίσουν μέσα σε γεωμετρικές συνθέσεις σχήματα τα οποία η επιφάνεια τους δε διαπερνάται από άλλα ευθύγραμμα τμήματα (primary area structure shapes in juxtaposed complex figure – από τη θεωρία των Sarama & Clements, 2009 · Juxtaposed shapes in juxtaposed geometrical configurations – από τη θεωρία του Duval, 2013). Περιγράφεται ως η «ιδανική» μορφή σχημάτων (π.χ. κλειστά, συμμετρικά) και ως τα σχήματα που δόμησαν τη σύνθεση εξ αρχής. Συγκεκριμένα, στο εργαλείο υπήρχαν τρία έργα στα οποία δινόταν το όνομα (λεκτική αναπαράσταση) του σχήματος στην εκφώνηση (Πίνακας 3.2, Έργο J1t), ενώ υπάρχουν άλλα τρία έργα στα οποία δινόταν τόσο η λεκτική όσο και η εικονική αναπαράσταση του σχήματος (Πίνακας 3.2, Έργο J3s) στην εκφώνηση. Τα σχήματα στα οποία αναφέρονται τα έργα αυτά είναι το τρίγωνο, το τετράγωνο και το ορθογώνιο.

Αναλυτικά, τα έργα στα οποία δινόταν το όνομα (λεκτική αναπαράσταση) του σχήματος στην εκφώνηση ήταν τα εξής: J1t, J1s και J1re. Το Έργο J1t αφορούσε την αναγνώριση τριών τριγώνων σε γεωμετρική σύνθεση, η οποία αποτελείτο από εννέα σχήματα (τρία τρίγωνα, τέσσερα ορθογώνια και δύο κύκλους) χωρίς επικάλυψη. Η γεωμετρική σύνθεση μοιάζει με ένα τρένο. Το Έργο J1s ασχολείτο με την αναγνώριση ενός τετραγώνου σε μια γεωμετρική σύνθεση που δομείται από πέντε σχήματα (ένα παραλληλόγραμμο, ένα τετράγωνο, ένα τραπέζιο και δύο τρίγωνα). Η συγκεκριμένη σύνθεση μοιάζει με καράβι. Το Έργο J1re αναφέρεται στην αναγνώριση του σχήματος του ορθογωνίου σε μία σύνθεση από οκτώ σχήματα εκ τον οποίο τα επτά είναι κύκλοι. Η γεωμετρική σύνθεση μοιάζει με λουλούδι.

Από την άλλη, τα έργα στα οποία δινόταν τόσο η λεκτική όσο και η εικονική αναπαράσταση του σχήματος ήταν τα εξής: J3t, J3s και J3re. Σε αυτή την υποκατηγορία έργων τα παιδιά έπρεπε να αναγνωρίσουν και να αποδώσουν την ανάλογη μαθηματική ορολογία για συγκεκριμένα σχήματα της γεωμετρικής σύνθεσης. Σε αντίθεση με την πρώτη υποκατηγορία έργων τα παιδιά δεν έπρεπε να εντοπίσουν σχήματα στη σύνθεση αλλά την κατάλληλη ονομασία για συγκεκριμένα σχήματα. Το Έργο J3t αφορούσε το σχήμα του τριγώνου και παρουσιάζει μια γεωμετρική σύνθεση ενός ρομπότ που αποτελείται από 24 σχήματα (7 τρίγωνα, 8 τετράπλευρα και 9 κύκλους). Τα παιδιά εδώ καλούνται να αναγνωρίσουν τα συμμετρικά τρίγωνα που βρίσκονται τοποθετημένα ως «πόδια» στο ρομπότ. Στο Έργο Jes και στο Έργο J3re χρησιμοποιείται η ίδια γεωμετρική σύνθεση ενός άλλου ρομπότ το οποίο αποτελεί γεωμετρική σύνθεση έξι τετράπλευρων (5 ορθογώνια και 1 τετράγωνο). Στο Έργο Jes τα παιδιά έπρεπε να αναγνωρίσουν το τετράγωνο, το οποίο αποτελούσε το «κεφάλι» του ρομπότ, ενώ το Έργο J3re έπρεπε να αναγνωρίσουν τα «πόδια» του ίδιου ρομπότ τα οποία αποτελούνταν από δύο «μακρόστενα» ορθογώνια.

Στη τρίτη κατηγορία έργων τα παιδιά καλούνται να εντοπίσουν σχήματα τα οποία αποτελούν τα αρχικά σχήματα που δόμησαν τη γεωμετρική σύνθεση (primary contour structure shapes – από τη θεωρία των Sarama & Clements, 2009, σελ. 161-162 · superposed shapes in superposed geometrical configurations – από τη θεωρία του Duval, 2013). Τα σχήματα αυτά αποτελούν σχήματα στα οποία η επιφάνειά τους διαπερνάται από ευθύγραμμα τμήματα κάποιας άλλης δομής της σύνθεσης. Υπήρχαν τέσσερα έργα (βλέπε Παράρτημα Α, έργα S1t, S1s, S1re, S2ro) της κατηγορίας αυτής. Σε ένα έργο δίνεται στην εκφώνηση του, μόνο η εικονική αναπαράστασή του σχήματος, μίας που το έργο αυτό αφορούσε ένα μη οικείο σχήμα (ρόμβου) για τα παιδιά. Στα τρία έργα υπήρχε στην εκφώνηση μόνο η λεκτική αναπαράσταση του ονόματος του σχήματος (για τα τρίγωνα, τετράγωνα και ορθογώνια).

Αναλυτικά, στο Έργο S1s (Πίνακας 3.2), η γεωμετρική σύνθεση δομείται από δύο τετράπλευρα, ένα ορθογώνιο και ένα τετράγωνο (σχήματα αρχικής δομής). Τα παιδιά εδώ καλούνται να εντοπίσουν το τετράγωνο, το οποίο διαπερνάται από ευθύγραμμα τμήματα του ορθογωνίου. Το Έργο S1t, αναφερόταν στην αναγνώριση του τριγώνου σε μια γεωμετρική σύνθεση που δομείται από δύο σχήματα (ένα τρίγωνο που επικαλύπτεται ένα μέρος του από ένα ορθογώνιο). Το Έργο S1re ασχολείται με την αναγνώριση ενός ορθογωνίου σε μία σύνθεση από δύο τετράπλευρα σχήματα (ένα ορθογώνιο που διαπερνάται η δομή του από ένα ρόμβο). Το Έργο S2ro αφορούσε την αναγνώριση ενός ρόμβου σε μία σύνθεση από δύο τετράπλευρα σχήματα (ένα ορθογώνιο που διαπερνάται η δομή του από ένα ρόμβο).

Τέλος, στην τέταρτη κατηγορία έργων τα παιδιά καλούνται να αναγνωρίσουν, σε μια γεωμετρική σύνθεση, σχήματα τα οποία «κρύβονται» στη σύνθεση, μιας που δεν αποτελούν σχήματα που δόμησαν τη σύνθεση εξ αρχής (superposition shapes – από τη θεωρία του Duval, 2013). Στη κατηγορία έργων αυτή υπήρχαν πέντε έργα (βλέπε Παράρτημα Α, έργα S2tm_a, S2tm_b, S2tm_c, S2hm, S2pm) τα οποία ίσως έμμεσα να απαιτούσαν από τα παιδιά να χρησιμοποιούσουν μερεολογική τροποποίηση του σχήματος και ίσως αποδόμηση διαστάσεων σε επιμέρους σχηματικές μονάδες για τον εντοπισμό του ζητούμενου σχήματος, μιας που δεν ήταν από τα αρχικά σχήματα που χρησιμοποιήθηκαν κατά τη δόμηση της γεωμετρικής σύνθεσης (secondary contour structure shapes – από τη θεωρία των Sarama & Clements, 2009, σελ. 161-162 · Juxtaposed shapes in superposed geometrical configurations – από τη θεωρία του Duval, 2013). Τα δύο έργα αφορούν μη οικεία σχήματα (εξάγωνο και πεντάγωνο) για τα παιδιά ενώ τα άλλα τρία αφορούν το σχήμα του τριγώνου. Στα έργα αυτά δίνεται το σχήμα μόνο ως εικόνα και όχι ως λεκτική αναπαράσταση, μιας που ενδέχεται η λεκτική ονομασία του σχήματος να αποτελέσει διπλό εμπόδιο για την εύστοχη αναγνώριση των σχημάτων. Από την μία μπορεί τα παιδιά να μην είναι οικεία με την ονομασία του συγκεκριμένου σχήματος (πεντάγωνο και εξάγωνο) και από την άλλη στη γεωμετρική σύνθεση μπορεί να εμφανίζονται πολλά και διαφορετικά σχήματα του είδους που ζητείται (π.χ. τρίγωνα) και έτσι δεν θα ήταν σαφής πιο σχήμα θα έπρεπε να εντόπιζαν στη σύνθεση.

Αναλυτικά, το Έργο S2hm (Πίνακας 3.2) αποτελείται από μια γεωμετρική σύνθεση που δομήθηκε από δύο σχήματα αρχικής δομής (ένα τετράγωνο και ένα ρόμβο), αλλά τα παιδιά αναζητούν να εντοπίσουν σε αυτή τη σύνθεση ένα εξάγωνο, το οποίο αποτελεί σχήμα δευτέρας τάξης περιγράμματος. Στη σύνθεση υπήρχαν συνολικά επτά σχήματα δευτέρας τάξης (τέσσερα ορθογώνια τρίγωνα, δύο ισοσκελή τρίγωνα και ένα εξάγωνο).

Παρομοίως, το Έργο S2pm αποτελείται από μια γεωμετρική σύνθεση που δομήθηκε από ένα ορθογώνιο και ένα ρόμβο ως σχήματα αρχικής δομής, αλλά τα παιδιά καλούνται να αναγνωρίσουν αυτή τη σύνθεση ένα πεντάγωνο με συγκεκριμένο προσανατολισμό, το οποίο αποτελεί σχήμα δευτέρας τάξης περιγράμματος. Στη γεωμετρική σύνθεση του έργου αυτού υπήρχε ακόμη ένα πεντάγωνο πανομοιότυπο (ισεμβαδικό) με αυτό που τα παιδιά καλούνταν να αναγνωρίσουν, αλλά αυτό βρισκόταν σε διαφορετικό προσανατολισμό από το πρώτο. Γενικά, στη σύνθεση υπήρχαν συνολικά πέντε σχήματα δευτέρας τάξης (δύο ισοσκελή τρίγωνα, δύο πεντάγωνα και ένα εξάγωνο).

Το Έργο S2tm_a, αφορούσε την αναγνώριση ενός τριγώνου που δημιουργείται έπειτα από την πλήρης επικάλυψη ενός τετραγώνου από ένα ρόμβο (σχήματα αρχικής δομής περιγράμματος). Δηλαδή, η γεωμετρική σύνθεση αποτελείτο από ένα ρόμβο και ένα τετράγωνο το οποίο εμπερικλείεται σε αυτό. Στη σύνθεση αυτή υπήρχε ακόμη ένα πανομοιότυπο (ισεμβαδικό) τρίγωνο με αυτό που τα παιδιά έπρεπε να αναγνωρίσουν αλλά βρισκόταν σε διαφορετικό προσανατολισμό από το πρώτο. Γενικά, στη σύνθεση υπήρχαν συνολικά πέντε σχήματα δευτέρας τάξης (τέσσερα ισοσκελή τρίγωνα - δύο μεγαλύτερου εμβαδού και δύο πιο μικρά -, δύο πεντάγωνα και ένα εξάγωνο).

Το Έργο S2tm_b, αφορούσε και αυτό την αναγνώριση τριγώνου δευτέρας τάξης περιγράμματος σε γεωμετρική σύνθεση με αρχικά σχήματα δύο μεγαλύτερα πανομοιότυπα (ισεμβαδικά) τρίγωνα που το ένα βρισκόταν σε περιστροφή 180 μοιρών από το άλλο. Στη γεωμετρική σύνθεση τα δύο τρίγωνα δεν επικαλύπτονται πλήρως το ένα από το άλλο, αλλά μόνο ένα μέρος της δομής τους. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το έργο αυτό είναι το μόνο στο οποίο τα παιδιά έπρεπε να αναγνωρίσουν τρία τρίγωνα τα οποία ήταν κρυμμένα στη σύνθεση, για να θεωρηθεί πλήρης επιτυχία σε αυτό. Στη σύνθεση όμως υπήρχαν ακόμη τρία πανομοιότυπα (ισεμβαδικά) τρίγωνα με αυτά που τα παιδιά έπρεπε να αναγνωρίσουν αλλά βρίσκονταν σε διαφορετικό προσανατολισμό από τα πρώτα. Γενικά, στη σύνθεση υπήρχαν συνολικά επτά σχήματα δευτέρας τάξης (έξι τρίγωνα και ένα εξάγωνο).

Τέλος, το Έργο S2tm_c ασχολείτο με την αναγνώριση ενός τριγώνου δευτέρας τάξεως περιγράμματος σε σύνθεση δύο σχημάτων, ενός ορθογωνίου που εμπερικλείει εσωτερικά ένα ισοσκελές τρίγωνο. Τα σχήματα δευτέρας τάξης που δημιουργούνται είναι τρία τρίγωνα εκ των οποίων το ένα είναι ταυτόχρονα και σχήμα αρχικής δομής. Το τρίγωνο που αναζητούν τα παιδιά είχε συγκεκριμένο προσανατολισμό. Στη σύνθεση όμως υπήρχε ακόμη ένα πανομοιότυπο (ισεμβαδικό) τρίγωνο με αυτό που τα παιδιά έπρεπε να αναγνωρίσουν αλλά βρισκόταν σε διαφορετικό προσανατολισμό από το πρώτο.

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι στο προαναφερθέν δοκίμιο υπήρχαν ακόμη επτά έργα, τα οποία όμως αφαιρέθηκαν και δεν συμπεριλήφθηκαν στις αναλύσεις των δεδομένων και στα αποτελέσματα της εργασίας. Πιο κάτω, τα έργα αυτά επεξηγούνται αναλυτικά και γίνεται συγκεκριμένη αναφορά στους σημαντικούς εκείνους λόγους που τα κράτησαν εκτός των αναλύσεων της εργασίας. Αναλυτικά, τα τέσσερα έργα προέρχονται από την ικανότητα αναγνώρισης αρχικών δομών σχημάτων σε γεωμετρική σύνθεση όπου τα σχήματα επικαλύπτονται, ενώ τα άλλα τρία από την ικανότητα αναγνώρισης σχημάτων σε γεωμετρικής σύνθεση όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται.

Από τη μία, στην ικανότητα αναγνώρισης αρχικών δομών σχημάτων σε γεωμετρική σύνθεση όπου τα σχήματα επικαλύπτονται, τα δύο από τα τέσσερα έργα αφορούσαν το σχήμα του ορθογωνίου, το ένα το σχήμα του ρόμβου (μη οικείο σχήμα) και το άλλο το σχήμα του τριγώνου. Συγκεκριμένα όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα τα τρία αφορούσαν τετράπλευρα σχήματα. Στο ένα έργο που αφορούσε στο σχήμα του ορθογωνίου (S2re_a), τα παιδιά καλούνταν να αναγνωρίσουν το ορθογώνιο σε μια γεωμετρική σύνθεση με αρχικά σχήματα ένα ορθογώνιο και ένα τραπέζιο. Το τραπέζιο επικαλύπτει μέρος της επιφάνειας του ορθογωνίου και δεν ενσωματώνεται πλήρως σε αυτό. Το έργο αυτό αφαιρέθηκε λόγω του ότι παρουσίασε μη αποδεκτούς δείκτες λοξότητας (4.69) και κύρτωσης (20.06). Επιπρόσθετα, το συγκεκριμένο έργο συγκέντρωνε το χαμηλότερο μέσο όρο (ελάχιστα παιδιά πέτυχαν σε αυτό, δηλ. Μ.Ο.=.04, Τ.Α.=.20).

Στο άλλο έργο της ικανότητας αυτής, που αφαιρέθηκε και αφορούσε στο σχήμα του ορθογωνίου (S2re_b), τα αρχικά σχήματα που δόμησαν την γεωμετρική σύνθεση ήταν ένα ορθογώνιο μικρού εμβαδού το οποίο ενσωματωνόταν πλήρως σε ένα άλλο ορθογώνιο μεγαλύτερου εμβαδού. Θα πρέπει να τονιστεί ότι τα παιδιά εδώ καλέστηκαν να εντοπίσουν το μεγάλο ορθογώνιο. Το έργο αυτό παρόλο που είχε χαμηλό αλλά αποδεκτό μέσο όρο (Μ.Ο.=.17, Τ.Α.=.37), αλλά και δείκτες λοξότητας (1.80) και κύρτωσης (1.23), αφαιρέθηκε μιας που παρατηρήθηκε ότι η φόρτιση του στην επιβεβαιωτική παραγοντική ανάλυση δεν ήταν ικανοποιητική (βλέπε Maruyama, 1998). Το γεγονός αυτό μπορεί ίσως να οφείλεται στο ότι τα παιδιά είτε παρερμήνευαν την λεκτική οδηγία που δινόταν για αναγνώριση του μεγαλύτερου από τα δύο ορθογώνια, είτε το έργο φόρτιζε ταυτόχρονα σε περισσότερους παράγοντες πρώτης τάξεως. Αναλυτικά, το έργο αυτό ίσως να είχε ταυτόχρονη φόρτιση και στην ικανότητα αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε τέτοιες γεωμετρικές συνθέσεις με επικάλυψη. Το φαινόμενο αυτό ίσως να οφείλεται στη φύση της γεωμετρικής σύνθεσης που παρουσιάζει πλήρης ενσωμάτωση του ενός σχήματος στο άλλο. Επομένως το περίγραμμα της σύνθεσης αποτελεί ταυτόχρονα και το ένα από τα δύο αρχικά σχήματα που δόμησαν τη σύνθεση. Για να μπορέσουν τα παιδιά να αναγνωρίσουν το σχήμα προς αναζήτηση ίσως χρειάστηκε να τροποποιήσουν μερεολογικά το σχήμα εφαρμόζοντας μια πρώιμη μορφή αποδόμησης των διαστάσεων του σχήματος σε επιμέρους σχηματικές μονάδες.

Παρομοίως, το φαινόμενο αυτό ίσως να παρουσιάστηκε και στο έργο της ίδιας κατηγορίας (ικανότητας) που αφορούσε στο σχήμα του ρόμβου (S2ro_a), μιας που στη γεωμετρική σύνθεση του έργου τα σχήματα ενσωματώνονται πλήρως το ένα μέσα στο άλλο. Συγκεκριμένα, στο έργο αυτό υπήρχε ένα τετράγωνο το οποίο ενσωματώνονταν πλήρως σε ένα ρόμβο. Ο ρόμβος ήταν ταυτόχρονα και το αρχικό σχήμα της σύνθεσης προς αναζήτηση, αλλά και το περίγραμμα της γεωμετρικής σύνθεσης. Το έργο αυτό παρόλο που είχε χαμηλό αλλά αποδεκτό μέσο όρο (Μ.Ο.=.16, Τ.Α.=.36), αλλά και δείκτες λοξότητας (1.90) και κύρτωσης (1.61), αφαιρέθηκε μιας που παρατηρήθηκε ότι η φόρτιση του δεν ήταν ικανοποιητική.

Το τέταρτο και τελευταίο έργο από την επιμέρους αυτή ικανότητα, το οποίο αφαιρέθηκε ήταν ένα έργο που αφορούσε στην αναγνώριση του σχήματος του τριγώνου. Η γεωμετρική σύνθεση στο έργο αυτό ήταν η ίδια με το έργο S2tm_b, αλλά εδώ το σχήμα προς αναζήτηση ήταν το τρίγωνο το οποίο είχε εφαρμοστεί ο γεωμετρικός μετασχηματισμός της περιστροφή και αποτελούσε ένα από τα σχήματα που δόμησαν την σύνθεση εξ αρχής. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι η φόρτιση του έργου αυτού ήταν χαμηλή, παρόλο που ο μέσος όρος (Μ.Ο.=.16, Τ.Α.=.36) και οι δείκτες κύρτωσης (1.43) και λοξότητας (.05) ήταν στο εύρος των αποδεκτών τιμών. Η γεωμετρική σύνθεση στο έργο αυτό δεν παρουσιάζει πλήρης επικάλυψη (ενσωμάτωση) των σχημάτων. Ενδέχεται η ιδιαίτερα χαμηλή φόρτιση του έργου να οφείλεται ίσως στο ότι τα παιδιά είτε παρερμήνευαν την λεκτική οδηγία που δινόταν, είτε το έργο φόρτιζε ταυτόχρονα σε περισσότερους παράγοντες πρώτης τάξεως (όπως ο παράγοντας αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις με επικάλυψη σχημάτων). Σε αυτό ίσως να επηρέασε και ο μη πρωτοτυπικός προσανατολισμός του σχήματος στη σύνθεση.

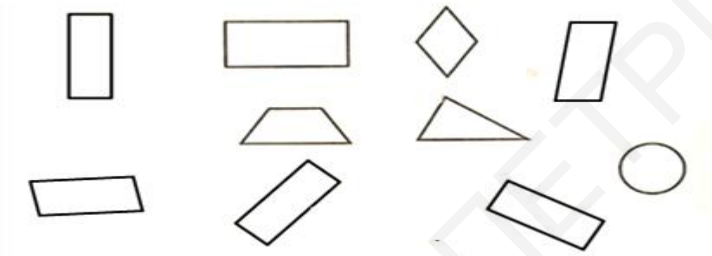
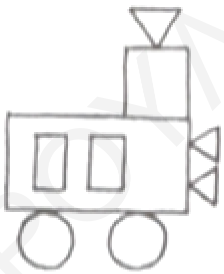
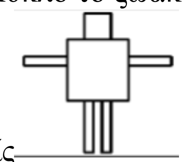
Από την άλλη, τα τρία έργα που αφαιρέθηκαν και αφορούσαν στην ικανότητα αναγνώρισης σχημάτων σε γεωμετρικής σύνθεση όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται, εξέταζαν την ίδια επιμέρους ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης για το ίδιο σχήμα. Δηλαδή, υπήρχαν δύο έργα για τα σχήματα του τριγώνου, του ορθογωνίου και του τετραγώνου, τα οποία περιορίστηκαν σε μόνο ένα για το κάθε σχήμα. Αναλυτικά, το έργο για το σχήμα του τριγώνου εξέταζε την ίδια ικανότητα με το έργο J1t, σε μια διαφορετική γεωμετρική σύνθεση. Η συγκεκριμένη γεωμετρική σύνθεση μοιάζει με ένα «πουλί» και αποτελείτο από ένα τρίγωνο, δύο κύκλους, δύο ορθογώνια και δύο μη οικεία σχήματα (τα οποία αποτελούνταν από καμπύλα και ευθύγραμμα τμήματα). Θα πρέπει να αναφερθεί ότι το ένα εκ των μη οικείων σχημάτων ήταν ένα μη διαισθητικό μη παράδειγμα τριγώνου, με καμπύλο τμήμα γραμμής και καμπυλωτή κορυφή. Παρόλο που ο μέσος όρος (Μ.Ο.=.51, Τ.Α.=.37), οι δείκτες κύρτωσης (-.03) και λοξότητας (-1.16) ήταν στο εύρος των αποδεκτών τιμών, το έργο αφαιρέθηκε λόγω χαμηλών φορτίσεων. Οι φορτίσεις αυτές μπορεί ίσως να οφείλονται στην ύπαρξη μη διαισθητικών μη παραδειγμάτων του σχήματος και των μη οικείων σχημάτων. Τα σχήματα αυτά ίσως να έκαναν το έργο να φορτίζει ταυτόχρονα σε περισσότερους παράγοντες πρώτης τάξεως και συγκεκριμένα, ίσως, στην επιμέρους ικανότητα αναγνώρισης σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων.

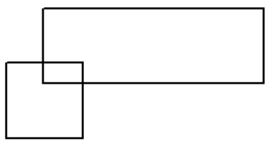
Το έργο που αφορούσε στο σχήμα του τετραγώνου εξέταζε την ίδια ικανότητα με το έργο J1s, σε μια διαφορετική γεωμετρική σύνθεση. Η γεωμετρική σύνθεση έμοιαζε με ανθρώπινο σώμα και αποτελείτο από πέντε τρίγωνα, ένα τετράγωνο και ένα παραλληλόγραμμο. Το σχήμα προς αναζήτηση ήταν το τετράγωνο το οποίο βρισκόταν στην κορυφή της σύνθεσης (ως κεφάλι του ανθρώπινου σώματος), αλλά σε μη πρωτοτυπικό προσανατολισμό (με περιστροφή). Αναλυτικά, ο μέσος όρος (Μ.Ο.=.20, Τ.Α.=.38), οι δείκτες κύρτωσης (1.52) και λοξότητας (.52) ήταν στο εύρος των αποδεκτών τιμών, αλλά το έργο αφαιρέθηκε λόγω χαμηλών φορτίσεων. Σε αυτό, ίσως, συνέβαλε ο προαναφερθέν μη πρωτοτυπικός προσανατολισμός του σχήματος στη σύνθεση. Η χαμηλή φόρτιση μπορεί να οφείλεται ίσως και στην μικρή εξωτερική επιφάνεια όπου τα σχήματα εφάπτονταν στη γεωμετρική σύνθεση. Έτσι, το έργο μπορεί να φορτίζει ταυτόχρονα σε περισσότερους παράγοντες πρώτης τάξεως και συγκεκριμένα, ίσως, στην επιμέρους ικανότητα αναγνώρισης σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων.

Τέλος, το έργο της ικανότητας αυτής που αφαιρέθηκε και αφορούσε στο σχήμα του ορθογωνίου εξέταζε την ίδια ικανότητα με το έργο J3re. Η γεωμετρική σύνθεση που χρησιμοποιήθηκε στο έργο αυτό ήταν η ίδια με το έργο J3t. Εδώ, συγκεκριμένα, τα παιδιά καλέστηκαν να αναγνωρίσουν τα ορθογώνια παπούτσια του ρομπότ. Ο μέσος όρος (Μ.Ο.=.79, Τ.Α.=.41), οι δείκτες κύρτωσης (-1.40) και λοξότητας (-.05) ήταν στο εύρος των αποδεκτών τιμών, αλλά το έργο αφαιρέθηκε λόγω χαμηλών φορτίσεων. Η χαμηλή φόρτιση μπορεί να οφείλεται, ίσως, στην μικρή εξωτερική επιφάνεια όπου τα σχήματα εφάπτονταν στη γεωμετρική σύνθεση. Το γεγονός αυτό ίσως να έκανε το έργο να φορτίζει ταυτόχρονα σε περισσότερους παράγοντες πρώτης τάξεως και συγκεκριμένα ίσως στην επιμέρους ικανότητα αναγνώρισης σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων.

Πίνακας 3.2

Παραδείγματα από Έργα του Δοκιμίου Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος

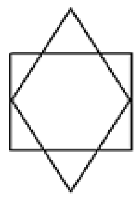
<table>
<tr><td colspan="2">Ικανότητα Αναγνώρισης Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων</td></tr>
<tr><td colspan="2">Έργο D1re
Βρες τα ορθογώνια
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ικανότητα Αναγνώρισης Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις
όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται</td></tr>
<tr><td>Έργο J1t
Χρωμάτισε τα τρίγωνα
</td><td>Έργο J3s
Βάλε σε κύκλο το ζωάκι με το οποίο

συμφωνείς
Το κεφάλι του ρομπότ τι σχήμα είναι;

</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ικανότητα Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις
όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται</td></tr>
<tr><td colspan="2">Έργο S1s
Βρες το τετράγωνο
</td></tr>
</table>

Ικανότητα Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται

Έργο S2hm

Βρες στο πιο κάτω σχήμα το σχήμα αυτό:



Θα πρέπει να σημειωθεί ότι με τα 18 τελικά έργα του δοκιμίου είχαν δημιουργηθεί δύο βιβλιαράκια τα οποία περιλάμβαναν τα έργα αυτά με διαφορετική σειρά το ένα από το άλλο. Τα βιβλιαράκια αυτά χρησιμοποιήθηκαν στις τρεις χορηγήσεις που έγιναν στα υποκείμενα, με σκοπό να εξασφαλιστεί ότι ο τρόπος οργάνωσης των έργων στο δοκίμιο δεν επηρέαζε την ανταπόκριση των παιδιών σε αυτά. Επιπλέον, σταθμίζεται με τον τρόπο αυτό ο παράγοντας μνήμη και μη ανταπόκρισης σε συγκεκριμένα έργα λόγω γνωστικής κόπωσης. Στόχος ήταν να πάρει το κάθε υποκείμενο, κατά τη διάρκεια των τριών χορηγήσεων, τουλάχιστον μια φορά το κάθε βιβλιαράκι.

Το εργαλείο αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, που παρατίθεται περιεκτικά πιο πάνω, χορηγήθηκε πιλοτικά σε περίπου 61 παιδιά προσχολικής ηλικίας, δημόσιων, κοινοτικών και ιδιωτικών νηπιαγωγείων των πόλεων και επαρχιών Λευκωσίας και Λάρνακας. Απώτερος στόχος της πιλοτικής αυτής χορήγησης ήταν ο εντοπισμός τυχών αδυναμιών των έργων στα δοκίμια, τόσο στο περιεχόμενο όσο και στην παρουσίαση και εκφώνηση των έργων.

Διόρθωση Δοκιμίου Αντιληπτικής Σύλληψης Γεωμετρικού Σχήματος

Η χορήγηση του δοκιμίου έγινε σε τρεις διαφορετικές χρονικές περιόδους. Η πρώτη πραγματοποιήθηκε πριν από την παρέμβαση και η δεύτερη μετά το τέλος του παρεμβατικού προγράμματος. Η τελευταία χορήγηση έγινε σε διάστημα περίπου ένα μήνα μετά από την παρέμβαση (διάστημα μεγαλύτερο των δύο μηνών από την πρώτη χορήγηση), για να ελεγχθεί η συνέπεια της επίδραση του παρεμβατικού προγράμματος.

Στην κάθε μέτρηση τα παιδιά κλήθηκαν ατομικά να συμπληρώσουν τα έργα των δοκιμίων, υπό την επίβλεψη του ερευνητή. Ειδικότερα, κλήθηκαν ομάδες των τεσσάρων ατόμων για το σκοπό αυτό. Πρέπει να αναφερθεί ότι ιδιαίτερη προσοχή δόθηκε στο κάθε παιδί ξεχωριστά. Επίσης, δόθηκε στο κάθε παιδί ο απαραίτητος χρόνος ολοκλήρωσης των έργων με σεβασμό πάντα στον προσωπικό ρυθμό επεξεργασίας της εκάστοτε δραστηριότητας. Αξίζει να τονιστεί ότι οι οδηγίες που αναγράφονται στο κάθε έργο διαβάζονταν στα παιδιά και αποδεκτές γίνονταν μόνο οι απορίες διαδικαστικής φύσεως. Οι διαφορετικές απαντήσεις και τα σχόλια των παιδιών καταγράφονταν.

Τα παιδιά επέλεγαν τα σχήματα με τρεις διαφορετικούς τρόπους: χρωματίζοντας την επιφάνεια των σχημάτων, κυκλώνοντας το σχήμα και χάρασσαν το περίγραμμα του σχήματος. Οι τρείς προαναφερθείσες τρόποι θεωρήθηκαν ορθοί. Οι σωστές απαντήσεις των παιδιών καταχωρήθηκαν με το αριθμητικό σύμβολο 1, ενώ οι λανθασμένες του με το μηδέν. Αν ένα παιδί έλεγε ότι δεν γνωρίζει τι να επιλέξει ή επιθυμούσε να μην επιλέξει κάποια από τις δοσμένες απαντήσεις, τότε η συμπεριφορά αυτή καταχωρείτο ως 0 και καταγράφονταν όλες οι εναλλακτικές απαντήσεις του, με σκοπό την περεταίρω ανάλυση τους. Αν ένα παιδί δεν μπορούσε να ανταποκριθεί στα έργα του δοκιμίου ή απουσίαζε την ημέρα της χορήγησης τότε καταχωρείτο ως 99. Αν δινόταν η δυνατότητα από το σχολείο, τότε γινόταν διευθέτηση μίας επιπλέον μέρα χορήγησης, στην περίπτωση που για κάποιο λόγο έλειπαν αρκετά παιδιά από το σχολείο.

Η κωδικοποίηση των απαντήσεων των παιδιών στα έργα αντιληπτικής σύλληψης διαφοροποιείται αναλόγως με την κατηγορία έργων στην οποία ανήκε το εκάστοτε έργο. Ειδικότερα, στα έργα της πρώτης κατηγορίας (αναγνώριση σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων) κωδικοποιείτο ως ορθή απάντηση (βαθμού 1) όταν το παιδί επέλεγε όλα τα παραδείγματα σχημάτων (διαισθητικά και μη) και δεν επέλεγε κανένα από τα αντιπαραδείγματα του σχήματος, δηλαδή κύκλωνε ή χρωμάτιζε μόνο τα τέσσερα ορθά παραδείγματα ορθογωνίων από τη συλλογή διακριτών σχημάτων (βλέπε Πίνακας 3.2. Έργο D1re). Αν κάποιο παιδί επέλεγε μόνο μερικά παραδείγματα (π.χ. τα σχήματα με τους αριθμούς 1, 2) ή επέλεγε και κάποια μη παραδείγματα του σχήματος η απάντηση του δε θεωρείτο απόλυτα ορθή, αλλά ούτε λανθασμένη. Στα έργα αυτά ο βαθμός στηριζόταν στο μέσο όρο των ορθών επιλογών του παιδιού, μιας που δινόταν βαθμολόγηση για το κάθε σχήμα ξεχωριστά.

Στη δεύτερη κατηγορία έργων της αντιληπτικής σύλληψης, στα έργα όπου η επιφάνεια των σχημάτων δε διαπερνάται από άλλα ευθύγραμμα σχήματα (shapes of primary area structure – από τη θεωρία των Sarama & Clements, 2009), ορθή απάντηση (βαθμολογίας 1) κωδικοποιείτο μόνο η επιλογή όλων των ορθών σχημάτων. Πιο αναλυτικά, στο παράδειγμα που δίνεται στο Πίνακα 3.2 (έργο J1t) το παιδί θα έπαιρνε βαθμό 1 εάν χρωμάτιζε ή χάρασσε το περίγραμμα ή κύκλωνε και τα τρία τρίγωνα που υπήρχαν στη σύνθεση. Στη περίπτωση που το παιδί επέλεγε 1 ή 2 μη παράδειγμα τριγώνου (π.χ. κύκλο), αλλά επέλεγε και όλα τα ορθά παραδείγματα, τότε η απάντηση του κωδικοποιείτο ως 0.5. Λανθασμένη απάντηση με βαθμό 0 θεωρείτο η απάντηση όπου το παιδί δεν επέλεγε όλα τα ορθά παραδείγματα τριγώνου ή επέλεγε μερικά ορθά και μερικά λανθασμένα. Στα έργα αυτής της κατηγορίας όπου τα παιδιά έπρεπε να επιλέξουν ποιο ζωάκι έκφραζε την ορθή απάντηση (βλέπε Πίνακας 3.2, έργο J3s), η κωδικοποίηση ήταν πιο απλή. Εάν το παιδί επέλεγε τη σωστή απάντηση (π.χ. «το κεφάλι του ρομπότ είναι τετράγωνο») βαθμολογείτο με 1 και με 0 αν δεν την επέλεγε.

Στην τρίτη και τέταρτη κατηγορία έργων για να έπαιρνε ένα παιδί βαθμό 1 θα έπρεπε να χρωμάτιζε ή να επέλεγε ολόκληρη της επιφάνεια του σχήματος προς αναζήτηση. Εάν ένα παιδί επέλεγε μόνο ένα μέρος του σχήματος η απάντηση του βαθμολογείτο με 0. Λανθασμένη θεωρείτο και η απάντηση που περιελάμβανε έστω ένα άλλο σχήμα από αυτά της σύνθεση, το οποίο δεν άνηκε στο προς αναζήτηση σχήμα, ακόμη κι αν το παιδί μπορούσε να είχε χρωματίσει και το σχήμα προς αναζήτηση μέσα στην απάντηση του με τα άλλα σχήματα. Συγκεκριμένα, στο παράδειγμα του Πίνακα 3.2 (έργο S2hm) ορθή απάντηση θεωρείτο η επιλογή ολόκληρης της επιφάνειας του εξαγώνου. Το παιδί για να πάρει βαθμό 1 στο έργο S1s θα έπρεπε να επέλεγε όλο το τετράγωνο και την περιοχή όπου το σχήμα επικαλύπτεται με το ορθογώνιο.

Αξιοπιστία Ερευνητικού Εργαλείου

Η εσωτερική αξιοπιστία του ερευνητικού εργαλείου της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος για τη προσχολική ηλικία ελέγχθηκε με το συντελεστή *α* (Cronbach alpha). Ο έλεγχος πραγματοποιήθηκε για τις επιδόσεις των παιδιών στα έργα του δοκιμίου συλλογικά για όλους τους παράγοντες του προτεινόμενου μοντέλου έδειξε ότι το Cronbach alpha είναι .744 ($p<.05$), η τιμή αυτή είναι αποδεκτή και ικανοποιητική μιας που είναι μεγαλύτερη του .70 (Cronbach, 1970 · Litwin & Fink, 1995).

Ποιοτικά Δεδομένα

Τα δεδομένα ποιοτικής φύσεως που είχαν συλλεχθεί αφορούν τόσο τα παιδιά που έλαβαν στις μετρήσεις με τη χορήγηση του δοκιμίου όσο και αυτά που μέρος στο παρεμβατικό πρόγραμμα. Καταχωρήθηκαν και αναλύθηκαν όλες οι λανθασμένες επιλογές των παιδιών στα έργα, ώστε να εντοπιστούν οι δυσκολίες των παιδιών. Συγκεκριμένα, έχει ακολουθηθεί η συνεχόμενη σύγκριση των απαντήσεων των παιδιών για να εντοπιστούν οι τάσεις των λαθών των παιδιών στα δοκίμια αντιληπτικής σύλληψης.

Εργαλείο Παρέμβασης

Το εργαλείο της παρέμβασης αποτελεί δημιούργημα του ερευνητικού προγράμματος «The contribution of gestures in geometrical thinking development in early childhood», το οποίο έχει επιχορηγηθεί από το πρόγραμμα Λεβέντη (2014-2016), με ακαδημαϊκή υπεύθυνη επίκουρη καθηγήτρια Ιλιάδα Ηλία. Αξίζει να αναφερθεί ότι το παρόν εργαλείο αποτέλεσε παλαιότερα μέσο για τη συλλογή ποιοτικών δεδομένων έρευνας με άλλο θεωρητικό υπόβαθρο. Για πρώτη φορά έχει χρησιμοποιηθεί σε ποσοτική έρευνα παιδιών προσχολικής ηλικίας.

Το παρεμβατικό εργαλείο, που θα περιγραφεί λεπτομερώς πιο κάτω, δημιουργήθηκε ακολουθώντας τις θεωρητικές αρχές που αναπτύχθηκαν στο δεύτερο κεφάλαιο. Ειδικότερα, το υλικό εστιάζεται στις θεωρίες δομής της γεωμετρίας του Duval (2005) και των διδακτικών προσεγγίσεων των Sarama και Clements (2009). Ειδικότερα, εννοιολογικά εστιάζεται στην αντιληπτική (εντοπισμός σχημάτων σε σύνθετες γεωμετρικές συνθέσεις) και στη λειτουργική (σύνθεση, ανάλυση και αναδιοργάνωση του σχήματος) σύλληψη του σχήματος στη γεωμετρία με τη χρήση πρωτοτυπιών ή μη παραδειγμάτων ή αντιπαραδειγμάτων των σχημάτων και γεωμετρικών μετασχηματισμών (περιστροφή και μετατόπιση). Διαδικαστικά έχει χρησιμοποιηθεί η πολυτροπική προσέγγιση και η ενσωματωμένη θεωρία κατά τη διεκπεραίωση των δραστηριοτήτων των δομημένων μαθημάτων. Βασικοί πυλώνες υπήρξαν οι θεωρίες σημειωτικής προσέγγισης, (π.χ. για το σημειωτικό παιχνίδι μεταξύ των συμμετεχόντων και τη θεωρία επιπέδων χειρονομίας του Krause, 2015). Συγκεκριμένα, μέσα από το παρεμβατικό πρόγραμμα επιδιώχθηκε να δοθούν τα τεχνικά αντικείμενα, αλλά και τα πραγματικά χειριστικά αντικείμενα που μέσα από τη διερεύνησή τους τα παιδιά θα κατέληγαν σε έννοιες μετασχηματισμού και διατήρησης του σχήματος. Τόσο οι γεωμετρικοί μετασχηματισμοί όσο και η χρήση σύγχρονης τεχνολογία αποτελούν εμφάσεις της συγγραφής των πρόσφατα νέων αναλυτικών προγραμμάτων των μαθηματικών της Κύπρου (2016).

Παρεμβατικά προγράμματα παλιότερων ερευνών έχουν αποδείξει ότι η παρακολούθηση και η παραγωγή χειρονομιών είναι αρωγός της μάθησης μιας που φαίνεται ότι συνεισφέρει στη σταθεροποίηση των μαθηματικών εννοιών (βλέπε Cook, Yip, & Goldin-Meadow, 2010 · Cook, Duffy & Fenn, 2013). Ειδικότερα, προηγούμενες μελέτες υποστηρίζουν ότι αν τα παιδιά κατανοούν τα νοήματα των χειρονομιών που αναπαράγουν (μιμούνται), τότε η παραγωγή χειρονομιών από αυτά μπορεί να αποτελέσει παράγοντα ενίσχυσης της μάθησής τους (Cook & Goldin-Meadow, 2006). Παρόλα αυτά, δεν υπάρχουν στοιχεία για την επίδραση της απλής παρακολούθησης χειρονομιών, χωρίς την ενθάρρυνση παραγωγής από τα ίδια τα παιδιά. Το γεγονός αυτό αποτέλεσε άλλωστε και σκοπός των τριών διαφορετικών παρεμβατικών συνθηκών που είχαν δομηθεί στην παρούσα ερευνητική διατριβή.

Πιο αναλυτικά, το συνολικό δείγμα τη έρευνας αποτελείτο από 24 τμήματα προσχολικής εκπαίδευσης εκ των οποίων στα 18 πραγματοποιήθηκε δομημένη παρέμβαση. Τα τμήματα αυτά χωρίστηκαν ισάριθμα σε τρεις ομάδες, την πειραματική ομάδα 1, την πειραματική ομάδα 2 και την πειραματική ομάδα 3. Πρέπει να αναφερθεί ότι υπήρξε ακόμη μια ομάδα από 6 τάξεις η οποία αποτέλεσε την ομάδα ελέγχου, όπου δε πραγματοποιήθηκε κανένα παρεμβατικό πρόγραμμα. Τα παιδιά της ομάδας αυτής διδάχθηκαν το μάθημα της γεωμετρίας με το προκαθορισμένο ως τώρα αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών προσχολικής εκπαίδευσης.

Αρχικά, στην πρώτη ομάδα, στην πειραματική ομάδα 1, συμμετείχαν 6 τάξεις, στις οποίες εφαρμόστηκε το παρεμβατικό πρόγραμμα με παρακολούθηση και παραγωγή χειρονομιών. Συγκεκριμένα, αρχικά τα παιδιά παρακολουθούσαν βιντεοσκοπημένες χειρονομίες που αναπαριστούσαν με γεωμετρικούς μετασχηματισμούς, όπως η μετατόπιση και η περιστροφή. Στη συνέχεια, καλούνταν να αναπαράγουν τις χειρονομίες αυτές και να παράγουν δικές τους για να εξηγήσουν τις προβλέψεις τους για τη σύνθεση ή το διαχωρισμό του σχήματος.

Στη δεύτερη ομάδα, στην πειραματική ομάδα 2, συμμετείχαν άλλες 6 τάξεις. Στην ομάδα αυτή εφαρμόστηκαν τα ίδια σχέδια μαθήματος με την πειραματική ομάδα 1, με την ειδοποιός διαφορά ότι εδώ τα παιδιά παρακολουθούσαν τις χειρονομίες γεωμετρικών μετασχηματισμών που είχε έρθει σε επαφή και η πειραματική ομάδα 1, χωρίς να ενθαρρύνονται να παράγουν δικές τους χειρονομίες σχετικές με την έννοια.

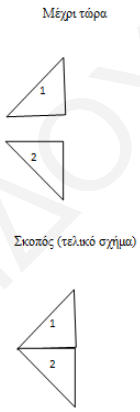
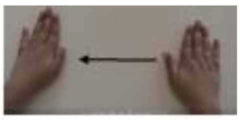
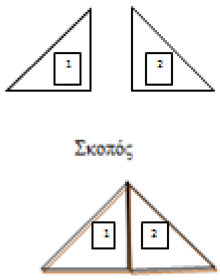
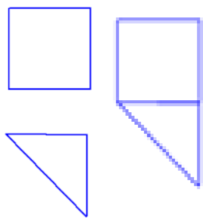
Τέλος, στην τρίτη ομάδα, την πειραματική ομάδα 3, συμμετείχαν άλλα 6 τμήματα προσχολικής ηλικίας, όπου πραγματοποιούσαν τα σχέδια μαθήματος του παρεμβατικού προγράμματος που εφάρμοσαν οι προαναφερθείσες ομάδες, χωρίς την παρακολούθηση ή την παραγωγή χειρονομιών. Ειδικότερα, η ομάδα αυτή εφάρμοσε απλά τις δραστηριότητες χωρίς να γίνεται επιτηδευμένη νύξη για χειρονομίες.

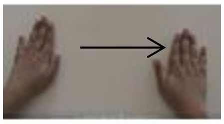
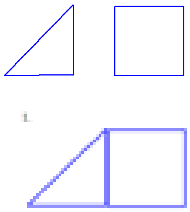
Οι χειρονομίες χρησιμοποιήθηκαν ως αξονικό σημείο (pivot signs) μεταβίβασης συγκεκριμένων εννοιών από την πραγματική ζωή σε έννοιες πιο αφηρημένες με μαθηματικό περιεχόμενο (π.χ. Edwards, 2009 · Bussi & Mariotti, 2008). Ο εκπαιδευτικός μέσα από τις παρεμβάσεις με τη χρήση χειρονομιών δημιουργούσε σημειωτικές αλυσίδες (semiotic chain) (Maffia & Sabena, 2015) που οδηγούσαν στην επικοινωνία του σημείου (Theory of Semiotic Mediation, TSM) και στην αποπλαισίωση της μαθηματικής έννοιας μέσα από το σημειωτικό παιχνίδι που αναπτυσσόταν μεταξύ των συμμετεχόντων. Το περιεχόμενο των χειρονομιών αφορά κυρίως έννοιες μετατόπισης (πάνω, κάτω, δεξιά αριστερά) και περιστροφής (δεξιά και αριστερά) κατά τη σύνθεση, ανάλυση και αναδιοργάνωση γεωμετρικών συνθέσεων δύο ή τριών σχημάτων. Οι χειρονομίες δεν είναι δεικτικής φύσεως αλλά περισσότερο εικονικές. Οι χειρονομίες μπορεί να θεωρηθούν και μεταφορικές όταν τα ίδια τα παιδιά κάνουν μια εκτίμηση για τον τρόπο που το σχήμα μετακινήθηκε για να φτάσει στην τελική του θέση, χωρίς να υπάρχει μετακίνηση οποιουδήποτε σχήματος στα πραγματικά αντικείμενα. Αρχικά, οι χειρονομίες έχουν εξάρτηση από το πλαίσιο και στη συνέχεια γίνονται πιο ελεύθερες σε μορφή εκτίμησης της πορείας που θα ακολουθήσει το σχήμα. Οι χειρονομίες παράγονταν σε συνδυασμό με τη χρήση της ορθή λεκτικής ορολογία που άρμοζε κάθε φορά (π.χ. περιστρέφω το σχήμα προς τα δεξιά). Στην ΠΟ3 όπου δεν υπήρχαν χειρονομίες η διαδικασία εκφραζόταν μόνο μέσα από το λόγο. Οι χειρονομίες αυτές ήταν ανάμεικτου χαρακτήρα μιας που εμπεριείχαν ποικίλες γεωμετρικές έννοιες, όπως για παράδειγμα τη γεωμετρική σύνθεση, την ανάλυση, την αναδιοργάνωση, καθώς και την αρχική και τελική θέση του σχήματος. Έτσι, λοιπόν, ήταν δυναμικής φύσεως όταν αναφέρονταν σε μετακίνηση του σχήματος και στατικής φύσεως όταν αναπαριστούσαν την αρχική ή τελική θέση. Στον Πίνακα 3.3 που ακολουθεί συσπειρώνονται οι βιντεοσκοπημένες χειρονομίες που χρησιμοποιήθηκαν στα παρεμβατικά προγράμματα της ΠΟ1 και ΠΟ2.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι χειρονομίες που παρακολουθούσαν τα παιδιά προβάλλονταν όλες βιντεοσκοπημένες για σκοπούς διασφάλισης της ορθής εκτέλεσής τους από την εκάστοτε εκπαιδευτικό του παρεμβατικού προγράμματος. Με τον τρόπο αυτό ελεγχόταν οποιοδήποτε λάθος εφαρμογής τους. Από την άλλη, το δομημένο παρεμβατικό πρόγραμμα εφαρμόστηκε από τους εκπαιδευτικούς των τάξεων και όχι από τον ερευνητή, διασφαλίζοντας έτσι τη σταθεροποίηση της επιρροής της μάθησης από άλλα πρόσωπα και στοιχεία. Ως εκ τούτου, εξασφαλιζόταν η ομαλή πορεία μαθημάτων και λειτουργίας της τάξης. Αυτό, από την άλλη, δεν θα επηρεαζόταν η ομαλή και ορθή διεξαγωγή της παρέμβασης, αφού προηγούμενες έρευνες έδειξαν ότι όταν οι εκπαιδευτικοί τύχουν συγκεκριμένης επιμόρφωσης για το σκοπό και τη διαδικασία διεξαγωγής της παρέμβασης, δεν φαίνεται να υπάρχει διαφορά μεταξύ εκπαιδευτικού και ερευνητή (π.χ. Kalenine et al., 2011· Bara, Gentaz, Sprenger-Charolles, & Cole, 2007 · Blachman, Tangel, Wynne-Ball, Black, & McGraw, 1999). Επομένως και στην παρούσα έρευνα οι εκπαιδευτικοί επιμορφώθηκαν κατάλληλα για το θέμα, τους στόχους και το υλικό που θα εφάρμοζαν στο παρεμβατικό πρόγραμμα έχοντας πάντα άμεση επικοινωνία με τον ερευνητή, για την αποσαφήνιση οποιονδήποτε αποριών.

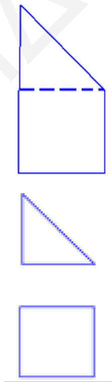
Πίνακας 3.3

Ενδεικτικές χειρονομίες ανά σχέδιο μαθήματος παρεμβατικού προγράμματος πειραματικής ομάδας ΠΟ1 και ΠΟ2

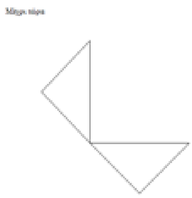
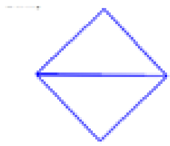
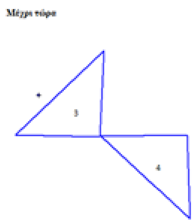
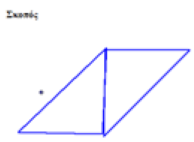
Χειρονομίες από βίντεο	Λεκτική Έκφραση Εκπαιδευτικού	Μαθηματική Έννοια	Εικονικές Αναπαραστάσεις
Σχέδιο Μαθήματος 1Α - Σύνθεση δυο σχημάτων με μετατόπιση			
 	«Τοποθετώ το ένα μου χέρι πάνω όπως το ένα σχήμα και το άλλο μου χέρι κάτω όπως το άλλο σχήμα. Μετακινώ το χέρι μου που είναι το σχήμα που είναι πάνω προς τα κάτω μέχρι να ενωθούν και τα δύο σχήματα.»	Σύνθεση δυο σχημάτων με μετατόπιση προς τα κάτω ή αντίστροφα	
 	«Τοποθετώ το ένα μου χέρι στη θέση του σχήματος 1 και το άλλο μου χέρι στη θέση του σχήματος 2. Μετακινώ το σχήμα 1 προς τα αριστερά μέχρι να ενωθούν και τα δύο σχήματα»	Σύνθεση δυο σχημάτων με μετατόπιση προς τα αριστερά ή αντίστροφα	
 	«Τοποθετώ το ένα μου χέρι πάνω όπως το ένα σχήμα και το άλλο μου χέρι κάτω όπως το άλλο σχήμα. Μετακινώ το χέρι μου που είναι το σχήμα που είναι πάνω προς τα κάτω μέχρι να ενωθούν και τα δύο σχήματα.»	Σύνθεση δυο σχημάτων με μετατόπιση προς τα κάτω	

 	«Τοποθετώ το ένα μου χέρι πάνω όπως το ένα σχήμα και το άλλο μου χέρι κάτω όπως το άλλο σχήμα. Μετακινώ το χέρι μου που είναι το σχήμα που είναι αριστερά προς τα δεξιά μέχρι να ενωθούν και τα δύο σχήματα.»	Σύνθεση δυο σχημάτων με μετατόπιση προς τα δεξιά	

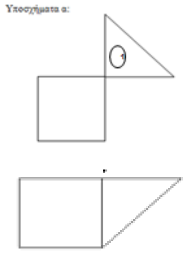
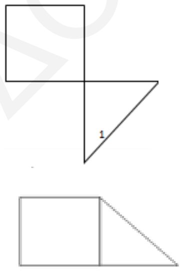
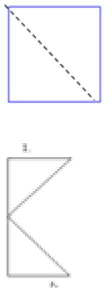
Σχέδιο Μαθήματος 1Β - Ανάλυση δύο σχημάτων με μετατόπιση και επαναφορά σχημάτων

 	«Στην αρχή τα δύο σχήματα ήταν ενωμένα. Ενώστε τα χέρια σας. Μετά το ένα σχήμα μετακινήθηκε προς τα πάνω. Μετακινείστε το ένα σας χέρι προς τα πάνω.»	Ανάλυση δύο σχημάτων με μετατόπιση προς τα πάνω	

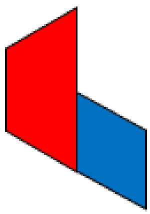
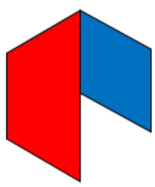
Σχέδιο Μαθήματος 2Α - Σύνθεση δύο σχημάτων με περιστροφή

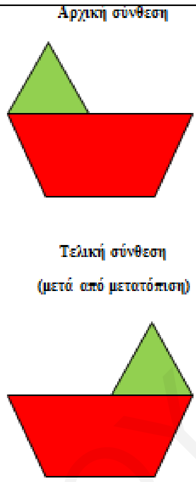
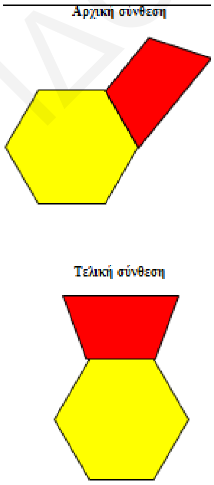
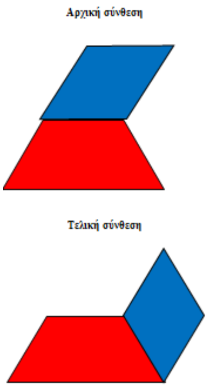
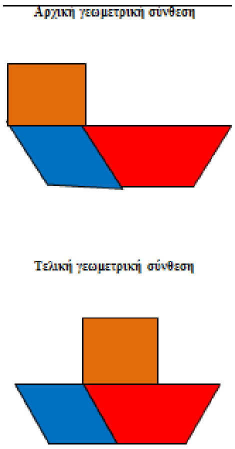
 	«Τοποθετώ το ένα μου χέρι όπως το ένα σχήμα και το άλλο μου χέρι όπως το άλλο σχήμα. Περιστρέφω το ένα σχήμα προς τα δεξιά μέχρι να ενωθούν και τα δύο σχήματα.»	Σύνθεση δύο σχημάτων με περιστροφή προς τα δεξιά	 Σκοπός 
 	«Θα πρέπει να μετακινήσουμε το ένα σχήμα προς τα αριστερά (τοποθετεί τα χέρια της όπως είναι τα δύο σχήματα και περιστρέφει το ένα σχήμα προς τα πάνω)»	Σύνθεση δύο σχημάτων με περιστροφή προς τα αριστερά	 

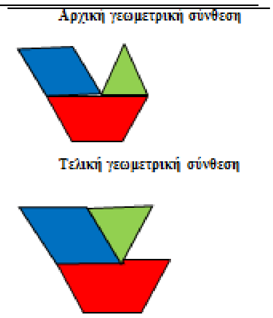
Σχέδιο Μαθήματος 2B - Σύνθεση και Ανάλυση δύο σχημάτων με περιστροφή

 	«Τοποθετώ το ένα μου χέρι όπως το ένα σχήμα και το άλλο μου χέρι όπως το άλλο σχήμα. Περιστρέφω το ένα σχήμα προς τα αριστερά μέχρι να ενωθούν και τα δύο σχήματα.»	Σύνθεση σχημάτων με περιστροφή προς τα αριστερά	
 	«Τοποθετώ το ένα μου χέρι όπως το ένα σχήμα και το άλλο μου χέρι όπως το άλλο σχήμα. Περιστρέφω το ένα σχήμα προς τα αριστερά μέχρι να ενωθούν και τα δύο σχήματα.»	Σύνθεση σχημάτων με περιστροφή προς τα αριστερά	
 	«Στην αρχή τα δύο σχήματα ήταν ενωμένα. Ενώστε τα χέρια σας. Μετά το ένα σχήμα περιστράφηκε προς τα δεξιά»	Ανάλυση με περιστροφή προς τα δεξιά	Σχήμα 1 

Σχέδιο Μαθήματος 4 - Αναδιοργάνωση γεωμετρικής σύνθεσης δύο ή τριών σχημάτων με μετατόπιση και περιστροφή

 	«Τοποθετώ το ένα μου χέρι πάνω όπως το κόκκινο σχήμα και το άλλο μου χέρι κάτω όπως το μπλε σχήμα. Μετακινώ το σχήμα προς τα πάνω μέχρι να φτάσω στο τέλος του κόκκινου σχήματος»	Αναδιοργάνωση γεωμετρικής σύνθεσης δύο σχημάτων με μετατόπιση μπλε σχήματος προς τα πάνω	Αρχική σύνθεση  Τελικό σχήμα (μετά από μετατόπιση) 

	«Τοποθετώ το ένα μου χέρι πάνω όπως το πράσινο σχήμα και το άλλο μου χέρι κάτω όπως το κόκκινο σχήμα. Μετακινώ το πράσινο σχήμα προς τα δεξιά μέχρι να φτάσω στο τέλος του κόκκινου σχήματος»	Αναδιοργάνωση γεωμετρικής σύνθεσης δύο σχημάτων με μετατόπιση πράσινου σχήματος προς τα αριστερά	
	«Τοποθετώ το ένα μου χέρι πάνω όπως το κίτρινο σχήμα και το άλλο μου χέρι κάτω όπως το κόκκινο σχήμα. Περιστρέφω το κόκκινο σχήμα προς τα αριστερά μέχρι να ενωθεί με το κίτρινο σχήμα»	Αναδιοργάνωση γεωμετρικής σύνθεσης δύο σχημάτων με περιστροφή κόκκινου σχήματος προς τα αριστερά	
	«Τοποθετώ το ένα μου χέρι πάνω όπως το μπλε σχήμα και το άλλο χέρι κάτω όπως το κόκκινο σχήμα. Περιστρέφω το μπλε σχήμα προς τα δεξιά μέχρι να ενωθεί με το κόκκινο σχήμα»	Αναδιοργάνωση γεωμετρικής σύνθεσης δύο σχημάτων με περιστροφή μπλε σχήματος προς τα δεξιά	
	«Τοποθετώ το ένα μου χέρι πάνω όπως το πορτοκαλί σχήμα και το άλλο μου χέρι κάτω όπως τα σχήματα μπλε και κόκκινο. Μετακινώ το σχήμα προς τα δεξιά»	Αναδιοργάνωση γεωμετρικής σύνθεσης τρεις σχημάτων με μετατόπιση πορτοκαλί σχήματος προς τα δεξιά	

 	«Τοποθετώ το ένα μου χέρι πάνω όπως το μπλε και κόκκινο σχήμα και το άλλο μου χέρι κάτω όπως το πράσινο σχήμα. Περιστρέφω το πράσινο σχήμα προς τα αριστερά μέχρι να ενωθεί με το μπλε»	Αναδιοργάνωση γεωμετρικής σύνθεσης τρεις σχημάτων με περιστροφή πράσινου σχήματος προς τα αριστερά	

Το εργαλείο της παρέμβασης αποτελείται από πέντε σχέδια μαθήματος διάρκειας ογδόντα λεπτών, τα οποία παρατίθενται στο Παράρτημα ανά πειραματική ομάδα (Παράρτημα Β: ΠΟ1, Παράστημα Γ: ΠΟ2 και Παράτημα Δ: ΠΟ3). Αξίζει να σημειωθεί από την αρχή ότι τα μαθήματα αυτά τροποποιήθηκαν και διαμορφώθηκαν σε επτά μαθήματα των σαράντα λεπτών, εκ των οποίων το ένα είναι μάθημα ελεύθερων δραστηριοτήτων. Στον πιο κάτω Πίνακα 3.4 παρουσιάζονται επιγραμματικά οι διδακτικοί στόχοι ανά σχέδιο μαθήματος της παρέμβασης.

Πίνακας 3.4

Στόχοι Σχεδίων Μαθήματος Παρεμβατικού Προγράμματος

Τίτλος Μαθήματος	Στόχοι Μαθήματος
1Α - Σύνθεση δυο σχημάτων (με ή χωρίς διαχωριστικές γραμμές) με μετατόπιση	1. Να δομούν γεωμετρικές συνθέσεις με 2 υποσχήματα, με και χωρίς διαχωριστικές γραμμές. 2. Να εκτελούν και να περιγράφουν μετατόπιση προς τα κάτω (ή προς τα πάνω) ή προς τα αριστερά (ή προς τα δεξιά) όταν συνθέτουν γεωμετρικά σχήματα.
1Β - Ανάλυση δύο σχημάτων (με ή χωρίς διαχωριστικές γραμμές) με μετατόπιση και επαναφορά σχημάτων	1. Να αποσυνθέτουν σχήματα, με και χωρίς διαχωριστικές γραμμές. 2. Να εφαρμόζουν και να περιγράφουν μετατόπιση από ενωμένα προς τα πάνω (ή κάτω) όταν αποσυνθέτουν γεωμετρική σύνθεση. 3. Να συμπληρώνουν μέρος της επιφάνειας γεωμετρικού σχήματος.

2Α - Σύνθεση δύο σχημάτων (με ή χωρίς διαχωριστικές γραμμές) με περιστροφή	1. Να κατασκευάζουν γεωμετρικές συνθέσεις με 2 υποσχήματα, με και χωρίς διαχωριστικές γραμμές. 2. Να εφαρμόζουν και να περιγράφουν περιστροφές προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά όταν συνθέτουν γεωμετρικά σχήματα.
2Β - Σύνθεση και Ανάλυση δύο σχημάτων (με και χωρίς διαχωριστικές γραμμές) με περιστροφή	1. Να κατασκευάζουν γεωμετρικές συνθέσεις με 2 υποσχήματα, με και χωρίς διαχωριστικές γραμμές. 2. Να εφαρμόζουν και να περιγράφουν περιστροφές προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά όταν συνθέτουν και αποσυνθέτουν γεωμετρικά σχήματα.
3 - Ελεύθερες Δραστηριότητες για τη συναρμολόγηση γεωμετρικών συνθέσεων	1. Να φτιάχνουν γεωμετρικές συνθέσεις με όσα υποσχήματα επιθυμούν. 2. Να περιγράφουν γεωμετρικές συνθέσεις. 3. Να συνθέτουν τετράγωνο χρησιμοποιώντας 2 και περισσότερα υποσχήματα.
4 - Αναδιοργάνωση (reconfiguration) γεωμετρικής σύνθεσης δύο ή τριών σχημάτων με μετατόπιση και περιστροφή	1. Να αναδιοργανώνουν με 2 υποσχήματα εφαρμόζοντας μετατόπιση. 2. Να αναδιοργανώνουν σχήματα με 2υποσχήματα εφαρμόζοντας περιστροφή. 3. Να αναδιοργανώνουν σχήματα με 3 υποσχήματα εφαρμόζοντας μετατόπιση. 4. Να αναδιοργανώνουν σχήματα με 3 υποσχήματα εφαρμόζοντας περιστροφή.
5 - Αντιληπτική διάκριση απλών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις	1. Να αναγνωρίζουν εμφανή και μη εμφανή γεωμετρικά σχήματα σε συνθέσεις γεωμετρικών σχημάτων. 2. Να κατασκευάζουν συνθέσεις γεωμετρικών σχημάτων με διάφορους τρόπους.

Η δομή των μαθημάτων στηρίχθηκε σε παιγνιώδεις προσεγγίσεις διδασκαλίας που αρμόζουν στη συγκεκριμένη ηλικιακή ομάδα και συνδυάστηκε με θεωρίες των Levenson, Tirosh και Tsamir (2011) για τη διδασκαλία της γεωμετρίας στα μικρά παιδιά. Συγκεκριμένα, για την υλοποίηση των στόχων των μαθημάτων του παρεμβατικού προγράμματος χρησιμοποιήθηκαν αρκετά μέσα και υλικά, όπως η μέλισσα-ρομπότ (bee-bot robot · βλέπε παρεμβατικό πρόγραμμα Sabena, 2017 · Πετρίδου, Ηλία, & Γαγάτση, 2014), το Κινέζικο Τετράγωνο (tangrams) και τα Σχήματα Μοτίβου (Pattern block, βλέπε παρεμβατικό πρόγραμμα Howse & Howse, 2015). Οι Sarama και Clements (2009) υποστηρίζουν ότι τα πολλαπλά εποπτικά μέσα και υλικά βοηθούν τα παιδιά να αντιληφθούν τους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς. Τα παιδιά στα μαθήματα αυτά ήρθαν σε επαφή με τεχνολογικά μέσα, όπως ο διαδραστικός πίνακας και η μέλισσα-ρομπότ (bee-bot). Αυτό στηρίζεται στην πληθώρα ερευνών που στηρίζουν την θετική επιρροή τεχνολογικών μέσων στην γνωστική σύλληψη μαθηματικών εννοιών (βλέπε ερευνητικό έργο Howie & Blignaut, 2009 · Zaranis, 2014 · Krause, 2015). Ειδικότερα, το ρομπότ bee-bot ρυθμιζόταν από τα παιδιά της τάξης για να εντοπίζει τη φιγούρα του παραμυθιού που θα διηγόταν η εκπαιδευτικός στα παιδιά. Μέσα από τη διαδικασία αυτή τα παιδιά ερχόντουσαν σε επαφή με έννοιες προσανατολισμού στο χώρο που θεωρούνταν πολύ σημαντικές για τη μάθηση των γεωμετρικών μετασχηματισμών. Επιπλέον, χρησιμοποιήθηκαν παιχνίδια για την εμπέδωση των εννοιών, όπως το παιχνίδι με το ζάρι (Σχέδιο Μαθήματος 1Β) και το παιχνίδι τόμπολας με γεωμετρικές συνθέσεις (Σχέδιο Μαθήματος 5). Κάποιες τεχνικές διδασκαλία, όπως αυτή του κουκλοθέατρου και του θεατρικού παιχνιδιού, εντάχθηκαν στα μαθήματα αφού άρμοζαν στο ηλικιακό επίπεδο των παιδιών προσφέροντας μια πιο ευχάριστη νότα.

Επίσης, στα μαθήματα ενσωματώθηκαν δύο παραμύθια από τη συλλογή «Οδός Χρυσόσκονης» που τροποποιήθηκαν για να εναρμονιστούν στις μαθηματικές έννοιες προς διδασκαλία. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκε το παραμύθι «Ο Μάγος Αστρούλης στο Μαγικό Μαγαζί» και το παραμύθι «Η Μπέλα Κορδέλα στο Καπελάδικο». Το γεγονός αυτό στηρίζεται και βιβλιογραφικά μιας που ερευνητές, όπως οι Casey, Erkut, Ceder και Young (2008), υποστηρίζουν ότι όταν είναι πολύ καλό και γόνιμο η διδασκαλία της γεωμετρίας να γίνεται μέσα από λογοτεχνικά παραμύθια. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι γινόταν αφήγηση του παραμυθιού μέχρι ενός σημείου και μετά μέσα από τροποποιημένη πορεία η ιστορία του παραμυθιού έκλεινε στο τέλος κάθε μαθήματος

Η πορεία διδασκαλίας των σχεδίων μαθήματος του παρεμβατικού προγράμματος ήταν κοινή. Αρχικά, προβαλλόταν η γεωμετρική σύνθεση ή τα υποσχήματα της μέσω του διαδραστικού πίνακα ή του βιντεοπροβολέα. Αφού τα παιδιά διατύπωναν τις προβλέψεις τους για το μετασχηματισμό που θα τύχει στην αρχική σύνθεση ή υποσχήματα, στις παρεμβάσεις των ομάδων ΠΟ1 και ΠΟ2 παραγόταν σκόπιμη χειρονομία από τον εκπαιδευτικό και γινόταν προβολή του σχετικού βίντεο συνοδευμένο με τις αρμόζουσες λεκτικές εκφράσεις. Έπειτα, μόνο η ΠΟ1 αναπαρήγαγε τη χειρονομία αυτή, συνδυάζοντας κάθε φορά και άλλες προσωπικές χειρονομίες των παιδιών. Ακολούθως, σε ζευγάρια εφαρμοζόταν με πραγματικά υλικά η πρόβλεψη των παιδιών και μετά στην ολομέλεια συζητούσαν τη κατασκευή της κάθε ομάδας. Στη συνέχεια, γινόταν επίδειξη του μετασχηματισμού με πραγματικά υλικά στην ολομέλεια από μερικά τα παιδιά. Τέλος, εφαρμοζόταν η επέκταση η οποία αφορούσε τους μετασχηματισμούς για σύνθεση, ανάλυση και αναδιοργάνωση χωρίς διαχωριστικές γραμμές.

Θα ήταν καλό να αναφερθεί ότι η σειρά των μαθημάτων ήταν σκόπιμη. Σύμφωνα και με τη θεωρία των επιπέδων σύνθεσης και ανάλυσης σχημάτων των Sarama και Clements (2009) τα παιδιά στην ηλικία των 4 χρονών («Συναρμολόγηση μερών - Piece Assembler») χρησιμοποιούν μετασχηματισμούς μετατόπισης για να συμπληρώσουν ένα πλαίσιο αναφοράς, αλλά δυσκολεύονται στις περιστροφές. Έτσι, αρχικά διδαχθήκαν έννοιες μετατόπισης και αργότερα περιστροφής μιας που η περιστροφή θεωρείται από πολλούς ερευνητές δυσκολότερη έννοια για τα παιδιά (π.χ. Frick & Newcombe, 2009 · Piaget & Inhelder, 1971 · Moyer, 1978 · Schultz & Austin, 1983). Στηριζόμενη στη θεωρία των Sarama και Clements (2009), πρώτιστα τα παιδιά ήρθαν σε επαφή με τη σύνθεση, ανάλυση και αναδιοργάνωση γεωμετρικών συνθέσεων που αποτελούνταν από δύο σχήματα και στη συνέχεια με τρία σχήματα. Οι ίδιοι ερευνητές στηρίζουν ότι η επεξεργασία τριών σχημάτων σε μια σύνθεση είναι αυξημένου βαθμού δυσκολίας αφού τα παιδιά χειρίζονται το κάθε μέρος της σύνθεσης ξεχωριστά και ακολούθως συνδυαστικά. Ένα άλλο στοιχείο που παρουσιάστηκε στα σχέδια μαθήματος του παρεμβατικού προγράμματος είναι αυτό των εσωτερικών διαχωριστικών γραμμών. Η παρουσία των γραμμών αυτών ενισχύει την ικανότητα αναγνώρισης των σχημάτων που αποτελούν τη γεωμετρική σύνθεση (Sarama & Clements, 2009) και επομένως η μετέπειτα απουσία τους αποτελεί εμπόδιο για τα παιδιά. Τα προαναφερθέντα στοιχεία παρουσιάστηκαν στα πρώτα δύο μαθήματα (Σχέδιο μαθήματος 1Α, 1Β και 2Α, 2Β), όπου λόγω του ότι η έμφαση είναι στους μετασχηματισμούς των σχημάτων, δόθηκαν αριθμοί αναφοράς των σχημάτων (π.χ. το σχήμα 1 μετακινείται προς τα πάνω).

Το στοιχείο της σύνθεσης και ανάλυσης σχημάτων (Sarama & Clements, 2009) θα είναι πιο έντονο κατά την εφαρμογή του τρίτου σχεδίου μαθήματος όπου τα παιδιά κατασκεύαζαν γεωμετρικές συνθέσεις και τις περιέγραφαν λεκτικά. Στο σχέδιο αυτό δεν γινόταν παραγωγή καμίας σκόπιμης χειρονομίας από μέρος της εκπαιδευτικού. Η διαδικασία συναρμολόγησης του σχήματος πήρε τη μορφή αναδιοργάνωσης στο τέταρτο σχέδιο μαθήματος. Εδώ τα παιδιά αναδιοργάνωναν γεωμετρικές συνθέσεις δύο ή τριών σχημάτων με τη χρήση γεωμετρικών μετασχηματισμών μετατόπισης και περιστροφής. Έμφαση δόθηκε όχι στο όνομα άλλα στους μετασχηματισμούς που γίνονταν στα σχήματα, επομένως χρησιμοποιείτο ως αναφορά το χρώμα των σχημάτων μοτίβου.

Τέλος, στο πέμπτο σχέδιο μαθήματος τα παιδιά ήρθαν σε επαφή με τη διάκριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις (Sarama & Clements, 2009 · Duval, 2014β). Ειδικότερα κλήθηκαν να αναγνωρίσουν σχήματα σε γεωμετρική σύνθεση, με την επιφάνεια του σχήματος να μη διαπερνάται από άλλα ευθύγραμμα τμήματα (primary structure in a complex figure or juxtaposed shapes), αλλά και σχήματα σε γεωμετρική σύνθεση που η επιφάνειά τους διαπερνιέται από ευθύγραμμα τμήματα κάποιας άλλης δομής της σύνθεσης (secondary structure disembedder or superposed shapes). Η διαδικασία αυτή ίσως απαιτούσε την εφαρμογή της αποδόμησης διαστάσεων ενός σχήματος, η οποία αναφέρεται στην αλλαγή των διαστάσεων οποιουδήποτε σχήματος προς αναγνώριση ή δοσμένης σύνθεσης (Duval, 2005). Αυτό το είδος αντιληπτικής σύλληψης του σχήματος είναι πέρα - και μερικές φορές ενάντια – από την απλή αντίληψη. Στο σχέδιο αυτό δεν παραγόταν καμία σκόπιμη χειρονομία από μέρος του εκπαιδευτικού.

Πιο κάτω θα γίνει εκτενής περιγραφή των σχεδίων μαθήματος που εφαρμόστηκαν στα παρεμβατικά προγράμματα.

Ανάλυση Σχεδίου Μαθήματος 1Α

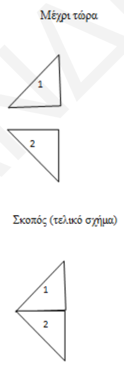
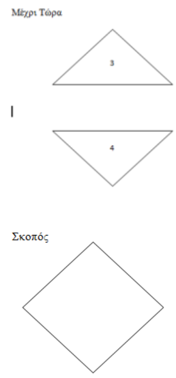
Το πρώτο μέρος του πρώτου σχεδίου μαθήματος καταπιάνεται με την έννοια της σύνθεσης σχημάτων με δύο υποσχήματα με τη χρήση της μετατόπισης. Η πορεία του σχεδίου μαθήματος αρχίζει με τη μέλισσα-ρομπότ, έπειτα από κατευθυντήριες οδηγίες που τα παιδιά ρυθμίζουν σε αυτή, να αναζητάει τη φιγούρα του ήρωα (Μάγος Αστρούλης) του παραμυθιού «Ο Μάγος Αστρούλης στο Μαγικό Μαγαζί» με τον οποίο ασχολείται η παρούσα διδασκαλία. Ο μάγος Αστρούλης με τη σειρά του καλεί τα παιδιά να τον βοηθήσουν να συναρμολογήσει τις ομπρέλες του. Έτσι λοιπόν, δίνονται στα παιδιά τα σχέδια με δύο γεωμετρικά σχήματα και καλούνται να τα συνθέσουν για να φτιάξουν τις ομπρέλες του μάγου. Για την διεκπεραίωση της σύνθεσης απαιτείται μετατόπιση (πάνω ή κάτω, δεξιά ή αριστερά) του ενός σχήματος.

Η πρώτη δραστηριότητα αφορά τη χρήση του μετασχηματισμού της μετατόπισης, προς τα πάνω ή αντίστροφα, των δύο σχημάτων για τη δημιουργία μιας γεωμετρικής σύνθεσης με εσωτερικές διαχωριστικές γραμμές (βλέπε Πίνακα 3.5). Στην αρχή κάθε δραστηριότητας, σε όλες τις ομάδες παρέμβασης, τα παιδιά διατυπώνουν τις προβλέψεις τους για τον τρόπο χειρισμού των σχημάτων έτσι ώστε να προκύψει η γεωμετρική σύνθεση που τους δίνεται. Έπειτα από τη συζήτηση που αναπτύσσεται στην ολομέλεια της τάξης, τα παιδιά εργάζονται με πραγματικά υλικά (σχήματα από το κινέζικο τετράγωνο) ανά δυάδες για να διαπιστώσουν κατά πόσο οι προβλέψεις τους ήταν βάσιμες. Μετά από την επαφή των παιδιών με τα πραγματικά αντικείμενα γίνεται ολοκλήρωση στην ολομέλεια και εφαρμόζεται στο φανελογράφο ο γεωμετρικός μετασχηματισμός από κάποια παιδιά. Η διαφορά στην κάθε ομάδα παρέμβασης εντοπίζεται στις συζητήσεις που γίνονται στην ολομέλεια.

Συγκεκριμένα, στην πειραματική ομάδα ΠΟ1 η εκπαιδευτικός ακούγοντας τις εισηγήσεις των παιδιών χρησιμοποιεί χειρονομία ανάμεικτου χαρακτήρα για να τις εφαρμόσει. Στη συνέχεια προβάλει το βίντεο με τη χειρονομία που φαίνεται πιο κάτω και τη συνοδεύει λεκτικά με τα εξής λόγια: «*Τοποθετώ το ένα μου χέρι πάνω όπως το ένα σχήμα και το άλλο μου χέρι κάτω όπως το άλλο σχήμα. Μετακινώ το σχήμα που είναι πάνω προς τα κάτω μέχρι να ενωθούν και τα δύο σχήματα.*». Μέσα από τα λόγια της αυτά καλεί τα παιδιά να επαναλάβουν τη χειρονομία και δίνει την ελευθερία στα ίδια να παράγουν κι αυτά χειρονομίες αν υπάρχουν διαφορετικές απόψεις στην τάξη. Στα πλαίσια της συζήτησης η εκπαιδευτικός παρακινεί τα παιδιά να εκφραστούν τόσο λεκτικά όσο και με το σώμα τους για να δείξουν την έννοια της μετατόπισης.

Πίνακας 3.5

Πρώτη Δραστηριότητα Σχεδίου Μαθήματος 1Α

Εικονική Αναπαράσταση	Μαθηματική έννοια	Χειρονομία (βίντεο)	Επέκταση 1ης Δραστηριότητας
	Σύνθεση με μετατόπιση σχήματος προς τα πάνω ή αντίστροφα		

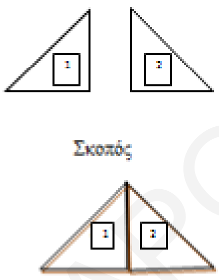
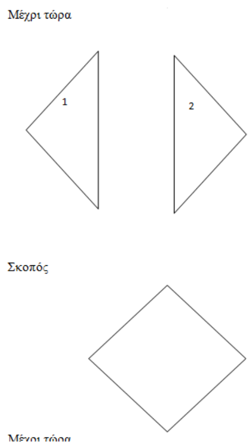
Από την άλλη, στην πειραματική ομάδα ΠΟ2 η εκπαιδευτικός ακολουθεί την πορεία που περιγράφεται πιο πάνω στην πειραματική ομάδα ΠΟ1, αλλά δε προτρέπει τα παιδιά να παράγουν χειρονομίες (ούτε δικές τους ελεύθερα, ούτε να επαναλάβουν αυτές που βλέπουν στο βίντεο). Τέλος, στην πειραματική ομάδα ΠΟ3 μιας που δε θα έρθει σε επαφή με τις κινήσεις των χεριών, δεν θα προβληθεί σε αυτήν το βίντεο. Η συζήτηση εδώ θα γίνει λεκτικά και με τη χρήση πραγματικών αντικειμένων.

Η πρώτη δραστηριότητα αυτή επεκτείνεται (βλέπε Πίνακα 3.5) με τη σύνθεση ενός σχήματος, που δομείται από δύο υποσχήματα, χωρίς διακεκομμένες γραμμές.

Η επόμενη δραστηριότητα ακολουθεί την ίδια πορεία με την προηγούμενη δραστηριότητα, αλλά με τα σχήματα που παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.6, τα οποία απαιτούν μετατόπισης προς τα αριστερά ή αντίστροφα. Ειδικότερα, στην πειραματική ομάδα ΠΟ1 ο εκπαιδευτικός παράγει την χειρονομία που φαίνεται και στον Πίνακα πιο κάτω λέγοντας: «*Τοποθετώ το ένα μου χέρι στη θέση του ενός σχήματος και το άλλο μου χέρι στη θέση του άλλου σχήματος. Μετακινώ το σχήμα 1 προς τα δεξιά μέχρι να ενωθούν και τα δύο σχήματα*». Ως επέκταση της δραστηριότητας 2 δίνεται σχήμα χωρίς εσωτερικές διαχωριστικές γραμμές (βλέπε Πίνακα 3.6).

Πίνακας 3.6

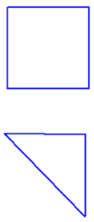
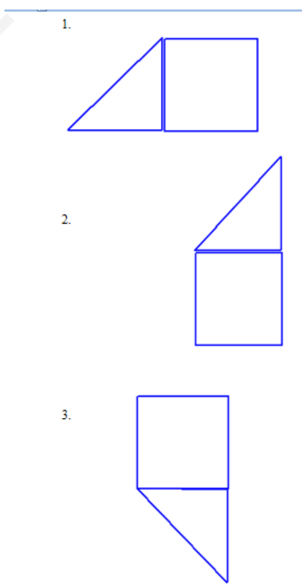
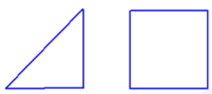
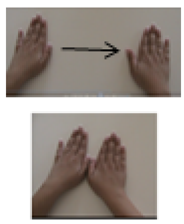
Δεύτερη Δραστηριότητα Σχεδίου Μαθήματος 1Α

Εικονική Αναπαράσταση	Μαθηματική έννοια	Χειρονομία (βίντεο)	Επέκταση 2ης Δραστηριότητας
	Σύνθεση με μετατόπιση σχήματος προς τα αριστερά ή αντίστροφα		

Η δραστηριότητα 3 του σχεδίου μαθήματος 1 (βλέπε Πίνακας 3.7) αφορά τη σύνθεση σχημάτων με τη χρήση του γεωμετρικού μετασχηματισμού της μετατόπισης του ενός εκ των δύο σχημάτων προς τα πάνω-κάτω ή δεξιά-αριστερά. Εδώ, η πειραματική ομάδα ΠΟ1 παρακολουθεί το βίντεο με τη χειρονομία που προσδιορίζει τον τρόπο μετακίνησης του ενός σχήματος για να συνδεθεί με το άλλο. Συγκεκριμένα για το πρώτο σχήμα η εκπαιδευτικός και στις τρεις ομάδες παρέμβασης θα πει ότι «κρατούμε το ένα σχήμα σταθερό και περιστρέφουμε το άλλο προς τα δεξιά κάτω» ενώ για το δεύτερο σχήμα θα αναφέρει ότι «κρατούμε το ένα σχήμα σταθερό και περιστρέφουμε το άλλο προς τα αριστερά πάνω μέχρι να ενωθούν». Πρέπει να αναφέρουμε ότι δίνονται τρεις επιλογές από γεωμετρικές συνθέσεις, από τις οποίες καλούνται να διαλέξουν την αρμόζουσα κάθε φορά. Τα παιδιά από όλες τις ομάδες έρευνας κάνουν προβλέψεις για τις τελικές γεωμετρικές συνθέσεις τις οποίες καλούνται να μελετήσουν με πραγματικά υλικά (κινέζικο τετράγωνο) στη συνέχεια.

Πίνακας 3.7

Τρίτη Δραστηριότητα Σχεδίου Μαθήματος 1Α

Εικονική Αναπαράσταση	Μαθηματική έννοια	Χειρονομία (βίντεο)	Επιλογές
	Σύνθεση με μετατόπιση σχήματος προς τα κάτω ή αντίστροφα	 	
	Σύνθεση με μετατόπιση προς τα δεξιά ή αντίστροφα		

Ανάλυση Σχεδίου Μαθήματος 1Β

Το δεύτερο μέρος του πρώτου σχεδίου μαθήματος καταπιάνεται με την έννοια της ανάλυσης σχημάτων με δύο υποσχήματα με τη χρήση της μετατόπισης και της συμπλήρωσης μέρους του σχήματος. Το μάθημα αρχίζει με τη φιγούρα του Μάγο Αστρούλη να ζητάει από τα παιδιά να αποσυνθέσουν γεωμετρικές συνθέσεις για να χρησιμοποιήσει τα επιμέρους σχήματα στη δημιουργία άλλων ομπρελών (γεωμετρικών συνθέσεων).

Στην πρώτη δραστηριότητα προβάλλεται η γεωμετρική σύνθεση-ομπρέλα που πρόκειται να αποσυνδεθεί. Η σύνθεση αυτή παρουσιάζει εσωτερική διαχωριστική γραμμή όπως φαίνεται και στον Πίνακα 3.8. Τα παιδιά για να αποσυνθέσουν τη συγκεκριμένη γεωμετρική σύνθεση θα πρέπει να μετατοπίσουν το ένα σχήμα προς τα πάνω ή αντίστροφα. Ακολουθείτε η πορεία δραστηριότητας που περιγράφηκε και νωρίτερα στο σχέδιο μαθήματος 1Α.

Στην πειραματική ομάδα ΠΟ1 κατά τη διάρκεια διατύπωσης των προβλέψεων των παιδιών η εκπαιδευτικός επιτείνει την προσοχή των παιδιών στην παραγωγή των κινήσεων των χεριών ως μέσο εύρεσης του τρόπου ανάλυσης της γεωμετρικής σύνθεσης και αναφέρει τις εξής ερωτήσεις:

«*Μπορεί κάποιος να προσπαθήσει να μου το δείξει με τα χέρια του;*

-Σκεφτείτε πώς τοποθετούμε τα χέρια μας όταν δύο σχήματα είναι ενωμένα; Μπορεί κάποιος να μου δείξει; Τώρα που δεν θα είναι ενωμένα πώς θα πρέπει να τοποθετήσω τα χέρια μου.

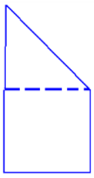
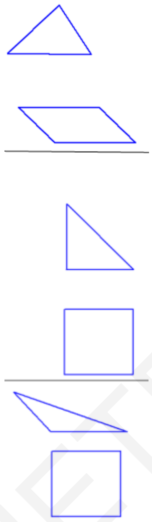
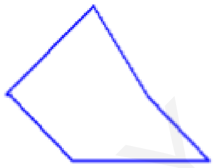
-Θυμηθείτε ότι κάθε φορά μόνο ένα σχήμα μετακινείται; Προς τα πού νομίζετε θα μετακινηθεί; Πάνω , κάτω , δεξιά ή αριστερά; Προσπαθήστε τώρα ξανά με τα χεράκια σας και δείξτε και πέστε μου τι άραγε θα συμβεί;».

Έπειτα, προβάλλονται οι τρεις επιλογές ανάλυσης (βλέπε Πίνακα 3.8) και τα παιδιά κόβουν τη σύνθεση στα επιμέρους σχήματά της. Η εκπαιδευτικός ενθαρρύνει τα παιδιά να παράγουν με τα χέρια τους το γεωμετρικό μετασχηματισμό και να εκφραστούν λεκτικά για αυτό λέγοντας η ίδια: «*Στην αρχή τα δύο σχήματα ήταν ενωμένα. Ενώστε τα χέρια σας. Μετά το ένα σχήμα μετακινήθηκε προς τα πάνω. Μετακινείστε το ένα σας χέρι προς τα πάνω.*». Στη συνέχεια, προβάλλεται το βίντεο με τη χειρονομία και τα παιδιά εκτελούν την ενέργεια με τα υποσχήματα τους. Τέλος, γίνεται στην ολομέλεια ο μετασχηματισμός στο φανελογράφο. Η δραστηριότητα αυτή επεκτείνεται με την ανάλυση γεωμετρικής σύνθεσης (βλέπε Πίνακα 3.8) χωρίς εσωτερικές διαχωριστικές γραμμές.

Από την άλλη, στην πειραματική ομάδα ΠΟ2, ακολουθείται η ίδια πορεία μαθήματος με τη διαφορά ότι εδώ τα παιδιά δεν θα καλεστούν να εκτελέσουν με τα χέρια τους κανένα γεωμετρικό μετασχηματισμό. Προβάλλονται οι χειρονομίες και εκφράζονται μόνο λεκτικά οι μετασχηματισμοί. Ενώ, στην πειραματική ομάδα ΠΟ3 δεν προβάλλεται το βίντεο ούτε παράγονται σκόπιμες χειρονομίες για το γεωμετρικό μετασχηματισμό. Έτσι, εκφράζεται μόνο λεκτικά η εκπαιδευτικός για τον μετασχηματισμό.

Πίνακας 3.8

Πρώτη Δραστηριότητα Σχεδίου Μαθήματος 1Β

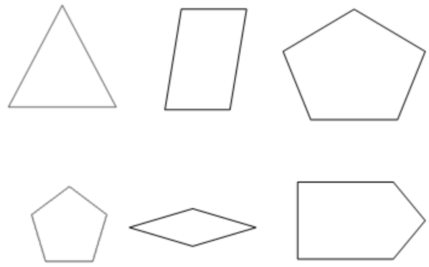
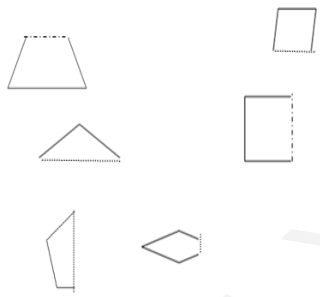
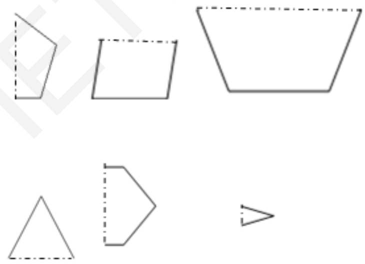
Εικονική Αναπαράσταση	Μαθηματική έννοια	Χειρονομία (βίντεο)	Επιλογές	Επέκταση 1^{ης} Δραστηριότητας
	Ανάλυση με μετατόπιση σχήματος προς τα πάνω ή αντίστροφα			

Στη 2^{η} δραστηριότητα τα παιδιά παίζουν ένα παιχνίδι όπου καλούνται να συμπληρώσουν ένα σχήμα και να το επαναφέρουν στην αρχική του μορφή πριν από την ανάλυση του. Στον Πίνακα 3.9 παρουσιάζονται τα σχήματα πριν από την ανάλυση τους και τα κομμάτια που προέκυψαν μετά από διαχωρισμό τους.

Τα ολοκληρωμένα σχήματα προβάλλονται στον πίνακα της τάξης, ενώ τα μέρη τους βρίσκονται το ένα στο ζάρι και το άλλο στο χαλί. Τα παιδιά ρίχνουν ζάρι και ανάλογα με το σχήμα προκύπτει αναζητούν στο χαλί το συμπλήρωμα του στηριζόμενοι στην εικονική αναπαράσταση του στον πίνακα της τάξης. Η δραστηριότητα αυτή εκτελείται με τον ίδιο τρόπο σε όλες τις ομάδες (ΠΟ1, ΠΟ2 και ΠΟ3), μιας που δεν προβάλλονται ή παράγονται από την εκπαιδευτικό σκόπιμες χειρονομίες. Παρόλα αυτά, στην πειραματική ομάδα ΠΟ1 η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν τις κινήσεις των χεριών τους λέγοντας: «*Τώρα που τα δύο κομμάτια δεν είναι ενωμένα πώς μοιάζουν; Δείξε μου με τα χέρια σου. Όταν μετακινήσεις το ένα κομμάτι τι θα γίνει; Δείξε μου την κίνηση με τα χέρια σου.*».

Πίνακας 3.9

Δεύτερη Δραστηριότητα Σχεδίου Μαθήματος 1Β

Σχήματα που θα φτιάξουν με το παιχνίδι		
Επαναφορά Σχήματος (restoration - συμπλήρωση μέρους του σχήματος)	Σχήματα που υπάρχουν στις έξι έδρες του ζαριού	Σχήματα που υπάρχουν στο χαλί
		

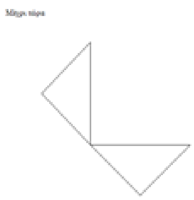
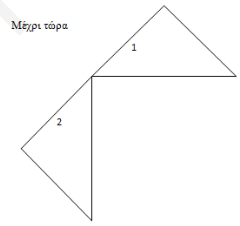
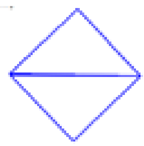
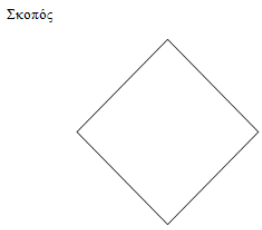
Ανάλυση Σχεδίου Μαθήματος 2Α

Το πρώτο μέρος του δεύτερου σχεδίου μαθήματος ασχολείται με την έννοια της σύνθεσης σχημάτων με δύο υποσχήματα με τη χρήση της περιστροφής. Η πορεία του σχεδίου μαθήματος αρχίζει με τη μέλισσα-ρομπότ, έπειτα από κατευθυντήριες οδηγίες που τα παιδιά ρυθμίζουν σε αυτή, να αναζητάει τη φιγούρα του ήρωα (Μπέλα Κορδέλα) του παραμυθιού «Η Μπέλα Κορδέλα στο Καπελάδικο» με τον οποίο ασχολείται η παρούσα διδασκαλία. Έπειτα, η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να συνεργαστούν με την Έλλη και τη Νεφέλη για να βοηθήσουν την Μπέλα Κορδέλα να φτιάξει παράξενα καπέλα.

Στην πρώτη δραστηριότητα προβάλλεται στο βιντεοπροβολέα η εικονική αναπαράσταση μιας γεωμετρικής σύνθεσης με δύο σχήματα με εσωτερική διαχωριστική γραμμή (βλέπε Πίνακα 3.10). Η πορεία της συγκεκριμένης δραστηριότητας είναι πανομοιότυπη με τα προηγούμενα σχέδια μαθήματος. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι η εκπαιδευτικός στην πειραματική ομάδα ΠΟ1 κατά την παραγωγή της χειρονομίας του γεωμετρικού μετασχηματισμού της περιστροφής προς τα δεξιά για τη σύνθεση του σχήματος αναφέρει: «*Τοποθετώ το ένα μου χέρι όπως το ένα σχήμα και το άλλο μου χέρι όπως το άλλο σχήμα. Περιστρέφω το ένα σχήμα προς τα δεξιά μέχρι να ενωθούν και τα δύο σχήματα.*». Στη συνέχεια, η ίδια καλεί τα παιδιά να προσπαθήσουν να εκτελέσουν αυτό που το βίντεο αναφέρει και να φτιάξουν δικές τους χειρονομίες που να αναπαριστούν το γεωμετρικό μετασχηματισμό. Ως επέκταση της δραστηριότητας αυτής δίνεται ένα σχήμα χωρίς εσωτερικές διαχωριστικές γραμμές (βλέπε Πίνακα 3.10).

Πίνακας 3.10

Πρώτη Δραστηριότητα Σχεδίου Μαθήματος 2Α

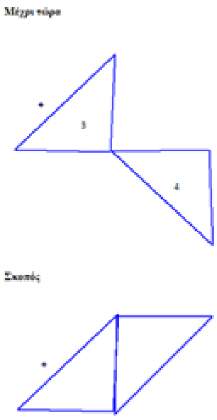
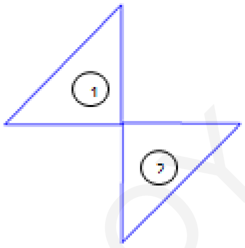
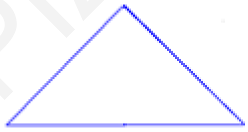
Εικονική Αναπαράσταση	Μαθηματική έννοια	Χειρονομία (βίντεο)	Επέκταση Δραστηριότητας
	Σύνθεση με περιστροφή σχήματος προς τα δεξιά		
Σκοπός 			

Η 2η δραστηριότητα στόχο έχει τη σύνθεση σχήματος (με εσωτερικές διαχωριστικές γραμμές) με δύο υποσχήματα μέσα από τη χρήση του μετασχηματισμού της περιστροφής προς τα αριστερά. Δίνεται στα παιδιά μέσα από το βιντεοπροβολέα τα δύο σχήματα και το τελικό αποτέλεσμα της σύνθεσης για να προβλέψουν το γεωμετρικό μετασχηματισμό που εφαρμόστηκε σε αυτά (βλέπε Πίνακα 3.11).

Η συζήτηση στην κάθε ομάδα παρέμβασης διαφέρει ανάλογα με τον τρόπο ύπαρξης και χειρισμού των χειρονομιών. Η πορεία δραστηριότητα ακολουθεί το μοτίβο που περιγράφηκε και πιο πάνω. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στο λεξιλόγιο που τα παιδιά χρησιμοποιούν κατά την περιστροφή του σχήματος. Η δραστηριότητα αυτή επεκτείνεται με μια γεωμετρική σύνθεση χωρίς εσωτερικές διαχωριστικές γραμμές με δύο υποσχήματα (βλέπε Πίνακα 3.11).

Πίνακας 3.11

Δεύτερη Δραστηριότητα Σχεδίου Μαθήματος 2Α

Εικονική Αναπαράσταση	Μαθηματική έννοια	Χειρονομία (βίντεο)	Επέκταση Δραστηριότητας
	Σύνθεση με περιστροφή σχήματος προς τα αριστερά		 Στόχος 

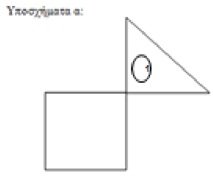
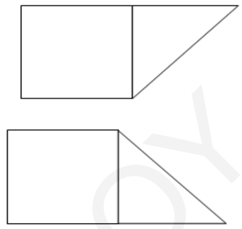
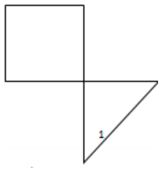
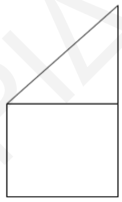
Ανάλυση Σχεδίου Μαθήματος 2Β

Το δεύτερο μέρος του δεύτερου σχεδίου μαθήματος εξετάζει με την έννοια της σύνθεσης και ανάλυσης σχημάτων με δύο υποσχήματα με τη χρήση της περιστροφής. Η φιγούρα της Μπέλας Κορδέλας εμφανίζεται στο κουκλοθέατρο και καλεί τα παιδιά να τη βοηθήσουν σε μια ακόμη αποστολή. Έτσι, στην πρώτη δραστηριότητα προβάλλεται αρχικά μια σύνθεση με δύο σχήματα που για να ενωθούν πρέπει να περιστραφεί το ένα προς τα αριστερά ή αντίστροφα και ακολούθως μια δεύτερη σύνθεση (βλέπε Πίνακα 3.12).

Πρέπει να σημειωθεί ότι δίνονται τρεις επιλογές (με εσωτερικές διαχωριστικές γραμμές) για να επιλέξουν την αρμόζουσα για την κάθε περίπτωση σύνθεσης σχημάτων. Αφού τα παιδιά κάνουν τις προβλέψεις τους, στην πειραματική ομάδα ΠΟ1 παράγουν χειρονομίες για το μετασχηματισμό και τις συνοδεύουν λεκτικά «*Τοποθετώ το ένα μου χέρι όπως το ένα σχήμα και το άλλο μου χέρι όπως το άλλο σχήμα. Περιστρέφω το ένα σχήμα προς τα αριστερά μέχρι να ενωθούν και τα δύο σχήματα.*».

Πίνακας 3.12

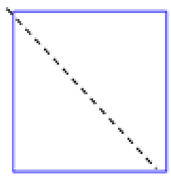
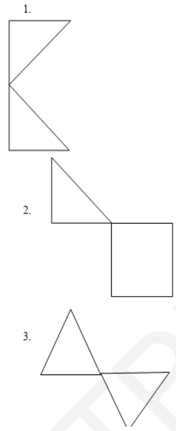
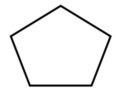
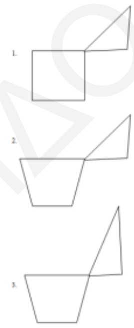
Πρώτη Δραστηριότητα Σχεδίου Μαθήματος 2Β

Εικονική Αναπαράσταση	Μαθηματική έννοια	Χειρονομία (βίντεο)	Επιλογές
	Σύνθεση με περιστροφή σχήματος προς τα (κάτω) αριστερά		
	Σύνθεση σχημάτων με περιστροφή προς τα (πάνω) αριστερά		

Στην δεύτερη δραστηριότητα τα παιδιά καλούνται να αποσυνθέσουν μια σύνθεση με εσωτερικές διαχωριστικές γραμμές χρησιμοποιώντας περιστροφή του ενός σχήματος προς τα δεξιά (βλέπε Πίνακα 3.13). Τα παιδιά καλούνται να κάνουν προβλέψεις έχοντας στη διάθεσή τους τρία σχήματα ως επιλογές για τον τρόπο ανάλυσης του σχήματος σε επιμέρους σχήματα. Έπειτα, για τον έλεγχο των υποθέσεών τους, εκτελούσαν στην πράξη την ανάλυση του σχήματος (κόψιμο χαρτιού). Τέλος, μέσα από την ανάλυση του σχήματος καταλήγουν σε συμπεράσματα (εγκυροποιώντας ή απορρίπτοντας τις αρχικές τους υποθέσεις) για το μετασχηματισμό που αρμόζει σύμφωνα με τα επιμέρους σχήματα. Στην πειραματική ομάδα ΠΟ1 η εκπαιδευτικός συνοδεύει τη χειρονομία της με τα εξής λόγια: «*Στην αρχή τα δύο σχήματα ήταν ενωμένα. Ενώστε τα χέρια σας. Μετά το ένα σχήμα περιστράφηκε προς τα αριστερά*». Η πορεία διδασκαλίας παραμένει η ίδια με προηγουμένως και η δραστηριότητα επεκτείνεται με μια ανάλογη γεωμετρική σύνθεση δύο σχημάτων χωρίς εσωτερικές διαχωριστικές γραμμές (βλέπε Πίνακα 3.13).

Πίνακας 3.13

Δεύτερη Δραστηριότητα Σχεδίου Μαθήματος 2Β

Εικονική Αναπαράσταση	Μαθηματική έννοια	Χειρονομία (βίντεο)	Επιλογές	Επέκταση
Σχήμα 1 	Ανάλυση με περιστροφή σχήματος προς τα δεξιά			 Επιλογές 

Ανάλυση Σχεδίου Μαθήματος 3 - Ελεύθερων Δραστηριοτήτων

Το τρίτο σχέδιο μαθήματος δεν αποτελεί διδασκαλία αλλά μέρος των ελεύθερων δραστηριοτήτων. Οι δραστηριότητες του αφορούν την έννοια της δόμησης και περιγραφής γεωμετρικών συνθέσεων. Πρέπει να σημειωθεί ότι το συγκεκριμένο σχέδιο μαθήματος έχει εφαρμοστεί το ίδιο σε όλες τις ομάδες του παρεμβατικού προγράμματος (ΠΟ1, ΠΟ2 και ΠΟ3), μιας που δεν υπάρχει σκόπιμη προβολή ή παραγωγή χειρονομιών.

Στην πρώτη δραστηριότητα τα παιδιά κλήθηκαν να συναρμολογήσουν 2 ή περισσότερα κομμάτια από το υλικό Κινέζικο Τετράγωνο (tangrams) για να φτιάξουν τετράγωνα, έχοντας μπροστά τους την εικόνα του τετραγώνου.

Στη δεύτερη δραστηριότητα τα παιδιά χρησιμοποίησαν Σχήματα Μοτίβου (Pattern block) για να φτιάξουν γεωμετρικές συνθέσεις και να τις περιγράψουν σε ένα άλλο παιδί για να μπορέσει να φτιάξει κι αυτό την ίδια σύνθεση χωρίς όμως να δει τη σύνθεσή του. Αφού κάνουν και τα δύο παιδιά τη σύνθεση, τα δύο παιδιά συγκρίνουν τις συνθέσεις τους. Επαναλαμβάνεται η διαδικασία αυτή αντίστροφα και από το άλλο παιδί.

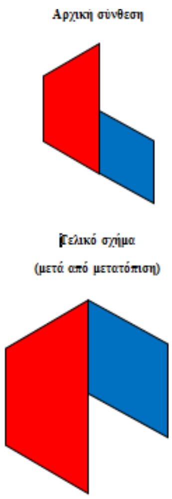
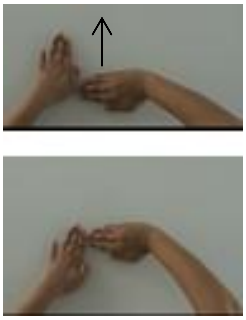
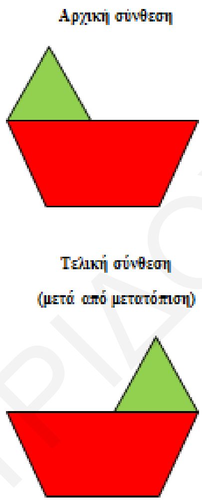
Ανάλυση Σχεδίου Μαθήματος 4

Το τέταρτο σχέδιο μαθήματος μελετά την έννοια της αναδιοργάνωση γεωμετρικών συνθέσεων με δύο και τρία υποσχήματα με τη χρήση της μετατόπισης και της περιστροφής. Το σχέδιο μαθήματος αρχίζει με τη δόμηση μιας γεωμετρικής σύνθεσης με τη χρήση δύο σχημάτων μοτίβου (Pattern block) από ένα παιδί στον μαγνητικό πίνακα. Αφού τα παιδιά φτιάχνουν την ίδια σύνθεση στα μαγνητικά τους πινακάκια, το παιδί στην ολομέλεια κάνει ένα μετασχηματισμό στη σύνθεση του μαγνητικού πίνακα και επεξηγεί στα υπόλοιπα παιδία τι έκανε για να το επαναλάβουν κι αυτοί στα πινακάκια τους. Τέλος, συγκρίνεται η γεωμετρική σύνθεση του παιδιού στον πίνακα με αυτές των παιδιών της τάξης και συζητιούνται τυχόν αποκλίσεις. Οι δραστηριότητες που ακολουθούν έχουν πανομοιότυπη πορεία.

Στην πρώτη δραστηριότητα, η εκπαιδευτικός κατασκευάζει μια γεωμετρική σύνθεση στο μαγνητικό πίνακα της τάξης (βλέπε Πίνακα 3.14) και αφού τα παιδιά την φτιάξουν στα προσωπικά πινακάκιά τους προβάλλει τη τελική σύνθεση για να προβλέψουν το γεωμετρικό μετασχηματισμό που έτυχαν τα σχήματα αυτά. Η ίδια καλεί τα παιδιά να εκφραστούν λεκτικά για αυτό τον μετασχηματισμό πριν τον εφαρμόσουν στα σχήματα μοτίβου που έχουν στα πινακάκιά τους. Στις πειραματικές ομάδες ΠΟ1 και ΠΟ2 προβάλλεται το βίντεο με τη χειρονομία (και μόνο στην πειραματική ομάδα ΠΟ1 θα την αναπαράγουν) λέγοντας: «*Τοποθετώ το ένα μου χέρι πάνω όπως το κόκκινο σχήμα και το άλλο μου χέρι κάτω όπως το μπλε σχήμα. Μετακινώ το σχήμα προς τα πάνω μέχρι να φτάσω στο τέλος του κόκκινου σχήματος*». Ενώ στην πειραματική ομάδα ΠΟ3 η εκπαιδευτικός αναφέρει απλά ότι: «*Κρατούμε το κόκκινο σχήμα σταθερό και μετακινούμε το μπλε σχήμα προς τα πάνω μέχρι να φτάσει στο τέλος του κόκκινου σχήματος*». Στο τέλος, γίνεται ο έλεγχος στον μαγνητικό πίνακα της τάξης όπου ένα παιδί δείχνει και θα επεξηγεί το μετασχηματισμό. Επεκτείνοντας τη δραστηριότητα αυτή δίνεται στα παιδιά μια άλλη γεωμετρική σύνθεση (βλέπε Πίνακα 3.14) που απαιτεί μετατόπιση του πράσινου σχήματος από τα αριστερά προς τα δεξιά μέχρι να φτάσει το τέλος του κόκκινου σχήματος.

Πίνακας 3.14

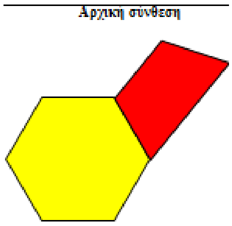
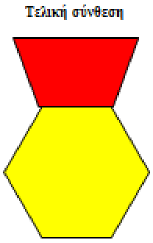
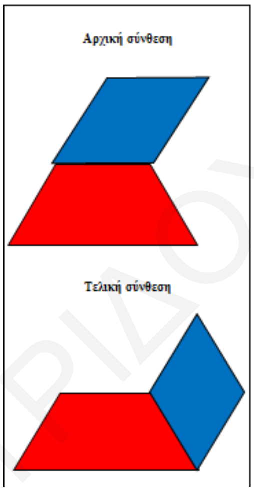
Πρώτη Δραστηριότητα Σχεδίου Μαθήματος 4

Εικονική Αναπαράσταση	Μαθηματική έννοια	Χειρονομία (βίντεο)	Επέκταση Δραστηριότητας
	Αναδιοργάνωση με μετατόπιση σχήματος μπλε σχήματος προς τα πάνω		

Στη δεύτερη δραστηριότητα έχει δομηθεί μια γεωμετρική σύνθεση με δύο σχήματα των σχημάτων μοτίβου (βλέπε Πίνακα 3.15) που για να φτάσουν τα παιδιά στο τελικό αποτέλεσμα αναδιοργάνωσης της σύνθεσης πρέπει να περιστρέψουν το κόκκινο σχήμα προς τα αριστερά. Η πορεία της δραστηριότητας είναι η ίδια με την προηγούμενη. Στις πειραματικές ομάδες ΠΟ1 και ΠΟ2 προβάλλεται το βίντεο με τη χειρονομία (και μόνο στην πειραματική ομάδα ΠΟ1 θα την αναπαράγουν) λέγοντας: «*Τοποθετώ το ένα μου χέρι πάνω όπως το κίτρινο σχήμα και το άλλο μου χέρι κάτω όπως το κόκκινο σχήμα. Περιστρέφω το κόκκινο σχήμα προς τα αριστερά μέχρι να ενωθεί με το κίτρινο σχήμα*». Ενώ η εκπαιδευτικός στην πειραματική ομάδα ΠΟ3 αναφέρει ότι «*αφήνουμε ακίνητο το κίτρινο σχήμα και περιστρέφουμε το κόκκινο σχήμα προς τα αριστερά μέχρι να ενωθεί ξανά με το κίτρινο σχήμα*». Ως επέκταση της δραστηριότητας αυτής έχει δοθεί στα παιδιά μια σύνθεση δύο σχημάτων (βλέπε Πίνακα 3.15) η οποία απαιτεί περιστροφή του μπλε σχήματος προς τα δεξιά μέχρι να ενωθεί ξανά με το κόκκινο σχήμα.

Πίνακας 3.15

Δεύτερη Δραστηριότητα Σχεδίου Μαθήματος 4

Εικονική Αναπαράσταση	Μαθηματική έννοια	Χειρονομία (βίντεο)	Επέκταση Δραστηριότητας
 	Αναδιοργάνωση με περιστροφή κόκκινου σχήματος προς τα αριστερά	 	

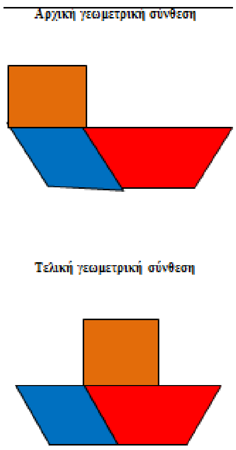
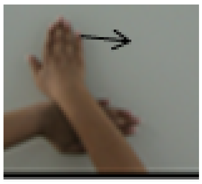
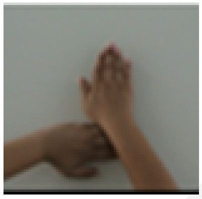
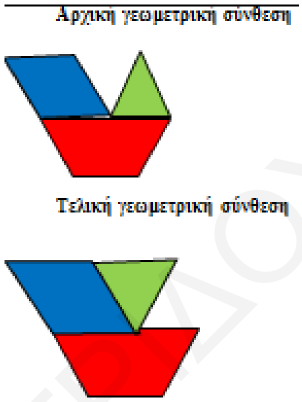
Στην τρίτη δραστηριότητα έχει δομηθεί γεωμετρική σύνθεση με τρία σχήματα (βλέπε Πίνακα 3.16), όπου απαιτείται ο γεωμετρικός μετασχηματισμός της μετατόπιση του πορτοκαλί σχήματος προς τα δεξιά. Η πορεία δραστηριότητας παραμένει η ίδια με τις προηγούμενες.

Συγκεκριμένα τώρα στις πειραματικές ομάδες ΠΟ1 και ΠΟ2 προβάλλεται το βίντεο με τη χειρονομία (και μόνο στην πειραματική ομάδα ΠΟ1 την αναπαράγουν) λέγοντας: «Τοποθετώ το ένα μου χέρι πάνω όπως το πορτοκαλί σχήμα και το άλλο μου χέρι κάτω όπως τα σχήματα μπλε και κόκκινο. Μετακινώ το σχήμα προς τα δεξιά». Στην πειραματική ομάδα ΠΟ3 η εκπαιδευτικός αναφέρει ότι «κρατούμε τα δύο σχήματα ακίνητα και μετακινούμε το πορτοκαλί σχήμα προς τα δεξιά μέχρι να φύγει ολόκληρο από το μπλε σχήμα».

Έχει επεκταθεί η δραστηριότητα με μια άλλη σύνθεση τριών σχημάτων (βλέπε Πίνακα 3.16) η οποία απαιτεί αναδιοργάνωση με περιστροφή του πράσινου σχήματος προς τα αριστερά μέχρι να ενωθεί ξανά με το μπλε σχήμα.

Πίνακας 3.16

Τρίτη Δραστηριότητα Σχεδίου Μαθήματος 4

Εικονική Αναπαράσταση	Μαθηματική έννοια	Χειρονομία (βίντεο)	Επέκταση Δραστηριότητας
	Αναδιοργάνωση με μετατόπιση σχήματος πορτοκαλί σχήματος προς τα δεξιά	 	

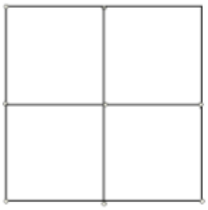
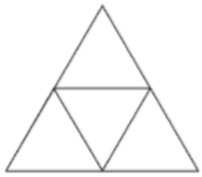
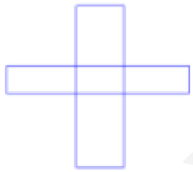
Ανάλυση Σχεδίου Μαθήματος 5

Το πέμπτο σχέδιο μαθήματος ασχολείται με δύο έννοιες, την έννοια της αναγνώρισης εμφανών ή μη σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις και την έννοια της δόμησης γεωμετρικών συνθέσεων με πολλαπλούς τρόπους. Πρέπει να σημειωθεί ότι το συγκεκριμένο σχέδιο μαθήματος έχει εφαρμοστεί το ίδιο σε όλες τις ομάδες του παρεμβατικού προγράμματος (ΠΟ1, ΠΟ2 και ΠΟ3), μιας που δεν υπάρχει σκόπιμη προβολή ή παραγωγή χειρονομιών.

Το μάθημα αρχίζει με τη φιγούρα του Μάγου Αστρούλη να ζητάει από τα παιδιά να επιλύσουν τρεις αποστολές. Στην πρώτη δραστηριότητα στόχο έχει να αναγνωρίσουν τα παιδιά εμφανή ή μη εμφανή σχήματα σε γεωμετρικές συνθέσεις. Εδώ, τα παιδιά καλούνται να εντοπίσουν πόσα τετράγωνα κρύβονται σε μια γεωμετρική σύνθεση και ακολούθως πόσα τρίγωνα κρύβονται σε μια άλλη (βλέπε Πίνακα 3.17). Τα παιδιά αφού κάνουν τους υπολογισμούς τους επαληθεύουν τις απαντήσεις τους με τη χρήση διαφανειών διαφορετικών χρωμάτων που καλύπτουν την επιφάνεια της σύνθεσης. Ως επέκταση της δραστηριότητας αυτή έχει δοθεί μια σύνθεση με ορθογώνια.

Πίνακας 3.17

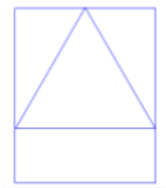
Πρώτη Δραστηριότητα Σχεδίου Μαθήματος 5

Αναγνώριση Σχήματος	Τετράγωνα	Τρίγωνα	Ορθογώνια (Επέκταση)
Εικονική Αναπαράσταση			
Αριθμός Σχημάτων προς αναγνώριση	Πέντε (1 μεγάλο και 4 μικρά)	Πέντε (1 μεγάλο και 4 μικρά ισόπλευρα τρίγωνα)	Έντεκα (2 μεγάλα, 4 μέτρια και 5 μικρά)

Στη δεύτερη δραστηριότητα τα παιδιά καλούνται να εντοπίσουν ποια σχήματα χρησιμοποίησαν η Έλλη και η Νεφέλη για να φτιάξουν την ίδια γεωμετρική σύνθεση (βλέπε Πίνακα 3.18) με δύο τρόπους, η πρώτη με 2 σχήματα και η άλλη με 4 σχήματα. Πραγματοποιείται συζήτηση στην ολομέλεια για τα σχήματα της Έλλης και μετά για τα σχήματα της Νεφέλης. Στην πρώτη συζήτηση δίνονται και οι δύο διαφορετικοί τρόποι αντίληψης των δύο σχημάτων (είτε ένα τρίγωνο που διαπερνάται από ένα ορθογώνιο είτε ένα ορθογώνιο που διαπερνάται από ένα τρίγωνο). Εδώ, απαιτείται αποδόμηση διαστάσεων από τη δισδιάστατη γεωμετρική σύνθεση σχημάτων σε μονοδιάστατα ευθύγραμμα τμήματα για να εντοπίσουν τα σχήματα αυτά. Για επαλήθευση χρησιμοποιούνται διαφάνειες διαφορετικών χρωμάτων για να προβληθούν οι δύο διαφορετικοί τρόποι δόμησης της γεωμετρικής σύνθεσης.

Πίνακας 3.18

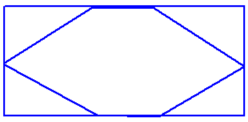
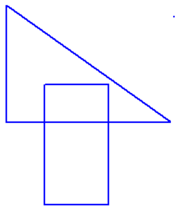
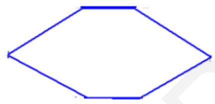
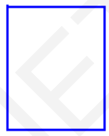
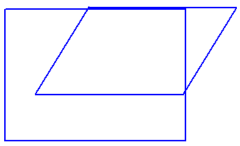
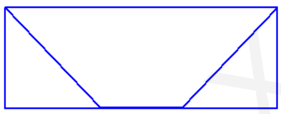
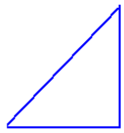
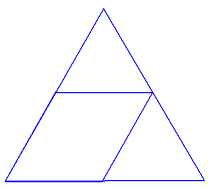
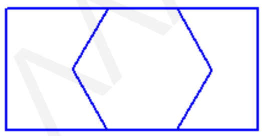
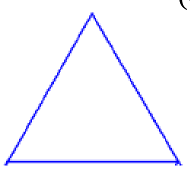
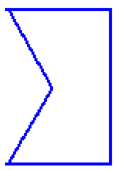
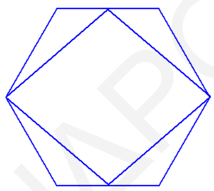
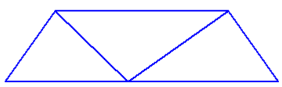
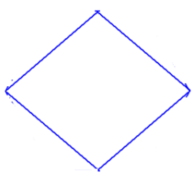
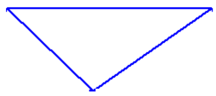
Δεύτερη Δραστηριότητα Σχεδίου Μαθήματος 5

Εικονική Αναπαράσταση Γεωμετρικής Σύνθεσης	**Δύο τρόποι αντίληψης σχημάτων της γεωμετρικής σύνθεσης**	
	Τέσσερα σχημάτα: 3 τριγώνα (δύο ορθογώνιων τριγώνων, ένα ισόπλευρο τρίγωνο) και 1 ορθογώνιο	Δύο σχήματα: 1 ορθογώνιο και 1 ισόπλευρο τρίγωνο

Τέλος, στην τρίτη δραστηριότητα τα παιδιά παίζουν παιχνίδι τόμπολας με γεωμετρικές συνθέσεις (βλέπε Πίνακα 3.19). Εδώ τα παιδιά καλούνται να αναγνωρίσουν εμφανή ή μη εμφανή σχήματα σε γεωμετρικές συνθέσεις. Δίνονται δύο είδη καρτών με τέσσερις διαφορετικές συνθέσεις η κάθε μία. Κάθε παιδί παίρνει μόνο μια κάρτα.

Πίνακας 3.19

Τρίτη Δραστηριότητα Σχεδίου Μαθήματος 5

Γεωμετρικές Συνθέσεις Τόμπολας		**Σχήματα**
Κάρτα 1	**Κάρτα 2**	**Κληρωτίδας**
1. 	1. 	 (σχήμα 1 της κάρτας 1)  (σχήμα 1 της κάρτας 2)
2. 	2. 	 (σχήμα 2 της κάρτας 1)  (σχήμα 2 της κάρτας 2)
3. 	3. 	 (σχήμα 3 της κάρτας 1)  (σχήμα 3 της κάρτας 2)
4. 	4. 	 (σχήμα 4 της κάρτας 1)  (σχήμα 4 της κάρτας 2)

Τα σχήματα της κληρωτίδας είναι συγκεκριμένα (βλέπε Πίνακα 3.19) και παρουσιάζονται στα παιδιά με τον ίδιο προσανατολισμό που δίνεται πιο κάτω. Τα παιδιά κάθε φορά χρωματίζουν το σχήμα που δείχνει κληρωτίδα εάν εμπίπτει μέσα σε κάποια σύνθεση της κάρτας τους. Κάθε φορά το παιδί που εντοπίζει στην κάρτα του το υποσχήμα αναφέρει ποιο είναι και τη θέση του. Αυτός που καταφέρνει να χρωματίσει ένα από τα μικρότερα απλά σχήματα του σύνθετου σχήματος και στα τέσσερα σχήματα που έχει στη διάθεση του είναι νικητής και φωνάζει «Μπίνγκο».

Υλικό Επιμόρφωσης Εκπαιδευτικών

Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι όλοι οι εκπαιδευτικοί που έλαβαν μέρος στο παρεμβατικό πρόγραμμα είχαν επιμορφωθεί. Αρχικά, είχε πραγματοποιηθεί μια γενική ενημέρωση και εκπαίδευση για τις θεωρητικές και πρακτικές αρχές που διέπουν τα σχέδια μαθήματος που θα πραγματοποιήσουν. Έμφαση είχε δοθεί στη λειτουργική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος με ενδεικτικά παραδείγματα για την κάθε μία. Τονίστηκε η ανάγκη λεπτομερής και επακριβής εκτέλεσης των σχεδίων, με την ελευθερία πάντα μικρών τροποποιήσεων σε περίπτωση που απαιτείται από τη δομή της τάξης (π.χ. παιδιά με ειδικές ανάγκες), πάντα μετά από συνεννόηση με την ερευνήτρια. Στις πειραματικές ομάδες ΠΟ1 και ΠΟ2 είχε πραγματοποιηθεί ειδική επιμόρφωση για τις χειρονομίες και το ρόλο τους στην γεωμετρική εκπαίδευση των μικρών παιδιών.

Στη συνέχεια, έγιναν ξεχωριστές επιμορφώσεις για το κάθε σχέδιο μαθήματος πριν την εφαρμογή του, όπου παρουσιάστηκαν αναλυτικά οι στόχοι, οι δραστηριότητες και τα υλικά προς χρήση από τις εκπαιδευτικούς. Απτά παραδείγματα δίνονταν για περαιτέρω επεξηγήσεις.

Αναστοχαστικά Ημερολόγια

Ο αρχικός λόγος ύπαρξης των Αναστοχαστικών Ημερολόγιων πηγάζει από τη θεωρία του Dewey (1965) για την εκπαιδευτική πρακτική του αναστοχασμού. Ο ίδιος στηρίζει ότι ο αναστοχασμός κάνει το άτομο να μετασχηματίζει μια κατάσταση που έχει βιώσει κάποια αμφιβολία ή σύγκρουση – διαταραχή – σε μία κατάσταση σκεπτικισμού, ηρεμίας και σύνεσης (Dewey, 1933). Ειδικότερα, οι Schoenfeld και Kilpatrick (2008) εστιασμένοι στον τομέα των μαθηματικών αναφέρουν ότι ο αναστοχασμός (reflection) στην εκπαίδευση αφορά όχι μόνο το τι έγινε αλλά και το γιατί και το πώς θα μπορούσε να γινόταν αλλιώς, συσχετίζοντας το με την πορεία λύσης ενός προβλήματος στα μαθηματικά. Η διαδικασία καταγραφής των στοιχείων εκείνων που είτε βοήθησαν είτε εμπόδισαν την ομαλή έκβαση της διδασκαλίας των εννοιών κάνει το άτομο να αναπτύξει δεξιότητες αυτογνωσίας και αυτοκριτικής. Τα στοιχεία αυτά καθορίζουν και τα μελλοντικά μαθήματα προς διδασκαλία βελτιώνοντας κάθε φορά την επαγγελματική κατάρτιση του εκπαιδευτικού.

Έτσι λοιπόν, η κάθε εκπαιδευτικός που συμμετείχε σε παρεμβατικό πρόγραμμα είχε καλεστεί να συμπληρώσει ειδικό έντυπο αναστοχασμού ανά μάθημα διδασκαλίας. Ειδικότερα, στις πειραματικές ομάδες παρέμβασης οι εκπαιδευτικοί κλήθηκαν να αναστοχαστούν όχι μόνο για το περιεχόμενο των δραστηριοτήτων και τον τρόπο που εντάσσουν έννοιες γεωμετρίας, αλλά και για την εμπλοκή των χειρονομιών στη διδασκαλία της γεωμετρίας και για το ρόλο που τελικά αυτές διαδραματίζουν ανά δραστηριότητα και έννοια. Η δομή των εντύπων αποτελείτο από ερωτήσεις περιγραφής, αξιολόγησης και αναστοχασμού. Συγκεκριμένα, υπήρχαν τέσσερα βασικά μέρη προς ανάπτυξη. Το πρώτο μέρος περιελάμβανε τις γενικές παρατηρήσεις για τη διδασκαλία και εντυπώσεις που άφησε σε αυτούς η διεκπεραίωση της. Στο δεύτερο μέρος ασχολείται με την ανταπόκριση των παιδιών και με τις δυσκολίες που πιθανώς αντιμετώπισαν. Στη συνέχεια, το τρίτο μέρος αφορούσε μόνο τις πειραματικές ομάδες μιας που αναφέρεται στη συμβολή των χειρονομιών στη διδασκαλία. Τέλος, στο τέταρτο μέρος οι εκπαιδευτικοί καλούνταν να κάνουν εισηγήσεις για το τι θα άλλαζαν αν εφάρμοζαν το σχέδιο μαθήματος ξανά από την αρχή.

Διαδικασία Εκτέλεσης της Έρευνας

Η ερευνητική πρόταση της παρούσας διδακτορικής διατριβής έχει διεκπεραιωθεί με την έκβαση των πιο κάτω αναλυτικών έξι φάσεων.

Πρώτη Φάση

Αρχικά, στην πρώτη φάση της ερευνητικής δράσης πραγματοποιήθηκε βιβλιογραφική ανασκόπηση της εκπαίδευσης στα μαθηματικά που σχετίζεται με την εννοιολογική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος και τη διδασκαλία του στη προσχολική ηλικία. Ερευνητικές δραστηριότητες άλλων ερευνητών και ερευνητικών ομάδων αποτέλεσαν τη βάση των αναζητήσεων της παρούσα έρευνας. Επιπρόσθετα, μελετήθηκε η βιβλιογραφία γύρω από τους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς, το γεωμετρικό λόγο και τα λάθη των παιδιών αυτής της ηλιακής ομάδας. Το αναλυτικό πρόγραμμα της γεωμετρίας της Κύπρου, αλλά και άλλων Ευρωπαϊκών και μη χωρών, υπήρξαν στο επίκεντρο της ανασκόπησης για να αποκαλυφθεί ο τρόπος χειρισμού του θέματος αυτού και της υπάρχουσας κατάστασης στον κόσμο. Μελετήθηκαν, επίσης, ερευνητικά προγράμματα για τη γεωμετρία. Η ανασκόπηση έγινε αρωγός για την οικοδόμηση των ερευνητικών εργαλείων για τον εντοπισμό της εννοιολογικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος και των μετασχηματισμών του.

Δεύτερη Φάση

Μετά την ανασκόπηση της βιβλιογραφίας αναπτύχθηκαν τα ερευνητικά εργαλεία για τη συλλογή των ποσοτικών δεδομένων. Τα ερευνητικά εργαλεία αποτελούνταν από έργα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος και των ικανοτήτων των παιδιών της προσχολικής ηλικίας. Το τεστ περιλάμβανε έργα που στηρίζονταν στη θεωρία του Duval (1995) για την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος αλλά και σε έρευνες των Sarama και Clements (2009) για τη γεωμετρική μάθηση των παιδιών προσχολικής ηλικίας. Το δοκίμιο αποτελείτο από τέσσερα μέρη που αξιολογούσαν την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος. Ειδικότερα, στο πρώτο μέρος υπήρχαν έργα που αφορούσαν τις ικανότητες στην αναγνώριση σχήματος σε συλλογή σχημάτων. Στο δεύτερο μέρος υπήρχαν έργα αναγνώρισης σε γεωμετρική σύνθεση με σχήματα που η επιφάνειά τους δε διαπερνιόταν από ευθύγραμμα τμήματα άλλων σχημάτων (Sarama & Clements, 2009, σελ. 256). Στο τρίτο μέρος υπήρχαν έργα για την αντιληπτική διάκριση αρχικών δομών γεωμετρικών σχημάτων σε γεωμετρική σύνθεση σχήματος που η επιφάνειά του διαπερνιόταν από ευθύγραμμα τμήματα άλλων δομών στη γεωμετρική σύνθεση. Τέλος, στο τέταρτο μέρος υπήρχαν έργα για την αντιληπτική διάκριση δευτέρας τάξης δομών γεωμετρικών σχημάτων σε γεωμετρική σύνθεση σχήματος που τα σχήματα διαπερνούνται από άλλα. Στο τελευταίο μέρος, τα σχήματα προς αναγνώριση δημιουργούνται από την επικάλυψη των αρχικών δομών.

Ακολούθως, για την επικύρωσης του δοκιμίου είχε διεξαχθεί πιλοτική έρευνα με δείγμα 61 παιδιά (από επαρχίες Λευκωσία και Λάρνακα). Μετά την πιλοτική χορήγηση τα έργα του δοκιμίου που παρατηρήθηκε αδυναμία συμπλήρωσής τους από τα παιδιά αναδομήθηκαν ή αφαιρέθηκαν.

Αναλυτικά, θα πρέπει να αναφερθεί ότι αναδομήθηκαν οι εκφωνήσεις όλων των έργων, διαμορφώνοντας τις με τα πιο απλά και σύντομα λόγια, τα οποία να είναι εύκολα κατανοητά από τα μικρά παιδιά. Υπήρξε ανάγκη μείωσης του δοκιμίου λόγω της μεγάλης έκτασης που είχε αλλά και του ανάλογου χρόνου που απαιτείτο για να συμπληρωθούν από τα παιδιά. Οι αλλαγές αποσκοπούσαν τόσο στην καλύτερη κατανόηση των έργων από τα παιδιά όσο και στον περιορισμό του χρόνου συμπλήρωσης του δοκιμίου σε 30-40 λεπτά (όσο περίπου μία διδακτική περίοδος). Σκοπός αυτού ήταν ο περιορισμός της γνωστικής κόπωσης των παιδιών με σεβασμό στη ηλικία και στις ανάγκες των παιδιών. Η συμπλήρωση του δοκιμίου είχε τη μορφή συνέντευξης επομένως βασικός στόχος ήταν από τη μία η συμπλήρωση των ελάχιστων απαιτούμενων έργων που να επιτρέπουν από την άλλη την κατανόηση του τρόπου αντίληψης του γεωμετρικού σχήματος από τα παιδιά.

Στην τρίτη φάση που ακολουθεί τα τελικά δοκίμια δόθηκαν βάσει του πειραματικού σχεδιασμού σε 396 παιδιά από 24 τάξεις (από τα 15 σχολεία) δημόσιων νηπιαγωγείων, σε τρεις διαφορετικές χρονικές περιόδους. Τα δοκίμια χορηγήθηκαν από την ερευνήτρια σε μικρές ομάδες των τεσσάρων μαθητών και συμπληρώθηκαν ατομικά από το κάθε παιδί. Η πρώτη χορήγηση πραγματοποιήθηκε πριν από την παρέμβαση, η δεύτερη μετά την παρέμβαση και η τελευταία ένα μήνα μετά την παρέμβαση, για έλεγχο του διαχρονικού στοιχείου της παρέμβασης. Στην παρούσα φάση και κατά τον πειραματικό σχεδιασμό της έρευνας πραγματοποιήθηκε διδακτική παρέμβαση πέντε σχεδίων μαθήματος με στόχο την προώθηση της εννοιολογικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος και στην εστίαση των γεωμετρικών μετασχηματισμών (λειτουργικής σύλληψης γεωμετρικού σχήματος) με ή χωρίς χρήση χειρονομιών. Όλα τα απαραίτητα υλικά για τη διεκπεραίωση των διδασκαλιών αναπτύχθηκαν και χορηγήθηκαν στις εκπαιδευτικούς των εκάστοτε τάξεων, οι οποίες επιμορφώθηκαν για τον τρόπο διεξαγωγής των διδασκαλιών. Για την πιο αποτελεσματική εκτέλεση των οδηγιών οι εκπαιδευτικοί επιμορφώνθηκαν, αλλά είχαν και άμεση επικοινωνία με την ερευνήτρια. Με το τέλος κάθε εκάστοτε εφαρμοσμένου σχεδίου μαθήματος, όλοι οι εκπαιδευτικοί συμπλήρωσαν ειδικά έντυπα αναστοχασμού.

Αναλυτικά, τα μαθήματα της παρέμβασης εκτέλεσαν οι εκπαιδευτικοί στις 18 τάξεις διδασκαλίας τους (323 παιδιά) και αποτέλεσαν την πειραματική ομάδα της έρευνας (Πειραματική ομάδα 1 – ΠΟ1, Πειραματική ομάδα 2 – ΠΟ2 και Πειραματική ομάδα 3 – ΠΟ3). Οι υπόλοιπες 6 τάξεις (73 παιδιά) αποτέλεσαν την ομάδα ελέγχου (ΟΕ) της έρευνας και ακολούθησαν το συνηθισμένο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών που προτείνει το Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού για τη γεωμετρία. Ειδικότερα, στην ΠΟ1 εφαρμόστηκαν τα σχέδια μαθήματος με την παρακολούθηση και παραγωγή χειρονομιών από τα παιδιά, ενώ στην ΠΟ2 τέθηκαν σε εφαρμογή τα σχέδια μαθήματος με την απλή παρακολούθηση χειρονομιών από τα παιδιά χωρίς να γίνεται προτροπή για παραγωγή χειρονομίας. Στην ΠΟ3 έγινε η διδασκαλία των σχεδίων της παρέμβασης χωρίς καθόλου αναφορά σε παραγωγή χειρονομιών από τον εκάστοτε εκπαιδευτικό.

Αξίζει να τονιστεί ότι η σχεδιαζόμενη διδακτική παρέμβαση αποτέλεσε ένα βήμα πέρα από την απλή αντίληψη ή την βοτανική προσέγγιση (προσέγγιση φυτολογίας) της μάθησης και διδασκαλίας της γεωμετρίας (Duval, 2005 · 2006). Η παρέμβαση εστιάστηκε στη λειτουργική κατανόηση του γεωμετρικού σχήματος με δραστηριότητες που θα περιλαμβάνουν πραγματικά υλικά, για παράδειγμα έργα που θα καλούνται τα παιδιά να απαντήσουν: «Τι μπορούμε να φτιάξουμε με τα τρίγωνα; Πώς μπορούμε να το φτιάξουμε;». Ενθάρρυνε τη λεκτική έκφραση αυτών των πρακτικών γεωμετρικών δραστηριοτήτων έτσι ώστε τα παιδιά να είναι γνώστες του τι μπορούν να φτιάξουν με τα γεωμετρικά σχήματα και ποιες είναι οι επιδράσεις από τις ενέργειες τους στα σχήματα. Η παρέμβαση αυτή ασχολείτο με τους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς, της μετατόπιση και της περιστροφή, για την σύνθεση, ανάλυση και αναδιοργάνωση γεωμετρικών σχημάτων. Έμφαση δόθηκε και στη χρήση του σωστού μαθηματικού λεξιλογίου για τις γεωμετρικές έννοιες που γινόταν αναφορά σε αυτά.

Τρίτη Φάση

Στη συγκεκριμένη τρίτη φάση, πραγματοποιήθηκε η χορήγηση της πρώτης φάσης του δοκιμίου (προ-πειραματικό), καθώς και η επιμόρφωση των εκπαιδευτικών για την εφαρμογή του διδακτικού προγράμματος της παρέμβασης. Το δοκίμιο αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος χορηγήθηκε σε ολόκληρο το δείγμα, δηλαδή, στα παιδιά και των τεσσάρων ομάδων (ελέγχου και πειραματική). Στη συνέχεια, επιμορφώθηκαν οι εκπαιδευτικοί, της πειραματικής ομάδας για τη διδακτική προσέγγιση και τη χρήση των υλικών που είχαν εφαρμοστεί στις τάξεις τους, αφού το παρεμβατικό πρόγραμμα στην πειραματική ομάδα εφαρμόστηκε από τους ίδιους. Οι εκπαιδευτικοί κλήθηκαν να δώσουν δελτία ανατροφοδότησης για τις γεωμετρικές δραστηριότητες που εφάρμοσαν κατά τη διάρκεια των παρεμβατικών προγραμμάτων.

Τέταρτη Φάση

Μετέπειτα, στην τέταρτη φάση χορηγήθηκε το δοκίμιο ακριβώς μετά από το παρεμβατικό πρόγραμμα (πρώτο μετά-πειραματικό) και το δοκίμιο ελέγχου μετά από ένα μήνα διεκπεραίωσης του προγράμματος παρέμβασης (δεύτερο μετά-πειραματικό). Ειδικότερα, το δοκίμιο ελέγχου εξετάζει τη συνέπεια των παρεμβατικών προγραμμάτων της έρευνας. Η επίδραση των παρεμβατικών προγραμμάτων στην επίδοση της κατανόησης του γεωμετρικού σχήματος και των μετασχηματισμών στα παιδιά της προσχολική ηλικίας εξετάστηκε από τις τρεις μετρήσεις του ίδιου δοκιμίου (προ-πειραματικό δοκίμιο και δύο μετά-πειραματικά δοκίμια). Σε αυτή τη φάση, όλα τα ποιοτικά δεδομένα που συλλέχθηκαν κατά την χορήγηση του δοκιμίου αναλύθηκαν με τη μέθοδο της συνεχούς σύγκρισης.

Πέμπτη Φάση

Στην πέμπτη φάση, τα δεδομένα από τις τρεις χορηγήσεις του δοκιμίου (προ-πειραματικό δοκίμιο και δύο μετά-πειραματικά δοκίμια), από τα παιδιά των ομάδων ελέγχου και των πειραματικών ομάδων, αναλύθηκαν και συγκρίθηκαν μεταξύ τους με απώτερο σκοπό τον εντοπισμό της επίδρασης του παρεμβατικού προγράμματος στην ανάπτυξη των πρώτων γεωμετρικών ικανοτήτων και ειδικότερα στην αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος. Η ανάπτυξη δομικού μοντέλου για τις γνωστικές διαδικασίες των νηπίων στην αντιληπτική σύλληψη των γεωμετρικών σχημάτων αποτέλεσε το επόμενο κομμάτι των ποσοτικών δεδομένων. Τα στατιστικά πακέτα SPSS, Mplus και CHIC, υπήρξαν τα μέσα ανάλυσης των ποσοτικών αυτών δεδομένων.

Έκτη Φάση

Τέλος, στην έκτη φάση, με βάση τα δεδομένα που συλλέχθηκαν και αναλύθηκαν στις προηγούμενες φάσεις, αναπτύχθηκαν εισηγήσεις για τη διδασκαλία της γεωμετρίας και του γεωμετρικού σχήματος, καθώς και για την επίδραση των χειρονομιών σε μια τέτοια διδασκαλία. Οι εισηγήσεις αυτές θα γνωστοποιηθούν στα άτομα που χαράζουν την εκπαιδευτική πολιτική, με απώτερο σκοπό οι εισηγήσεις για αλλαγές και οι πρακτικές επισημάνσεις στη διδασκαλία της γεωμετρίας να γνωστοποιηθούν στους εκπαιδευτικούς της προδημοτικής εκπαίδευσης. Επιπλέον, σε διεθνή επιστημονικά περιοδικά και σε πρακτικά διεθνών επιστημονικών συνέδριων για τη μαθηματική εκπαίδευση, έχουν δημοσιευτεί και θα δημοσιευτούν τα αποτελέσματα της ερευνητικής εργασίας.

Τεχνικές Ανάλυσης Ποσοτικών Δεδομένων

Για την ανάλυση των ποσοτικών δεδομένων από το εργαλείο της έρευνας έχει χρησιμοποιηθεί κωδικοποίηση, όπως παρουσιάζεται στον Πίνακα 3.20. Ειδικότερα, τα έργα αντιληπτικής σύλληψης έχουν κωδικοποιηθεί και το κάθε ένα από αυτά έχει κωδικό ο οποίος αποτελείται από τουλάχιστον τρία στοιχεία. Για παράδειγμα, το έργο του Πίνακα 3.2 που έχει τον κωδικό D1re αναφέρεται σε ένα έργο αντιληπτικής σύλληψης που απαιτεί τον εντοπισμό ορθογωνίων (r: rectangle) σε συλλογή διακριτών σχημάτων (D: discrete collection of shapes) δοσμένου του ονόματος του σχήματος που ζητείται (1: name). Αντίστοιχα, το έργο στον ίδιο Πίνακα 3.2 που έχει τον κωδικό J1t είναι ένα έργο αντιληπτικής σύλληψης που απαιτεί τον εντοπισμό τριγώνων (t: triangles) που δε διαπερνούνται από άλλα ευθύγραμμα σχήματα (j: juxtaposed) δοσμένου του ονόματος του σχήματος που ζητείται (1: name).

Πίνακας 3.20

Κωδικοποίηση Έργων (Μεταβλητών) Εργαλείου Έρευνας

Κωδικός	Ερμηνεία Επιπέδων Κωδικοποίησης
Συγκείμενο που δίνεται το σχήμα προς αναγνώριση	
D	Σχήματα σε συλλογή διακριτών σχημάτων (Discrete collection)
J	Γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δε διαπερνούνται από ευθύγραμμα τμήματα άλλων σχημάτων (Juxtaposition)
S	Γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα διαπερνούνται από ευθύγραμμα τμήματα άλλων σχημάτων (Superposition)
Αναπαράσταση που δίνεται στην εκφώνηση	
1	Λεκτική αναπαράσταση του σχήματος (discursive representation)
2	Εικονική αναπαράσταση του σχήματος (visual representation)
3	Λεκτική και Εικονική αναπαράσταση (discourse/visual representation)

Είδος Σχήματος προς αναγνώριση	
t	Τρίγωνο (Triangle)
re	Ορθογώνιο (Rectangle)
s	Τετράγωνο (Square)
ro	Ρόμβος (Rhombus)
p	Πεντάγωνο (Pentagon)
h	Εξάγωνο (Hexagon)
Λειτουργική Τροποποίηση Σχήματος για τα έργα με κωδικό S	
m	Μερεολογική τροποποίηση σχήματος (Mereologic modification)
Αριθμός Ασκήσεων με το ίδιο σχήμα σε ίδιου τύπου έργα	
a	Πρώτη άσκηση
b	Δεύτερη άσκηση
c	Τρίτη άσκηση

Προχωρώντας στην ανάλυση των δεδομένων από τις απαντήσεις των παιδιών στο δοκίμιο της έρευνας πραγματοποιήθηκε ποικιλία ποσοτικών αναλύσεων έτσι ώστε να γίνει εφικτή η μελέτη και η απάντηση των ερευνητικών ερωτημάτων που τέθηκαν. Αναλυτικά, για την ανάλυση των ποσοτικών δεδομένων χρησιμοποιήθηκαν τρία λογισμικά: το λογισμικό γραμμικής δομικής ανάλυσης Mplus (Muthén & Muthén, 1998), το στατιστικό πακέτο της SPSS και το πρόγραμμα CHIC (Bodin, Coutourier, & Gras, 2000).

Έτσι, το λογισμικό γραμμικής δομικής ανάλυσης Mplus (Muthén & Muthén, 1998) έχει χρησιμοποιηθεί για τον καθορισμό του μοντέλου με τεχνικές Γραμμικών Μοντέλων Δομικών Εξισώσεων (Structural Equation Modeling techniques). Πραγματοποιήθηκε επιβεβαιωτική παραγοντική ανάλυση (CFA: Confirmatory Factor Analysis) για τη δομή της εννοιολογικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος των 396 παιδιών προσχολικής ηλικίας. Η βασιμότητα του κάθε μοντέλου έχει προσδιοριστεί με τη χρήση των ακόλουθων μέτρων καλής προσαρμογής: (α) του δείκτη Comparative Fit Index (CFI) με τιμή μεγαλύτερη του .95 για καλή προσαρμογή (β) του δείκτη Tucker-Lewis Index (TLI) με τιμή μεγαλύτερη του .95 για καλή προσαρμογή (γ) του λόγου μεταξύ του x^2/df (ratio of chi-square degrees of freedom) του οποίο η τιμή θα πρέπει να είναι μικρότερη από το 2, (δ) του δείκτη Root Mean Square Error of Approximation (RMSEA) με τιμή μικρότερη από το .08 και για πολύ καλή προσαρμογή μικρότερη του .05 (ε) του δείκτη Standardized Root Mean Square Residual (SRMR) με τιμή μικρότερη του .08 (Hu & Bentler, 1999). Θα ήταν καλό να σημειωθεί ότι η μέθοδος Chi - Square test παρουσιάζει τη διαφορά μεταξύ των αναμενόμενων βάσει θεωρίας και των παρατηρούμενων στην πράξη πινάκων συνδιακύμανσης . Η τιμή του Chi-Square τιμή θα πρέπει να είναι κοντά στο μηδέν έτσι ώστε η διαφορά μεταξύ των προαναφερθέντων να είναι μικρή. Τα δομικά μοντέλα τα οποία περιέχουν και κατηγοριακές μεταβλητές (όπως και αυτό της παρούσας εργασίας) λαμβάνεται υπόψη και ένα άλλος δείκτης προσαρμογής, ο λεγόμενος Weighted Root Mean Square Residual (WRMR) του οποίου η τιμή πρέπει να είναι μικρότερη του .90 για να θεωρηθεί καλή προσαρμογή του μοντέλου (Yu & Muthén, 2001). Θα πρέπει να αναφερθεί ότι η επιβεβαιωτική παραγοντική ανάλυση εφαρμόστηκε για όλο το δείγμα των παιδιών αλλά μέσω της επιβεβαιωτικής παραγοντικής ανάλυσης πολλαπλών ομάδων (multiple group confirmatory factor analysis) εξετάστηκε η προσαρμογή του και για την κάθε μία ηλικιακή ομάδα (4-5 και 5-6 χρονών) ταυτόχρονα, με στόχο την εξέταση της σταθερότητας του μοντέλου σε διαφορετικές ηλικιακές ομάδες. Επιπρόσθετα, με τον έλεγχο εγκυρότητας των γραμμικών μοντέλων εξετάστηκε η σχέση μεταξύ των επιμέρους παραγόντων – ικανοτήτων της ικανότητας αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος (ικανότητες πρώτης τάξεως).

Ειδικότερα, μέσα από το στατιστικό πακέτο της SPSS (Statistical Package for the Social Science), εξετάστηκαν οι επιδόσεις των μαθητών στα διάφορα έργα του δοκιμίου και στην εύρεση διαφορών μεταξύ των παιδιών του παρεμβατικού προγράμματος, με τη χρήση παραμετρικών τεχνικών στατιστικής. Ειδικότερα, μέσα από το πρόγραμμα αυτό έχει πραγματοποιηθεί περιγραφική ανάλυση (μέσος όρος, τυπική απόκλιση, μέγιστη και ελάχιστη τιμή, τιμές λοξότητας και κύρτωσης, ποσοστά) των δεδομένων που έχουν συλλεχθεί για τον εντοπισμός της συμπεριφοράς των υποκειμένων κατά τη συμπλήρωση του δοκιμίου. Ακολούθως, έχουν πραγματοποιηθεί αναλύσεις επαγωγικής στατιστικής, όπως: (α) ελέγχος t για ανεξάρτητα και εξαρτημένα δείγματα (Indepented and Paired-samples T test) για έλεγχο στατιστικά σημαντικών διαφορών μεταξύ των επιδόσεων των μαθητών του δείγματος στις ικανότητες του προτεινόμενου μοντέλου, (β) ανάλυση διασποράς (ANOVA) κατά την πρώτη μέτρηση του δοκιμίου για τον έλεγχο διαφορών στη συνολική επίδοση των παιδιών που συμμετείχαν στις τρεις πειραματικές ομάδες της παρέμβασης και των μαθητών της ομάδας ελέγχου (γ) ανάλυση συνδιακύμανσης (ANCOVA), κατά τη δεύτερη και τρίτη χορήγηση για την εξέταση στατιστικά σημαντικών διαφορών στη συνολική επίδοση των παιδιών με συνδιακυμαίνουσα (covariate) την συνολική επίδοση της πρώτης μέτρησης μεταξύ των παιδιών που συμμετείχαν στις τρεις πειραματικές ομάδες της παρέμβασης και των μαθητών της ομάδας ελέγχου (δ) πολλαπλής ανάλυσης διασποράς (MANOVA) κατά την πρώτη μέτρηση του δοκιμίου για τον έλεγχο διαφορών των επιμέρους επιδόσεων των παραγόντων που δομούν την αντιληπτική σύλληψη των παιδιών που συμμετείχαν στις τρεις πειραματικές ομάδες της παρέμβασης και των μαθητών της ομάδας ελέγχου και (ε) πολυμεταβλητή ανάλυση συνδιακύμανσης (MANCOVA) κατά τη δεύτερη και τρίτη χορήγηση για την εξέταση στατιστικά σημαντικών διαφορών των επιμέρους επιδόσεων των παραγόντων που δομούν την αντιληπτική σύλληψη των παιδιών με συνδιακυμαίνουσα (covariate) τις επιδόσεις τους στην πρώτη μέτρηση μεταξύ των παιδιών που συμμετείχαν στις τρεις πειραματικές ομάδες της παρέμβασης και των μαθητών της ομάδας ελέγχου. Μέσα από τις αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν στο πρόγραμμα αυτό διαφάνηκαν οι στατιστικές διαφορές μεταξύ των διαφορετικών ηλικιακών ομάδων ως προς τη ικανότητα αντίληψης του γεωμετρικού σχήματος και των επιμέρους ικανοτήτων της

Στο πρόγραμμα CHIC (Classification Hiérarchique, Implicativeet Cohésitive) (Bodin, Coutourier, & Gras, 2000) πραγματοποιήθηκε η συνεπαγωγική μέθοδος ανάλυσης Gras (Lerman, Gras, & Rostam, 1981) των δεδομένων από τα δοκίμια που χορηγήθηκαν στα παιδιά προσχολικής ηλικίας. Μέσα από αυτήν έχουν δομηθεί τα συνεπαγωγικά διαγράμματα. Αναλυτικά, το συνεπαγωγικό (implicative) διάγραμμα παρουσιάζει σχέσεις συνεπαγωγής ανάμεσα στις μεταβλητές, όπου σχέση της μορφής A → B σημαίνει ότι επιτυχία στο έργο A συνεπάγεται επιτυχία στο έργο B (Gras, Régnier, Marinica, & Guillet, 2013). Ένα τέτοιο διάγραμμα παρουσιάζει γραφικά το δίκτυο των συνεπαγωγικών σχέσεων των μεταβλητών (Gras, Briand, Peter, & Philippé, 1998). Το συγκεκριμένο πρόγραμμα χρησιμοποιήθηκε για τη μελέτη των συνεπαγωγικών σχέσεων μεταξύ των επιμέρους ικανοτήτων – παραγόντων που δομούν την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος (πρώτης τάξεως παράγοντες).

Τεχνικές Ανάλυσης Ποιοτικών Δεδομένων

Η ανάλυση των ποιοτικών δεδομένων έχει γίνει κυρίως με τη μέθοδο της συνεχόμενης σύγκρισης (Constant Comparative Method) (Maykut & Morehouse, 1994). Ειδικότερα, τα λάθη των παιδιών στα δοκίμια έχουν εντοπιστεί μέσα από το πρόγραμμα SPSS, όπου έχει γίνει περιγραφική ανάλυση των δεδομένων. Έχει γίνει εστίαση σε στοιχεία που εμφανίζονται πιο συχνά και έχουν οριστεί κωδικοί για το κάθε ένα λάθος. Στη συνέχεια με τη μέθοδο της συνεχούς σύγκρισης κωδικοποιήθηκαν οι νέες πληροφορίες σε σύγκριση με την αρχική πάντα κωδικοποίηση. Νέοι κωδικοί δημιουργήθηκαν για κάθε νέα πληροφορία. Έτσι ορίστηκαν κανόνες για το ποια στοιχεία συμπεριλαμβάνονται σε κάθε κωδικό και όλα τα στοιχεία των λαθών επανεξετάστηκαν για έλεγχο καταλληλότητας στον κανόνα του κάθε κωδικού. Ομοιογένεια πρέπει να κατέχουν τα λάθη που εντάσσονται στον ίδιο κωδικό και η διαφορά με τα άλλα λάθη των κανόνων να είναι διακριτή. Τέλος, διερευνήθηκαν οι σχέσεις μεταξύ των λαθών και η συχνότητα εμφάνισης τους. Έτσι λοιπόν, αναπτύχθηκαν κατηγορίες (είδη) λαθών και εντοπίστηκαν πιθανά μοτίβα λαθών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ IV

ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εργασίας, έπειτα από την ποσοτική και την ποιοτική ανάλυση των ερευνητικών δεδομένων, σύμφωνα με τον βασικό σκοπό και τα επιμέρους έξι ερευνητικά ερωτήματα. Σκοπός της εργασίας ήταν τόσο η μελέτη της αντιληπτικής σύλληψης του σχήματος στη γεωμετρία από παιδιά προσχολικής ηλικίας, όσο και της διερεύνηση του τρόπου που οι γεωμετρικοί μετασχηματισμοί και οι κινήσεις των χεριών (χειρονομιών - σημειωτικών πηγών) επηρεάζουν την ανάπτυξη της αντιληπτικής γεωμετρικής σκέψης των παιδιών προσχολικής ηλικίας.

Στο πρώτο μέρος του κεφαλαίου παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από την ανάλυση των δεδομένων των 396 παιδιών προσχολικής ηλικίας, στο δοκίμιο αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Μέσα από την επεξεργασία των δεδομένων, στο μέρος αυτό, δίνονται απαντήσεις για τα τέσσερα πρώτα ερευνητικά ερωτήματα. Ειδικότερα, παρουσιάζονται οι παράγοντες που συνθέτουν την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος και το μοντέλο που προκύπτει μέσα από αυτούς. Έπειτα, διερευνάται η σταθερότητα της δομής της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος και οι επιμέρους επιδόσεις των δύο ηλικιακών ομάδων που συνθέτουν τα παιδιά προσχολικής ηλικία (δηλ. 4-5 και 5-6 χρονών). Στο σημείο αυτό αναλύονται οι σχέσεις μεταξύ των επιμέρους ικανοτήτων που συνθέτουν την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος των παιδιών της προσχολικής ηλικίας. Στο τέλος του πρώτου μέρους εντοπίζονται τα λάθη των παιδιών προσχολικής ηλικίας στις επιμέρους ικανότητες της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος.

Στο δεύτερο μέρος των αποτελεσμάτων εξετάζεται η επίδραση των γεωμετρικών μετασχηματισμών και των κινήσεων των χεριών σε δύο διαφορετικές συνθήκες χρήσης κατά τη διδασκαλία της γεωμετρίας, διερευνώντας με αυτόν τον τρόπο την ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης των παιδιών. Στο σημείο αυτό παρουσιάζονται οι αναλύσεις των δεδομένων των παιδιών που συμμετείχαν ή όχι σε κάποιο από τα περιβάλλοντα διδασκαλίας στο προ-πειραματικό και στο πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Οι προαναφερθείσες αναλύσεις χρησιμοποιούνται για να απαντηθούν τα τελευταία δύο ερευνητικά ερωτήματα της εργασίας.

Η Δομή της Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος

Το μοντέλο αντιληπτικής σύλληψης του σχήματος στη γεωμετρία αποτελεί το πρώτο μέρος του σκοπού της παρούσας εργασίας. Το συγκεκριμένο μοντέλο αξιοποιείται για την εξέταση του δεύτερου μέρους του σκοπού της έρευνας σχετικά με τον τρόπο που οι γεωμετρικοί μετασχηματισμοί και οι χειρονομίες υποστηρίζουν την ανάπτυξη της αντιληπτικής σύλληψης του σχήματος στη γεωμετρία. Εδώ, παρατίθενται και περιγράφεται το μοντέλο αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος για την προσχολική ηλικία. Ακολούθως, παρουσιάζονται στοιχεία περιγραφικής στατιστικής για όλες τις επιμέρους μεταβλητές του προτεινόμενου μοντέλου. Στη συνέχεια, μέσα από εμπειρικά δεδομένα γίνεται η επιβεβαίωση του μοντέλου και παρουσιάζονται περιγραφικής στατιστικής δεδομένα για τους παράγοντες του μοντέλου. Τα αποτελέσματα απαντούν στο πρώτο ερευνητικό ερώτημα της εργασίας:

1. Ποιοι παράγοντες συνθέτουν τη δομή της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος των παιδιών της προσχολικής ηλικίας;

Προτεινόμενο Μοντέλο για τη Δομή της Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος

Το προτεινόμενο μοντέλο για την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος στηρίζεται σε δύο βασικές έρευνες για το σχήμα στη γεωμετρία (Duval, 1995, 1999) και τη γεωμετρική εκπαίδευση των παιδιών προσχολικής ηλικίας (Sarama & Clements, 2009). Η δομή του μοντέλου αποτελούν τέσσερις ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος που υποθέτουμε ότι υπάρχουν σχέσεις μεταξύ των ικανοτήτων αυτών. Ειδικότερα, οι τέσσερις ικανότητες είναι: (α) Αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται, (β) Αναγνώριση αρχικών δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται, (γ) Αναγνώριση δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται και (δ) Αναγνώριση σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων. Οι πρώτες τρεις ικανότητες προέρχονται από τη θεωρία για την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος του Duval (1995, 1999) οι οποίες έχουν επιβεβαιωθεί για παιδιά δημοτικού και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Για τη συγκεκριμένη θεωρία δεν υπάρχουν ερευνητικά δεδομένα για τη δομή αυτή σε παιδιά προσχολική ηλικία, επομένως χρησιμοποιήθηκε η θεωρία των Sarama και Clements (2009) για την αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις. Η τελευταία ικανότητα πηγάζει από έρευνες παιδιών προσχολικής εκπαίδευσης για την αντιληπτική αναγνώριση σε συλλογή διακριτών σχημάτων (π.χ. Razel & Eylon, 1991 · Clements & Battista, 1991 · Levenson et al., 2011 · Kalenine et al., 2011).

Το προτεινόμενο μοντέλο, σύμφωνα και με το διάγραμμα 4.1., αποτελείται από τέσσερις παράγοντες πρώτης τάξεως και ένα δευτέρας τάξης. Ο δευτέρας τάξης παράγοντας αποτελεί την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος.

Η ικανότητα «Αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται» αποτελεί παράγοντα πρώτης τάξεως, ο οποίος αφορά τη διακύμανση έξι μεταβλητών. Οι μεταβλητές αυτές αφορούν την αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις, όπου συγκεκριμένα μέρη των σχημάτων εφάπτονται εξωτερικά με άλλα σχήματα˙ δημιουργώντας έτσι γεωμετρικές συνθέσεις όπου δεν υπάρχει επικάλυψη σχημάτων. Όταν αναφερόμαστε στην μη ύπαρξη επικάλυψης εννοούμε ότι τα σχήματα δε διαπερνούνται από ευθύγραμμα τμήματα ή δομές άλλων σχημάτων. Ο παράγοντας αυτός έχει ως δείκτη του τις επιδόσεις των παιδιών στα έργα αναγνώρισης τριών ειδών σχημάτων δηλ. των τριγώνων, των τετραγώνων και των ορθογωνίων. Υπήρχαν δύο έργα για το κάθε σχήμα. Ειδικότερα, τα έργα J1t και J3t, αφορούν το σχήμα του τριγώνου, με τη διαφορά ότι στο πρώτο έργο το σχήμα δινόταν μόνο λεκτικά ως ονομασία, ενώ στο δεύτερο έργο δινόταν τόσο η ονομασία του σχήματος όσο η εικονική του αναπαράσταση. Αυτό ισχύει και τα υπόλοιπα σχήματα του τετραγώνου (J1s και J3s) και του ορθογωνίου (J1re και J3re), αντίστοιχα.

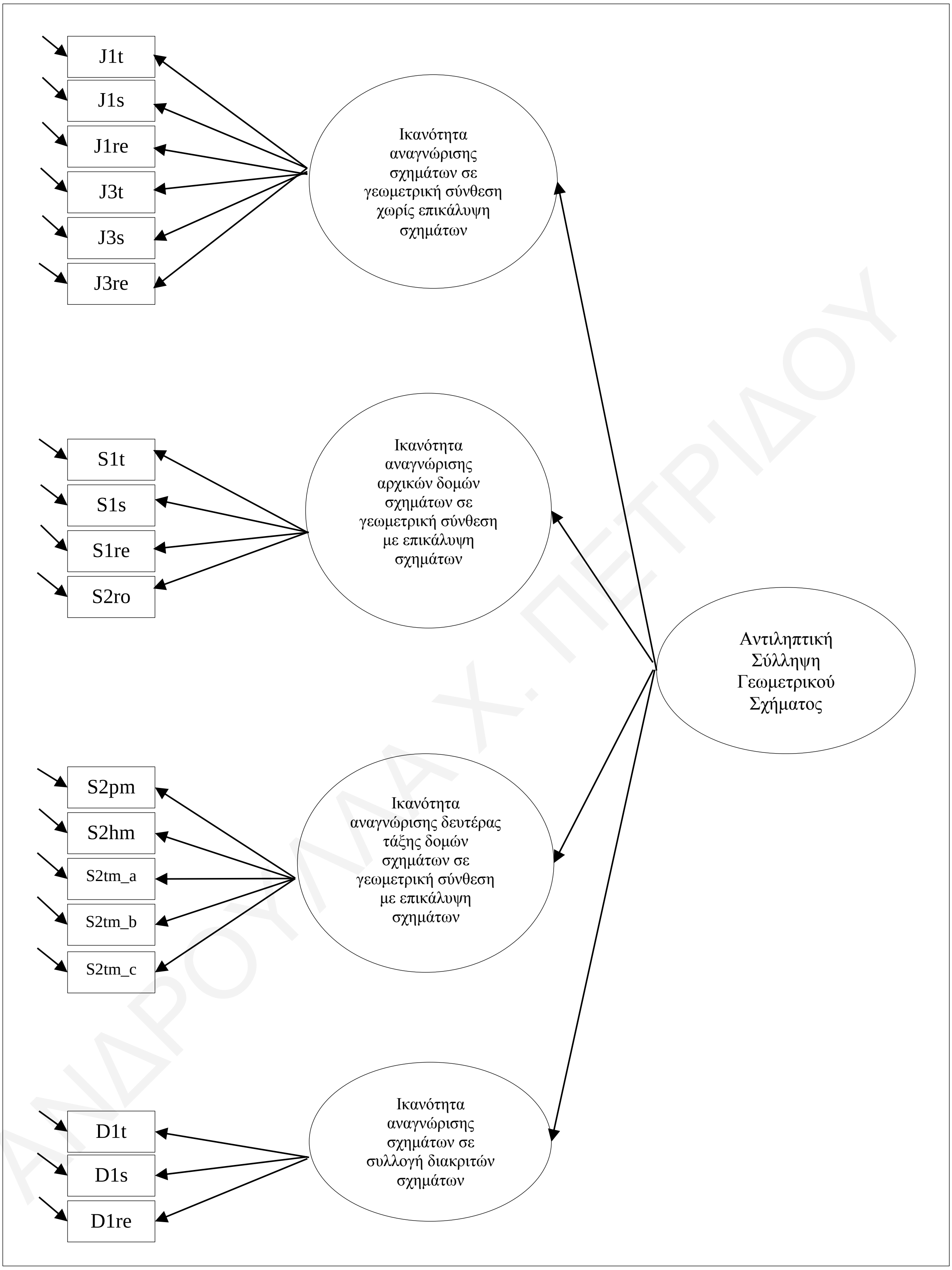
Μια άλλη ικανότητα που αποτελεί παράγοντα πρώτης τάξεως είναι η «Αναγνώριση αρχικών δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται». Όταν αναφερόμαστε στην επικάλυψη εννοούμε ότι ένα μέρος των σχημάτων ή ολόκληρα τα σχήματα διαπερνούνται από ευθύγραμμα τμήματα ή δομές άλλων σχημάτων. Ο παράγοντας αυτός εξηγεί τη διακύμανση τεσσάρων μεταβλητών, που αποτελούν ένα από τα πρωταρχικά σχήματα που δόμησαν τη γεωμετρική σύνθεση στην οποία τα σχήματα επικαλύπτονται εν μέρει (εφάπτονται εσωτερικά) με άλλα σχήματα. Οι επιδόσεις των παιδιών στα έργα S1t - S2ro αποτελούν δείκτες του συγκεκριμένου παράγοντα (όπου S1t: αναγνώριση τριγώνου όταν δινόταν μόνο το σχήμα λεκτικά ως ονομασία, S1re: αναγνώριση ορθογωνίου όταν δινόταν μόνο το σχήμα λεκτικά ως ονομασία, S1s:

αναγνώριση τετραγώνου όταν δινόταν μόνο το σχήμα λεκτικά ως ονομασία, S2ro: αναγνώριση ρόμβου όταν δινόταν μόνο το σχήμα ως εικονική αναπαράσταση).

Παράγοντα πρώτης τάξεως αποτελεί και η ικανότητα «Αναγνώριση δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται», η οποία ερμηνεύει τη διακύμανση πέντε μεταβλητών. Οι μεταβλητές αφορούν αναγνώριση σχημάτων που δεν είναι ένα από τα αρχικά σχήματα που χρησιμοποιήθηκαν για να δομηθεί η γεωμετρική σύνθεση, αλλά είναι σχήματα που δημιουργήθηκαν από την επικάλυψη (ενός μέρους ή ολόκληρου – εφάπτονται εσωτερικά) των σχημάτων μεταξύ τους. Όταν αναφερόμαστε στην επικάλυψη εννοούμε ότι ένα μέρος των σχημάτων ή ολόκληρα τα σχήματα διαπερνούνται από ευθύγραμμα τμήματα ή δομές άλλων σχημάτων. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι στις μεταβλητές αυτές αναμένεται η χρήση μερεολογικής τροποποίησης της γεωμετρικής σύνθεσης για να αναγνωρίσουν τα παιδιά τα σχήματα, στα οποία δινόταν μόνο το σχήμα ως εικονική αναπαράσταση. Συγκεκριμένα, οι επιδόσεις των παιδιών στα έργα S2hm - S2tm_c αποτελούν δείκτες του παράγοντα αυτού (όπου S2hm: αναγνώριση εξάγωνου; S2pm: αναγνώριση πενταγώνου; S2tm_a, S2tm_b και S2tm_c: αναγνώριση τριγώνου).

Τέλος, η ικανότητα «Αναγνώριση σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων» αποτελεί παράγοντα πρώτης τάξεως και εξηγεί τη διακύμανση τριών μεταβλητών, οι οποίες αφορούν τρία σχήματα: το τρίγωνο, το τετράγωνο και το ορθογώνιο. Τα σχήματα στις μεταβλητές είναι διακριτά και δεν εφάπτονται, ούτε επικαλύπτονται το ένα με το άλλο. Στις συγκεκριμένες μεταβλητές για να αναγνωρίσουν το σχήματα δινόταν στα παιδιά μόνο η λεκτική του ονομασία. Οι επιδόσεις των παιδιών στα έργα D1t, D1s και D1re αποτελούν δείκτες του παράγοντα αυτού (D1t: αναγνώριση τριγώνων, D1s: αναγνώριση τετραγώνων, D1re: αναγνώριση ορθογωνίων).

Το προτεινόμενο μοντέλο παρουσιάζει μία σχέση μεταξύ των τεσσάρων ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος και αφορά το πρώτο ερευνητικό ερώτημα. Οι πιθανές αιτιώδες σχέσεις μεταξύ των ικανοτήτων αφορούν το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα, το οποίο θα απαντηθεί στη συνέχεια του κεφαλαίου.



Σημείωση. Τα έργα J1t_b –D1re αναφέρονται στα έργα του δοκιμίου αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος.

Διάγραμμα 4.1. Προτεινόμενο μοντέλο για την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος στην προσχολική ηλικία.

Ο έλεγχος της αξιοπιστία των δεδομένων του δοκιμίου αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος (σύμφωνα με την προσαρμογή στο προτεινόμενο μοντέλο), θα ακολουθήσει την επιβεβαίωση του προτεινόμενου μοντέλου με εμπειρικά δεδομένα. Στοιχεία περιγραφικής και συσχετιστικής στατιστικής των μεταβλητών του δοκιμίου θα παρουσιαστούν ως ένδειξη της προσαρμογής των δεδομένων του προαναφερθέντος μοντέλου. Τέλος, πραγματοποιείται έλεγχος για την επιβεβαίωση της σταθερότητας του μοντέλου στα παιδιά των δύο διαφορετικών ηλικιακών ομάδων 4-5 και 5-6 χρονών που αποτελούν την προσχολική ηλικία.

Στοιχεία Περιγραφικής και Συσχετιστικής Στατιστικής για το Δοκίμιο Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος

Βασικά στοιχεία περιγραφικής στατιστικής (μέσος όρος, τυπική απόκλιση, ελάχιστη τιμή, μέγιστη τιμή) παρουσιάζονται στους πίνακες που ακολουθούν σύμφωνα με τις τέσσερις ομαδοποιήσεις έργων, οι οποίες αποτελούν και τους τέσσερις παράγοντες πρώτης τάξεως στο μοντέλο αντιληπτικής σύλληψης του σχήματος στη γεωμετρία. Γενικά, οι επιδόσεις των παιδιών σε όλες τις μεταβλητές του δοκιμίου φαίνεται να ακολουθούν κανονική κατανομή μιας που οι τιμές της λοξότητάς και της κύρτωσής τους είναι στο εύρος τιμών μικρότερων του τρία, το οποίο αποτελεί στοιχείο που δείχνει ότι οι μεταβλητές της επίδοσης των παιδιών στα τέσσερα είδη έργων του δοκιμίου αντιληπτικής σύλληψης του σχήματος στη γεωμετρία ακολουθούν κανονική κατανομή (Byrne, 2016 · George & Mallery, 2016). Αξίζει να αναφερθεί ότι το εύρος των απαντήσεων των παιδιών στις ασκήσεις των δοκιμίων ήταν ένα, γεγονός που δείχνει ότι υπήρχαν παιδιά που ανταποκρίθηκαν ορθά σε όλες τις ασκήσεις των δοκιμίων αλλά και παιδιά που δεν απάντησαν ορθά σε αυτές.

Στον Πίνακα 4.1 παρουσιάζονται τα στοιχεία περιγραφικής στατιστικής των έξι μεταβλητών που αποτελούν δείκτες του παράγοντα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται». Οι μέσοι όροι κυμαίνονται από το .43 μέχρι το .88 με μέγιστη τιμή το ένα. Οι τιμές των τυπικών αποκλίσεων είναι μικρές, επομένως οι τιμές του δείγματος δεν αποκλίνουν πολύ από τις τιμές του μέσου όρου. Τον υψηλότερο μέσο όρο παρουσιάζουν τα έργα αναγνώρισης ορθογωνίου με τον μέσο όρο να κυμαίνεται από το .65 μέχρι το .88. Αξίζει να αναφερθεί ότι στο έργο με τον υψηλότερο μέσο όρο επίδοσης το σχήμα δίνεται μόνο λεκτικά χωρίς να υπάρχει συνδυασμός οπτικού ερεθίσματος. Εδώ, φαίνεται ότι η εικονική αναπαράσταση του ορθογωνίου δε φαίνεται να λειτούργησε ευεργετικά για τα παιδιά κατά την αναζήτηση του σχήματος στη γεωμετρική σύνθεση. Από την άλλη, τα παιδιά φαίνεται να δυσκολεύονται ιδιαίτερα στην αναγνώριση τετραγώνων στο έργο που δινόταν μόνο η λεκτική ονομασία του σχήματος, μιας που η επίδοση τους είναι κάτω και από τη μέση τιμή .50 (J1s: M=.43). Το αντίστοιχο έργο για το σχήμα του τετραγώνου με συνδυασμό λεκτικής και εικονικής αναπαράστασης φαίνεται να συγκέντρωσε υψηλότερο μέσο όρο (J3s: M=.79), επομένως εδώ φαίνεται ότι ο συνδυασμός αναπαραστάσεων ενίσχυσε την αντιληπτική ικανότητα των παιδιών. Περισσότερες λεπτομέρειες για τα είδη των λαθών που προέκυψαν στις ασκήσεις αυτές θα αναφερθούν σε επόμενο υποκεφάλαιο των αποτελεσμάτων.

Πίνακας 4.1

Στοιχεία Περιγραφικής Στατιστικής των Επιδόσεων των Παιδιών στις Μεταβλητές που Αποτελούν Δείκτες του Παράγοντα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται»

Μεταβλητή	Μέσος όρος	Τυπική Απόκλιση	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή
J1t	.78	.41	0	1
J1s	.43	.44	0	1
J1re	.88	.33	0	1
J3t	.63	.48	0	1
J3s	.79	.41	0	1
J3re	.65	.48	0	1

Σημείωση. Οι κωδικοί J1t , J1s και J1re αντιστοιχούν στις μεταβλητές αναγνώριση τριγώνου, τετραγώνου και ορθογωνίου, αντίστοιχα, όπου το σχήμα προς αναγνώριση δίνεται μόνο λεκτικά ως ονομασία, οι κωδικοί J3t, J3s και J3re αντιστοιχούν στις μεταβλητές αναγνώριση τριγώνου τετραγώνου και ορθογωνίου, αντίστοιχα, όπου το σχήμα προς αναγνώριση δίνεται με συνδυασμό λεκτικής και εικονικής αναπαράστασης.

Ακολούθως, στον Πίνακα 4.2 δίνονται τα στοιχεία περιγραφικής στατιστικής των τεσσάρων μεταβλητών που αποτελούν δείκτες του παράγοντα «Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται», με βάση το προτεινόμενο μοντέλο. Οι μέσοι όροι κυμαίνονται από το .31 μέχρι το .71 με μέγιστη τιμή το ένα. Οι τιμές των τυπικών αποκλίσεων είναι μικρές, επομένως οι τιμές του δείγματος δεν αποκλίνουν πολύ από τις τιμές του μέσου όρου. Την μεγαλύτερη επιτυχία κατέχει το έργο του τριγώνου (S1t: M=.71) και του ρόμβου (S2ro: M=.70) στον παράγοντα αυτό. Επομένως, η αναγνώρισης πρωταρχικού μη οικείου σχήματος για τα παιδιά, όπως ο ρόμβος, δε φάνηκε να αποτέλεσε ανασταλτικό παράγοντα αναγνώρισής του, σε γεωμετρική σύνθεση όπου τα σχήματα επικαλύπτονται. Ιδιαίτερη δυσκολία επέδειξαν τα παιδιά στο έργο αναγνώρισης ορθογωνίου (S1re: M=.31), το οποίο μεγαλώνει το εύρος του μέσου όρου του παράγοντα και το εκτείνει σε μικρότερες τιμές. Μεγαλύτερη έμφαση στα λάθη των παιδιών στα έργα του παράγοντα αυτού θα αναφερθούν σε επόμενο υποκεφάλαιο των αποτελεσμάτων.

Πίνακας 4.2

Στοιχεία Περιγραφικής Στατιστικής των Επιδόσεων των Παιδιών στις Μεταβλητές που Αποτελούν Δείκτες του Παράγοντα «Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται»

Μεταβλητή	Μέσος όρος	Τυπική Απόκλιση	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή
S1t	.71	.46	0	1
S1s	.62	.49	0	1
S1re	.31	.46	0	1
S2ro	.70	.46	0	1

Σημείωση. Οι κωδικοί S1t , S1s και S1re αντιστοιχούν στις μεταβλητές αναγνώριση τριγώνου, αναγνώριση τετραγώνου και αναγνώριση ορθογωνίου, αντίστοιχα, όπου το σχήμα προς αναγνώριση δίνεται μόνο λεκτικά ως ονομασία, ο κωδικός S2ro αντιστοιχεί στη μεταβλητή αναγνώρισης ρόμβου όταν δινόταν μόνο το σχήμα ως εικονική αναπαράσταση.

Στον Πίνακα 4.3 παρατίθενται τα στοιχεία περιγραφικής στατιστικής των πέντε μεταβλητών που αποτελούν δείκτες του παράγοντα «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται», σύμφωνα με το προτεινόμενο μοντέλο. Οι μέσοι όροι κυμαίνονται από το .06 μέχρι το .18 με μέγιστη τιμή το ένα. Οι τιμές των τυπικών αποκλίσεων είναι μικρές, επομένως οι τιμές του δείγματος δεν αποκλίνουν πολύ από τις τιμές του μέσου όρου. Παρατηρείται ότι οι μέσοι όροι των μεταβλητών αυτού του παράγοντα συγκεντρώνουν τις χαμηλότερες τιμές. Τα παιδιά φαίνεται να δυσκολεύονται να αναγνωρίσουν με επιτυχία τα σχήματα δευτέρας τάξης δομών που «κρύβονται» σε γεωμετρικές συνθέσεις, όπου τα σχήματα αρχικών δομών επικαλύπτονται. Η ύπαρξη μη οικείων σχημάτων, όπως του ρόμβου και του πενταγώνου, δεν παρατηρείται να αλλοίωσε την ικανότητα αναγνώρισης των σχημάτων στις μεταβλητές του παράγοντα αυτού. Τον χαμηλότερο μέσο όρο συγκεντρώνει το έργο αναγνώρισης τριγώνου (S2tm_b: M=.06) με πολλαπλές θέσεις στη γεωμετρική σύνθεση όπου η επιτυχία στο έργο αυτό προνοούσε την εύρεση όλων των πιθανών θέσεων του σε αυτήν. Περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τα λάθη των παιδιών στις μεταβλητές αυτές θα αναφερθούν σε επόμενο υποκεφάλαιο των αποτελεσμάτων.

Πίνακας 4.3

Στοιχεία Περιγραφικής Στατιστικής των Επιδόσεων των Παιδιών στις Μεταβλητές που Αποτελούν Δείκτες του Παράγοντα «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται»

Μεταβλητή	Μέσος όρος	Τυπική Απόκλιση	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή
S2hm	.17	.38	0	1
S2pm	.10	.29	0	1
S2tm_a	.18	.38	0	1
S2tm_b	.06	.15	0	1
S2tm_c	.11	.32	0	1

Σημείωση. Ο κωδικός S2hm αντιστοιχεί στη μεταβλητή αναγνώρισης εξάγωνου, ο S2pm στη μεταβλητή αναγνώρισης πενταγώνου, οι S2tm_a, S2tm_b και S2tm_c σε μεταβλητές αναγνώρισης τριγώνου όπου το σχήμα δίνεται μόνο ως εικονική αναπαράσταση.

Εστιαζόμενοι στις τρεις μεταβλητές όπου τα παιδιά έπρεπε να εντοπίσουν σχήματα σε συλλογή διακριτών σχημάτων, παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.4 τα βασικά στοιχεία περιγραφικής στατιστικής. Οι μεταβλητές αποτελούν δείκτες του παράγοντα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων». Οι μέσοι όροι κυμαίνονται από το .60 μέχρι το .71 με μέγιστη τιμή το ένα. Οι τιμές των τυπικών αποκλίσεων είναι μικρές, επομένως οι τιμές του δείγματος δεν αποκλίνουν πολύ από τις τιμές του μέσου όρου. Τα παιδιά αναγνώριζαν με μεγαλύτερη άνεση τα ορθογώνια και τα τετράγωνα (D1re και D1s: M=.71), από ότι τα τρίγωνα (D1t : M=.60). Μεγαλύτερη εστίαση στις απαντήσεις των παιδιών και για τα λάθη που προέκυψαν στις ασκήσεις αυτές δίνεται σε επόμενο υποκεφάλαιο των αποτελεσμάτων.

Πίνακας 4.4

Στοιχεία Περιγραφικής Στατιστικής των Επιδόσεων των Παιδιών στις Μεταβλητές που Αποτελούν Δείκτες του Παράγοντα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων»

Μεταβλητή	Μέσος όρος	Τυπική Απόκλιση	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή
D1t	.60	.15	.15	1
D1s	.71	.23	.17	1
D1re	.71	.14	.30	1

Σημείωση. Ο κωδικός D1t αντιστοιχεί στη μεταβλητή αναγνώρισης τριγώνων, ο D1s σε μεταβλητή αναγνώρισης τετραγώνων και ο D1re σε μεταβλητή αναγνώρισης ορθογωνίων.

Το σχήμα του τριγώνου φαίνεται να μπέρδεψε τα παιδιά, μία που εντόπιζαν διαισθητικά ή μη ποικίλα αντιπαραδείγματα του σχήματος ως αποδεκτά παραδείγματά του. Το γεγονός αυτό δε φαίνεται να επαναλαμβάνεται όταν τα παιδιά καλούνταν να εντοπίσουν το σχήμα του τριγώνου σε γεωμετρικές συνθέσεις. Ειδικότερα, στις μεταβλητές του παράγοντα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται» τα παιδιά έχουν μεγαλύτερη επιτυχία στα τρίγωνα (Μ=.78 με Τ.Α.=.41). Ο δεύτερος στη σειρά μεγαλύτερος μέσος όρος για τα τρίγωνα παρατηρείται στις μεταβλητές του παράγοντα «Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» (Μ=.71 με Τ.Α.=.46). Ιδιαίτερη περίπτωση αποτελούν οι μεταβλητές του παράγοντα «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται». Παρόλο που μερικές μεταβλητές του συγκεκριμένου παράγοντα αφορούν το σχήμα του τριγώνου, η δομή της γεωμετρικής σύνθεσης δε βοηθάει στον εντοπισμό και στην επιτυχή αναγνώρισή του τριγώνου σε αυτές.

Τα τετράγωνα αναγνωρίζονται από τα παιδιά με μεγαλύτερη επιτυχία όταν βρίσκονται είτε σε συλλογή διακριτών σχημάτων (Μ=.71, Τ.Α.=.23), είτε σε γεωμετρικές συνθέσεις του παράγοντα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται» όπου δίνεται συνδυασμός λεκτικής και εικονικής αναπαράστασης (Μ=.79, Τ.Α.=.41). Όταν το σχήμα παρουσιάζεται σε γεωμετρική σύνθεση μεταβλητών του παράγοντα «Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» παρουσιάζεται μειωμένη επιτυχία αναγνώρισης (Μ=.62, Τ.Α.=.49). Ακόμη μεγαλύτερη μείωση παρουσιάζει ο μέσος όρος αναγνώρισης τετραγώνων (Μ=.43, Τ.Α.=44) σε μεταβλητές του παράγοντα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται» όπου δίνεται μόνο η λεκτικής αναπαράστασή του σχήματος.

Τα παιδιά αναγνωρίζουν με μεγαλύτερη άνεση τα ορθογώνια όταν βρίσκονται σε γεωμετρικές συνθέσεις μεταβλητών του παράγοντα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται» είτε όταν το σχήμα δίνεται ως λεκτική αναπαράσταση (Μ=.88 με Τ.Α.=.33) είτε όταν δίνεται με συνδυασμό λεκτικής και εικονικής αναπαράσταση (Μ=.79 με Τ.Α.=.41). Ακολούθως, τα παιδιά αναγνωρίζουν τα ορθογώνια σε μεταβλητές του παράγοντα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων» (Μ=.71 με Τ.Α.=.14). Το σχήμα του ορθογωνίου παρουσιάζει ιδιαίτερα χαμηλό μέσο όρο στις μεταβλητές του παράγοντα «Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» όπου εδώ φαίνεται να δυσκολεύονται αρκετά τα παιδιά να εντοπίσουν τα ορθογώνια (Μ=.31 με Τ.Α.=.46).

Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκε συσχετιστική στατιστική για τα 18 έργα του δοκιμίου αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Ο έλεγχος των συσχετίσεων μεταξύ των 18 μεταβλητών, οι οποίες προέκυψαν από τις επιδόσεις των παιδιών στα αντίστοιχα έργα παρουσιάζεται στον Πίνακα Ε.1 (βλέπε Παράρτημα Ε). Άξιο αναφοράς αποτελεί το γεγονός ότι παρατηρούνται ικανοποιητικές συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών του ίδιου παράγοντα του προτεινόμενου μοντέλου, οι οποίες είναι συνήθως οι πιο υψηλές σε σχέση με τις υπόλοιπες συσχετίσεις των παραγόντων μεταξύ τους. Σχεδόν όλες οι συσχετίσεις ήταν στατιστικά σημαντικές. Οι συσχετίσεις φτάνουν μέχρι την τιμή .473.

Στον Πίνακα 4.5 παρουσιάζονται τα στοιχεία περιγραφικής στατιστικής (μέσος όρος, τυπική απόκλιση, εύρος, λοξότητα, κύρτωση) του δοκιμίου αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος για καθεμία από τις τέσσερις ομαδοποιήσεις έργων, οι οποίες αποτελούν τους τέσσερις παράγοντες πρώτης τάξεως στο μοντέλο αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος στη γεωμετρία, αλλά και του συνολικού βαθμού επίδοσης στο δοκίμιο αυτό.

Πίνακας 4.5

Στοιχεία Περιγραφικής Στατιστικής του Δοκιμίου Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος στο Σύνολο και στους Τέσσερις Παράγοντές του

	Μέσος όρος	Τυπική Απόκλιση	Εύρος	Λοξότητα	Κύρτωση
Αντιληπτική Σύλληψη του Γεωμετρικού Σχήματος (P)	.52	.14	.79	-.14	-.23
Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται (J)	.69	.23	1	-.69	.13
Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (S)	.58	.32	1	-.44	-.81
Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (M)	.12	.18	.85	1.66	2.38
Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων (D)	.67	.12	.57	-.43	-.61

Οι μέσοι όροι κυμαίνονται από τις τιμές που εμφανίζονται στους παράγοντες έργων «Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται» (Μ=.69, Τ.Α.=.23) και στους παράγοντες έργων «Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων» (Μ=.67, Τ.Α.=12) μέχρι την τιμή που παρουσιάζεται στον παράγοντα έργων «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» (Μ=.12, Τ.Α.=.18). Ο παράγοντας «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» φαίνεται να δυσκόλεψε περισσότερο τα παιδιά κατά την αναγνώριση σχημάτων. Οι τιμές της λοξότητας και της κύρτωσης των παραγόντων του δοκιμίου είναι στο εύρος του -2 με 2, εξαιρουμένου του παράγοντα «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται», όπου η κύρτωση εμφανίζεται να είναι 2.38. Σύμφωνα με πρόσφατες αναφορές (Byrne, 2016 · George & Mallery, 2016) θεωρείται κανονική κατανομή όταν οι τιμές της λοξότητάς και της κύρτωσής είναι στο εύρος τιμών μικρότερων του τρία.

Στον Πίνακα 4.6 παρουσιάζονται οι συσχετίσεις μεταξύ των τεσσάρων διαφορετικών ομάδων έργων, οι οποίες αποτελούν τους τέσσερις παράγοντες πρώτης τάξεως του μοντέλου αντιληπτικής σύλληψης του σχήματος στη γεωμετρία. Οι συσχετίσεις μεταξύ των παραγόντων ήταν στατιστικά σημαντικές και παρουσιάζουν τιμές από το .400 μέχρι το .818, επιτρέποντας την ύπαρξη ενός δευτέρας τάξης παράγοντα. Η επίδοση στην ικανότητα «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» συσχετίζεται στατιστικά σημαντικά με συσχέτιση r=.400 με την επίδοση στην ικανότητα «Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» και με συσχέτιση r=.413 συσχετίζεται και με την επίδοση στην ικανότητα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται». Ο ίδιος παράγοντας παρουσιάζει λίγο πιο υψηλή στατιστικά σημαντική συσχέτισή με την επίδοση του παράγοντα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων» (r=.416). Η συσχέτιση μεταξύ της επίδοσης της ικανότητας «Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων» και της επίδοσης στην ικανότητα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται» είναι η υψηλή (r=.818).

Πίνακας 4.6

Συσχετίσεις μεταξύ των Τεσσάρων Ικανοτήτων Αντιληπτικής Σύλληψης του Σχήματος στη Γεωμετρία

Παράγοντες Πρώτης Τάξεως Μοντέλου	J	S	M	D
Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται (J)	1			
Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (S)	.787**	1		
Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (M)	.413**	.400**	1	
Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων (D)	.818**	.791**	.416**	1

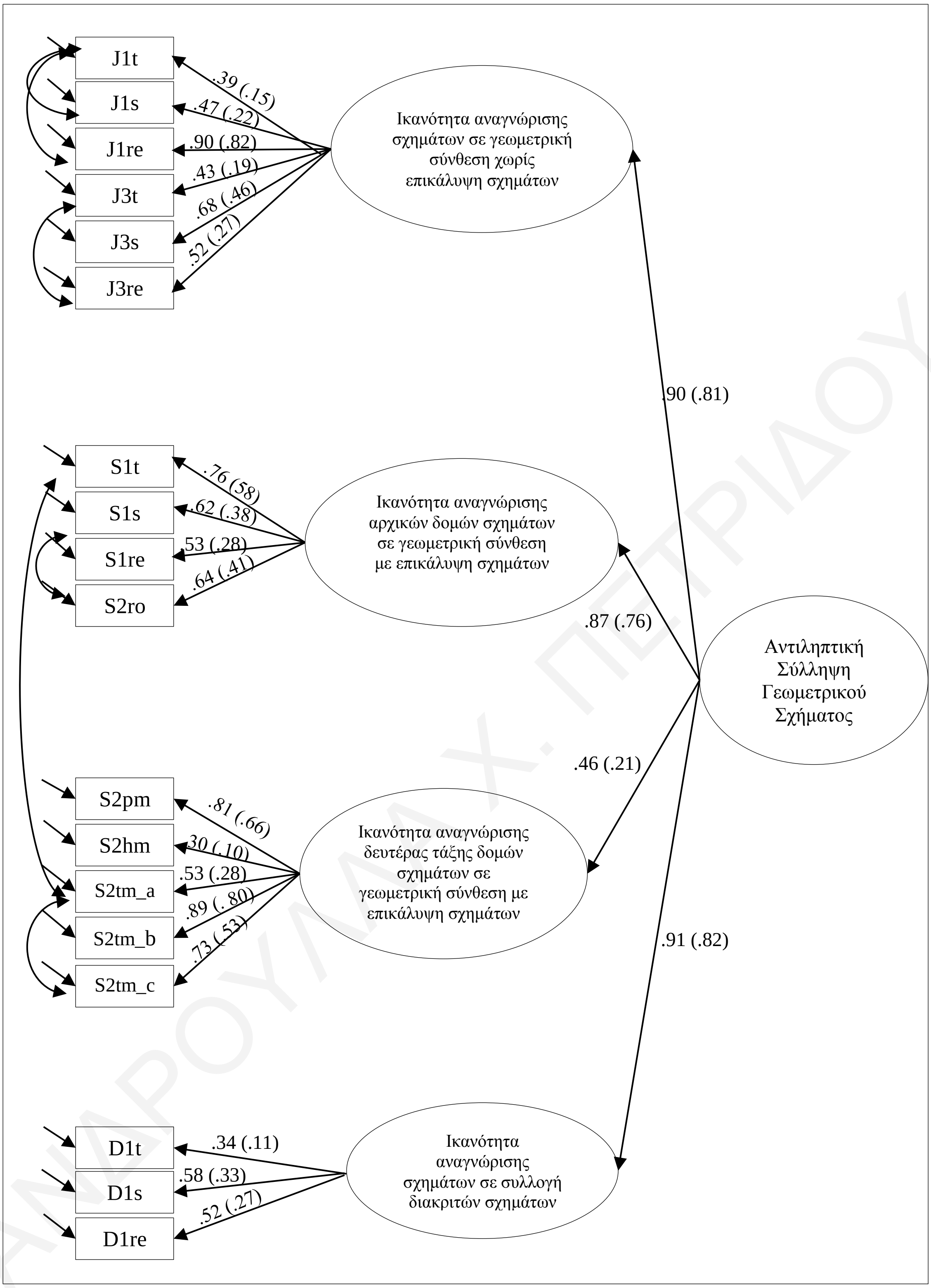
Σημείωση. Ο κωδικός J αντιστοιχεί με τον παράγοντα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται», ο κωδικός S αντιστοιχεί με τον παράγοντα «Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται», ο κωδικός M αντιστοιχεί με τον παράγοντα «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» και ο κωδικός D αντιστοιχεί με τον παράγοντα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων».
**$p < .01$

Η Δομή της Ικανότητας Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος και η Επιβεβαίωση του Μοντέλου με Εμπειρικά Δεδομένα

Η επιβεβαιωτική παραγοντική ανάλυση χρησιμοποιήθηκε για να εξεταστεί η προσαρμογή των εμπειρικών δεδομένων των παιδιών προσχολικής ηλικίας από το δοκίμιο στο προτεινόμενο μοντέλου σχετικά με τις ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Ειδικότερα, το μοντέλο υποθέτει ότι οι επιδόσεις των παιδιών στις 18 μεταβλητές μπορούν να εξηγηθούν από τους τέσσερις παράγοντες πρώτης τάξης: (α) «Αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται» (β) «Αναγνώριση αρχικών δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται» (γ) «Αναγνώριση δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται» (δ) «Αναγνώριση σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων». Οι παράγοντες αυτοί σχετίζονται μεταξύ τους και φορτίζουν σε ένα παράγοντα δευτέρας τάξης «Αντιληπτική Σύλληψη του Γεωμετρικού Σχήματος».

Τα αποτελέσματα της επιβεβαιωτικής παραγοντικής ανάλυσης φανερώνουν ότι τα δεδομένα των παιδιών προσχολικής ηλικίας του δείγματος προσαρμόζονται στο προτεινόμενο μοντέλο σε πάρα πολύ καλό βαθμό. Συγκεκριμένα, οι τιμές των δεικτών που εξετάζονται ήταν μέσα στο εύρος τιμών που ορίζονται για καλή προσαρμογή: (α) CFI=.994 (>.950), (β) TLI=.993 (>.950), (γ) x^2=129.885, df=123, x^2/df=1.06 (<1.96), p>.05, (δ) $RMSEA$=.01 (<.05), (ε) $WRMR$=.73 (<.90). Η δομή του μοντέλου επιβεβαιώνεται και οι φορτίσεις όλων των έργων του μοντέλου στους αντίστοιχους παράγοντες είναι στατιστικά σημαντικές. Η προσαρμογή των δεδομένων στη δομή του μοντέλου επιβεβαιώνει ότι τα έργα που χρησιμοποιήθηκαν αποτελούν κατάλληλα έργα μέτρησης των τεσσάρων άδηλων παραγόντων. Εξετάστηκαν ακόμη δύο άλλα μοντέλα στην προσπάθεια εντοπισμού του πιο απλού μοντέλου προσαρμογής των δεδομένων με ένα παράγοντα (Kline, 1998). Αρχικά, το πρώτο μοντέλο που εξετάστηκε αφορούσε μόνο ένα παράγοντα πρώτης τάξης. Τα αποτελέσματα της ανάλυση έδειξαν ότι τα δεδομένα δεν προσαρμόζονται κατάλληλα αφού δεν πληρούνται τα κριτήρια που ορίζουν μια καλή προσαρμογή. Οι τιμές των δεικτών του μοντέλου αυτού ήταν: (α) CFI=.792 (<.950), (β) TLI=.765 (<.950), (γ) x^2=382.191, df=135, x^2/df= 2.83 (>1.96), p<.05, (δ) $RMSEA$=.07 (>.05), (ε) $WRMR$=1.41 (>.90). Στην συνέχεια, εξετάστηκε ένα δεύτερο πιθανό μοντέλο, στηριζόμενο στη θεωρία του Duval (1995), με τρεις πρώτης τάξεως παράγοντες (όπου ενοποιήθηκε ο παράγοντας «Αναγνώριση αρχικών δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται» με τον παράγοντα «Αναγνώριση δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται») και ένα παράγοντα δευτέρας τάξεως («Αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος»). Οι τιμές των δεικτών του μοντέλου αυτού δεν ήταν ικανοποιητικοί: (α) CFI=.860 (<.950), (β) TLI=.837 (<.950), (γ) x^2=299.036, df=132, x^2/df= 2.27 (>1.96), p.<05, (δ) $RMSEA$=.06 (>.05), (ε) $WRMR$= 1.20 (>.90). Επομένως, συγκρίνοντας τα μοντέλα η μόνη καλή προσαρμογή ήταν αυτή των τεσσάρων πρώτων παραγόντων και του ενός παράγοντα δευτέρας τάξης.

Στο διάγραμμα 4.2, πιο κάτω, παρουσιάζεται το μοντέλο για τη δομή της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος στην προσχολική ηλικία. Στο πιο κάτω μοντέλο φαίνονται οι φορτίσεις των μεταβλητών στους αντίστοιχους παράγοντες καθώς και η ερμηνευόμενη διασπορά τους. Όλες οι τιμές είναι στατιστικά σημαντικές και θετικές. Στη δομή του μοντέλου συμπεριλήφθηκαν πέντε στατιστικά σημαντικές συσχετίσεις μεταξύ του σφάλματος έργων που ανήκαν στον ίδιο παράγοντα.



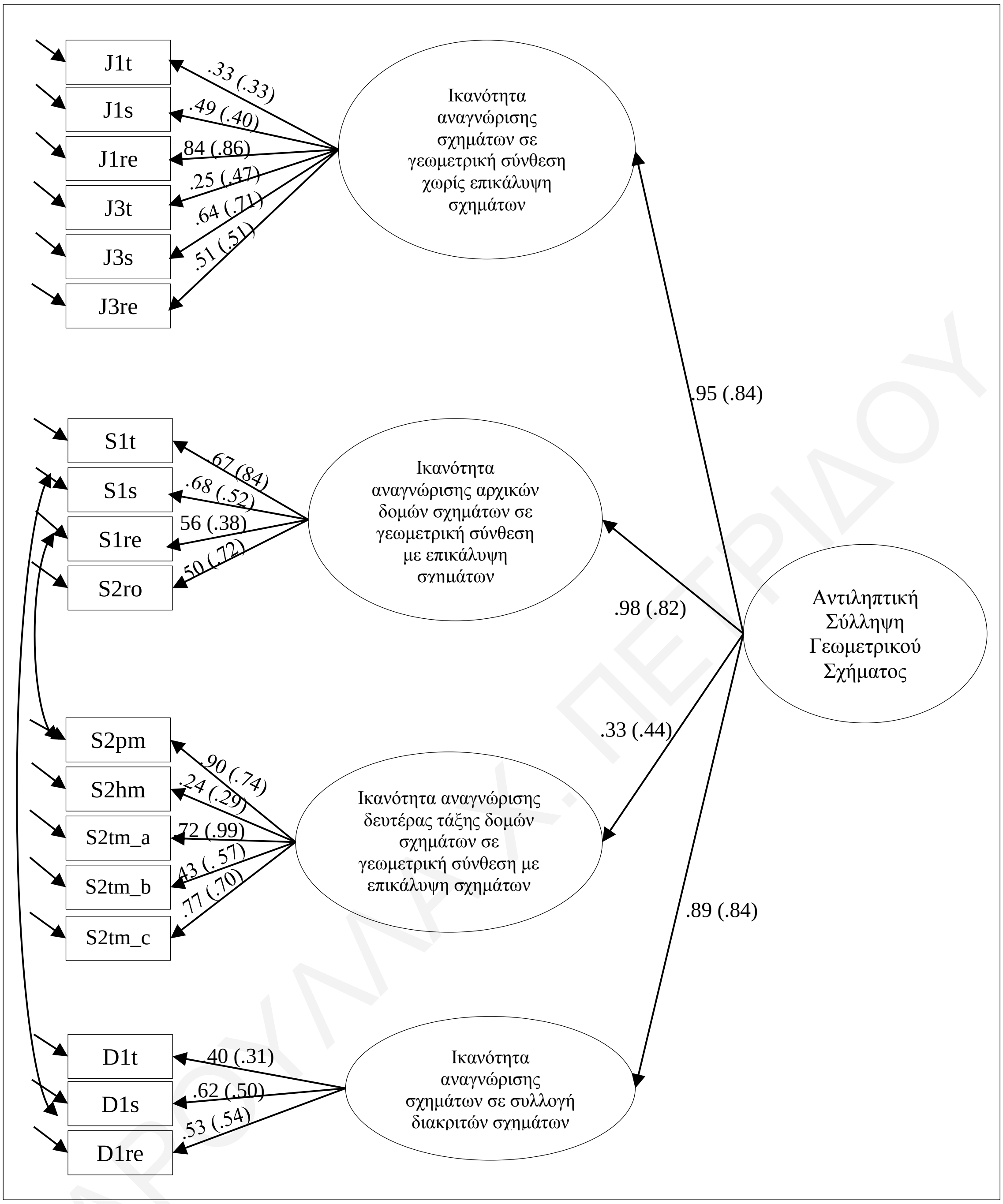
Σημείωση. Ο 1ος αριθμός υποδηλώνει τη φόρτιση στον παράγοντα. Ο 2ος αριθμός, που βρίσκεται στην παρένθεση υποδεικνύει την αντίστοιχη ερμηνευόμενη διασπορά (r^2).

Διάγραμμα 4.2. Το μοντέλο για τη δομή της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος στην προσχολική ηλικία.

Σύμφωνα με τους Chan και Schmitt (2000) ο έλεγχος της αμεταβλητότητας των μοντέλων μπορεί να πραγματοποιηθεί με τον έλεγχο εγκυρότητάς τους σε διαφορετικές ομάδες του πληθυσμού. Η αμεταβλητότητα του μοντέλου μπορεί να εξεταστεί αν οι παράγοντες που συνθέτουν την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος παραμένουν σταθεροί. Επομένως, για να εξεταστεί η αμεταβλητότητα της δομής του μοντέλου της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος ελέγχθηκε η εγκυρότητά του στις δύο ηλικιακές ομάδες (4-5 και 5-6 χρονών) που αποτελούν την προσχολική εκπαίδευση. Για το λόγο αυτό πραγματοποιήθηκε επιβεβαιωτική παραγοντική ανάλυση πολλαπλών ομάδων (βλέπε διάγραμμα 4.3).

Τα αποτελέσματα της επιβεβαιωτική παραγοντική ανάλυση πολλαπλών ομάδων, σύμφωνα με το διάγραμμα 4.3, έδειξαν ότι η προσαρμογή των δεδομένων των δύο ηλικιών στο προτεινόμενο μοντέλο ήταν ικανοποιητική. Συγκεκριμένα, οι τιμές των δεικτών του μοντέλου αυτού ήταν (α) *CFI*=.986 (>.950), (β) *TLI*=.985 (>.950), (γ) x^2=286.094, *df*=273, x^2/df=1.05 (<1.96), p>.05, (δ) *RMSEA*=.02 (<.05). Όλα τα έργα παρουσιάζουν στατιστικά σημαντικές φορτίσεις στους παράγοντες. Αυτά τα αποτελέσματα εισηγούνται ότι το μοντέλο παραμένει σταθερό και για τους δυο ηλικιακούς πληθυσμούς.

Στη συνέχεια, ελέγχθηκε η ίδια δομή προσαρμογή των δεδομένων της δεύτερης και της τρίτης μέτρησης για να εξεταστεί η αμεταβλητότητα του μοντέλου στις συγκεκριμένες μετρήσεις. Η επιβεβαιωτική παραγοντική ανάλυση έδειξε ότι η προσαρμογή σύμφωνα με τους δείκτες του μοντέλου ήταν ικανοποιητική. Συγκεκριμένα, κατά τη δεύτερη μέτρηση οι τιμές των δεικτών του μοντέλου αυτού ήταν (α) *CFI*=.978 (>.950), (β) *TLI*=.971 (>.950), (γ) x^2=132.616, *df*=115, x^2/df=1.15 (<1.96), p>.05, (δ) *RMSEA*=.02 (<.05) (ε) *WRMR*=.77(<.90). Στην τρίτη μέτρηση οι τιμές των δεικτών του μοντέλου αυτού ήταν (α) *CFI*=.981 (>.950), (β) *TLI*=.974 (>.950), (γ) x^2=145.004, *df*=114, x^2/df=1.27 (<1.96), (δ) *RMSEA*=.02 (<.05) (ε) *WRMR*= .80 (<.90). Όλα τα έργα παρουσιάζουν στατιστικά σημαντικές φορτίσεις στους παράγοντες. Αυτά τα αποτελέσματα εισηγούνται ότι το μοντέλο παραμένει αμετάβλητο και στις δύο μετρήσεις μετά την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος.



Σημείωση. Ο πρώτος αριθμός υποδηλώνει τη φόρτιση στον παράγοντα για τα παιδιά ηλικίας 4-5 χρονών, ο δεύτερος για τα παιδιά ηλικίας 5-6 χρονών.

Διάγραμμα 4.3. Το μοντέλο για τη δομή της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος για τις δύο ηλικιακές (4-5 και 5-6 χρονών) ομάδες παιδιών προσχολικής εκπαίδευσης.

Το προτεινόμενο μοντέλο έχει δηλαδή την ίδια δομή για τις τρεις μετρήσεις με στατιστικά σημαντικές φορτίσεις των μεταβλητών των δοκιμίων που οδηγούν στη διαμόρφωση των άδηλων παραγόντων πρώτης τάξεως, με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε αυτοί με τη σειρά τους να έχουν στατιστικά σημαντικούς συντελεστές φόρτισης στον παράγοντα δευτέρας τάξης.

Η Επίδοση των Υποκειμένων στην Ικανότητα Αντιληπτικής Σύλληψης Γεωμετρικού Σχήματος ανά Ηλικιακή Ομάδα

Σε αυτό το μέρος των αποτελεσμάτων παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που αφορούν το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα:

2. Διαφοροποιείται η επίδοση παιδιών των δύο ηλικιακών ομάδων προσχολικής ηλικίας (4-5 / 5-6) ως προς τη δομή και τις επιμέρους ικανότητες της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος;

Για να εξεταστεί κατά πόσο υπάρχουν διαφορές στην επίδοση των υποκειμένων των δύο ηλικιών ομάδων προσχολικής ηλικίας (4-5 και 5-6 χρονών) ως προς τη δομή και τις επιμέρους ικανότητες της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος πραγματοποιήθηκε έλεγχος Τ ανεξάρτητων μεταβλητών (T-test Independent). Ειδικότερα, κατά την ανάλυση (βλέπε Πίνακα 4.7) αυτή χρησιμοποιήθηκε ως ανεξάρτητη μεταβλητή η ηλικία των υποκειμένων, ενώ ως εξαρτημένη η ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος.

Πίνακας 4.7

Μέσοι Όροι και Τυπικές Αποκλίσεις της Συνολικής Επίδοσης των Υποκειμένων Διαφορετικών Ηλικιακών Ομάδων στην Ικανότητα Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος

Παράγοντας Δευτέρας Τάξης	Ηλικίας 4-5 χρονών		Ηλικία 5-6 χρονών	
	Μ.Ο.	Τ.Α	Μ.Ο.	Τ.Α.
Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος	.46	.14	.55	.13

Σύμφωνα και με τον πίνακα 4.7, η παραμετρική ανάλυση σύγκρισης των μέσων όρων επίδοσης, στην ικανότητα αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος, των δύο ηλικιακών ομάδων έδειξε ότι τα παιδιά ηλικίας τεσσάρων με πέντε χρονών (Μ.Ο.=.46, Τ.Α.=.14) και τα παιδιά ηλικία πέντε μέχρι έξι χρονών (Μ.Ο.=.55, Τ.Α.=.13) παρουσιάζουν στατιστικά σημαντικές διαφορές με $t\ (265.817) = -6.35$, $p<.01$.

Ακολούθως, πραγματοποιήθηκε πολλαπλή ανάλυση διασποράς (MANOVA) για να εξεταστεί κατά πόσο υπήρχαν διαφορές μεταξύ της επίδοσης των δύο ηλικιακών ομάδων στις επιμέρους τέσσερις ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος (παράγοντες πρώτης τάξης του μοντέλου αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος). Στην πολλαπλή ανάλυση διασποράς ανεξάρτητη μεταβλητή αποτέλεσε η ηλικία των υποκειμένων (4-5 και 5-6 χρονών), ενώ εξαρτημένες μεταβλητές καθορίστηκαν οι τέσσερις ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Στον Πίνακα 4.8, παρουσιάζονται οι μέσοι όροι και οι τυπικές αποκλίσεις της επίδοσης των παιδιών διαφορετικών ηλικιακών ομάδων στις τέσσερις ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Παρατηρήθηκε ότι οι μέσοι όροι είναι πιο υψηλοί στην ηλικιακή ομάδα των 5-6 χρονών.

Πίνακας 4.8

Μέσοι Όροι και Τυπικές Αποκλίσεις της Επίδοσης των Υποκειμένων Διαφορετικών Ηλικιακών Ομάδων στους Τέσσερις Παράγοντες Πρώτης Τάξεως του Μοντέλου Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος

Παράγοντες Πρώτης Τάξης	Ηλικίας 4-5 χρονών		Ηλικία 5-6 χρονών	
	Μ.Ο.	Τ.Α	Μ.Ο.	Τ.Α.
Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται (J)	.62	.23	.73	.21
Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (S)	.48	.31	.64	.31
Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (M)	.10	.16	.14	.20
Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων (D)	.63	.12	.70	.11

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της ανάλυσης (βλέπε Πίνακα 4.9) φάνηκε να υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των επιδόσεων των παιδιών που συμμετείχαν στην έρευνα ως προς την επίδοσή τους στις επιμέρους τέσσερις ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος (Pillai's $F_{(4,390)}=12.04$, $p<.01$). Συγκεκριμένα, φάνηκε ότι τα παιδιά και των δύο ηλικιών δεν έχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές στην επιμέρους ικανότητα «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται». Τα παιδιά και των δύο ηλικιακών ομάδων παρουσίασαν πιο χαμηλές επιδόσεις στην συγκεκριμένη ικανότητα. Από την άλλη, η μεγαλύτερη απόκλιση των μέσων όρων παρατηρείται στην ικανότητα

«Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» ($Μ.Ο._{5\text{-}6}$ –$Μ.Ο._{4\text{-}5}$=.16).

Πίνακας 4.9

Πολλαπλή Ανάλυση Διασποράς για την Επίδοση στους Τέσσερις Παράγοντες Πρώτης Τάξεως του μοντέλου Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος ανά Ηλικιακή Ομάδα

	Άθροισμα Τετραγώνων	Βαθμοί Ελευθερίας	Μέσο Τετράγωνο	F	Επίπεδο Σημαντικότητας
J	1.08	1	1.08	22.68	.00**
S	2.36	1	2.36	24.63	.00**
M	.12	1	.12	3.47	.06
D	.35	1	.35	27.53	.00**

Σημείωση. Ο κωδικός J αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται», ο κωδικός S αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται», ο κωδικός M αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» και ο κωδικός D αντιστοιχεί με τον παράγοντα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων».
**$p < .01$

Σχέση Ικανοτήτων Αντιληπτικής Σύλληψης Γεωμετρικού Σχήματος

Στο μέρος αυτό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα τα οποία αφορούν το τρίτο ερευνητικό ερώτημα για τη σχέση μεταξύ των επιμέρους ικανοτήτων (παραγόντων πρώτης τάξεως του μοντέλου) για την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος των παιδιών προσχολικής ηλικίας. Ειδικότερα, το ερευνητικό ερώτημα για το οποίο αναλύονται τα αποτελέσματα ήταν:

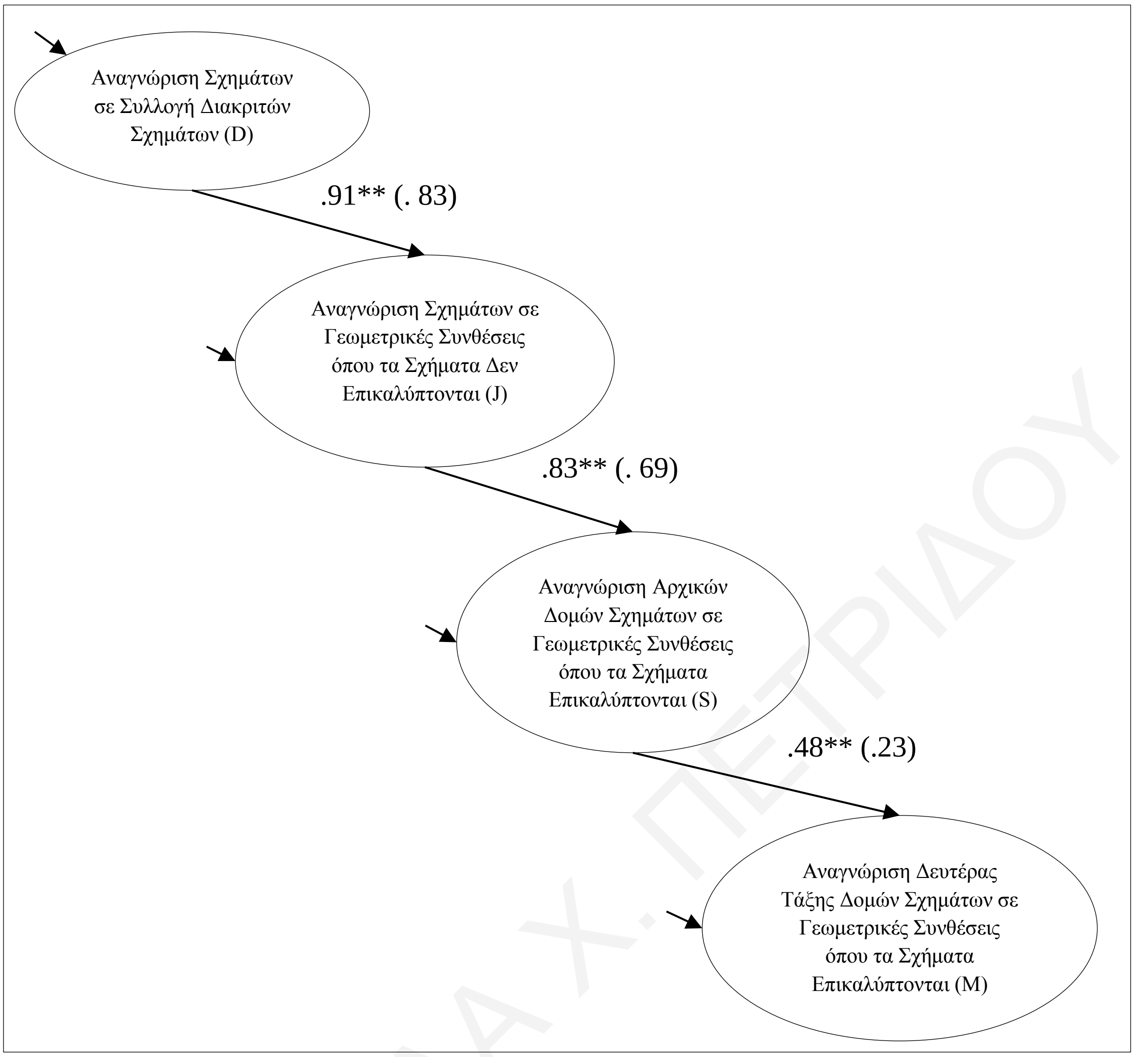
3. Ποια είναι η σχέση μεταξύ των παραγόντων που συνθέτουν την ικανότητα των παιδιών αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος;

Για τη διερεύνηση του συγκεκριμένου ερευνητικού ερωτήματος χρησιμοποιήθηκαν οι επιδόσεις των παιδιών στον κάθε παράγοντα ξεχωριστά, αλλά και στις μεταβλητές των επιμέρους παραγόντων του δοκιμίου αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Αρχικά με τη χρήση του μοντέλου αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος των παιδιών της προσχολικής ηλικίας εξάγονται ιεραρχικές σχέσεις πρόβλεψης μεταξύ των επιμέρους παραγόντων πρώτης τάξεως. Ακολούθως, αναλύονται οι επιμέρους σχέσεις συνεπαγωγής μεταξύ των μεταβλητών του κάθε παράγοντα, ανά μέτρηση (πρώτη, δεύτερη και τρίτη), ηλικιακή ομάδα (4-5 και 5-6 χρονών) αλλά και ανά ομάδα ελέγχου (ΟΕ) και πειραματική (ΠΟ1, ΠΟ2 και ΠΟ3).

Γραμμικό Δομικό Μοντέλο Σχέσεων Επιμέρους Ικανοτήτων Αντιληπτικής Σύλληψης Γεωμετρικού Σχήματος

Η ύπαρξη ενός σταθερού μοτίβου σχετικά με το επίπεδο δυσκολίας των παιδιών της προσχολικής ηλικίας στις επιμέρους ικανοτήτες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος (παραγόντων πρώτης τάξεως του μοντέλου), υποστηρίζει την υπόθεση για την ύπαρξη μιας συγκεκριμένης τάσης επιπέδου δυσκολίας των ικανοτήτων αυτών. Για την επιβεβαίωση αυτής της υπόθεσης ελέγχθηκε το γραμμικό δομικό μοντέλο σχέσεων και ο βαθμός προσαρμογής του στα εμπειρικά δεδομένα. Το προτεινόμενο μοντέλο υποθέτει την ύπαρξη γραμμικών σχέσεων πρόβλεψης, οι οποίες αναλύονται ως εξής: α) η ικανότητα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων (D)» προβλέπει την ικανότητα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται (J)», β) ακολούθως η «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται (J)» προβλέπει την ικανότητα «Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (S)» και τέλος γ) η ικανότητα «Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (S)» προβλέπει την ικανότητα «Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (M)».

Τα αποτελέσματα, σύμφωνα με το διάγραμμα 4.4, έδειξαν ότι η προσαρμογή των δεδομένων στο προτεινόμενο μοντέλο ήταν πολύ καλή. Συγκεκριμένα, οι τιμές των δεικτών του μοντέλου αυτού ήταν (α) *CFI*=.996 (>.950), (β) *TLI*=.995 (>.950), (γ) x^2=128.354, *df*=124, x^2/df=1.04 (<1.96), p>.05, (δ) *RMSEA*=.01 (<.05), (ε) *WRMR*= .72 (>.90). Οι συντελεστές παλινδρόμησης ήταν όλοι στατιστικά σημαντικοί. Στο πιο κάτω διάγραμμα παρουσιάζονται οι σχέσεις πρόβλεψης των ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, με τους συντελεστές παλινδρόμησης και τα αντίστοιχα ποσοστά ερμηνευόμενης διασποράς.



Σημείωση. Ο πρώτος αριθμός υποδηλώνει το συντελεστή παλινδρόμησης και ο αριθμός στην παρένθεση το ποσοστό ερμηνευόμενης διασποράς (r^2). **p<.01

Διάγραμμα 4.4. Γραμμικό δομικό μοντέλο σχέσεων για την τάση επιπέδου δυσκολίας των τεσσάρων επιμέρους ικανοτήτων της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος στην προσχολική ηλικία.

Με βάση το συγκεκριμένο γραμμικό δομικό μοντέλο για την τάση επιπέδου δυσκολίας των ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος (διάγραμμα 4.4) φαίνεται ότι τα παιδιά ιεραρχικά επιλύουν με μεγαλύτερη ευκολία πρώτα έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων (D)» και στη συνέχεια έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται (J)» (r=.910, z=17.286, p<.01). Μετά τα τελευταία έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται (J)» τα παιδιά επιλύουν με μεγαλύτερη ευκολία έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (S)» (r=.828, z=12.492, p<.01). Τέλος, αφού επιλύσουν έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (S)» τα παιδιά επιλύουν με μεγαλύτερη ευκολία έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (M)» (r=.479, z=7.704, p<.01).

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι έγινε έλεγχος του γραμμικού δομικού μοντέλου σχέσεων για την τάση επιπέδου δυσκολίας των επιμέρους ικανοτήτων της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος στην προσχολική ηλικία και για τις άλλες δύο μετρήσεις που ακολούθησαν την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η προσαρμογή των δεδομένων στο προτεινόμενο μοντέλο ήταν καλή. Συγκεκριμένα, οι τιμές των δεικτών του μοντέλου κατά τη δεύτερη μέτρηση ήταν (α) *CFI*=.978 (>.950), (β) *TLI*=.971 (>.950), (γ) x^2=132.616, *df*=115, x^2/df=1.15 (<1.96), p>.05, (δ) *RMSEA*=.02 (<.05) (ε) *WRMR*=.77(<.90). Οι αντίστοιχες τιμές των δεικτών του μοντέλου κατά την τρίτη μέτρηση ήταν (α) *CFI*=.991 (>.950), (β) *TLI*=.987 (>.950), (γ) x^2=129.224, *df*=114, x^2/df=1.13(<1.96), p>.05, (δ) *RMSEA*=.02 (<.05), (ε) *WRMR*= .75 (>.90). Οι συντελεστές παλινδρόμησης ήταν όλοι στατιστικά σημαντικοί. Επομένως, οι γραμμικές σχέσεις μεταξύ των παραγόντων πρώτης τάξεως παραμένουν αμετάβλητες και στις τρεις μετρήσεις.

Σχέσεις Συνεπαγωγικής Μεταβλητών Ικανοτήτων Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος

Πιο εστιασμένη ανάλυση σχέσεων συνεπαγωγής των μεταβλητών, των επιμέρους ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, πραγματοποιήθηκε με το πρόγραμμα CHIC (Bodin, Coutourier, & Gras, 2000). Μέσα από την ανάλυση των δεδομένων της έρευνας με την κλασσική θεωρία στο πρόγραμμα, διερευνήθηκε ο βαθμός συσχέτισης και πρόβλεψης των έργων του δοκιμίου αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Συγκεκριμένα ελέγχθηκαν οι συσχετίσεις των μεταβλητών ανά μέτρηση (προ-πειραματικό και δύο μετά-πειραματικά δοκίμια), ηλικία (4-5 ή 5-6) και ομάδα (ελέγχου ή πειραματικές) παιδιών.

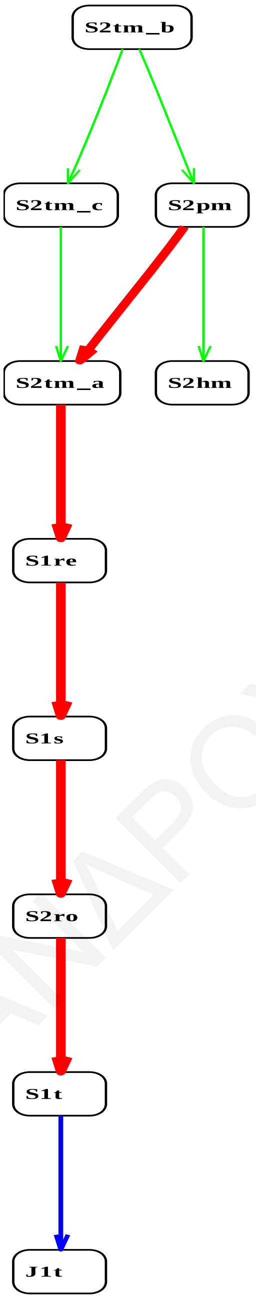
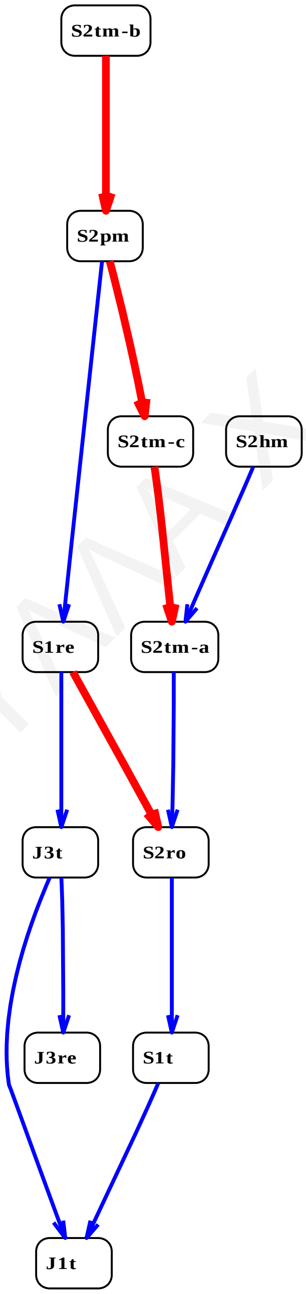
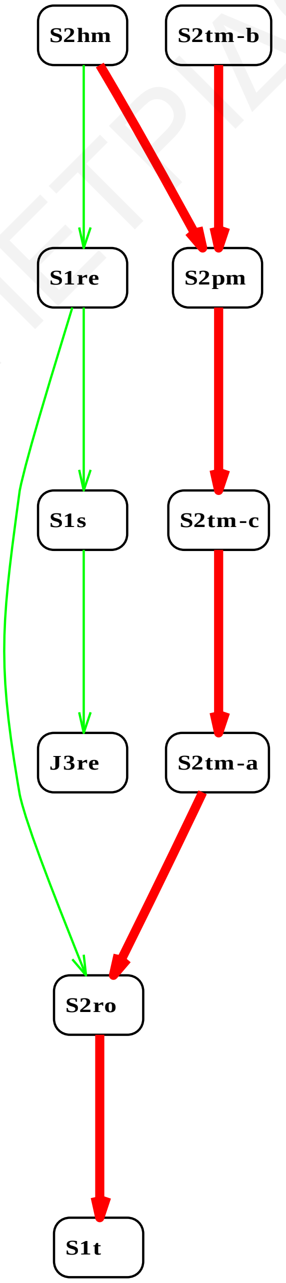
Σύμφωνα και με τον Πίνακα 4.10, οι σχέσεις συνεπαγωγής συνάδουν με το γραμμικό δομικό μοντέλο σχέσεων για την τάση επιπέδου δυσκολίας μεταξύ των ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος στην προσχολική ηλικία (παράγοντες πρώτης τάξεως) για όλες τις μετρήσεις του δοκιμίου. Παρόλα αυτά, στο συνεπαγωγικό διάγραμμα παρουσιάστηκε διαφορετικός αριθμός συνεπαγωγικών αλυσίδων ανά μέτρηση. Τα πιο δύσκολα έργα παρουσιάζονται να είναι τα έργα του παράγοντα/ικανότητας «Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται». Η επιτυχία στα έργα αυτά έχει ως αποτέλεσμα την επιτυχία στα έργα «Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» και τέλος η επιτυχία στα έργα αυτά επιφέρει επιτυχία στα έργα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται». Παρατηρείται ότι τα έργα του παράγοντα/ικανότητας «Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων» δεν εντάσσονται μέσα στις συνεπαγωγές. Το γεγονός αυτό ίσως συμβαίνει λόγω των υψηλών επιδόσεων των παιδιών στα έργα του συγκεκριμένου παράγοντα, που ίσως να τα κάνει αυτόνομα και να μην τα συνδέει σε συνεπαγωγές με τα υπόλοιπα έργα.

Αρχικά κατά την πρώτη μέτρηση, δημιουργούνται τρεις συνεπαγωγικές αλυσίδες με δέκα έργα. Παρατηρείται ότι στην κορυφή των συνεπαγωγικών αλυσίδων εντοπίζονται έργα εντός της ικανότητας «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται». Συγκεκριμένα, όλες οι συνεπαγωγικές αλυσίδες ξεκινούν με το έργο αναγνώρισης τριγώνων S2tm_b του οποίου η πιθανή επιτυχία επιφέρει επιτυχία στο έργο αναγνώρισης πενταγώνου (S2pm) και σε ένα άλλο έργο αναγνώρισης τριγώνου το S2tm_c. Ακολούθως, η επιτυχής αναγνώριση του πενταγώνου (S2pm) επιφέρει επιτυχία στα δύο άλλα έργα του παράγοντα αυτού (S2tm_a: τρίγωνο και S2hm: εξάγωνο).

Αναλυτικά, το έργο S2tm_b, το οποίο θεωρείται και το πιο δύσκολο για να επιτύχουν τα παιδιά, αποτελείται από μία γεωμετρική σύνθεση όπου τα σχήματα που δόμησαν τη σύνθεση δεν εμπερικλείονται ολικώς το ένα μέσα στο άλλο (σχήματα μερικής επικάλυψης). Συγκεκριμένα, η γεωμετρική σύνθεση δομείται από δύο μεγάλα τρίγωνα (αρχικής δομής) με αντίθετο προσανατολισμό. Για να επιτύχει ένα παιδί στη μεταβλητή αυτή θα πρέπει να εντοπίσει τρεις φορές το μικρότερο δευτέρας τάξης τρίγωνο, πρωτοτυπικού προσανατολισμού, που δημιουργείται στη γεωμετρική σύνθεση από την επικάλυψη των δύο μεγαλύτερων τριγώνων αρχικής δομής. Ο εντοπισμός του σχήματος (αν και πρωτοτυπικού προσανατολισμού) απαιτεί ίσως την αποδόμηση και την αναδόμηση του σχήματος (μερεολογική τροποποίηση) τρεις φορές, επομένως και ο γνωστικός φόρτος του έργου ίσως να είναι πιο μεγάλος. Η επιτυχία του έργου επιφέρει επιτυχία στην αναγνώριση ενός μη οικείου σχήματος (πεντάγωνου) για τα παιδιά σε γεωμετρική σύνθεση όπου τα σχήματα που δόμησαν τη σύνθεση δεν εμπερικλείονται ολικώς το ένα μέσα στο άλλο (σχήματα μερικής επικάλυψης). Ο τύπος της γεωμετρικής σύνθεσης είναι ο ίδιος και στα δύο αυτά έργα. Επομένως, ο τριπλός εντοπισμός οικείου σχήματος, με πρωτοτυπικό προσανατολισμό, φαίνεται ότι ίσως να επιβάρυνε γνωστικά το έργο και να το κατάταξε ως πιο δύσκολο για επιτυχία έργο, από ότι ένα αντίστοιχο έργο αναγνώρισης μη οικείου σχήματος.

Πίνακας 4.10

Συνεπαγωγικά Διαγράμματα Μεταβλητών των Ικανοτήτων της Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος στην Προσχολική Ηλικία,συνολικού δείγματος για κάθε μέτρηση

Πρώτη Μέτρηση	Δεύτερη Μέτρηση	Τρίτη Μέτρηση
		

Με τη σειρά του το έργο αναγνώρισης πενταγώνου επιφέρει επιτυχία στα άλλα δύο έργα αναγνώρισης σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις. Στο έργο S2tm_a τα σχήματα που δόμησαν τη σύνθεση εμπερικλείονται ολικώς το ένα μέσα στο άλλο (σχήματα ολικής επικάλυψης) και εδώ τα παιδιά καλούνται να εντοπίσουν ένα τρίγωνο σε μη πρωτοτυπικό προσανατολισμό. Επομένως, το μη οικείο σχήμα ίσως αποτελεί μεγαλύτερο δείκτη δυσκολίας από ότι ο μη πρωτοτυπικός προσανατολισμός ενός οικείου σχήματος. Η συνεπαγωγή μεταξύ των έργων αυτών παραμένει σταθερή και στις τρεις μετρήσεις (S2tm_b → S2pm → S2tm_a), με τη διαφορά ότι στη δεύτερη και τρίτη μέτρηση εντάσσεται και το έργο S2tm_c (S2tm_b → S2pm → S2tm_c →S2tm_a).

Το έργο αναγνώρισης εξαγώνου (S2hm) της ικανότητας «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» εντάσσεται σε διαφορετικές συνεπαγωγές κατά τις τρεις μετρήσεις. Συγκεκριμένα, στην πρώτη μέτρηση η επιτυχής αναγνώριση του πεντάγωνου επιφέρει επιτυχία στο έργο αυτό, ενώ στην τρίτη μέτρηση παρατηρείται αντίθετη συνεπαγωγή. Δηλαδή, κατά την τρίτη μέτρηση η επιτυχής αναγνώρισης του εξαγώνου επιφέρει επιτυχία στην αναγνώριση πενταγώνου. Στη δεύτερη μέτρηση το έργο αυτό επιφέρει επιτυχία στο έργο S2tm_a που αφορά αναγνώριση τριγώνου. Η συμπεριφορά των παιδιών αλλάζει προς το έργο αυτό αλλά οι συνεπαγωγικές σχέσεις του εξακολουθούν να είναι με έργα του ίδιου παράγοντα, γεγονός που ίσως οφείλεται στη μεγάλη δυσκολία που αντιμετώπισαν τα παιδιά κατά την αναγνώριση του εξαγώνου ως σχήμα δευτέρας τάξης σε γεωμετρική σύνθεση με επικάλυψη σχημάτων.

Η επιτυχία στα έργα της ικανότητας «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» συνεπάγουν επιτυχία στα έργα της ικανότητας «Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται». Σύμφωνα και με τα διαγράμματα των τριών μετρήσεων παρατηρείται μία σταθερή συνεπαγωγή: η επιτυχία στο έργο S1re επιφέρει επιτυχία στο έργο S2ro και αυτό με τη σειρά του επιτυχία στο έργο S1t. Συγκεκριμένα, το έργο αναγνώρισης ορθογωνίου (S1re) θεωρείται το δυσκολότερο από τα τρία, ενώ το πιο εύκολο ήταν το έργο αναγνώρισης τριγώνου (S1t). Η αναγνώριση του μη οικείου σχήματος του ρόμβου θεωρείται πιο εύκολη από αυτή του ορθογωνίου και του τετραγώνου αλλά πιο δύσκολη από αυτή του τριγώνου. Το γεγονός ότι στο έργο S2ro δίνεται μόνο το έργο ως εικονική αναπαράσταση ίσως μπορεί να αποτέλεσε αρωγό οπτικής διάκρισης του σχήματος σε αυτού του τύπου γεωμετρικές συνθέσεις.

Φάνηκε ότι τα έργα αναγνώρισης τριγώνου της ικανότητας «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» συνεπάγουν επιτυχία τελικά στο έργο αναγνώρισης τριγώνου (S1t) της ικανότητας «Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται». Αυτό δείχνει ότι για το σχήμα του τριγώνου η επιτυχής αναγνώρισή του σε γεωμετρικές συνθέσεις δευτέρας τάξης δομών σχημάτων επιφέρει την επιτυχή αναγνώρισή του σε γεωμετρικές συνθέσεις με το τρίγωνο ως μία από τις αρχικές δομές σχημάτων. Επομένως πιο εύκολα εντοπίζεται το τρίγωνο ως αρχική δομή και πιο δύσκολα ως δευτέρας τάξης σχήμα.

Τα έργα «Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» συνεπάγουν επιτυχία στα έργα «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται». Συγκεκριμένα, στις δύο πρώτες μετρήσεις η επιτυχής αναγνώρισης του τριγώνου (S1t) ως αρχική δομή-σχήμα σε γεωμετρικές συνθέσεις με επικαλυπτόμενα σχήματα επιφέρει επιτυχία στην αναγνώριση του ίδιο σχήματος (J1t) σε γεωμετρικές συνθέσεις χωρίς επικάλυψη. Επομένως, τα παιδιά εντοπίζουν με μεγαλύτερη ευκολία τα τρίγωνα στις συνθέσεις χωρίς επικάλυψη.

Κατά τη δεύτερη μέτρηση παρατηρούνται εσωτερικές σχέσεις μεταξύ των έργων της ικανότητας «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται». Αναλυτικά, όταν τα παιδιά σημείωναν επιτυχία στα έργα της ικανότητας αυτής, όπου το τρίγωνο δινόταν και ως εικονική αναπαράσταση και λεκτικά ως ονομασία (J3t), σημείωναν επιτυχία και στα έργα που δινόταν το τρίγωνο μόνο λεκτικά ως ονομασία (J1t). Εστιασμένα στα σχήματα που δινόταν και το όνομα και το σχήμα, αν κάποιο παιδί αναγνώριζε τα τρίγωνα θα αναγνώριζε με επιτυχία και τα ορθογώνια σε μία τέτοια σύνθεση (J3t$\rightarrow$J3re). Επομένως, το ορθογώνιο εδώ θεωρείται πιο εύκολα αναγνωρίσιμο από ότι το τρίγωνο.

Στη συνέχεια, εξετάζονται οι σχέσεις συνεπαγωγής που εντοπίζονται στις μεταβλητές των επιμέρους ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος ανά ηλικία (βλέπε Πίνακα 4.11 και 4.12). Συγκεκριμένα στον Πίνακα 4.11 παρουσιάζονται οι σχέσεις συνεπαγωγής των πιο μικρών παιδιών, ηλικίας από τεσσάρων μέχρι πέντε χρονών, για τις τρεις μετρήσεις του δοκιμίου. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι συνεπαγωγές συνάδουν με το γραμμικό δομικό μοντέλο για την τάση επιπέδου δυσκολίας των ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος.

Σύμφωνα με τον Πίνακα 4.11, στην πρώτη μέτρηση δημιουργούνται οκτώ συνεπαγωγικές αλυσίδες, εκ των οποίων οι πέντε αναφέρονται σε συνεπαγωγές μεταξύ μόνο δύο έργων. Στη δεύτερη μέτρηση οι συνεπαγωγικές αλυσίδες ήταν επτά, αλλά μόνο δύο αναφέρονται σε συνεπαγωγές μεταξύ μόνο δύο έργων. Στην τρίτη μέτρηση οι συνεπαγωγικές αλυσίδες έγιναν τέσσερις εκ των οποίων μόνο μία αναφέρεται σε συνεπαγωγές μεταξύ μόνο δύο έργων.

Τα μικρά παιδιά (ηλικίας 4-5 χρονών) πριν από το παρεμβατικό πρόγραμμα φαίνεται να μην εντάσσουν στις συνεπαγωγές τους τα έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» για μη οικεία σχήματα (S2pm, S2hm). Τα πιο δύσκολα έργα είναι αυτά της συγκεκριμένης ικανότητας. Αναλυτικά, το έργο S2tm_b επιφέρει επιτυχία στο έργο S2tm_a. Τα έργα αυτά με τη σειρά τους συνεπάγουν επιτυχία στα έργα της ικανότητας «Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» (S2ro, S1t). Το μη οικείο σχήμα (S2ro) προβλέπει την αναγνώριση του οικείου σχήματος (S1t). Συγκεκριμένα, η επιτυχής αναγνώριση του ρόμβου επιφέρει επιτυχία και σε άλλα δύο έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται» (J3t, J3s). Εδώ εμφανίζεται και ένα έργο της ικανότητας «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων» (D1re) για το οποίο προβλέπεται η επιτυχία από το έργο J1s αναγνώρισης τετραγώνων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται. Στα έργα της τελευταίας ικανότητας φαίνεται ότι η επιτυχία στο έργο J1s (τετράγωνο) επιφέρει διπλή επιτυχία στα δύο έργα αναγνώρισης τριγώνων (J1t και J3t).

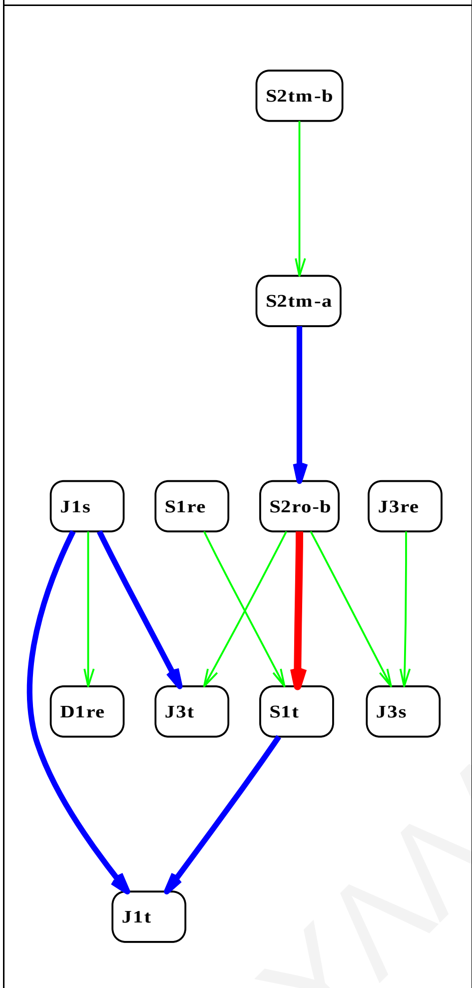
Κατά τη δεύτερη μέτρηση, μετά την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος, παρουσιάζονται συνεπαγωγές με τέσσερα από τα πέντε έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» (εκτός του έργου S2hm). Η δομή παρόλα αυτά παραμένει παρόμοια με την πρώτη μέτρηση.

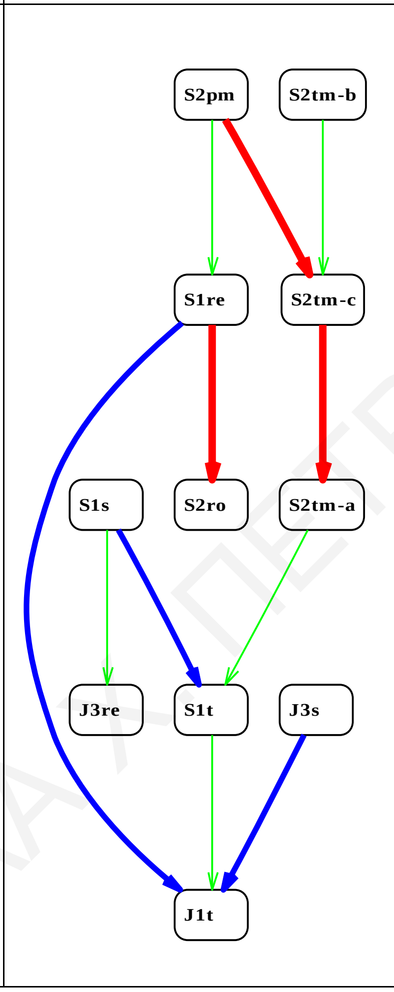
Στην τρίτη μέτρηση παρατηρούνται διαφοροποιήσεις στις συνεπαγωγικές σχέσεις που δημιουργούνται. Συγκεκριμένα, από τη μία τα έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» συνεπάγουν επιτυχία στα έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται». Από την άλλη, ξεχωριστές συνεπαγωγές φαίνεται να υπάρχουν μεταξύ δύο έργων των ικανοτήτων «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται» και «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων», με την πρώτη ικανότητα να προβλέπει επιτυχία στη δεύτερη.

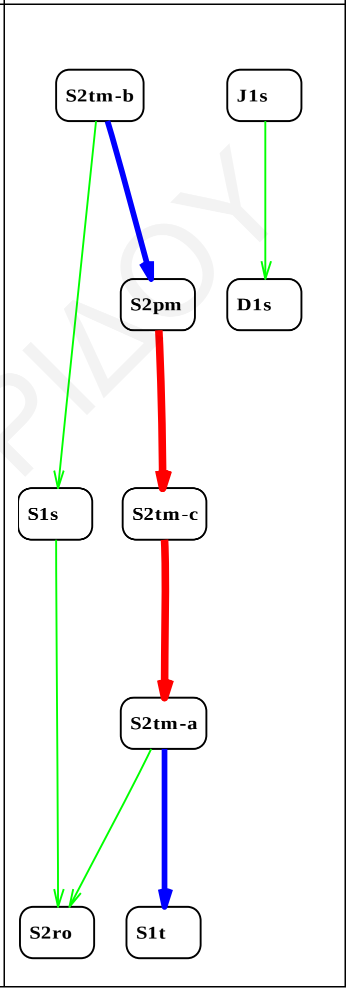
Πίνακας 4.11

Συνεπαγωγικά Διαγράμματα Μεταβλητών των Ικανοτήτων της Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος των παιδιών ηλικίας 4-5 χρονών, για κάθε μέτρηση

Πρώτη Μέτρηση	Δεύτερη Μέτρηση	Τρίτη Μέτρηση







Προχωρώντας στον Πίνακα 4.12 παρουσιάζονται οι σχέσεις συνεπαγωγής των πιο μεγάλων παιδιών, ηλικίας από πέντε μέχρι έξι χρονών, για τις τρεις μετρήσεις του δοκιμίου. Οι συνεπαγωγές διαφέρουν μερικώς από αυτές των παιδιών μικρότερης ηλικίας, αλλά συνάδουν με το γραμμικό δομικό μοντέλο για την τάση επιπέδου δυσκολίας των ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος.

Σύμφωνα και με τον Πίνακα 4.12, στην πρώτη μέτρηση υπήρχαν οκτώ συνεπαγωγές. Αναλυτικά, εντάσσονται στις συνεπαγωγές τα τέσσερα έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται». Τα συγκεκριμένα έργα εμφανίζονται στην κορυφή των αλυσίδων, επομένως θεωρούνται και τα πιο δύσκολα για τα παιδιά να επιτύχουν. Το έργο αναγνώρισης πενταγώνου επιφέρει επιτυχία στο έργο αναγνώρισης τριγώνου (S2tm_a), ενώ εσωτερικές σχέσεις συνεπαγωγής εμφανίζονται και μεταξύ των έργων αναγνώρισης τριγώνου (S2tm_b, S2tm_c, S2tm_a). Οι συνεπαγωγικές σχέσεις των έργων αυτών είναι όμοιες με αυτές της δεύτερης μέτρηση των πιο μικρών παιδιών (βλέπε Πίνακα 4.11).

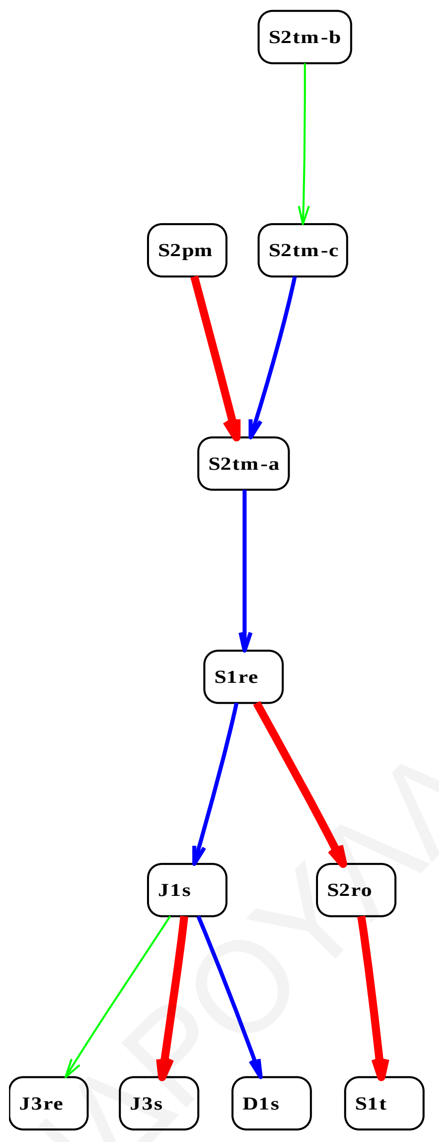
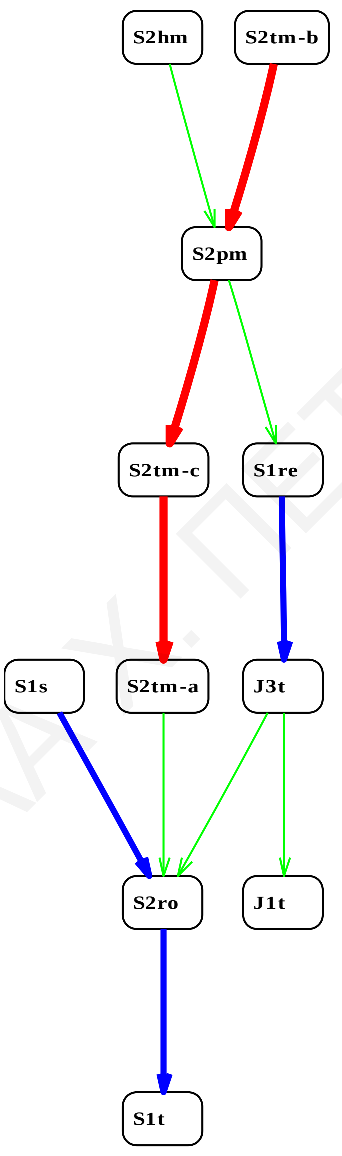
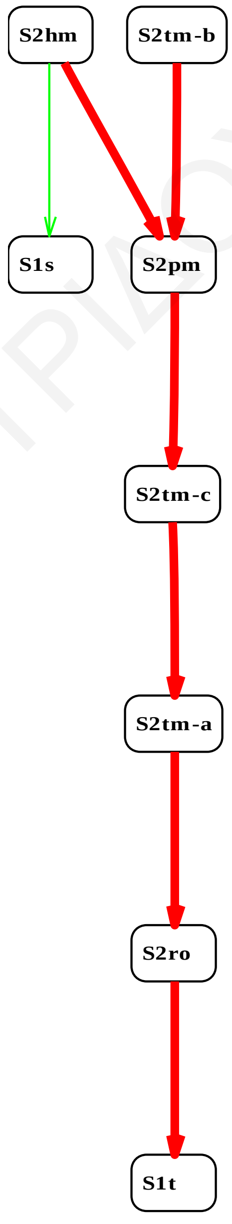
Θα πρέπει να αναφερθεί ότι μικρές αλλαγές στις συνεπαγωγές της ικανότητας αυτής εντοπίζονται κατά τη δεύτερη μέτρηση. Οι σχέσεις συνεπαγωγής μεταξύ των έργων του παράγοντα αυτού παραμένουν όμως σταθερές στην τρίτη μέτρηση. Ειδικότερα, οι σχέσεις αυτές είναι οι ίδιες που είχαν παρουσιαστεί στα έργα αυτά κατά την τρίτη μέτρηση στο διάγραμμα συνεπαγωγών του συνολικού αριθμού παιδιών (βλέπε Πίνακα 4.10).

Τα προηγούμενα έργα συνεπάγουν επιτυχία σε τρία έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» (S1re, S2ro, S1t). Ειδικότερα, η αναγνώριση τετραπλεύρων (S1re, S2ro) φαίνεται να επιφέρει την αναγνώριση τριγώνων (S1t) σε αυτήν την ικανότητα, με την αναγνώριση του ορθογωνίου να είναι πιο δύσκολη από αυτήν του ρόμβου. Οι σχέσεις αυτές είναι οι ίδιες που είχαν παρουσιαστεί στα έργα αυτά κατά τη δεύτερη μέτρηση στο διάγραμμα συνεπαγωγών του συνολικού αριθμού παιδιών (βλέπε Πίνακα 4.10). Κατά τη δεύτερη κα τρίτη μέτρηση των παιδιών 5-6 χρονών φάνηκε ότι τα έργα αυτά είχαν κάποιες διαφοροποιήσεις στις συνεπαγωγές τους. Αυτό όμως που έμεινε αναλλοίωτο ήταν η σχέση συνεπαγωγής του έργου αναγνώρισης ρόμβου S2ro το οποίο επιφέρει επιτυχία στο έργο αναγνώριση τριγώνων (S1t).

Ακολούθως, από τα τελευταία έργα συνεπάγεται επιτυχία σε τρία έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται». Συγκεκριμένα η επιτυχία στην αναγνώριση του τετραγώνου (J1s) επιφέρει επιτυχία στην αναγνώριση του τετραγώνου και του ορθογωνίου όταν δινόταν τόσο το σχήμα ως ονομασία όσο και εικονικά ως αναπαράσταση (J3s, J3re). Συνεπαγωγική σχέση εμφανίζεται και μεταξύ της αναγνώρισης του τετραγώνου (J1s) της προαναφερθείσας ικανότητας με του έργου αναγνώρισης τετραγώνου σε συλλογή διακριτών σχημάτων (D1s) (ικανότητας «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων»). Η συνεπαγωγή αυτή εμφανίζεται και στα παιδιά 4 με 5 χρονών αλλά κατά την τρίτη μέτρηση (βλέπε Πίνακα 4.11) και είναι ανεξάρτητη από τις άλλες συνεπαγωγές έργων. Γενικά, οι συνεπαγωγές των έργων που αναφέρονται στις δύο τελευταίες ικανότητες δεν είναι σταθερές κατά τη δεύτερη και τρίτη μέτρηση.

Πίνακας 4.12

Συνεπαγωγικά Διαγράμματα Μεταβλητών των Ικανοτήτων της Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος των παιδιών ηλικίας 5-6 χρονών, για κάθε μέτρηση

Πρώτη Μέτρηση	Δεύτερη Μέτρηση	Τρίτη Μέτρηση
		

Μία παρατήρηση που μπορεί κάνεις να εντοπίσει είναι ότι από τα μέχρι τώρα συνεπαγωγικά διαγράμματα που έχουν παρουσιαστεί είναι ότι σε όλα τα διαγράμματα κατά την τρίτη μέτρηση παρατηρείται ότι οι συνεπαγωγικές αλυσίδες μειώνονται, αλλά παρόλα αυτά φαίνεται να περιέχουν συνήθως όλα τα έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» και της ικανότητας «Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε

Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται». Επομένως, θα μπορούσαμε ίσως να υποθέσουμε ότι μετά από την πάροδο ενός χρονικού διαστήματος από την παρέμβαση αυτό που διατηρείται σταθερό είναι οι σχέσεις συνεπαγωγής μεταξύ των έργων των ικανοτήτων αυτών.

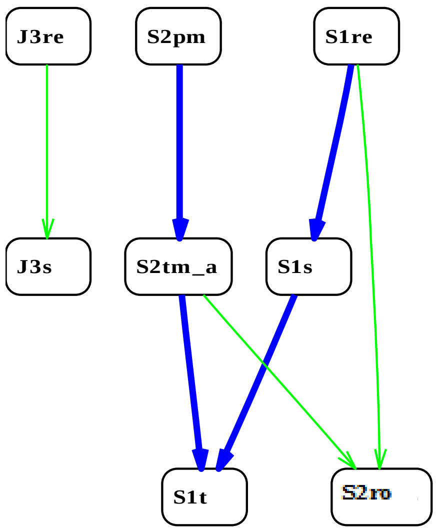
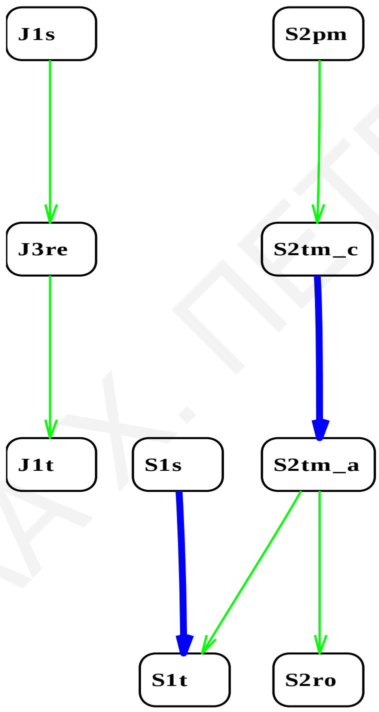
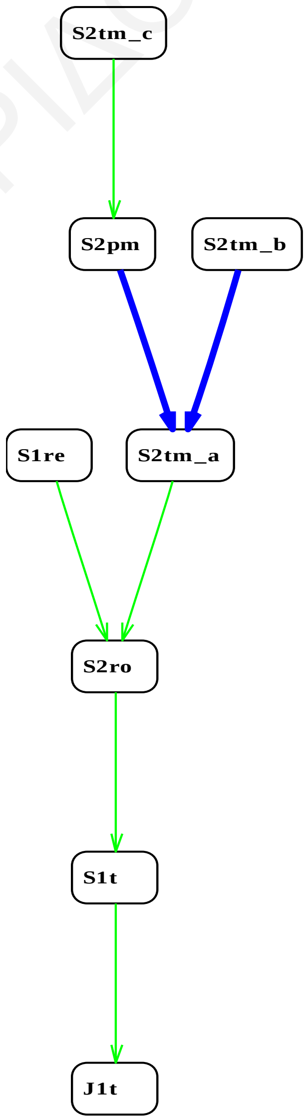
Ακολούθως, εξετάστηκαν οι σχέσεις συνεπαγωγής των μεταβλητών ανά ομάδα παιδιών (πειραματικές ομάδες και ομάδα ελέγχου), οι οποίες συνάδουν με το γραμμικό δομικό μοντέλο για την τάση επιπέδου δυσκολίας των ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Στον Πίνακα 4.13 παρουσιάζονται οι σχέσεις συνεπαγωγής των παιδιών της ομάδα ελέγχου, για τις τρεις μετρήσεις του δοκιμίου. Παρατηρείται ότι στην πρώτη και δεύτερη μέτρηση υπάρχουν ξεχωριστές συνεπαγωγικές αλυσίδες για τα έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται», οι οποίες δε συνδέονται με τις αλυσίδες των άλλων ικανοτήτων. Στις συνεπαγωγές δεν παρουσιάζονται καθόλου έργα από την ικανότητα «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων».

Αρχικά, κατά την πρώτη μέτρηση εντοπίστηκαν εσωτερικές συνεπαγωγές έργων στην ικανότητα «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται». Αναλυτικά, όταν στα έργα αυτής της ικανότητα δινόταν το σχήμα τόσο εικονικά όσο και λεκτικά ως ονομασία, η αναγνώριση του ορθογωνίου (J3re) επιφέρει επιτυχία στην αναγνώριση του τετραγώνου (J3s). Η συνεπαγωγή αυτή διαφοροποιείται κατά τη δεύτερη μέτρηση αφού εντάσσονται έργα αναγνώρισης με μόνο τη λεκτική ονομασία του σχήματος προς αναζήτηση. Εδώ, η αναγνώριση του τετραγώνου (J1s) επιφέρει επιτυχία στην αναγνώριση του τριγώνου (J1t). Στην τρίτη μέτρηση φαίνεται ότι το μόνο έργο που μένει στις συνεπαγωγές ήταν το έργο αναγνώριση του τριγώνου (J1t) για το οποίο η επιτυχία συνεπαγόταν από την επιτυχία στο έργο αναγνώρισης του τριγώνου (S1t) στην ικανότητα «Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται».

Αυτό που προκαλεί εντύπωση είναι ότι τα παιδιά της ομάδας ελέγχου κατά την πρώτη μέτρηση παρουσίασαν συνεπαγωγές μεταξύ μόνο δύο έργων της ικανότητας «Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» (S2pm, S2tm_a) και όλων των έργων της ικανότητας «Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» (S1t, S1re, S1s, S2ro). Συγκεκριμένα, η επιτυχία στο έργο S2pm (πεντάγωνο – μη οικείο σχήμα) επιφέρει επιτυχία στο έργο S2tm_a (τρίγωνο – οικείο σχήμα) και η επιτυχία σε αυτό επιφέρει επιτυχία στο έργο S1t (τρίγωνο). Από την άλλη, φάνηκε ότι η αναγνώριση τετραπλεύρων (S1re, S1s) φαίνεται να επιφέρει την αναγνώριση τριγώνων (S1t) στην ικανότητα «Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται», με την αναγνώριση του ορθογωνίου να είναι πιο δύσκολη από αυτήν του τετραγώνου.

Πίνακας 4.13

Συνεπαγωγικά Διαγράμματα Μεταβλητών των Ικανοτήτων της Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος των παιδιών της Ομάδας Ελέγχου, για κάθε μέτρηση

Πρώτη Μέτρηση	Δεύτερη Μέτρηση	Τρίτη Μέτρηση
		

Οι συνεπαγωγές αυτές παρουσιάζουν μικρές διαφοροποιήσεις κατά τη μέτρηση δύο και τρία. Συγκεκριμένα, στη δεύτερη μέτρηση προστίθεται ακόμη ένα έργο της ικανότητας «Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» (S2tm_c) και αφαιρείται το έργο S1re της ικανότητας

«Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται». Ενώ, στην τρίτη μέτρηση προστίθεται το έργο S2tm_b και το έργο S1re, αλλά φεύγει το έργο S1s.

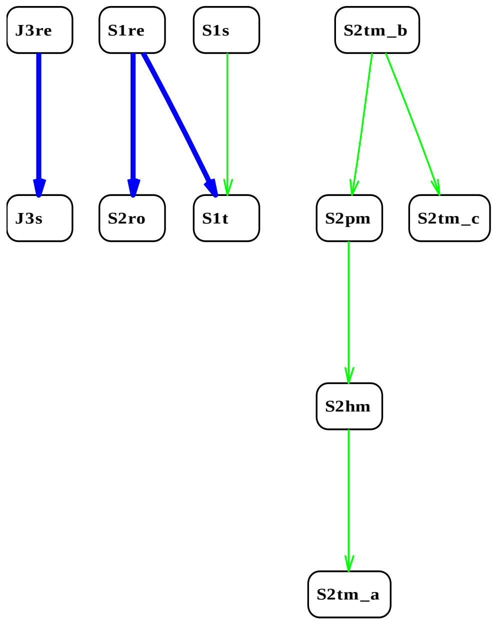
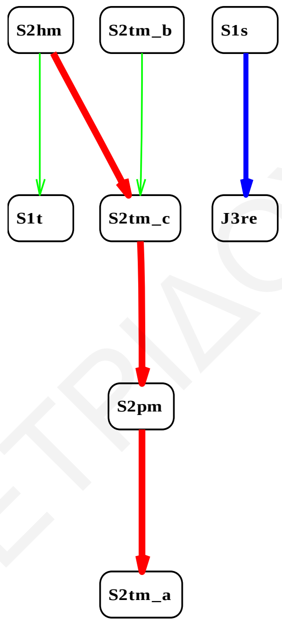
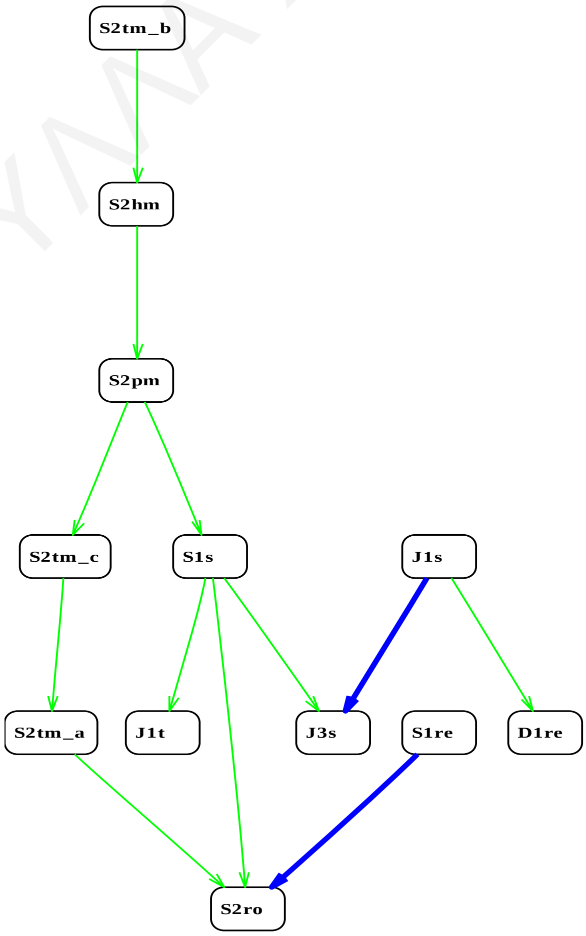
Στον Πίνακα 4.14 παρουσιάζονται οι σχέσεις συνεπαγωγής των παιδιών της πρώτης πειραματικής ομάδα, για τις τρεις μετρήσεις του δοκιμίου. Κατά την πρώτη μέτρηση παρατηρείται ότι υπάρχουν διαφορετικές συνεπαγωγικές αλυσίδες για τα έργα της κάθε ικανότητας ξεχωριστά, οι οποίες δε συνδέονται μεταξύ τους με τις αλυσίδες των άλλων ικανοτήτων.

Συγκεκριμένα, η συνεπαγωγή που παρουσιάζεται στην ικανότητα «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται» ήταν η ίδια με αυτήν που παρουσιάστηκε κατά την πρώτη μέτρηση στην ομάδα ελέγχου (βλέπε Πίνακα 4.13). Στις δύο άλλες ομάδες συνεπαγωγικών αλυσίδων εντάσσονται όλα τα έργα της κάθε ικανότητας. Για τα έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» φαίνεται ότι το πιο δύσκολο ήταν το S2tm_b, το οποίο επιφέρει επιτυχία σε όλα τα άλλα έργα. Από την άλλη, φάνηκε ότι η αναγνώριση τετραπλεύρων (S1re, S1s) φαίνεται να επιφέρει την αναγνώριση τριγώνων (S1t) στην ικανότητα «Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται», με την αναγνώριση του ορθογωνίου να είναι πιο δύσκολη από αυτήν του τετραγώνου.

Κατά τη δεύτερη μέτρηση παρουσιάστηκαν σχέσεις μεταξύ των ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, οι οποίες συμφωνούν με την γραμμική δομή που επιβεβαιώθηκε νωρίτερα. Αναλυτικά, η σχέση των έργων της ικανότητας «Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» έγινε γραμμική με το έργο S2tm_b να επιφέρει επιτυχία σε όλα τα άλλα έργα. Το πιο εύκολο έργο της ικανότητας αυτής ήταν το έργο S2tm_a. Δύο έργα από την ικανότητα αυτή συνεπάγουν επιτυχία σε έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» (S1s, S2ro). Στη συνέχεια το έργο S1s επιφέρει επιτυχία στα έργα J1t και J3s, της ικανότητας «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται». Το έργο J1s της προηγούμενης ικανότητας επιφέρει επιτυχία στο έργο D1re, το οποίο ανήκει στην ικανότητα «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων».

Πίνακας 4.14

Συνεπαγωγικά Διαγράμματα Μεταβλητών των Ικανοτήτων της Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος των παιδιών της Πρώτης Πειραματικής Ομάδας, για κάθε μέτρηση

<table>
<tr><th>Πρώτη Μέτρηση</th><th>Τρίτη Μέτρηση</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><th colspan="2">Δεύτερη Μέτρηση</th></tr>
<tr><td colspan="2">
</td></tr>
</table>

Κατά την τρίτη μέτρηση φαίνεται ότι τα έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» (S2hm) συνεπάγουν επιτυχία σε έργο της ικανότητας «Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» (S1t). Από την άλλη, υπάρχουν έργα της τελευταίας ικανότητας τα οποία συνεπάγουν επιτυχία σε έργα «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται» (J3re), χωρίς δεσμούς συνεπαγωγής με έργα άλλων ικανοτήτων.

Γενικότερα, η δομή των συνεπαγωγικών αλυσίδων στην ομάδα αυτή, ιδιαίτερα κατά τη δεύτερη μέτρηση φαίνεται να είναι πιο σύνθετη από την ομάδα ελέγχου. Οι συνεπαγωγικές αλυσίδες από την πρώτη στη δεύτερη μέτρηση παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές στη δομή της συνεπαγωγής.

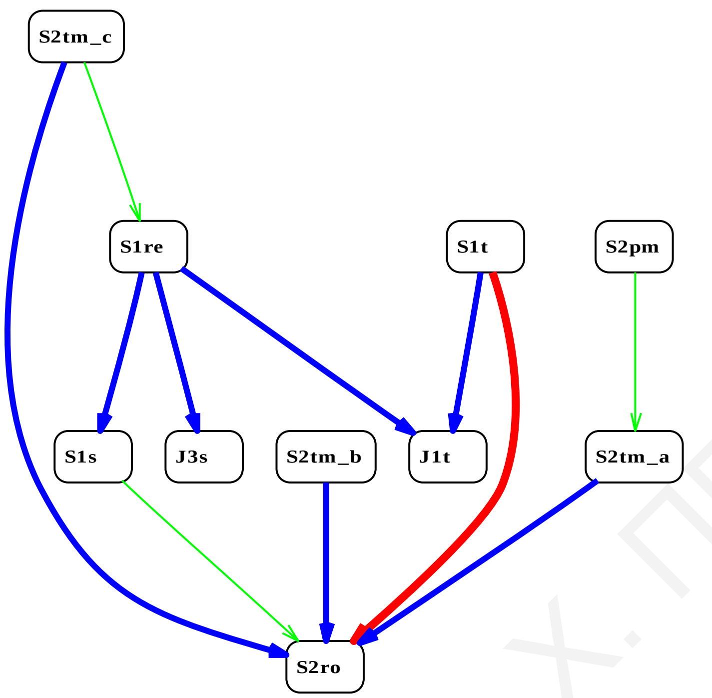
Ακολούθως, στον Πίνακα 4.15 παρουσιάζονται οι σχέσεις συνεπαγωγής των παιδιών της δεύτερης πειραματικής ομάδα, για τις τρεις μετρήσεις του δοκιμίου. Στην πρώτη μέτρηση παρουσιάζονται συνεπαγωγικές αλυσίδες που εμπλέκουν τις τρεις από τις τέσσερις επιμέρους ικανότητες της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος.

Κατά τη δεύτερη μέτρηση παρατηρείται ότι τα έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» δημιουργούν ξεχωριστές συνεπαγωγικές αλυσίδες από αυτές των άλλων τριών ικανοτήτων της αντιληπτικής σύλληψης. Η σχέση των έργων της ικανότητας αυτής για το σχήμα του τριγώνου είναι γραμμική (S2tm_b → S2tm_c → S2tm_a), αλλά για τα μη οικεία σχήματα αυτό δεν ισχύει. Η δομή των αλυσίδων συνεπαγωγής κατά την τρίτη μέτρηση παρουσιάζει ομοιότητες με το συνεπαγωγικό διάγραμμα της αντίστοιχης μέτρησης στην πρώτη πειραματική ομάδα (βλέπε Πίνακα 4.14), με τη διαφορά ότι εδώ δημιουργείται μία εντελώς ξεχωριστή αλυσίδα μεταξύ δύο έργων της ικανότητας «Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» (S1re→S1s).

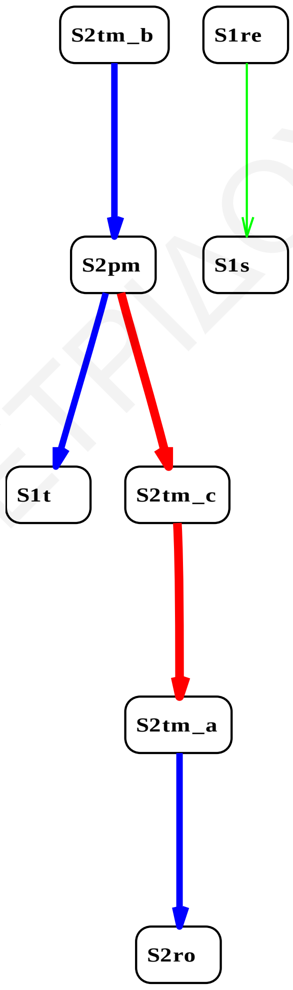
Πίνακας 4.15

Συνεπαγωγικά Διαγράμματα Μεταβλητών των Ικανοτήτων της Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος των παιδιών της Δεύτερης Πειραματικής Ομάδας, για κάθε μέτρηση

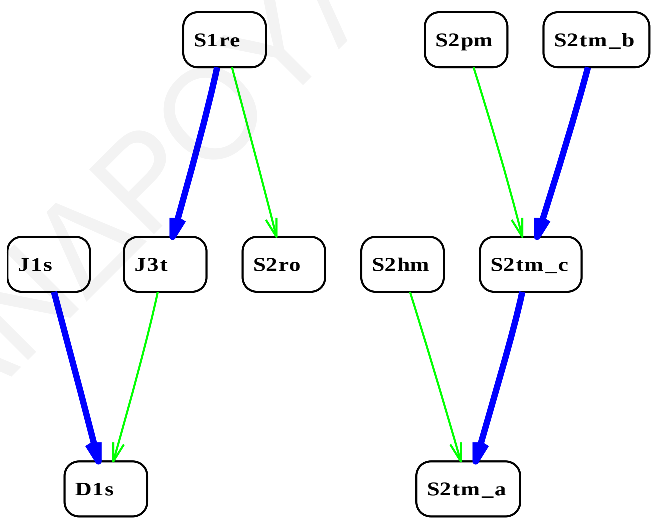
<table>
<tr><th>Πρώτη Μέτρηση</th><th>Τρίτη Μέτρηση</th></tr>
<tr><td>



</td><td rowspan="3">



</td></tr>
<tr><th>Δεύτερη Μέτρηση</th></tr>
<tr><td>



</td></tr>
</table>

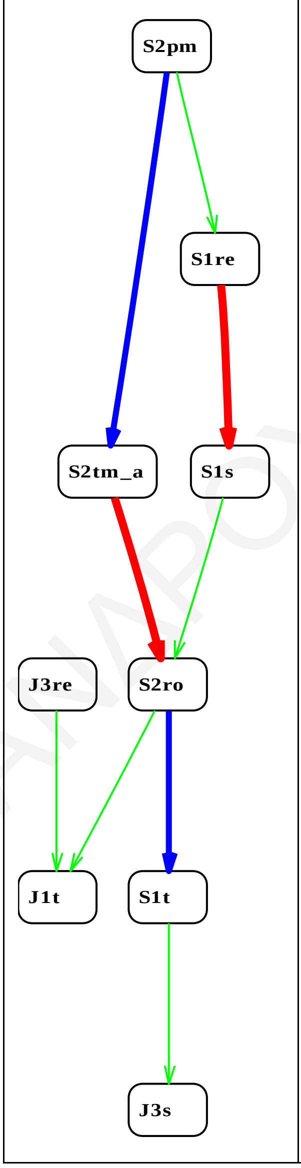
Τέλος, στον Πίνακα 4.16 παρουσιάζονται οι σχέσεις συνεπαγωγής των παιδιών της τρίτης πειραματικής ομάδα, για τις τρεις μετρήσεις του δοκιμίου. Αναλυτικά, το έργο S2pm που αφορά την αναγνώριση πενταγώνου της ικανότητας «Αναγνώρισης Δευτέρας

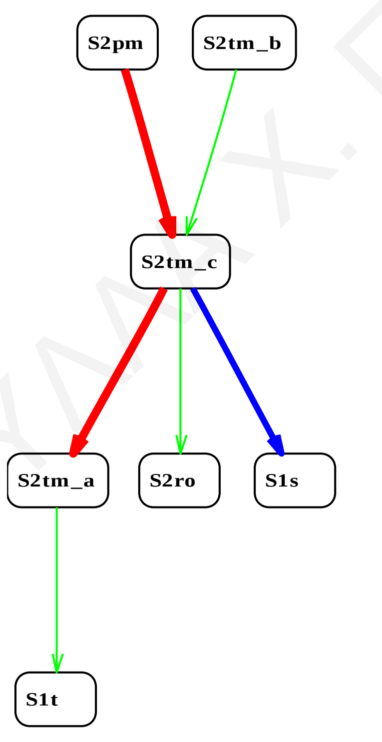
Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» βρίσκεται στην κορυφή των αλυσίδων συνεπαγωγής και στις τρεις μετρήσεις. Το συγκεκριμένο έργο είναι το πιο δύσκολο από όλα τα άλλα και επιφέρει επιτυχία στα άλλα έργα της ικανότητα από την οποία προέρχεται, αλλά και σε έργα από τις δύο άλλες ικανότητες: «Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» και «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται». Στις συνεπαγωγές δεν παρουσιάζονται καθόλου έργα από την ικανότητα «Αναγνώρισης Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων».

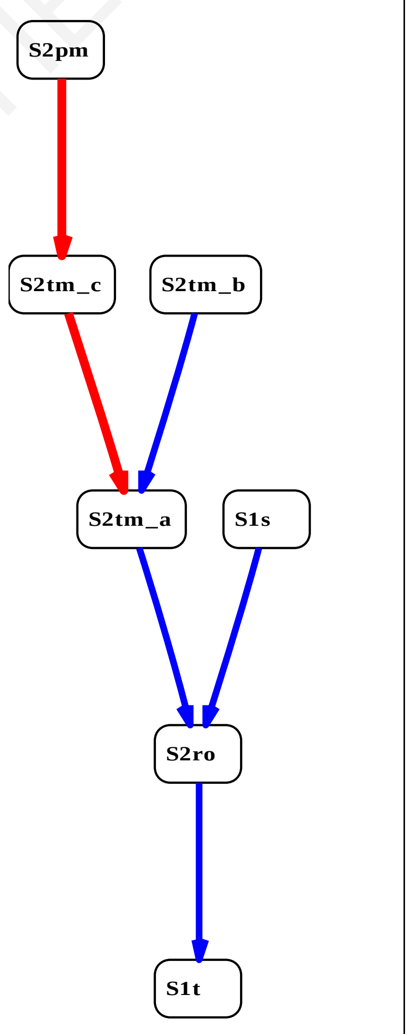
Πίνακας 4.16

Συνεπαγωγικά Διαγράμματα Μεταβλητών των Ικανοτήτων της Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος των παιδιών της Τρίτης Πειραματικής Ομάδας, για κάθε μέτρηση

Πρώτη Μέτρηση	Δεύτερη Μέτρηση	Τρίτη Μέτρηση







Θα πρέπει να αναφερθεί ότι στη δεύτερη και τρίτη μέτρηση προστίθενται δύο ακόμη έργα της ικανότητας «Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται», με μικρές διαφοροποιήσεις στη δομή των αλυσίδων συνεπαγωγής. Παρομοίως, παρατηρείται ότι το έργο S1re της ικανότητας «Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» δεν εντάσσεται σε συνεπαγωγές κατά τις δύο αυτές μετρήσεις, διαφοροποιώντας έτσι τις συνεπαγωγικές σχέσεις που δημιουργούνται. Οι συνεπαγωγικές αλυσίδες που δημιουργούνται κατά την τρίτη μέτρηση παρουσιάζουν ομοιότητες με αυτές της αντίστοιχης μέτρησης των παιδιών της ομάδας έλεγχου (βλέπε Πίνακας 4.13).

Εν κατακλείδι, οι σχέσεις συνεπαγωγής των τριών πειραματικών ομάδων και της ομάδας ελέγχου συνάδουν με το γραμμικό δομικό μοντέλο για την τάση επιπέδου δυσκολίας των ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Παρόλα αυτά εντοπίζονται διαφοροποιήσεις στις συνεπαγωγές των επιμέρους έργων που δομούν τις ικανότητες αυτές.

Λάθη στις Επιμέρους Ικανότητες Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος

Στο σημείο αυτό αναλύθηκαν τα λάθη των παιδιών προσχολικής ηλικίας στις επιμέρους ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος και στις μεταβλητές που τις δόμησαν σύμφωνα με το μοντέλο αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Αναλυτικά, στο ερευνητικό ερώτημα με το οποίο καταπιάστηκε το μέρος αυτό των αποτελεσμάτων είναι το τέταρτο στη σειρά και αναφέρει συγκεκριμένα:

4. Ποια είναι τα λάθη των παιδιών προσχολικής ηλικίας στις επιμέρους ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος;

Αρχικά, αναλύονται τα λάθη των παιδιών, κατά την πρώτη μέτρηση, για την κάθε μία ικανότητα ξεχωριστά και έπειτα παρουσιάζονται συγκρίσεις με τις άλλες δύο μετρήσεις που ακολούθησαν το παρεμβατικό πρόγραμμα. Για το λόγο αυτό στο παρόν ερευνητικό ερώτημα λαμβάνονται υπόψη μόνο τα παιδιά που συμμετείχαν και στις τρεις μετρήσεις της ικανότητας αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Έτσι, ο τελικός αριθμός των υποκειμένων ανέρχεται στους 353 (182 κορίτσια και 171 αγόρια).

Λάθη για την Ικανότητα Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται

Το μέρος αυτό εστιάζεται στα λάθη των παιδιών κατά την προσπάθεια αναγνώρισης των σχημάτων δευτέρας τάξης σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται. Η ικανότητα αυτή παρουσίασε τα μικρότερα ποσοστά επιτυχία και αξίζει μιας εστιασμένης μελέτης του τρόπου εργασίας των παιδιών σε τέτοιας φύσεως έργα και αποκάλυψης των πιθανών εμπόδιων που ίσως προκάλεσαν το φαινόμενο αυτό.

Οι πέντε μεταβλητές που αναφέρονται στην επιμέρους αυτή ικανότητα αναγνώρισης δευτέρας τάξης σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται (παράγοντας πρώτης τάξης μοντέλου αντιληπτικής σύλληψης του σχήματος) αφορούν τρία σχήματα εκ των οποίων τα δύο είναι μη οικεία σχήματα (S2hm: εξάγωνο, S2pm: πεντάγωνο) για τα παιδιά. Τρεις από αυτές αφορούν το σχήμα του τριγώνου (S2tm_a, S2tm_b, S2tm_c), το οποίο θεωρείται οικείο σχήμα.

Στον πιο κάτω Πίνακα 4.17 παρουσιάζονται οι συχνότητες των λανθασμένων απαντήσεων των 353 παιδιών σε όλα τα δοκίμια (προ-πειραματικό και δύο μετά-πειραματικά). Παρατηρείται ότι η συχνότητα των λαθών μειώνεται με την πάροδο των δοκιμίων. Συγκεκριμένα, στο πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο παρατηρούνται οι μεγαλύτερες μειώσεις. Ο ρυθμός μείωσης ελαττώνεται κατά το δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο. Ο προαναφερθέντας ρυθμό μείωσης της συχνότητας των λαθών διαφέρει από μεταβλητή σε μεταβλητή. Αναλυτικά, στις μεταβλητές που αφορούν την αναγνώριση δευτέρας τάξης τριγώνου φαίνεται ότι παρουσιάζονται μεγαλύτερα ποσοστά μείωσης (για τις μεταβλητές S2tm_a: 35.7%, S2tm_b: 28.9%, S2tm_c: 34%) από την πρώτη μέτρηση στη δεύτερη. Στη δεύτερη και τρίτη μέτρηση οι μεταβλητές που αφορούσαν μη οικεία σχήματα (S2hm:εξάγωνο και S2pm:πεντάγωνο) παρουσιάζουν τα μεγαλύτερα ποσοστά λανθασμένων απαντήσεων. Συγκεκριμένα, η μεταβλητή S2hm παρουσιάζει τη μικρότερη μείωση λαθών κατά τις τρείς μετρήσεις του δοκιμίου, ενώ η μεταβλητή S2tm_a τη μεγαλύτερη βελτίωση των λαθών.

Πίνακας 4.17

Συχνότητες Λανθασμένων Απαντήσεων στις μεταβλητές της Ικανότητας Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται

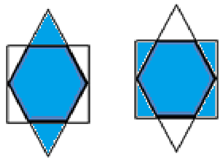
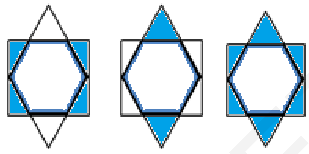
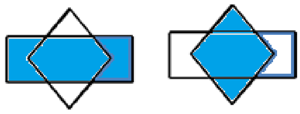
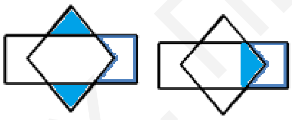
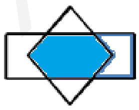
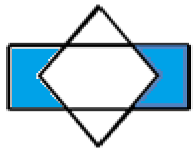
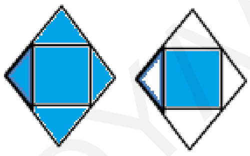
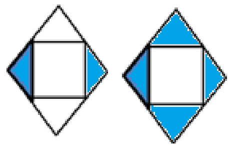
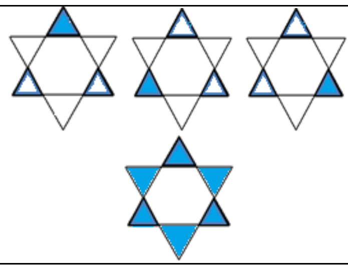
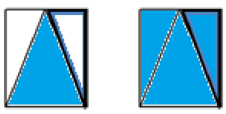
Δοκίμιο / Μέτρηση	Μεταβλητές				
	S2hm	S2pm	S2tm_a	S2tm_b	S2tm_c
Προ-πειραματικό Δοκίμιο (Πρώτη Μέτρηση)	293 (83%)	318 (90.1%)	292 (82.7 %)	293 (83%)	315 (89.2%)
Πρώτο Μετά-πειραματικό Δοκίμιο (Δεύτερη Μέτρηση)	249 (70.5%)	229 (64.9%)	166 (47%)	191 (54.1%)	195 (55.2%)
Δεύτερο Μετά-πειραματικό Δοκίμιο (Τρίτη Μέτρηση)	231 (65.4%)	180 (51%)	111 (31.4%)	126 (35.7%)	168 (47.6%)

Η συχνότητες των λανθασμένων απαντήσεων στα μετά-πειραματικά δοκίμια των παιδιών έδειξαν ότι τα παιδιά αναγνώριζαν με λιγότερη συχνότητα λαθών πρώτιστα τα οικεία σχήματα με μικρή περιστροφή από την πρωτοτυπική τους θέση (S2tm_a: τρίγωνο με 90^o αριστερόστροφη περιστροφή), ακολούθως τα οικεία σχήματα που είχαν πρωτοτυπική θέση στο χώρο αλλά υπήρχαν περισσότερες από μια φορές μέσα στη σύνθεση (S2tm_b: τρίγωνο που υπήρχε τρεις φόρες στη σύνθεση). Στη συνέχεια, με μεγαλύτερο βαθμό λαθών αναγνωρίζουν τα οικεία σχήματα με μεγάλη περιστροφή από την πρωτοτυπική τους θέση (S2tm_c: τρίγωνο με 180^o αριστερόστροφη περιστροφή). Έπειτα, ακόμη μεγαλύτερη συχνότητα λαθών παρουσιάζουν τα μη οικεία σχήματα. Πρώτα αναγνωρίζουν τα μη οικεία σχήματα τα οποία δημιουργούνται περιμετρικά της σύνθεσης (S2hm: πεντάγωνο), ενώ στο τέλος με μεγαλύτερη συχνότητα λαθών αναγνωρίζουν μη οικεία σχήματα που εμπερικλείονται ολικώς στη σύνθεση, μιας που δημιουργούνται στο εσωτερικό της σύνθεσης και όχι σε κάποιο σημείο του περιγράμματος της (S2pm: εξάγωνο).

Στη συνέχεια, θα παρουσιαστούν τα λάθη των παιδιών για την κάθε μία μεταβλητή αυτής της ικανότητας, αρχικά κατά την πρώτη μέτρηση και στη συνέχεια θα συγκριθούν με τη συχνότητα τους στη δεύτερη και στην τρίτη μέτρηση. Ο Πίνακας 4.18 παρουσιάζει τα πιο βασικά είδη λαθών που παρουσιάστηκαν από τα παιδιά στις μεταβλητές της ικανότητας αναγνώρισης δευτέρας τάξης σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται. Συγκεκριμένα, τα είδη λαθών ήταν: (α) η επιλογή των σχημάτων αρχικής δομής έναντι των σχημάτων δευτέρας τάξης, (β) η επιλογή κάποιων ή όλων των οικείων ή μη σχημάτων δευτέρας τάξης και (γ) η επιλογή μερικών ή όλων των όμοιας δομής σχημάτων δευτέρας τάξης με διαφορετικό προσανατολισμό.

Πίνακας 4.18

Είδη Λαθών των παιδιών στις μεταβλητές της Ικανότητας Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται

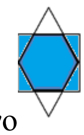
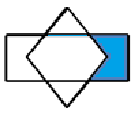
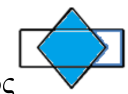
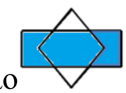
	Βασικά Είδη Λαθών		
	Επιλογή σχημάτων αρχικής δομής	Επιλογή κάποιων ή όλων των οικείων ή μη σχημάτων δευτέρας τάξης	Επιλογή μερικών ή όλων των όμοιας δομής σχημάτων δευτέρας τάξης με διαφορετικό προσανατολισμό
S2hm		Οικεία σχήματα 	-
S2pm		Οικεία σχήματα  Μη Οικεία σχήματα 	
S2tm_a		-	
S2tm_b		Μη Οικεία σχήματα 	
S2tm_c		-	

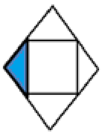
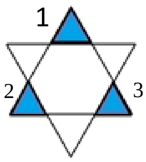
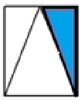
Στην ικανότητα αυτή παρατηρήθηκε ιδιαίτερη χρήση ενός λάθους κατά την αναγνώριση των σχημάτων στη γεωμετρική σύνθεση. Τα παιδιά έτειναν να επιλέγουν τα σχήματα αρχικής δομής της σύνθεσης έναντι των σχημάτων δευτέρας τάξης. Ο Πίνακας 4.19 παρουσιάζει τις συχνότητες επιλογής αρχικών δομών σχημάτων έναντι των σχημάτων δευτέρας τάξης στις μεταβλητές της ικανότητας αυτής, για την κάθε μέτρηση που πραγματοποιήθηκε. Στον συγκεκριμένο Πίνακα φαίνονται, επίσης, οι γεωμετρικές συνθέσεις της κάθε μεταβλητής στις οποίες υπάρχει χρωματισμένο το δευτέρας τάξης σχήμα προς αναγνώριση.

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι η μεταβλητή αναγνώρισης του εξαγώνου (S2hm) είχε ένα μεγάλο ποσοστό παιδιών (83%, δηλ. 293 παιδιά από τα 353), που δεν είχαν εντοπίσει εύστοχα το σχήμα δευτέρας τάξης. Από τα παιδιά αυτά, τα 132 (37.3%) επέλεξαν ένα από τα σχήματα αρχικής δομής αντί το εξάγωνο που ήταν ένα σχήμα δευτέρας τάξης. Τα σχήματα αρχικής δομής της γεωμετρικής σύνθεσης ήταν ένας ρόμβος που επικαλύπτεται από ένα τετράγωνο. Συγκεκριμένα, το 34.5% (122 παιδιά) των παιδιών που επέλεξαν σχήματα αρχικής δομής επιλέγουν το ρόμβο, ενώ μόλις το 2.8% (10 παιδιά) το τετράγωνο. Θα ήταν καλό να σημειωθεί ότι το εξάγωνο αποτελεί ένα από τα σχήματα που σχηματίστηκαν στο εμβαδόν του ρόμβου μετά από την επικάλυψη με το τετράγωνο, στο εσωτερικό της σύνθεσης. Σύμφωνα και με τον Πίνακα 4.19, η συχνότητα επιλογής της αρχικής δομής του ρόμβου μειώνεται (περίπου μείον 4%) στις μετρήσεις μετά την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος.

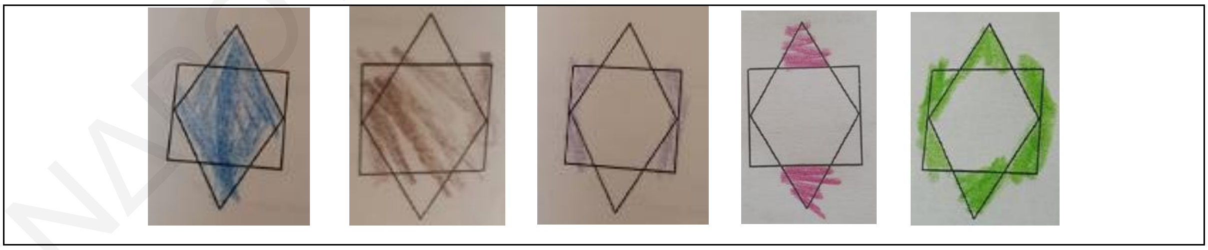
Πίνακας 4.19

Επιλογή Σχημάτων Αρχικής Δομής Έναντι Σχημάτων Δευτέρας Τάξης

	Ορθή επιλογή	Σχήματα Αρχικής Δομής	Μέτρηση		
			Πρώτη	Δεύτερη	Τρίτη
S2hm		Ρόμβος 	122 (34.5%)	111 (31.4%)	108 (30.6%)
		Τετράγωνο 	10 (2.8%)	10 (2.8%)	18 (5%)
		Σύνολο παιδιών	132 (37.3%)	121 (34.2%)	126 (35.6%)
S2pm		Ρόμβος 	141 (39.9%)	95 (26.9%)	65 (18.4%)
		Ορθογώνιο 	16 (4.5%)	7 (2%)	14 (3.9%)
		Σύνολο παιδιών	157 (44.4%)	102 (28.9%)	79 (22.3%)

S2tm_a		Ρόμβος 	38 (10.8%)	16 (4.5%)	15 (4.2%)
		Τετράγωνο 	109 (30.8%)	59 (16.7%)	43 (12.2%)
		Σύνολο παιδιών	147 (41.6%)	75 (21.2%)	58 (16.4%)
S2tm_b		Τρίγωνο 	39 (11%)	42 (11.9%)	30 (8.5%)
		Τρίγωνο 	7 (2%)	7 (2%)	6 (1.7%)
		Σύνολο παιδιών	46 (13%)	49 (13.9%)	36 (10.2%)
S2tm_c		Ορθογώνιο 	33 (9.3%)	8 (2.3%)	16 (4.5%)
		Τρίγωνο 	218 (61.7%)	143 (40.5%)	103 (29.2%)
		Σύνολο παιδιών	251 (71%)	151 (42.8%)	119 (33.7%)

Το διάγραμμα 4.5 παρουσιάζει ενδεικτικές απαντήσεις των παιδιών, μέσα από τις οποίες εντοπίζονται ενδιαφέρουσες λανθασμένες επιλογές σχημάτων που επέλεξαν τα παιδιά στη μεταβλητή αυτή.

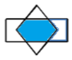


Διάγραμμα 4.5. Δείγματα λανθασμένων επιλογών σχημάτων στη μεταβλητή S2hm, από τα υποκείμενα της έρευνας.

Παραμένοντας στην ίδια μεταβλητή, παρατηρείται ότι στο είδος των λαθών που αφορά την επιλογή οικείων σχημάτων (βλέπε Πίνακα 4.20), φάνηκε ότι 31 παιδιά (8.7%) εντόπιζαν τις τέσσερις από τις έξι πλευρές του εξαγώνου και εστίαζαν την προσοχή τους σε αυτές, επιλέγοντας έτσι τα επιμέρους τέσσερα ορθογώνια τρίγωνα (σχήματα δευτέρας τάξης) τα οποία οριοθετούσαν το σχήμα του εξαγώνου από το σχήμα του τετραγώνου. Στη δεύτερη μέτρηση παρατηρήθηκε ότι το ποσοστό αυτό αυξήθηκε κατά 2.3% (39 παιδιά). Στην τρίτη μέτρηση το ποσοστό αυξάνεται ακόμη πιο πολύ στο 13.8% (49 παιδιά). Μόλις τρία παιδιά επέλεξαν όλα τα άλλα υποσχήματα (σχήματα δευτέρας τάξης) της γεωμετρικής σύνθεσης εξαιρουμένου το εξάγωνο. Στη δεύτερη μέτρηση τα παιδιά που παρουσίασαν το λάθος αυτό έγιναν δύο, ενώ στην τρίτη μέτρηση αυξήθηκαν στους τέσσερις. Παρατηρήθηκε ότι τέσσερα παιδιά επέλεξαν μόνο τα δύο ισοσκελή τρίγωνα (σχήματα δευτέρας τάξης) τα οποία αποτελούσαν επιμέρους μονάδες του ρόμβου (σχήμα αρχικής δομής), εστιαζόμενα στις δύο (βάσεις) από τις έξι πλευρές του εξαγώνου. Στη δεύτερη μέτρηση πέντε παιδιά επέλεξαν τα σχήματα αυτά, ενώ στην τρίτη μέτρηση μόνο ένα παιδί.

Πίνακας 4.20

Επιλογή Οικείων και Μη Οικείων Σχημάτων Δευτέρας Τάξης

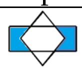
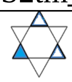
Λάθος	Οικεία σχήματα					Μη Οικεία Σχήματα	
	S2hm			S2pm		S2pm	S2tm_b
							
1η Μέτρηση	31 (8.8%)	4 (1.1%)	3 (0.8%)	6 (1.7%)	5 (1.4%)	34 (9.6%)	82 (23.2%)
2η Μέτρηση	39 (11%)	5 (1.4%)	2 (0.6%)	1 (0.3%)	8 (2.3%)	19 (5.4%)	34 (9.6%)
3η Μέτρηση	49 (13.9%)	1 (0.3%)	4 (1.1%)	5 (1.4%)	10 (2.8%)	29 (8.2%)	21 (5.9%)

Συνεχίζοντας, μελετήθηκε και η μεταβλητή αναγνώρισης πενταγώνου (σχήμα δευτέρας τάξης) στου ίδιου τύπου γεωμετρικές συνθέσεις. Ειδικότερα, το 90.1% (318 παιδιά από τα 353) των παιδιών δυσκολεύτηκε να αναγνωρίσει με επιτυχία το πεντάγωνο. Από τα 318 παιδιά αυτά, τα 157 (44.4%) επέλεξαν ένα από τα σχήματα αρχικής δομής. Τα σχήματα αρχικής δομής της γεωμετρικής σύνθεσης ήταν ένας ρόμβος που επικαλύπτεται από ένα ορθογώνιο. Συγκεκριμένα, το 39.9 % (141 παιδιά) των παιδιών που επέλεξαν σχήματα αρχικής δομής επιλέγουν τον ρόμβο, ενώ μόλις το 4.5 % (16 παιδιά) το ορθογώνιο. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι όπως παρατηρήθηκε και στην μεταβλητή με το εξάγωνο έτσι κι εδώ το μεγαλύτερο ποσοστό των παιδιών επιλέγει το ρόμβο από τα σχήματα αρχικής δομής. Στην προκειμένη μεταβλητή, όμως, το πεντάγωνο σχηματίζεται στο εμβαδόν του ορθογωνίου (του άλλου σχήματος αρχικής δομής) έπειτα από την επικάλυψη του με τον ρόμβο. Το πεντάγωνο βρίσκεται σε ένα μέρος του περιγράμματος της σύνθεσης (εξωτερική τοποθέτηση). Σύμφωνα και με τον Πίνακα 4.19, η συχνότητα επιλογής των αρχικών δομών κατά τη δεύτερη και τρίτη φάση μειώνεται σε μεγάλο βαθμό (ποσοστιαία μείωση 22.1%).

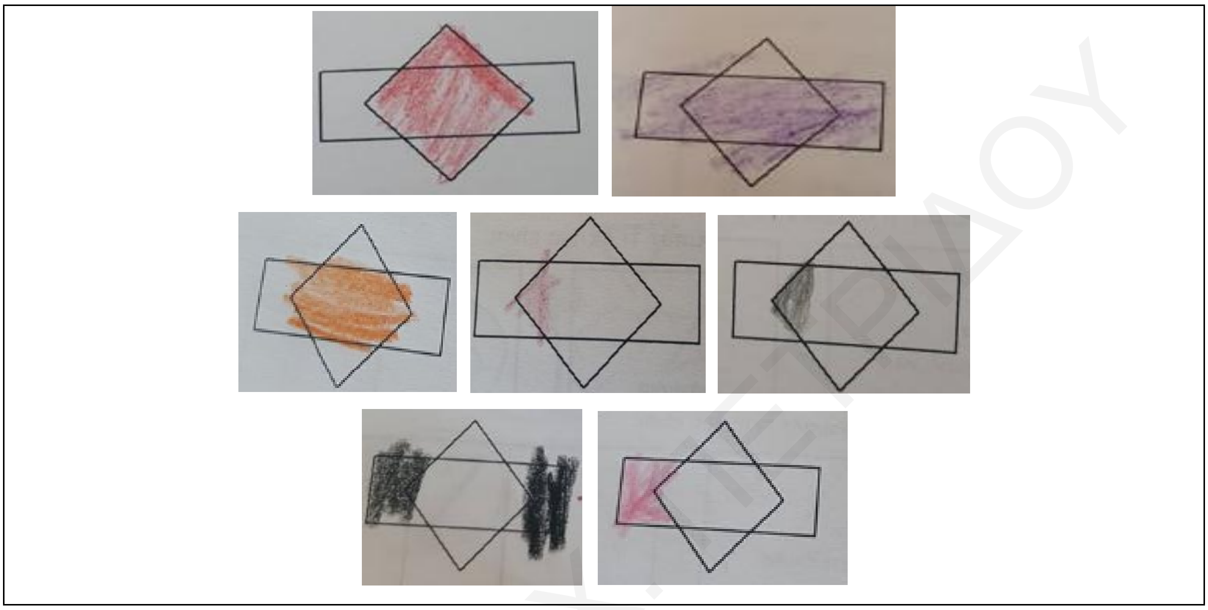
Το διάγραμμα 4.6 παρουσιάζει ενδεικτικές απαντήσεις των παιδιών για τη μεταβλητή αυτή. Παρατηρήθηκε, σύμφωνα και με τον Πίνακα 4.21, ότι 40 παιδιά (11.3%) αναγνώρισαν και τα δύο πεντάγωνα που σχηματίζονται στη γεωμετρική σύνθεση, έστω κι αν η οδηγία ήταν να εντοπίσουν μόνο το συγκεκριμένο πεντάγωνο ακριβώς όπως το έβλεπαν στην αναπαράσταση που δινόταν στην οδηγία (με τον ίδιο προσανατολισμό). Το λάθος αυτό φαίνεται να το έκαναν 11 παιδιά στην δεύτερη μέτρηση και 28 στην τρίτη μέτρηση. Από τις απαντήσεις των παιδιών φάνηκε ότι 34 παιδιά (9.9%) επέλεξαν μόνο το σχήμα του εξαγώνου (σχήμα δευτέρας τάξης), το οποίο εφάπτεται με το πεντάγωνο στη γεωμετρική σύνθεση (βλέπε Πίνακα 4.20). Στην δεύτερη μέτρηση η συχνότητα εμφάνισης του λάθους αυτού μειώθηκε στα 19 παιδιά, ενώ στην τρίτη υπάρχει αύξηση στα 29 παιδιά.

Πίνακας 4.21

Επιλογή Όμοιας Δομή Σχημάτων Δευτέρας Τάξης με Διαφορετικό Προσανατολισμό

Λάθος	Μεταβλητές						
	S2pm	S2tm_a		S2tm_b			S2tm_c
					 ή 		
1η Μέτρηση	40 (11.3%)	12 (3.4%)	76 (21.5%)	48 (13.5%)	10 (2.8%)	60 (17%)	36 (10.2%)
2η Μέτρηση	11 (3.1%)	12 (3.4%)	37 (10.5%)	154 (43.6%)	8 (2.3%)	24 (6.8%)	29 (8.2%)
3η Μέτρηση	28 (7.9%)	5 (1.4%)	24 (6.8%)	221 (62.6%)	5 (1.4%)	15 (4.2%)	29 (8.2%)

Παρατηρήθηκε από την πρώτη μέτρηση ότι ένας μικρός αριθμός παιδιών (πέντε παιδιά) επέλεξε ένα μέρος του εξαγώνου (βλέπε Πίνακα 4.20). Τα παιδιά αυτά φαίνεται ότι ίσως εστίασαν την προσοχή τους σε επιμέρους ευθύγραμμα τμήματα (σχηματικές μονάδες) που δομούν το σχήμα. Ειδικότερα, εντόπισαν τα κοινά ευθύγραμμα τμήματα των δύο σχημάτων (πενταγώνου και εξαγώνου) και επιλεκτικά σκίαζαν μόνο το μέρος αυτό (βλέπε διάγραμμα 4.6), δηλαδή τα παιδιά επέλεγαν και χρωμάτιζαν περίπου το μισό εξάγωνο. Με την πράξη τους αυτή τα παιδιά δεν επέλεξαν ένα σχήμα δύο διαστάσεων αλλά σχηματικές μονάδες μίας διάστασης (δύο ευθύγραμμα τμήματα). Το συγκεκριμένο λάθος που φαίνεται να παρουσιάστηκε από μερικά παιδιά κατά την αναγνώριση του πενταγώνου ήταν ο εντοπισμός των επιμέρους σχηματικών μονάδων του που δομούν το σχήμα αυτό. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι κατά τη δεύτερη μέτρηση (πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο) τα παιδιά που παρουσίασαν το λάθος αυτό αυξήθηκαν στα οκτώ (εκ των οποίων τα δύο ήταν τα ίδια παιδιά που το έκαναν και στην πρώτη μέτρηση). Κατά την τελευταία μέτρηση (δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο) ο αριθμός των παιδιών ανήλθε στους δέκα (διπλάσιος αριθμός παιδιών σε σχέση με την πρώτη μέτρηση), εκ των οποίων τα τέσσερα ήταν παιδιά που είχαν την ίδια απάντηση και κατά τη δεύτερη μέτρηση. Μόνο ένα παιδί παρατηρήθηκε να έχει την ίδια απάντηση σε όλες τις μετρήσεις του δοκιμίου.

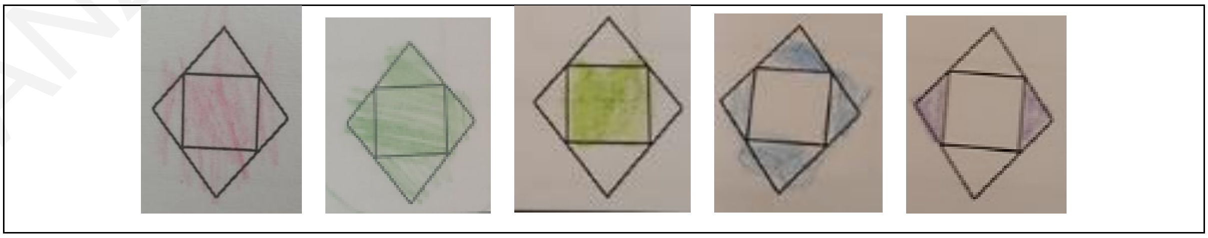


Διάγραμμα 4.6. Δείγματα λανθασμένων επιλογών σχημάτων στη μεταβλητή S2pm από τα υποκείμενα της έρευνας

Προχωρώντας στις τρεις μεταβλητές όπου τα παιδιά έπρεπε να εντοπίσουν ένα οικείο δευτέρας τάξης σχήμα (τρίγωνο) σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται, παρατηρήθηκε ότι τα παιδιά χρησιμοποιούν πλειάδα λαθών που αξίζουν αναφοράς και μελέτης. Συγκεκριμένα στις δύο μεταβλητές (S2tm_a και S2tm_c) τα παιδιά έπρεπε να αναγνωρίσουν το τρίγωνο (σχήμα δευτέρας τάξης) που δημιουργείται σε μη πρωτοτυπικές θέσεις (προσανατολισμός) κατά την πλήρης ενσωμάτωση των δύο σχημάτων αρχικής δομής. Στην τελευταία μεταβλητή (S2tm_b), για να θεωρηθεί ότι το παιδί είχε επιτύχει, θα έπρεπε να εντοπίσει το τρίγωνο (σχήμα δευτέρας τάξης) σε τρεις διαφορετικές θέσεις κατά τη σύνθεση δύο άλλων μεγαλύτερων τριγώνων που δεν ενσωματώνονται πλήρως το ένα μέσα στο άλλο.

Αρχικά, η πρώτη μεταβλητή (S2tm_a) αφορούσε την αναγνώριση ενός ισοσκελούς (πρωτοτυπικό σχήμα) τριγώνου, το οποίο αποτελεί μη διαισθητικό παράδειγμα τριγώνου, λόγω μη πρωτοτυπικού προσανατολισμού του (90^{o} αριστερόστροφα περιστρεμμένο) του. Η γεωμετρική σύνθεση δομήθηκε από ένα τετράγωνο το οποίο εμπερικλείεται πλήρως μέσα σε ένα ρόμβο. Κατά την αναγνώριση του τριγώνου στη σύνθεση παρατηρήθηκε ότι τα παιδιά εντόπισαν τα σχήματα αρχικής δομής (ρόμβος και τετράγωνο). Το 82.7% (292 παιδιά) των παιδιών δυσκολεύτηκε να αναγνωρίσει με επιτυχία το τρίγωνο. Από τα παιδιά αυτά, τα 147 (41.6%) επέλεξαν ένα από τα σχήματα αρχικής δομής. Συγκεκριμένα, το 10.8 % (38 παιδιά) των παιδιών που επέλεξαν σχήματα αρχικής δομής επιλέγουν το ρόμβο, ενώ το 30.8% (109 παιδιά) το τετράγωνο. Όπως παρατηρείται το μεγαλύτερο ποσοστό των παιδιών επιλέγει το τετράγωνο από τα σχήματα αρχικής δομής, αν και το τρίγωνο σχηματίζεται στο εμβαδόν του ρόμβου έπειτα από την επικάλυψη του με το τετράγωνο. Στις δύο μετρήσεις μετά την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος φάνηκε ότι η συχνότητα εμφάνισης του λάθους αυτού μειώθηκε κατά 20.2% στο πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο και κατά ακόμη 4.8% στο δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο (βλέπε Πίνακα 4.19).

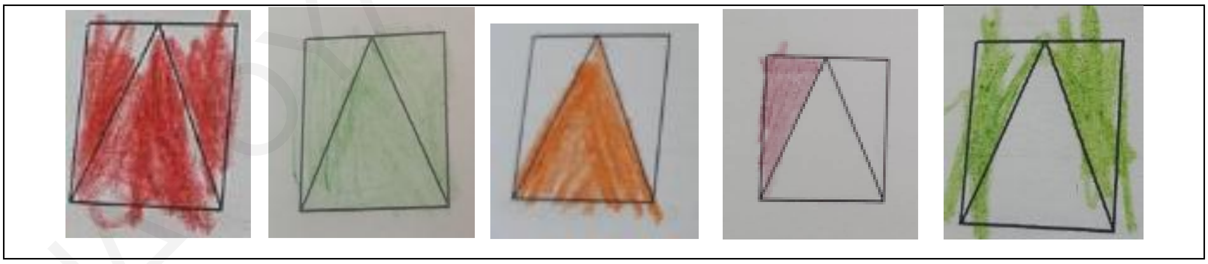
Το διάγραμμα 4.7 παρουσιάζει ενδεικτικές απαντήσεις των παιδιών για τη συγκεκριμένη μεταβλητή. Μια μεγαλύτερη εστίαση στις απαντήσεις των παιδιών, έδειξε ότι ένα σημαντικό ποσοστό παιδιών (76 παιδιά: 21.5%) επέλεξαν όλα τα τρίγωνα που είχαν δημιουργηθεί στη σύνθεση έστω κι αν δεν έμοιαζαν σε μέγεθος και προσανατολισμό με αυτό που καλέστηκαν αρχικά να εντοπίσουν (βλέπε Πίνακα 4.21). Στη δεύτερη μέτρηση ο αριθμός των παιδιών που εφάρμοσαν το λάθος ήταν 37 (μείωση 11%), ενώ κατά τη τρίτη μέτρηση ο αριθμός μειώνεται στα 24 παιδιά (επιπλέον μείωση 3.7%). Επομένως, ίσως με την πάροδο των μετρήσεων τα παιδιά δίνουν περισσότερη έμφαση στον προσανατολισμό του σχήματος μέσα στη γεωμετρική σύνθεση. Από την άλλη, εντοπίστηκαν 12 παιδιά (3.4%) που έτεινε να επιλέγουν όχι μόνο το δοσμένο τρίγωνο με τον ανάλογο προσανατολισμό, αλλά και το συμμετρικό τρίγωνο που δημιουργείται στη σύνθεση. Στη δεύτερη μέτρηση παρουσιάστηκε ο ίδιος αριθμός παιδιών να χρησιμοποιεί το ίδιο λάθος, ενώ στην τρίτη μέτρηση παρουσιάστηκε μείωση του αριθμού στα πέντε παιδιά.



Διάγραμμα 4.7. Δείγματα λανθασμένων επιλογών σχημάτων στη μεταβλητή S2tm_a, από τα υποκείμενα της έρευνας

Στην άλλη μεταβλητή (S2tm_c), σχηματίζεται ένα ορθογώνιο τρίγωνο δευτέρας τάξης, το οποίο βρίσκεται σε μη πρωτοτυπικό προσανατολισμό (180^{o} περιστρεμμένο), για το λόγο αυτό θεωρείται μη διαισθητικό παράδειγμα τριγώνου. Τα σχήματα αρχικής δομής της σύνθεσης ήταν ένα ισοσκελές τρίγωνο το οποίο εμπερικλείεται πλήρως στη δομή ενός ορθογωνίου. Το 89.2% (315 παιδιά) των παιδιών δυσκολεύτηκε να αναγνωρίσει με επιτυχία το τρίγωνο. Από τα παιδιά αυτά, τα 251 (περίπου 71%) επέλεξαν ένα από τα σχήματα αρχικής δομής. Αναλυτικά, το 61.7% (218 παιδιά) των παιδιών που επέλεξαν σχήματα αρχικής δομής επιλέγουν το ισοσκελές τρίγωνο, ενώ το 9.3% (33 παιδιά) το ορθογώνιο. Όπως παρατηρείται το μεγαλύτερο ποσοστό των παιδιών επιλέγει το ισοσκελές τρίγωνο από τα σχήματα αρχικής δομής, αν και το ορθογώνιο τρίγωνο σχηματίζεται στο εμβαδόν του ορθογωνίου έπειτα από την επικάλυψη του με το ισοσκελές τρίγωνο. Το ισοσκελές τρίγωνο εφάπτεται εξωτερικά με το ορθογώνιο τρίγωνο προς αναζήτηση. Αυτό αποδεικνύει ότι τα παιδιά εστιάστηκαν στα βασικότερα ίσως χαρακτηριστικά του σχήματος προς αναζήτησης (τρίγωνο) αλλά αγνόησαν το είδος ή/και τον προσανατολισμό του. Η συχνότητα του λάθους αυτού μειώνεται κατά τη δεύτερη και τρίτη μέτρηση (28.2% και 9.1%, αντίστοιχα).

Πιο κάτω στο διάγραμμα 4.8 παρουσιάζονται ενδεικτικές απαντήσεις των παιδιών για τη μεταβλητή. Ένα λάθος που εμφανίστηκε στις απαντήσεις των παιδιών ήταν ο εντοπισμός και των δύο δευτέρας τάξης ορθογωνίων τριγώνων της σύνθεσης (36 παιδιά: 10.2%), αγνοώντας τον παράγοντα προσανατολισμό του σχήματος (βλέπε Πίνακα 4.21). Ο αριθμός των παιδιών που παρουσίασαν αυτό το λάθος κατά την δεύτερη και τρίτη μέτρηση ήταν σταθερός (29 παιδιά), αλλά μικρότερος από αυτό της πρώτης μέτρηση.



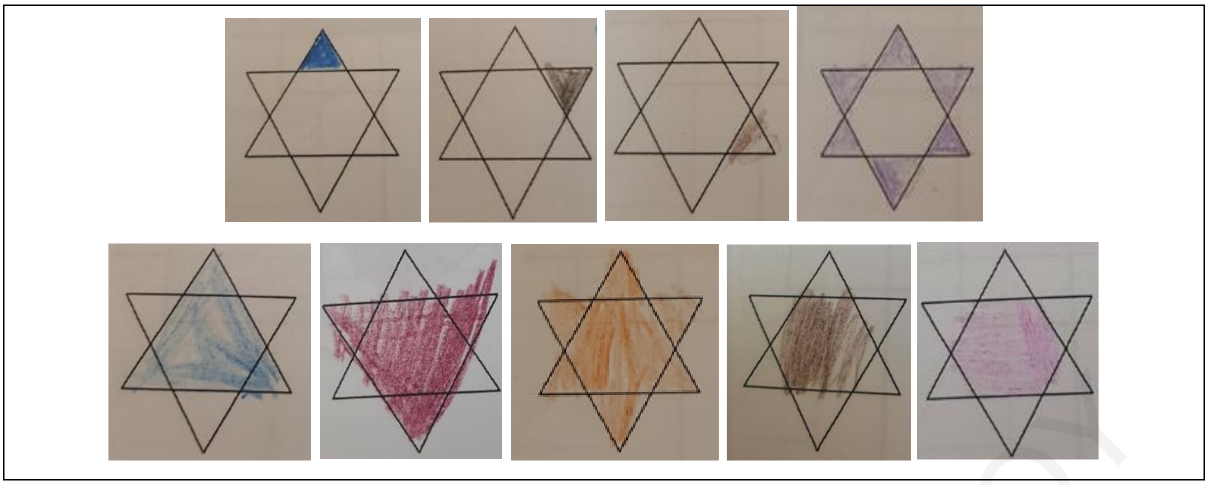
Διάγραμμα 4.8. Δείγματα λανθασμένων επιλογών σχημάτων στη μεταβλητή S2tm_c, από τα υποκείμενα της έρευνας

Τέλος, στη μεταβλητή (S2tm_b) τα παιδιά καλούνταν να αναγνωρίσουν ένα ισόπλευρο (διαισθητικό παράδειγμα) τριγώνου σε πρωτοτυπικό προσανατολισμό στη σύνθεση. Το διαφορετικό στοιχείο της μεταβλητής αυτής ήταν ότι η επιτυχία σε αυτή προνοούσε εύρεση και των τριών τριγώνων (1, 2 και 3) που βρίσκονταν «κρυμμένα» στη σύνθεση (βλέπε Πίνακα 4.19). Συγκεκριμένα, η σύνθεση αυτή αποτελείτο από δύο σχήματα αρχικής δομής τα οποία ήταν πανομοιότυπα μεταξύ τους. Ήταν δύο μεγαλύτερου εμβαδού ισόπλευρα τρίγωνα, εκ των οποίων το ένα ήταν περιστρεμμένο 180^{o}. Τα σχήματα αρχικής δομής δεν επικαλύπτονταν πλήρως το ένα από το άλλο.

Αξίζει να αναφερθεί ότι στην πρώτη μέτρηση 48 παιδιά (13.5%) εντόπισαν μόνο το τρίγωνο 1 (βλέπε Πίνακα 4.19) που δημιουργήθηκε στο πάνω μέρος της σύνθεσης χωρίς να αναγνωρίσουν και τα άλλα δύο τρίγωνα (2 και 3) που σχηματίζονται στη σύνθεση. Στη δεύτερη μέτρηση ο αριθμός των παιδιών αυτών ανήλθε στους 154 (43.6%), ενώ στην τρίτη μέτρηση αυξήθηκε στους 221 (62.6%). Από την άλλη, στην πρώτη μέτρηση μόνο 10 παιδιά (2.8%) αναγνώρισαν ένα από τα κάτω τρίγωνα (το 2 ή το 3) που δημιουργήθηκαν, ενώ στη δεύτερη μέτρηση ο αριθμός των παιδιών μειώθηκε στους οκτώ, με την τρίτη μέτρηση να έχει μόνο πέντε παιδιά. Επιπλέον παρατήρηση αποτέλεσε το γεγονός ότι στην πρώτη μέτρηση μόνο δύο παιδιά αναγνώρισαν και τα τρία τρίγωνα (1, 2 και 3) στη σύνθεση, ενώ στη δεύτερη μέτρηση ο αριθμός των παιδιών ανήλθε στους τρεις. Αντιθέτως, στην τρίτη μέτρηση κανένα παιδί δεν κατάφερε να εντοπίσει και τα τρία τρίγωνα, αλλά εντοπίστηκαν στην μέτρηση αυτή δύο παιδιά που αναγνώρισαν επιτυχώς μόνο τα τρίγωνα 2 και 3. Στην κατηγορία αυτού του λάθους εντάχθηκε η προαναφερθείσα επιλογή κάποιων από τα τρία τρίγωνα που έπρεπε τα παιδιά να αναγνωρίσουν στη μεταβλητή S2tm_b.

Το 83% (293 παιδιά) των παιδιών της πρώτης μέτρησης δυσκολεύτηκε να αναγνωρίσει με επιτυχία το τρίγωνο. Από τα παιδιά αυτά, τα 46 (13%) επέλεξαν ένα από τα σχήματα αρχικής δομής. Ειδικότερα, το 11% (39 παιδιά) των παιδιών που επέλεξαν σχήματα αρχικής δομής επιλέγουν το τρίγωνο σε πρωτοτυπικό προσανατολισμό, ενώ το 2% (7 παιδιά) το περιστρεμμένο τρίγωνο. Δεν παρουσιάστηκαν ιδιαίτερες αλλαγές στις δύο επόμενες μετρήσεις του δοκιμίου όσο αφορά το λάθος αυτό. Στο διάγραμμα 4.9 παρουσιάζονται οι διαφορετικές ενδεικτικές απαντήσεις των παιδιών. Παρατηρείται, σύμφωνα με τον Πίνακα 4.21, ότι 60 παιδιά (17%) φαίνεται να αγνόησαν τον προσανατολισμό του δοθέντος σχήματος, μιας που χρωμάτισαν και τα έξι μικρά τρίγωνα που σχηματίζονται στη σύνθεση. Ο αριθμός των παιδιών που εφάρμοσαν το λάθος αυτό στη δεύτερη μέτρηση μειώθηκε στους 24 (6.8%), ενώ στη τρίτη μέτρηση στους 15 (4.2%).

Εντύπωση προκαλεί το γεγονός ότι 82 παιδιά (23.2%) επιλέγουν και χρωματίζουν μόνο το εξάγωνο (σχήμα δευτέρας τάξης) που δημιουργείται στη σύνθεση έπειτα από την επικάλυψη των αρχικών σχημάτων (βλέπε Πίνακα 4.20). Ο αριθμός των παιδιών που εφάρμοσαν το λάθος αυτό στη δεύτερη μέτρηση μειώθηκε στους 34 (9.6%), ενώ στην τρίτη μέτρηση στους 21 (5.9%).



Διάγραμμα 4.9. Δείγματα λανθασμένων επιλογών σχημάτων στη μεταβλητή S2tm_b, από τα υποκείμενα της έρευνας

Στο πιο κάτω συνοπτικό Πίνακα 4.22 , σύμφωνα με τον τρόπο παρουσίαση των ποιοτικών δεδομένων από τους Miles και Huberman (1994) δίνεται με πιο συνοπτικό τρόπο η συχνότητα των λαθών των παιδιών στην επιμέρους αυτή ικανότητα, ανά μέτρηση.

Πίνακας 4.22

Σύνοψη Συχνότητας Λαθών Παιδιών στα Τρία Είδη Λάθους της Επιμέρους Ικανότητας Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται

	Επιλογή σχημάτων αρχικής δομής	Επιλογή κάποιων ή όλων των οικείων ή μη σχημάτων δευτέρας τάξης		Επιλογή μερικών ή όλων των όμοιας δομής σχημάτων δευτέρας τάξης με διαφορετικό προσανατολισμό
Μέτρηση		Οικεία	Μη Οικεία	
$1^{η}$	+ +	+	+ +	+ +
$2^{η}$	– –	+	–	– –
$3^{η}$	–	+	±	±

Σημείωση. Το σύμβολο «+ +» αντιστοιχεί στην πολύ αυξημένη συχνότητα εμφάνισης λάθους, το σύμβολο «+»αντιστοιχεί στην αυξημένη συχνότητα εμφάνισης λάθους, το σύμβολο «±» αντιστοιχεί στην ουδέτερη ή μικρή αλλαγή συχνότητας εμφάνισης λάθους, το σύμβολο «–» αντιστοιχεί στη μειωμένη συχνότητα εμφάνισης λάθους και το σύμβολο «– –» αντιστοιχεί στην πολύ μειωμένη/ ελάχιστη συχνότητα εμφάνισης λάθους.

Συγκεκριμένα, στις πέντε μεταβλητές της ικανότητας αυτής φαίνεται ότι τα παιδιά τείνουν να έχουν μια σταθερή τάση επιλογής άλλων οικείων σχημάτων δευτέρας τάξης, που διατηρείται σε όλες τις μετρήσεις. Ιδιαίτερη μείωση παρουσιάζεται κατά την δεύτερη μέτρηση στη συχνότητα επιλογής σχημάτων αρχικής δομής και επιλογής όμοιων σχημάτων δευτέρας τάξης με διαφορετικό προσανατολισμό.

Στη συνέχεια, εξετάστηκε αν το είδος του σχήματος επηρέασε τον τρόπο ανταπόκρισης των παιδιών στις μεταβλητές αυτής της ικανότητας. Ο Πίνακας 4.23 παρουσιάζει τη συχνότητα των λαθών ανά ομάδα μεταβλητών με οικεία και μη σχήματα. Αναλυτικά, στον Πίνακα 4.23 φαίνεται πόσα παιδιά δεν πέτυχαν να αναγνωρίσουν ούτε το ένα ούτε το άλλο μη οικείο ή οικείο σχήμα στις αντίστοιχες μεταβλητές. Οι μεταβλητές με τα δύο μη οικεία σχήματα παρουσιάζουν μεγαλύτερα ποσοστά λαθών από ότι αυτές με τα οικεία σχήματα σε όλες τις μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν.

Στην πρώτη μέτρηση μόλις 14 παιδιά (4%) αναγνώρισαν επιτυχώς και τα δύο μη οικεία σχήματα δευτέρας τάξης σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου υπάρχει επικάλυψη σχημάτων. Στη δεύτερη μέτρηση 50 παιδιά (14.2%) αναγνώρισαν τα σχήματα αυτά, ενώ στην τρίτη μέτρηση ο αριθμός των παιδιών ανήλθε στους 80 (22.7%). Οι συχνότητες αυτές είναι μικρότερες από τις αντίστοιχες συχνότητες των μεταβλητών με οικεία σχήματα κατά τη δεύτερη και τρίτη μέτρηση.

Από την άλλη, στην πρώτη μέτρηση εντοπίστηκαν άλλα 14 παιδιά (4%) που αναγνώρισαν επιτυχώς τα δύο (S2tm_a και S2tm_c) από τα τρία τρίγωνα στις γεωμετρικές αυτές, εκ των οποίων μόνο 9 (2.5%) εντόπισαν έστω ένα από τα τρίγωνα και της γεωμετρικής σύνθεσης που απαιτούσε εντοπισμό τριών τριγώνων (S2tm_b). Παρατηρήθηκε ότι ο αριθμός των παιδιών που αναγνώρισαν επιτυχώς τα δύο (S2tm_a και S2tm_c) από τα τρία τρίγωνα στις γεωμετρικές, παρουσίασε μια πολύ μεγάλη αύξηση κατά τη δεύτερη μέτρηση αφού ανήλθε στους 121 (34.3%), συνεχίζοντας στην τρίτη μέτρηση που ανήλθε στους 175 (49.6%). Τα αντίστοιχα παιδιά που εντόπισαν έστω ένα από τα τρίγωνα και της γεωμετρικής σύνθεσης που απαιτούσε εντοπισμό τριών τριγώνων (S2tm_b) ήταν στη δεύτερη μέτρηση 90 (25.5%) και στην τρίτη 154 (43.6%). Αξίζει να σημειωθεί ότι κανένα παιδί δεν εντόπισε με επιτυχία όλα τα τρίγωνα και στις τρείς γεωμετρικές συνθέσεις (S2tm_a, S2tm_b και S2tm_c) εξαιρουμένου ενός μόνο παιδιού κατά τη δεύτερη μέτρηση.

Τα παιδιά φάνηκε ότι παρουσίασαν τα συγκεκριμένα είδη (κατηγορίες) λαθών κατά τον εντοπισμό δευτέρας τάξης σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται, ανεξαρτήτου αν το σχήμα προς αναγνώριση ήταν οικείο προς αυτούς ή όχι. Φάνηκε ότι ο προσανατολισμός των σχημάτων στο χώρο, η χωρική τοποθέτηση του στη σύνθεση (περιγραμματικά ή εσωτερικά), αλλά και το πλήθος των σχημάτων προς αναγνώριση, αποτέλεσαν μερικούς από τους παράγοντες που πιθανώς επηρέασαν την επιτυχή αναγνώριση σχημάτων δευτέρας τάξης σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται.

Πίνακας 4.23

Συχνότητες Λανθασμένων Απαντήσεων για Οικεία και Μη Οικεία Σχήματα

Ομάδες Μεταβλητών	Σχήματα	
	Μη Οικεία (S2pm, S2hm)	Οικείο (S2tm_a, S2tm_b, S2tm_c)
Προ-πειραματικό Δοκίμιο (Πρώτη Μέτρηση)	272 (77.1%)	244 (69.1%)
Πρώτο Μετά-πειραματικό Δοκίμιο (Δεύτερη Μέτρηση)	175 (49.6%)	110 (31.2%)
Δεύτερο Μετά-πειραματικό Δοκίμιο (Τρίτη Μέτρηση)	138 (39.1%)	82 (23.2%)

Λάθη για την Ικανότητα Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται

Στο μέρος αυτό αναλύονται τα λάθη των παιδιών κατά την προσπάθεια εντοπισμού των αρχικών δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται (παράγοντας πρώτης τάξης μοντέλου αντιληπτικής σύλληψης του σχήματος). Οι τέσσερις μεταβλητές που αναφέρονται στην επιμέρους αυτή ικανότητα αφορούν τέσσερα σχήματα εκ των οποίων το ένα είναι μη οικείο σχήμα (S2ro: ρόμβος) για τα παιδιά και τα άλλα τρία οικεία (S1t: τρίγωνο, S1s: τετράγωνο, S1re: ορθογώνιο).

Στον πιο κάτω Πίνακα 4.24 παρουσιάζονται οι συχνότητες των λανθασμένων απαντήσεων των 353 παιδιών σε όλα τα δοκίμια (προ-πειραματικό και δύο μετά-πειραματικά). Παρατηρείται ότι η συχνότητα των λαθών μειώνεται με την πάροδο των δοκιμίων, εξαιρουμένου μιας μικρής αύξησης (της τάξεως του 2.5%) που παρουσιάστηκε μεταξύ δεύτερης και τρίτης μέτρησης για τη μεταβλητή αναγνώρισης του ορθογωνίου (S1re). Συγκεκριμένα, στο πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο παρατηρούνται οι μεγαλύτερες μειώσεις. Ο ρυθμός μείωσης ελαττώνεται κατά το δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο. Ο προαναφερθέντας ρυθμό μείωσης της συχνότητας των λαθών διαφέρει από μεταβλητή σε μεταβλητή. Συγκεκριμένα, η μεταβλητή S1t παρουσιάζει τη μεγαλύτερη ποσοστιαία μείωση λαθών κατά τις τρείς μετρήσεις του δοκιμίου (της τάξεως του 18.1%). Η μεταβλητή που φαίνεται να δυσκόλεψε πιο πολύ τα παιδιά ήταν η S1re, μιας που παρουσίασε τα μεγαλύτερα ποσοστά λανθασμένων απαντήσεων. Από την άλλη, η μεταβλητή στην οποία ήταν πιο εύκολο για τα παιδιά να αναγνωρίσουν το σχήμα ήταν η S1t, που συγκεντρώνει τα χαμηλότερα ποσοστά λάθους.

Πίνακας 4.24

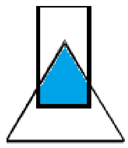
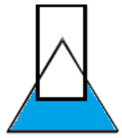
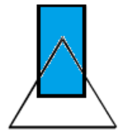
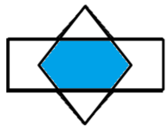
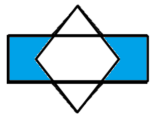
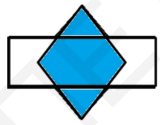
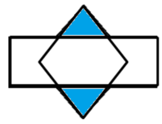
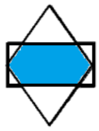
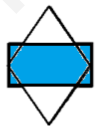
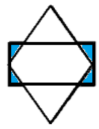
Συχνότητες Λανθασμένων Απαντήσεων στις Μεταβλητές της Ικανότητας Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται

Δοκίμιο / Μέτρηση	Μεταβλητές			
	S1t	S1s	S1re	S2ro
Προ-πειραματικό Δοκίμιο (Πρώτη Μέτρηση)	101 (28.6%)	134 (38%)	244 (69.1%)	107 (30.3%)
Πρώτο Μετά-πειραματικό Δοκίμιο (Δεύτερη Μέτρηση)	53 (15%)	88 (24.9%)	205 (58%)	68 (19.3%)
Δεύτερο Μετά-πειραματικό Δοκίμιο (Τρίτη Μέτρηση)	37 (10.5%)	81 (22.9%)	213 (60.3%)	63 (17.8%)

Στην ικανότητα αυτή τα παιδιά παρουσίασαν τέσσερα είδη λαθών. Τα παιδιά φαίνεται ότι ίσως εντόπιζαν ένα μέρους του εμβαδού του αρχικού σχήματος προς αναγνώρισης, αφού έτειναν να επιλέγουν είτε το μέρος του σχήματος προς αναγνώριση που επικαλυπτόταν με το άλλο σχήμα αρχικής δομής είτε το μέρος του σχήματος που δεν έμπιπτε σε επικάλυψη (βλέπε Πίνακα 4.25). Θα πρέπει να αναφερθεί ότι ένα άλλο συχνό λάθος των παιδιών ήταν η επιλογή ολόκληρου ή μέρους του άλλου σχήματος αρχικής δομής αντί αυτού που ζητείτο. Αρχικά, παρουσιάζονται οι επιλογές και τα λάθη των παιδιών ανά μεταβλητή κατά την πρώτη μέτρηση και στη συνέχεια συγκρίνονται με τη δεύτερη και την τρίτη μέτρηση του δοκιμίου.

Πίνακας 4.25

Είδη Λαθών των παιδιών στις Μεταβλητές της Ικανότητας Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται

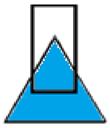
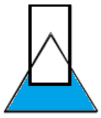
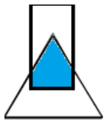
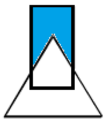
		Μέρος που επικαλύπτεται	Μέρος που δεν επικαλύπτεται	Άλλο σχήμα αρχικής δομής	Μέρος που δεν επικαλύπτεται και ανήκει στο άλλο σχήμα αρχικής δομής
Μεταβλητές	S1t				
	S1s				
	S1re				
	S2ro				

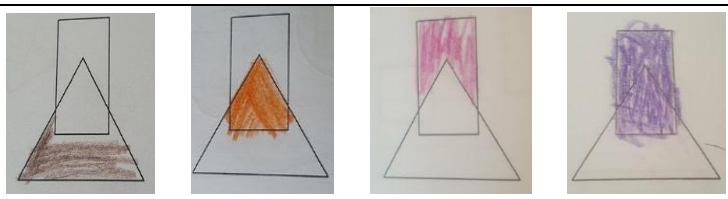
Στη μεταβλητή αναγνώρισης του τριγώνου αρχικής δομής (S1t) παρατηρήθηκε ότι κατά την πρώτη μέτρηση ένα μεγάλος αριθμός παιδιών 45 παιδιά (12.7%) επέλεξαν μόνο το μέρος του τριγώνου που δεν επικαλυπτόταν (βλέπε Πίνακα 4.26). Το ποσοστό των παιδιών που εφάρμοσαν το ίδιο λάθος κατά τη δεύτερη μέτρηση μειώθηκε στο 5.7% (20 παιδιά), ενώ κατά την τρίτη μέτρηση κατέβηκε στο 3.6 % (13 παιδιά). Από την άλλη, κατά την πρώτη μέτρηση μία άλλη ομάδα παιδιών (22 παιδιά: 6.2%) εντόπισε μόνο το μέρους του τριγώνου που επικαλυπτόταν. Η συχνότητα του φαινομένου αυτού μειώθηκε στα δώδεκα παιδιά (3.4%) κατά τη δεύτερη μέτρηση και αργότερα στη τρίτη μέτρηση στα επτά παιδιά (2%).

Παρατηρήθηκε ότι υπήρχαν 15 παιδιά (4.2%) από την πρώτη μέτρηση τα οποία επέλεγαν το άλλο σχήμα αρχικής δομής, το ορθογώνιο. Στη δεύτερη μέτρηση ο αριθμός των παιδιών που παρουσίασαν το ίδιο λάθος μειώθηκε στους εννέα (2.5%) και στην τρίτη μέτρηση στους πέντε (1.4%). Μεμονωμένες περιπτώσεις παιδιών επιλέγουν ένα μέρος του άλλου αρχικής δομής σχήματος που δεν επικαλύπτεται. Ενδεικτικά παραδείγματα απαντήσεων των παιδιών παρουσιάζονται στο διάγραμμα 4.10.

Πίνακας 4.26

Συχνότητα Επιλογής Σχημάτων στη Γεωμετρική Σύνθεση της μεταβλητής S1t

		Μέτρηση		
		Πρώτη	Δεύτερη	Τρίτη
Ορθή Επιλογή		252 παιδιά (71.4%)	300 παιδιά (85%)	316 παιδιά (89.5%)
Λανθασμένες Επιλογές				
Μέρος που δεν επικαλύπτεται		45 παιδιά (12.7%)	20 παιδιά (5.7%)	13 παιδιά (3.7%)
Μέρος που επικαλύπτεται		22 παιδιά (6.2%)	12 παιδιά (3.4%)	7 παιδιά (2%)
Άλλο σχήμα αρχικής δομής		15 παιδιά (4.2%)	9 παιδιά (2.5%)	5 παιδιά (1.4%)
Μέρος που δεν επικαλύπτεται και ανήκει στο άλλο σχήμα αρχικής δομής		1 παιδιά (0.3%)	2 παιδιά (0.6%)	3 παιδιά (0.8%)

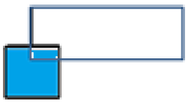


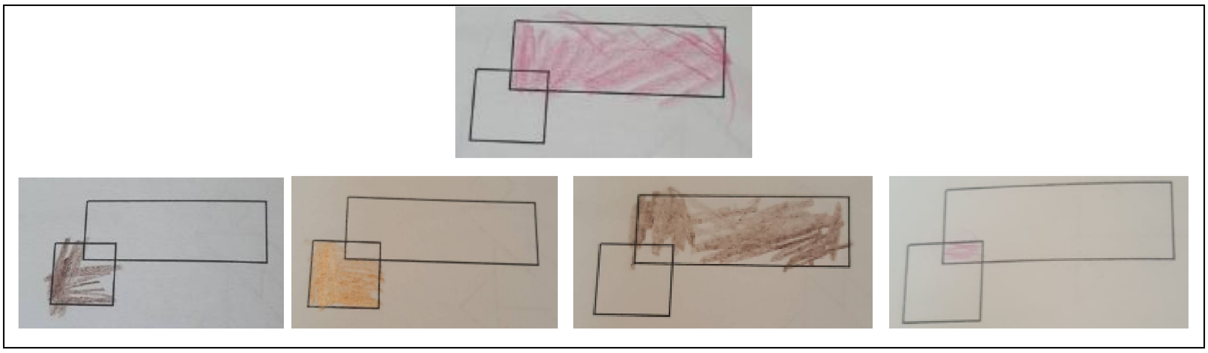
Διάγραμμα 4.10. Δείγματα λανθασμένων επιλογών σχημάτων στη μεταβλητή S1t, από τα υποκείμενα της έρευνας.

Στη συνέχεια, εξετάστηκαν οι απαντήσεις των παιδιών για την αναγνώριση τετραγώνου (S1s), στου ιδίου τύπου έργα. Σύμφωνα και με τον Πίνακα 4.27, κατά την πρώτη μέτρηση τα παιδιά τείνουν είτε να επιλέγουν λανθασμένα το μέρος του σχήματος που δεν εμπίπτει σε επικάλυψη (46 παιδιά, 13%) είτε να επιλέγουν μέρος ή ολόκληρο το άλλο σχήμα αρχικής δομής (19 και 41 παιδιά, αντίστοιχα). Η συχνότητα των λαθών αυτών μειώνεται κατά τις δύο επόμενες μετρήσεις, με τα υψηλότερα ποσοστά να συγκεντρώνονται στη λανθασμένη επιλογή του άλλου σχήματος αρχικής δομής (34-39 παιδιά- περίπου 10% των υποκειμένων). Πολύ λίγα παιδιά επιλέγουν μόνο το μέρος του σχήματος προς αναζήτηση το οποίο επικαλύπτεται. Στο διάγραμμα 4.11 παρατίθενται ενδεικτικές απαντήσεις παιδιών στη μεταβλητή αυτή.

Πίνακας 4.27

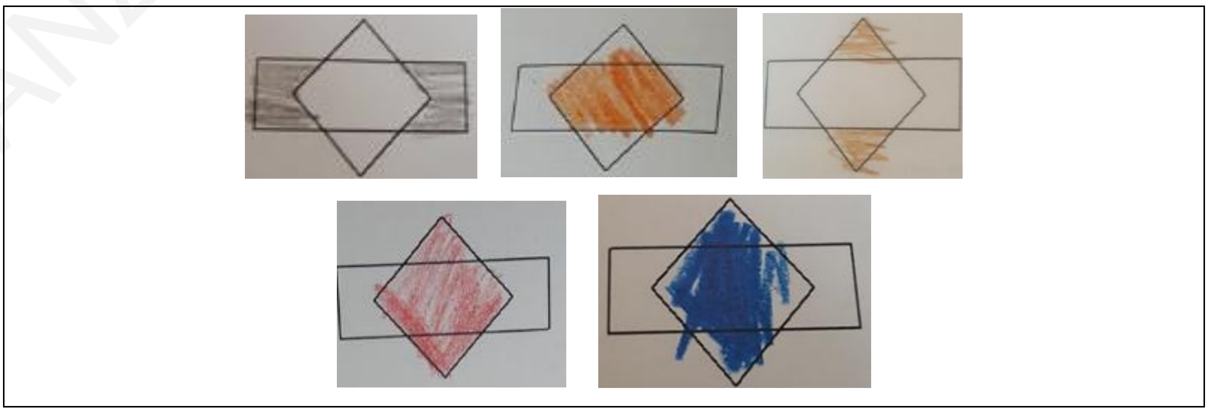
Συχνότητα Επιλογής Σχημάτων στη Γεωμετρική Σύνθεση της μεταβλητής S1s

		Μέτρηση		
		Πρώτη	Δεύτερη	Τρίτη
Ορθή Επιλογή		219 παιδιά (62%)	265 παιδιά (75.1%)	272 παιδιά (77.1%)
Λανθασμένες Επιλογές				
Μέρος που δεν επικαλύπτεται		46 παιδιά (13%)	21 παιδιά (5.9%)	23 παιδιά (6.5%)
Μέρος που επικαλύπτεται		2 παιδιά (0.6%)	2 παιδιά (0.6%)	0 παιδιά (0%)
Άλλο σχήμα αρχικής δομής		41 παιδιά (11.6%)	34 παιδιά (9.6%)	39 παιδιά (11%)
Μέρος που δεν επικαλύπτεται και ανήκει στο άλλο σχήμα αρχικής δομής		19 παιδιά (5.3%)	16 παιδιά (4.5%)	11 παιδιά (3.1%)



Διάγραμμα 4.11. Δείγματα λανθασμένων επιλογών σχημάτων στη μεταβλητή S1s, από τα υποκείμενα της έρευνας.

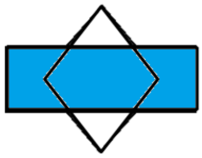
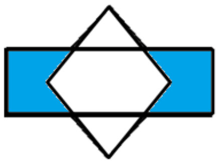
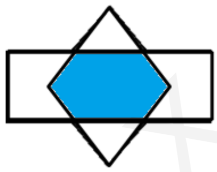
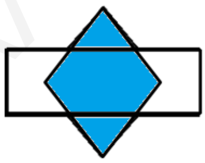
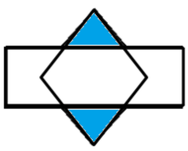
Έπειτα, εξετάστηκαν οι απαντήσεις των παιδιών στη μεταβλητή αναγνώρισης ορθογωνίου (S1re) αρχικής δομής σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται. Η μεταβλητή αυτή αποτελεί τη δυσκολότερη μεταβλητή της ικανότητας αυτής για τα παιδιά. Στον Πίνακα 4.28, παρουσιάζονται οι συχνότητες των απαντήσεων των παιδιών. Παρατηρήθηκε ότι κατά την πρώτη μέτρηση τα παιδιά τείνουν είτε να επιλέγουν λανθασμένα είτε το άλλο σχήμα αρχικής δομής (106 παιδιά) είτε το μέρος του σχήματος που δεν επικαλύπτεται με το άλλο σχήμα (82 παιδιά). Από τη μία η τάση των παιδιών να επιλέγουν τα άλλα σχήματα αρχικής δομής μειώνεται από μέτρηση σε μέτρηση (μείωση μεγαλύτερη από 10%). Από την άλλη, η τάση των παιδιών να επιλέγουν μόνο ένα μέρος του σχήματος που ζητείται και συγκεκριμένα μόνο εκείνο το μέρος που δεν εμπίπτει σε επικάλυψη παραμένει σταθερό με την τρίτη μέτρηση να παρουσιάζει μικρή άνοδο προς τα πάνω (αύξηση περίπου 7%). Ένας μικρότερος αριθμός παιδιών επιλέγει μόνο το μέρος του σχήματος που επικαλύπτεται με το άλλο σχήμα (19 παιδιά), ενώ μεμονωμένες περιπτώσεις παιδιών επιλέγουν ένα μέρος του άλλου σχήματος αρχικής δομής το οποίο να μην επικαλύπτεται. Στο διάγραμμα 4.12 που ακολουθεί παρατίθενται ενδεικτικές απαντήσεις παιδιών στη μεταβλητή αυτή.



Διάγραμμα 4.12. Δείγματα λανθασμένων επιλογών σχημάτων στη μεταβλητή S1re, από τα υποκείμενα της έρευνας.

Πίνακας 4.28

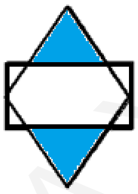
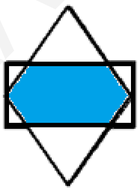
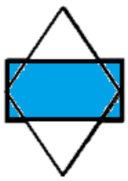
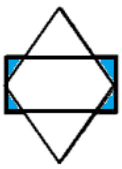
Συχνότητα Επιλογής Σχημάτων στη Γεωμετρική Σύνθεση της μεταβλητής S1re

		Μέτρηση		
		Πρώτη	Δεύτερη	Τρίτη
Ορθή Επιλογή		109 παιδιά (30.9%)	148 παιδιά (41.9%)	140 παιδιά (39.7%)
Λανθασμένες Επιλογές				
Μέρος που δεν επικαλύπτεται		82 παιδιά (23.2%)	82 παιδιά (23.2%)	108 παιδιά (30.6%)
Μέρος που επικαλύπτεται		19 παιδιά (5.4%)	9 παιδιά (2.5%)	11 παιδιά (3.1%)
Άλλο σχήμα αρχικής δομής		106 παιδιά (30%)	79 παιδιά (22.4%)	64 παιδιά (18.1%)
Μέρος που δεν επικαλύπτεται και ανήκει στο άλλο σχήμα αρχικής δομής		1 παιδιά (0.3%)	0 παιδιά (0%)	1 παιδιά (0.3%)

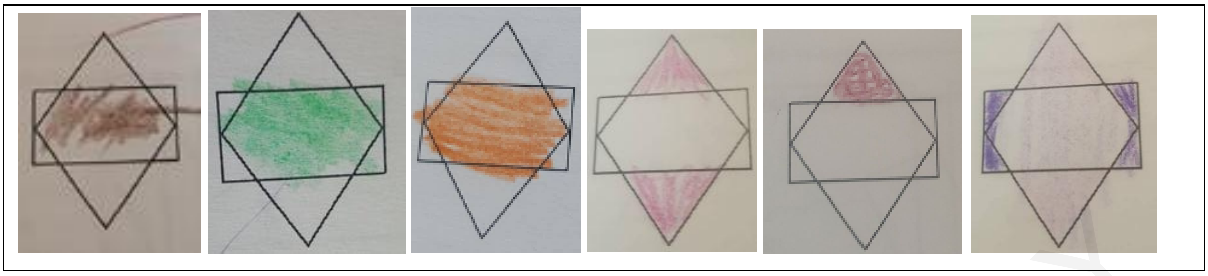
Η τελευταία μεταβλητή αφορά την αναγνώριση ενός μη οικειου σχήματος (του ρόμβου), για το λόγο αυτό το σχήμα δίνεται στην εκφώνηση της άσκησης ως εικονική αναπαράσταση και όχι λεκτικά, όπως παρουσιαζόταν μέχρι στιγμής στις προηγούμενες μεταβλητές του παράγοντα αυτού. Όπως παρουσιάζεται και στον Πίνακα 4.29, τα παιδιά τείνουν να επιλέγουν ένα μέρος του ρόμβου, είτε το μέρος που επικαλύπτεται με το ορθογώνιο (26 παιδιά) είτε μόνο αυτό που δεν επικαλύπτεται (17 παιδιά). Παρατηρείται ότι κατά τη δεύτερη μέτρηση υπάρχει μείωση χρήση του λάθους αυτού, η οποία είναι της τάξεως του 2.3% με 3.4%. Στη συνέχεια όμως κατά την τρίτη μέτρηση το ποσοστό αυξάνεται και πάλι.

Πίνακας 4.29

Συχνότητα Επιλογής Σχημάτων στη Γεωμετρική Σύνθεση της μεταβλητής S2ro

		Μέτρηση		
		Πρώτη	Δεύτερη	Τρίτη
Ορθή Επιλογή		246 παιδιά (69.7%)	285 παιδιά (80.7%)	290 παιδιά (82.2%)
Λανθασμένες Επιλογές				
Μέρος που δεν επικαλύπτεται		17 παιδιά (4.8%)	9 παιδιά (2.5%)	17 παιδιά (4.8%)
Μέρος που επικαλύπτεται		26 παιδιά (7.4%)	14 παιδιά (4%)	20 παιδιά (5.7%)
Άλλο σχήμα αρχικής δομής		14 παιδιά (4%)	11 παιδιά (3.1%)	4 παιδιά (1.1%)
Μέρος που δεν επικαλύπτεται και ανήκει στο άλλο σχήμα αρχικής δομής		6 παιδιά (1.7%)	6 παιδιά (1.7%)	2 παιδιά (0.6%)

Μια άλλη ομάδα παιδιών επιλέγει το άλλο σχήμα αρχικής δομής (14 παιδιά), ενώ πολύ λίγα παιδιά εντοπίζουν μόνο ένα μέρος του άλλου σχήματος αρχικής δομής (6 παιδιά). Στο διάγραμμα 4.13 βρίσκονται ενδεικτικές λανθασμένες απαντήσεις παιδιών για τη μεταβλητή αυτή.



Διάγραμμα 4.13. Δείγματα λανθασμένων επιλογών σχημάτων στη μεταβλητή S2ro, από τα υποκείμενα της έρευνας.

Σύμφωνα με τα προαναφερθέντα δεδομένα, φαίνεται ότι οι πιθανοί παράγοντες λαθών ίσως να ήταν το είδος του σχήματος (τετράπλευρα ή μη), η οικειότητα ή μη με τα σχήματα (ρόμβος). η επιφάνεια επικάλυψης σχημάτων (μεγάλο ή μικρό εμβαδον), αλλά και το μέρος της επικάλυψης (στο κέντρο ή στα άκρα σχημάτων).

Συνοπτικά, στις μεταβλητές αυτής της ικανότητας όταν τα παιδιά καλούνται να εντοπίσουν το τρίγωνο ή τον ρόμβο τείνουν να κάνουν τα πρώτα τρία λάθη πιο έντονα εστιάζοντας από τη μία είτε μόνο στο μέρος του σχήματος που δεν επικαλύπτεται με το άλλο σχήμα είτε μεμονωμένα στο μέρος που επικαλύπτεται από το άλλο σχήμα αρχικής δομής της σύνθεσης. Από την άλλη, παρατηρείται ότι τα παιδιά όταν καλούνται να αναγνωρίσουν οικεία τετράπλευρα, όπως το τετράγωνο και το ορθογώνιο, έχουν την τάση να επιλέγουν είτε το άλλο σχήμα αρχικής δομής είτε μόνο το μέρος του σχήματος που επικαλύπτεται από αυτό το άλλο σχήμα αρχικής δομής.

Στον Πίνακα 4.30, ακολουθείται ο τρόπος παρουσίασης των ποιοτικών δεδομένων από τους Miles και Huberman (1994). Στον συνοπτικό αυτό πίνακα περιλαμβάνονται οι συχνότητες των λαθών των παιδιών στις τρεις μετρήσεις του δοκιμίου για τα έργα της επιμέρους ικανότητας «Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται». Στις τέσσερις μεταβλητές της ικανότητας αυτής φαίνεται, ότι τα παιδιά παρουσιάζουν την τάση να επιλέγουν πιο έντονα είτε το μέρος του σχήματος που δεν επικαλύπτεται, είτε το άλλο σχήμα αρχικής δομής. Μετά το πραεμβατικό πρόγραμμα ιδιαίτερη μείωση παρουσίασε το είδος λάθους που αφορά το μέρος του σχήματος που δεν επικαλύπτεται.

Πίνακας 4.30

Σύνοψη Συχνότητας Λαθών Παιδιών στα Τρία Είδη Λάθους της Επιμέρους Ικανότητας Αναγνώρισης Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται

Μέτρηση	Μέρος που επικαλύπτεται	Μέρος που δεν επικαλύπτεται	Άλλο σχήμα αρχικής δομής	Μέρος που δεν επικαλύπτεται και ανήκει στο άλλο σχήμα αρχικής δομής
1η	+	+ +	+ +	±
2η	−	− −	−	±
3η	±	±	±	±

Σημείωση. Το σύμβολο «+ +» αντιστοιχεί στην πολύ αυξημένη συχνότητα εμφάνισης λάθους, το σύμβολο «+»αντιστοιχεί στην αυξημένη συχνότητα εμφάνισης λάθους, το σύμβολο «±» αντιστοιχεί στην ουδέτερη ή μικρή αλλαγή συχνότητας εμφάνισης λάθους, το σύμβολο «−» αντιστοιχεί στη μειωμένη συχνότητα εμφάνισης λάθους και το σύμβολο «− −» αντιστοιχεί στην πολύ μειωμένη/ ελάχιστη συχνότητα εμφάνισης λάθους.

Λάθη για την Ικανότητα Αναγνώρισης Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται

Στο μέρος αυτό θα αναλυθούν τα λάθη των παιδιών στην ικανότητα αναγνώρισης σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται. Στην ικανότητα αυτή υπήρχαν δύο μεταβλητές για το κάθε ένα σχήμα (τρίγωνο, τετράγωνο και ορθογώνιο). Συγκεκριμένα, οι μεταβλητές ήταν έξι σε αριθμό, αλλά χωρίζονται ανά τρεις σε δύο υποκατηγορίες.

Στην πρώτη υποκατηγορία βρίσκονται οι τρεις μεταβλητές στις οποίες στην εκφώνηση της άσκησης το σχήμα δινόταν μόνο λεκτικά (J1t: τρίγωνο, J1s: τετράγωνο, J1re: ορθογώνιο) και βάση αυτής της λεκτικής αναπαράστασής του έπρεπε τα παιδιά να εντοπίσουν και να χρωματίσουν το σχήμα στη σύνθεση. Από την άλλη, στη δεύτερη υποκατηγορία βρίσκονται άλλες τρεις μεταβλητές όπου το σχήμα δίνεται τόσο λεκτικά όσο και ως εικονική αναπαράσταση (J3t: τρίγωνο, J3s: τετράγωνο, J3re: ορθογώνιο). Δηλαδή, στις μεταβλητές αυτές δινόταν η γεωμετρική σύνθεση και τα παιδιά καλούνταν να επιλέξουν μέσα από δύο συγκεκριμένες ονομασίες σχημάτων την κατάλληλη που ανταποκρινόταν στα μέρη εκείνα της σύνθεσης που αναφερόταν η οδηγία (π.χ. «Το κεφάλι του ρομπότ είναι τρίγωνο ή τετράγωνο;»).

Στον Πίνακα 4.31 παρουσιάζονται οι συχνότητες των λανθασμένων απαντήσεων των παιδιών στις έξι μεταβλητές της ικανότητας αυτής. Παρατηρήθηκε ότι τα παιδιά είχαν μεγάλο ποσοστό λανθασμένων απαντήσεων στη μεταβλητή J1s (45.3%), που αφορούσε το σχήμα του τετραγώνου όταν δινόταν μόνο η ονομασία του σχήματος λεκτικά. Από την άλλη, όταν δινόταν το όνομα λεκτικά και εικονικά η μεταβλητή με τις περισσότερες λανθασμένες απαντήσεις ήταν J3t (35.7%), που αφορούσε το σχήμα του τριγώνου. Οι λιγότερες λανθασμένες απαντήσεις των παιδιών παρουσιάστηκαν στη J1re (10.8%), που αναφέρεται στην αναγνώριση του σχήματος του ορθογωνίου. Η συγκεκριμένη μεταβλητή παρουσίασε και τη μικρότερη μείωση λανθασμένων απαντήσεων κατά την πάροδο του χρόνου στις δύο επόμενες μετρήσεις (μείωση της τάξεως του 4.3%). Παρομοίως, την επόμενη πιο μικρή βελτίωση των απαντήσεων των παιδιών είχε η άλλη μεταβλητή του ίδιου σχήματος, η J3re (μείωση κατά 4.9%). Η μεταβλητή με τη μεγαλύτερη μείωση των λανθασμένων απαντήσεων ήταν η J1t (μείωση κατά 13.3%), που αφορούσε το σχήμα του τριγώνου. Αντίφαση προκαλεί το γεγονός ότι σε όλες τις μεταβλητές με την πάροδο των μετρήσεων φάνηκε ότι τα παιδιά μείωναν τα λάθη που έκαναν, εξαιρουμένης της μεταβλητής J3t, όπου κατά την τρίτη μέτρηση παρουσιάστηκε ποσοστιαία αύξηση 15.3% των λανθασμένων απαντήσεων.

Πίνακας 4.31

Συχνότητες Λανθασμένων Απαντήσεων στις μεταβλητές της Ικανότητας Αναγνώρισης Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται

Δοκίμιο / Μέτρηση	Μεταβλητές					
	J1t	J1s	J1re	J3t	J3s	J3re
Προ-πειραματικό Δοκίμιο (Πρώτη Μέτρηση)	70 (19.8%)	160 (45.3%)	38 (10.8%)	126 (35.7%)	74 (21%)	74 (21%)
Πρώτο Μετά-πειραματικό Δοκίμιο (Δεύτερη Μέτρηση)	39 (11%)	146 (41.4%)	28 (7.9%)	116 (32.9%)	55 (15.6%)	75 (21.2%)
Δεύτερο Μετά-πειραματικό Δοκίμιο (Τρίτη Μέτρηση)	23 (6.5%)	133 (37.7%)	23 (6.5%)	170 (48.2%)	45 (12.7%)	57 (16.1%)

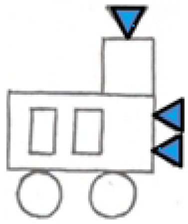
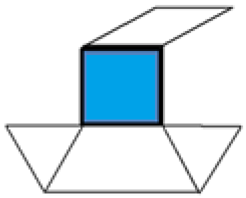
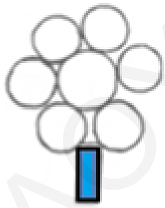
Στην πρώτη κατηγορία μεταβλητών (J1t: τρίγωνο, J1s: τετράγωνο, J1re: ορθογώνιο) η μεταβλητή που συγκέντρωσε τα περισσότερα λάθη ήταν αυτή της αναγνώρισης του τετραγώνου, ενώ τα λιγότερα λάθη εντοπίστηκαν κατά την αναγνώριση του ορθογωνίου. Αυτή η παρατήρηση παρέμεινε σταθερή σε όλες τις μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν.

Η προσεγμένη παρατήρηση των λαθών των παιδιών ανέδειξε ότι τα παιδιά ίσως παρουσίασαν κοινή «στρατηγική» κατά την αναγνώριση των σχημάτων στις μεταβλητές της πρώτης υποκατηγορίας. Συγκεκριμένα, τα παιδιά έτειναν να επιλέγουν σχήματα που ανήκαν στην κατηγορία των τετραπλεύρων και των τριγώνων, όταν καλούνταν να εντοπίσουν σχήματα σε συνθέσεις που δεν επικαλύπτονταν τα σχήματα. Στον Πίνακα 4.32 παρουσιάζονται οι συχνότητες των λανθασμένων επιλογών των παιδιών ανά μεταβλητή. Στο διάγραμμα 4.14 παρουσιάζονται ενδεικτικές απαντήσεις των παιδιών στις μεταβλητές της ικανότητας αυτής.

Στη μεταβλητή αναγνώρισης τριγώνων (J1t) τα παιδιά τείνουν να επιλέγουν τετράπλευρα σε συνδυασμό με ένα αριθμό τριγώνων. Η σύνθεση της μεταβλητής αποτελείται από δύο κύκλους, τέσσερα τετράπλευρα και τρία τρίγωνα. Όπως φαίνεται και στον πιο πάνω Πίνακα 4.32, 26 παιδιά (7.4%) επέλεξαν μόνο τετράπλευρα σχήματα στη γεωμετρική σύνθεση όταν καλέστηκαν να εντοπίσουν τα τρίγωνα. Κατά την πρώτη μέτρηση συνολικά 51 παιδιά (14.4%) επέλεξαν έστω και ένα τετράπλευρο στην απάντησή τους. Προχωρώντας στη δεύτερη μέτρηση ο αριθμός των παιδιών που επέλεξαν έστω ένα τετράπλευρο μειώθηκε στα 24 παιδιά (6.8%), ενώ στην τρίτη μέτρηση ο αριθμός κατέβηκε στα 20 παιδιά (5.7%). Εντύπωση προκαλεί το γεγονός ότι κατά την πρώτη μέτρηση κανένα παιδί δεν επέλεξε μόνο κύκλους ως απάντηση στην αναζήτηση τριγώνων στη σύνθεση. Από την άλλη, 13 παιδιά (3.7%) επέλεξαν έστω ένα κύκλο στην απάντηση τους. Στη δεύτερη μέτρηση ο αριθμός των παιδιών που επέλεξαν έστω ένα κύκλο στην απάντηση τους μειώθηκε στους δύο, εκ των οποίων όμως ο ένας αναγνώρισε μόνο το σχήμα του κύκλου ως παράδειγμα τριγώνου. Τέλος, στην τρίτη μέτρηση ο αριθμός των παιδιών που επέλεξαν έστω ένα κύκλο στην απάντηση τους ανήλθε στους τέσσερις (1.1%).

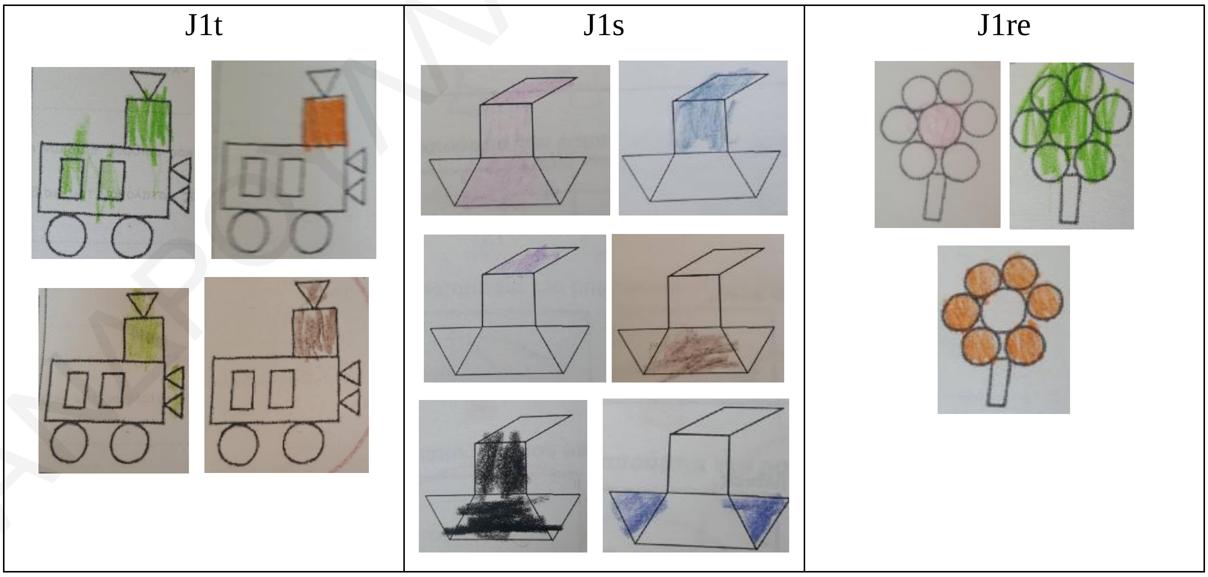
Πίνακας 4.32

Είδη Λαθών και οι Συχνότητές τους στις Μεταβλητές της Πρώτης Υποκατηγορίας για την Ικανότητα Αναγνώρισης Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται

	Μεταβλητές		
	J1t	J1s	J1re
Ορθή Επιλογή			
Λανθασμένες Επιλογές:			
-Κύκλοι			
Πρώτη Μέτρηση	0 (0%)	-	22 (6.2%)
Δεύτερη Μέτρηση	1 (0.3%)	-	13 (3.7%)
Τρίτη Μέτρηση	0 (0%)	-	12 (3.4%)
-Τρίγωνα			
Πρώτη Μέτρηση	-	48 (13.6%)	-
Δεύτερη Μέτρηση	-	56 (15.9%)	-
Τρίτη Μέτρηση	-	42 (11.9%)	-
-Τετράπλευρα			
Πρώτη Μέτρηση	26 (7.4%)	2 (0.6%)	-
Δεύτερη Μέτρηση	17 (4.8%)	1 (0.3%)	-
Τρίτη Μέτρηση	12 (3.4%)	3 (0.8%)	-
- Παραλληλόγραμμο			
Πρώτη Μέτρηση	-	10 (2.8%)	-
Δεύτερη Μέτρηση	-	10 (2.8%)	-
Τρίτη Μέτρηση	-	9 (2.5%)	-

Στη γεωμετρικής σύνθεση της μεταβλητής αναγνώρισης τετραγώνου (J1s) υπήρχαν πέρα από το τετράγωνο ακόμη δύο άλλα τετράπλευρα και δύο τρίγωνα. Κατά την πρώτη μέτρηση 48 παιδιά (13.6%) επέλεξαν μόνο τρίγωνα στη σύνθεση. Άξιο αναφοράς είναι το γεγονός ότι 86 παιδιά (24.4%) επέλεξαν έστω ένα τρίγωνο ως παράδειγμα τετραγώνου. Προχωρώντας στη δεύτερη μέτρηση ο αριθμός των παιδιών που έκαναν την ίδια λανθασμένη επιλογή μειώθηκε στα 77 (21.8%), ενώ στην τρίτη μέτρηση ανέβηκε στα 78 (22%). Παρόλο που πολύ μικρός αριθμός παιδιών επέλεξαν στην απάντηση τους μόνο άλλα τετράπλευρα εκτός του τετραγώνου (βλέπε Πίνακα 4.32), ένας μεγάλος αριθμός παιδιών επέλεξαν έστω ένα από τα άλλα τετράπλευρα στην απάντηση τους. Συγκεκριμένα, κατά την πρώτη μέτρηση 132 παιδιά (37.4%) επέλεξαν στην απάντηση τους κι άλλα τετράπλευρα εκτός του τετραγώνου. Στην δεύτερη φάση ο αριθμός αυξήθηκε στα 141 παιδιά (40%) και στην τρίτη μέτρηση έφτασε τα 183 παιδιά (51.8%). Όπως παρατηρείται και από τον Πίνακας 4.30 ένα μικρό ποσοστό παιδιών επιλέγει το παραλληλόγραμμο ως είδος τετραγώνου (2.5 με 2.8%). Παρόλα αυτά ο αριθμός των παιδιών που επιλέγουν ως παραδείγματα τετραγώνου και το τετράγωνο αλλά και το παραλληλόγραμμο, ανέρχεται στην πρώτη μέτρηση στα 66 παιδιά (18.7%), ενώ στη δεύτερη μέτρηση στα 90 (25.5%) και τέλος στην τρίτη μέτρηση στα 113 (32%) παιδιά.

Η μεταβλητή αναγνώρισης ορθογωνίων (J1re) αποτελεί την τελευταία μεταβλητή της πρώτης υποκατηγορίας. Στη γεωμετρική σύνθεση της μεταβλητής πέρα από το σχήμα του ορθογωνίου υπήρχαν επτά κύκλοι. Όπως φαίνεται και από τον Πίνακα 4.32, στην πρώτη μέτρηση 22 παιδιά (6.2%) έδωσαν απάντηση μόνο με επιλογή κύκλων. Υπήρχαν ακόμη 21 παιδιά (5.9%) που συμπεριέλαβαν τουλάχιστον ένα κύκλο στην απάντηση τους. Τα ποσοστά συχνότητας του λάθους αυτού μειώνονται κατά τις επόμενες δύο μετρήσεις.



Διάγραμμα 4.14. Δείγματα λανθασμένων επιλογών σχημάτων στις μεταβλητές J1t, J1s και J1re, από τα υποκείμενα της έρευνας.

Στη δεύτερη υποκατηγορία μεταβλητών της ικανότητας αυτής τα παιδιά για να επιλύσουν επιτυχώς τις μεταβλητές έπρεπε να αναγνωρίσουν και να αποδώσουν την ανάλογη μαθηματική ορολογία για συγκεκριμένα σχήματα της γεωμετρικής σύνθεσης (J3t:

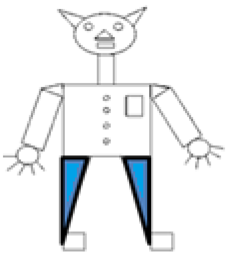
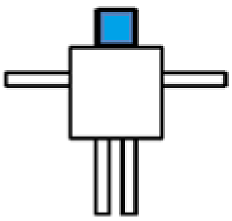
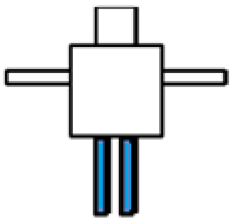
τρίγωνο, J3s: τετράγωνο, J3re: ορθογώνιο). Σε αντίθεση με την πρώτη υποκατηγορία έργων τα παιδιά δεν έπρεπε να εντοπίσουν σχήματα στη σύνθεση αλλά την κατάλληλη ονομασία για συγκεκριμένα σχήματα. Ο χειρισμός τέτοιων μεταβλητών ίσως να μην είναι ακριβώς ο ίδιος με τις προηγούμενες μεταβλητές αλλά αναμένεται να σχετίζεται με αυτές.

Μια πιο εστιασμένη παρατήρηση των επιδόσεων των παιδιών στα έργα αυτά έδειξε ότι η μεταβλητή με τα περισσότερα λάθη ήταν αυτή που αφορούσε την αναγνώριση της ονομασία του τριγώνου (J3t, βλέπε Πίνακα 4.31). Η γεωμετρική σύνθεση της μεταβλητής αυτής (βλέπε Πίνακα 4.33) αποτελείτο από τρεις κατηγορίες σχημάτων (7 τρίγωνα, 8 τετράπλευρα και 9 κύκλους). Η συγκεκριμένη γεωμετρική σύνθεση είχε πιο σύνθετη δομή από την αντίστοιχη που είχε χρησιμοποιηθεί στις μεταβλητές J3s και J3re, η οποία αποτελείτο από σχήματα που ανήκαν σε μόνο μία κατηγορία σχημάτων (τετράπλευρα: 5 ορθογώνια και 1 τετράγωνο). Θα πρέπει να σημειωθεί ότι με την πάροδο των μετρήσεων, τα λάθη στη μεταβλητή αυτή αυξάνονται.

Οι άλλες δύο μεταβλητές (J3s, J3re) συγκέντρωσαν χαμηλά ποσοστά λάθους (βλέπε Πίνακα 4.33), με τη μεταβλητή για το σχήμα του τετραγώνου να έχει τη μεγαλύτερη μείωση λαθών με την πάροδο των μετρήσεων.

Πίνακας 4.33

Γεωμετρικές Συνθέσεις των Μεταβλητών της Δεύτερης Υποκατηγορίας για την Ικανότητα Αναγνώρισης Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται

	Μεταβλητές		
	J3t	J3s	J3re
Γεωμετρική σύνθεση με σκίαση στα σχήματα προς αναγνώριση			
Επιλογές που δίνονταν:	Τετράγωνα **Τρίγωνα**	**Τετράγωνο** Τρίγωνο	Τετράγωνα **Ορθογώνια**

Η ικανότητα αναγνώρισης σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται, είναι η μοναδική ικανότητα που συγκεντρώνει δύο μεταβλητές για το κάθε σχήμα. Επομένως, θεωρείται σημαντικό να γίνει ένας έλεγχος μεταξύ των συσχετίσεων των λαθών για τις μεταβλητές που αφορούσαν το ίδιο σχήμα (για παράδειγμα: «Πόσα παιδιά κάνουν λάθη στη μεταβλητή J1t και στη μεταβλητή J3t;»).

Στις δύο μεταβλητές που αφορούσαν το σχήμα του τριγώνου (J1t και J3t), φάνηκε ότι τα παιδιά μάλλον χρησιμοποιούν κοινό τρόπο χειρισμού μιας που παρουσιάζονται συσχετίσεις μεταξύ του τρόπου ανταπόκρισης τους σε αυτά. Συγκεκριμένα, κατά την πρώτη μέτρηση 207 (58.6%) παιδιά ανταποκρίνονται με τον ίδιο τρόπο στις μεταβλητές. Από αυτά τα 187 παιδιά (53%) επιτυχώς αναγνώρισαν τα τρίγωνα και στις δύο μεταβλητές, ενώ 20 παιδιά (5.6%) δεν αναγνώρισαν κανένα από τα τρίγωνα των συγκεκριμένων μεταβλητών. Από την άλλη, 97 παιδιά (27.5%) που εντόπισαν επιτυχώς τα τρία τρίγωνα της μεταβλητής J1t δεν αναγνώρισαν ότι τα «πόδια» του ρομπότ ήταν τριγωνικά (J3t). Τα 19 παιδιά (5.4%) που αναγνώρισαν το σχήμα που είχαν τα «πόδια» του ρομπότ, δεν αναγνώρισαν ούτε ένα τρίγωνο στη γεωμετρική σύνθεση της μεταβλητής J1t. Κατά τη δεύτερη μέτρηση, ο αριθμός των παιδιών με κοινή συμπεριφορά ανήλθε στους 233 (66%), εκ των οποίων τα 218 (61.8%) σημείωσαν επιτυχία και στις δύο μεταβλητές, ενώ τα 15 (4.2%) διπλή αποτυχία. Ο αριθμός των παιδιών που αναγνώρισε μόνο τα τρίγωνα της μεταβλητής J1t παρέμεινε ο ίδιος (97 παιδιά), ενώ ο αριθμός των παιδιών που αναγνώρισε μόνο τα τρίγωνα της μεταβλητής J3t μειώθηκε στα 12 παιδιά (μείωση 2%). Προχωρώντας στην τρίτη μέτρηση, ο αριθμός των παιδιών με κοινή συμπεριφορά μειώνεται στους 174 (49.3%), εκ των οποίων τα 169 (47.9%) σημείωσαν επιτυχία και στις δύο μεταβλητές, ενώ τα 5 (1.4%) διπλή αποτυχία. Παρατηρείται ιδιαίτερη αύξηση στον αριθμό των παιδιών που εντόπισαν επιτυχώς τα τρίγωνα της μεταβλητής J1t αλλά δεν αναγνώρισαν αυτά της μεταβλητής J3t. Συγκεκριμένα, ο αριθμός των παιδιών αυτών ήταν 162 (45.9%). Από την άλλη, μόνο 9 παιδιά (2.5%) αναγνώρισαν μόνο τα τρίγωνα της μεταβλητής J3t. Επομένως, φαίνεται ότι παρόλο που η πλειοψηφία των παιδιών ίσως να αντιμετωπίζουν με κοινή «στρατηγική» τις δύο μεταβλητές του τριγώνου, ένα σημαντικό ποσοστό παιδιών φαίνεται να επιτυγχάνουν μόνο όταν το σχήμα δίνεται λεκτικά (J1t).

Στις μεταβλητές όπου το σχήμα προς αναγνώριση ήταν το τετράγωνο (J1s και J3s) παρουσιάζονται συσχετίσεις μεταξύ του τρόπου ανταπόκρισης των παιδιών. Ειδικότερα, κατά την πρώτη μέτρηση 239 (67.7%) παιδιά ανταποκρίνονται με τον ίδιο τρόπο στις μεταβλητές. Από αυτά τα 193 παιδιά (54.7%) επιτυχώς αναγνώρισαν τα τετράγωνα και στις δύο μεταβλητές, ενώ 46 παιδιά (13%) δεν αναγνώρισαν κανένα από τα τετράγωνα των μεταβλητών αυτών. Από την άλλη, 28 παιδιά (7.9%) που εντόπισαν επιτυχώς το τετράγωνο της μεταβλητής J1s δεν αναγνώρισαν ότι το «κεφάλι» του ρομπότ ήταν τετράγωνο (J3s). Τα 86 παιδιά (24.4%) που αναγνώρισαν το σχήμα που είχε το «κεφάλι» του ρομπότ, δεν αναγνώρισαν το τετράγωνο στη γεωμετρική σύνθεση της μεταβλητής J1s.

Κατά τη δεύτερη μέτρηση, ο αριθμός των παιδιών με κοινή συμπεριφορά ανήλθε στους 247 (70%), εκ των οποίων τα 208 (59%) σημείωσαν επιτυχία και στις δύο μεταβλητές, ενώ τα 39 (11%) διπλή αποτυχία. Ο αριθμός των παιδιών που αναγνώρισε μόνο το τετράγωνο της μεταβλητής J1s μειώθηκε στα 16 παιδιά (4.5%), ενώ ο αριθμός των παιδιών που αναγνώρισε μόνο το «κεφάλι» του ρομπότ (J3s) αυξήθηκε στα 90 παιδιά (αύξηση 1.1%). Τέλος, στην τρίτη μέτρηση, ο αριθμός των παιδιών με κοινή συμπεριφορά μειώνεται λίγο και φτάνει στα 240 παιδιά (68%), εκ των οποίων τα 219 (62%) σημείωσαν επιτυχία και στις δύο μεταβλητές, ενώ τα 21 (6%) διπλή αποτυχία. Παρατηρείται ότι ο αριθμός των διπλών σωστών ανταποκρίσεων αυξάνεται με την πάροδο των μετρήσεων. Από την άλλη, 89 παιδιά (25.2%) αναγνώρισαν μόνο το τετράγωνο της μεταβλητής J3s και 24 (6.8%) μόνο το τετράγωνο της μεταβλητής J1s. Από τα όσα σημειώθηκαν πιο πάνω φαίνεται ότι παρόλο που η πλειοψηφία των παιδιών ίσως να αντιμετωπίζουν με κοινή «στρατηγική» τις δύο μεταβλητές του τετραγώνου, ένα σημαντικό ποσοστό παιδιών φαίνεται να επιτυγχάνουν μόνο όταν το σχήμα δίνεται τόσο λεκτικά όσο και εικονικά (J3s).

Οι μεταβλητές που ασχολούνται με το σχήμα του ορθογωνίου (J1re και J3re) παρουσιάζουν σχέσεις του τρόπου ανταπόκρισης των παιδιών. Αναλυτικά, κατά την πρώτη μέτρηση 260 (73.7%) παιδιά ανταποκρίνονται με τον ίδιο τρόπο στις μεταβλητές. Από αυτά τα 243 παιδιά (68.9%) επιτυχώς αναγνώρισαν τα ορθογώνια και στις δύο μεταβλητές, ενώ 17 παιδιά (4.8%) δεν αναγνώρισαν κανένα από τα ορθογώνια των μεταβλητών αυτών. Από την άλλη, 56 παιδιά (15.9%) που εντόπισαν επιτυχώς το ορθογώνιο της μεταβλητής J1re δεν αναγνώρισαν ότι τα «πόδια» του ρομπότ ήταν ορθογώνια (J3re). Τα 37 παιδιά (10.5%) που αναγνώρισαν το σχήμα που είχε τα «πόδια» του ρομπότ, δεν αναγνώρισαν το ορθογώνιο στη γεωμετρική σύνθεση της μεταβλητής J1re. Κατά τη δεύτερη μέτρηση, ο αριθμός των παιδιών με κοινή συμπεριφορά ανήλθε στους 276 (78.2%), εκ των οποίων τα 266 (75.3%) σημείωσαν επιτυχία και στις δύο μεταβλητές, ενώ τα 10 (2.9%) διπλή αποτυχία. Ο αριθμός των παιδιών που αναγνώρισε μόνο το ορθογώνιο της μεταβλητής J1re αυξήθηκε στα 65 παιδιά (18.4%), ενώ ο αριθμός των παιδιών που αναγνώρισε μόνο τα «πόδια» του ρομπότ (J3re) μειώθηκε στα 12 παιδιά (μείωση 7%). Ακολούθως, στην τρίτη μέτρηση, ο αριθμός των παιδιών με κοινή συμπεριφορά αυξάνεται και φτάνει στα 292 παιδιά (82.7%), εκ των οποίων τα 287 (81.3%) σημείωσαν επιτυχία και στις δύο μεταβλητές, ενώ τα 5 (1.4%) διπλή αποτυχία. Από την άλλη, 52 παιδιά (14.7%) αναγνώρισαν μόνο τα ορθογώνια της μεταβλητής J1re και μόλις 9 (2.5%) μόνο το ορθογώνιο της μεταβλητής J3re. Παρατηρείται ότι ο αριθμός των διπλών σωστών ανταποκρίσεων αυξάνεται με την πάροδο των μετρήσεων, έτσι φαίνεται ότι η πλειοψηφία των παιδιών ίσως να αντιμετωπίζει με κοινή «στρατηγική» τις δύο μεταβλητές του ορθογωνίου.

Συνοπτικά κατά τη λεκτική αναπαράσταση του σχήματος φαίνεται ότι πιθανώς οι ομάδες εγκλεισμού των σχημάτων, αλλά και το σημείο που εξωτερικά εφάπτονται τα σχήματα υπήρξαν παράγοντες λαθών. Από την άλλη, τα λάθη κατά την αναγνώριση σχημάτων με συνδυασμό εικονικών και λεκτικών αναπαραστάσεων μπορεί να οφείλονται στον προσανατολισμό του σχήματος και στη πολυπλοκότητα της δομής της σύνθεσης.

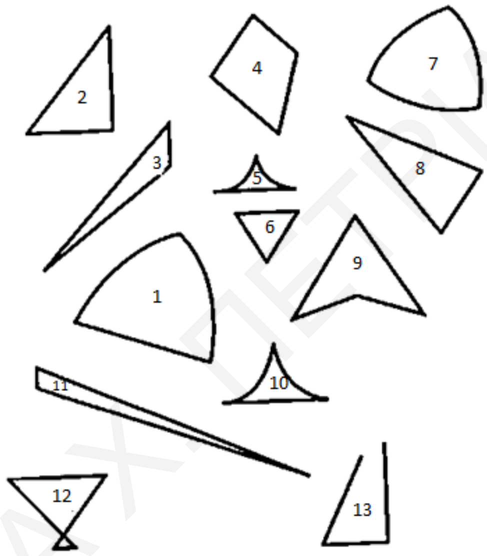
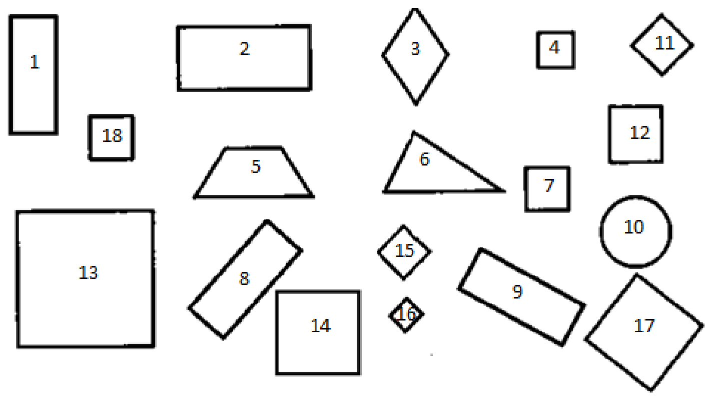
Λάθη για την Ικανότητα Αναγνώρισης Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων

Η τελευταία επιμέρους ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος αποτελεί η ικανότητα αναγνώρισης σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων. Η ικανότητα αυτή δομείται από τρεις μεταβλητές (βλέπε Πίνακα 4.34), οι οποίες αναφέρονται στα σχήματα του τριγώνου (D1t), του τετραγώνου (D1s) και τους ορθογωνίου (D1re). Για κάθε μεταβλητή δινόταν μιας συλλογή διακριτών σχημάτων όπου τα παιδιά καλούνταν να επιλέξουν τα σχήματα για τα οποία αναφέρεται λεκτικά η εκφώνηση της εκάστοτε μεταβλητής. Στη συλλογή διακριτών σχημάτων υπήρχαν τόσο παραδείγματα όσο και μη παραδείγματα των σχημάτων τα οποία μπορούσε να ήταν διαισθητικά ή μη (βλέπε Πίνακα 4.34). Αναλυτικά, ως μη διαισθητικά παραδείγματα και αντιπαραδείγματα σχημάτων, σύμφωνα και με τη βιβλιογραφία (βλέπε Κεφάλαιο ΙΙ, σελ 21), δίνεται έμφαση στις μη κριτικές ιδιότητές τους (π.χ. μέγεθος, προσανατολισμός, λοξότητα).

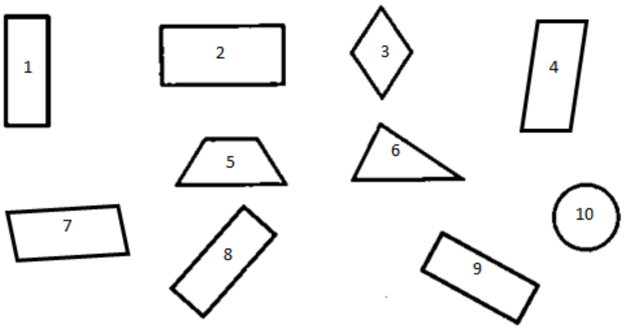
Στον Πίνακα 4.35 παρουσιάζονται οι συχνότητες των απόλυτα λανθασμένων ή των απόλυτα σωστών απαντήσεων των παιδιών στις τρεις μεταβλητές της ικανότητας αυτής, δηλαδή πόσα παιδιά επέλεξαν μόνο μη παραδείγματα σχημάτων ή πόσα παιδιά επέλεξαν μόνο τα παραδείγματα σχημάτων. Παρατηρήθηκε μικρό εύρος μεταξύ των συχνοτήτων των λανθασμένων απαντήσεων ανάμεσα στις μεταβλητές (από 35 μέχρι 50 παιδιά). Η μεταβλητή αναγνώρισης τετραγώνου (D1s) συγκέντρωσε το μεγαλύτερο ποσοστό επιλογής μόνο του λάθους, δηλαδή των μη παραδειγμάτων του σχήματος (14.2%), ενώ η μεταβλητή αναγνώρισης τριγώνων (D1t) το μικρότερο (9.9%). Παρόλα αυτά, στη μεταβλητή αναγνώρισης τετραγώνου (D1s) φαίνεται να εντοπίζονται και οι πιο πολλές απόλυτα ορθές απαντήσεις (16.4%), που παρουσιάζουν αύξηση από μέτρηση σε μέτρηση. Η μεγαλύτερη μείωση λαθών (κατά 7.1%) παρατηρήθηκε κατά τη δεύτερη μέτρηση της μεταβλητής αναγνώρισης ορθογωνίου (D1re). Το ποσοστό των λαθών όμως, στη μεταβλητή αυτή, παρέμεινε σταθερό κατά την τρίτη μέτρηση. Στο διάγραμμα 4.15 παρουσιάζονται ενδεικτικές απαντήσεις των παιδιών στις μεταβλητές της συγκεκριμένης ικανότητας.

Πίνακας 4.34

Διαισθητικά και μη Παραδείγματα και Αντιπαραδείγματα Σχημάτων ανά Μεταβλητή της Ικανότητας Αναγνώρισης Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων

Μεταβλητές	Συλλογές Διακριτών Σχημάτων			
D1t (Τρίγωνα)				
	Παραδείγματα		Μη παραδείγματα	
	Διαισθητικά	Μη-Διαισθητικά	Διαισθητικά	Μη-Διαισθητικά
	2	3, 6, 8, 11	4	1, 5, 7, 9, 10, 12, 13
D1s (Τετράγωνα)				
	Παραδείγματα		Μη παραδείγματα	
	Διαισθητικά	Μη-Διαισθητικά	Διαισθητικά	Μη-Διαισθητικά
	4, 7, 12, 13, 14, 18	11, 15, 16, 17	5, 6, 10	1, 2, 3, 8, 9

D1re
(Ορθογώνια)



Παραδείγματα		Μη παραδείγματα	
Διαισθητικά	Μη-Διαισθητικά	Διαισθητικά	Μη-Διαισθητικά
1, 2	8, 9	3,5,6,10	4, 7

Πίνακας 4.35

Συχνότητες Απαντήσεων στις Μεταβλητές της Ικανότητας Αναγνώρισης Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων

Δοκίμιο (Μέτρηση)	Μεταβλητές					
	D1t		D1s		D1re	
	Χ	√	Χ	√	Χ	√
Προ-πειραματικό Δοκίμιο ($1^{η}$ Μέτρηση)	35 (9.9%)	2 (0.6%)	50 (14.2%)	58 (16.4%)	44 (12.5%)	1 (0.3%)
Πρώτο Μετά-πειραματικό Δοκίμιο ($2^{η}$ Μέτρηση)	23 (6.5%)	1 (0.3%)	43 (12.2%)	60 (17%)	19 (5.4%)	-
Δεύτερο Μετά-πειραματικό Δοκίμιο ($3^{η}$ Μέτρηση)	19 (5.4%)	-	36 (10.2%)	77 (21.8%)	19 (5.4%)	-

Αναλυτικά, στη μεταβλητή αναγνώρισης τριγώνων (D1t) παρατηρήθηκε ότι στην πρώτη μέτρηση 35 παιδιά (9.9%) επέλεξαν από ένα μέχρι τέσσερα μη παράδειγμα τριγώνου χωρίς να επιλέξουν κανένα από τα παραδείγματα του σχήματος αυτού. Από την άλλη, 47 παιδιά (13.3%) επέλεξαν μόνο μερικά από τα παραδείγματα του τριγώνου χωρίς να επιλέξουν κανένα μη παράδειγμά του. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι 47 άλλα παιδιά

(13.3%) εντόπισαν όλα τα παραδείγματα τριγώνου στη συλλογή διακριτών σχημάτων, με τη διαφορά ότι τα παιδιά αυτά επέλεξαν και ένα αριθμό μη-παραδειγμάτων στην απάντηση τους. Από αυτά τα παιδιά μόνο δύο εντόπισαν όλα τα παραδείγματα χωρίς να επιλέξουν κανένα μη παράδειγμά του.

Κατά τη δεύτερη μέτρηση, ο αριθμός των παιδιών που επέλεξαν από ένα μέχρι τέσσερα μη παράδειγμα τριγώνου χωρίς να επιλέξουν κανένα από τα παραδείγματα του σχήματος αυτού, μειώνεται στα 23 παιδιά (6.5%). Τα 43 παιδιά (12.2%) επέλεξαν μόνο μερικά από τα παραδείγματα του τριγώνου χωρίς να επιλέξουν κανένα μη παράδειγμά του. Τα 67 παιδιά (19%) εντόπισαν όλα τα παραδείγματα τριγώνου στη συλλογή διακριτών σχημάτων, αλλά επέλεξαν και ένα αριθμό μη-παραδειγμάτων στην απάντηση τους. Από αυτά τα παιδιά μόνο ένα παιδί εντόπισε όλα τα παραδείγματα τριγώνου χωρίς να επιλέξει κανένα μη παράδειγμά του.

Στην τελευταία μέτρηση, ο αριθμός των παιδιών που επέλεξαν από ένα μέχρι τέσσερα μη παράδειγμα τριγώνου χωρίς να επιλέξουν κανένα από τα παραδείγματα του σχήματος αυτού, παρουσίασε περαιτέρω μείωση και έφτασε στα 19 παιδιά (5.4%). Θα πρέπει να σημειωθεί ότι άλλα 19 παιδιά (5.4%) επέλεξαν μόνο μερικά από τα παραδείγματα του τριγώνου χωρίς να επιλέξουν κανένα μη παράδειγμά του. Τα 66 παιδιά (18.8%) εντόπισαν όλα τα παραδείγματα τριγώνου στη συλλογή διακριτών σχημάτων, αλλά επέλεξαν και ένα αριθμό μη-παραδειγμάτων στην απάντηση τους. Από αυτά τα παιδιά κανένα παιδί δεν εντόπισε όλα τα παραδείγματα τριγώνου χωρίς να επιλέξει κανένα μη παράδειγμά του.

Στη μεταβλητή αναγνώρισης τετραγώνων (D1s), κατά την πρώτη μέτρηση, εντοπίστηκαν 50 παιδιά (14.2%) που επέλεξαν από ένα μέχρι τέσσερα μη παράδειγμα τετραγώνου χωρίς να επιλέξουν κανένα από τα παραδείγματα του σχήματος αυτού. Ένας σημαντικός αριθμός παιδιών (153 παιδιά: 43.3%) επέλεξαν μόνο μερικά από τα παραδείγματα του τετραγώνου χωρίς να επιλέξουν κανένα μη παράδειγμά του. Από αυτά τα 26 παιδιά (7.4%) εντόπισαν μόνο τα τρία μεγάλα τετράγωνα (βλέπε Πίνακα 4.32, τετράγωνα 13, 14 και 17) που υπήρχαν στη συλλογή σχημάτων. Από την άλλη, 76 παιδιά (21.5%) εντόπισαν όλα τα παραδείγματα τετραγώνου στη συλλογή διακριτών σχημάτων, αλλά επέλεξαν και ένα αριθμό μη-παραδειγμάτων στην απάντησή τους. Από αυτά τα παιδιά, τα 58 (16.4%) εντόπισαν όλα τα παραδείγματα χωρίς να επιλέξουν κανένα μη παράδειγμά του.

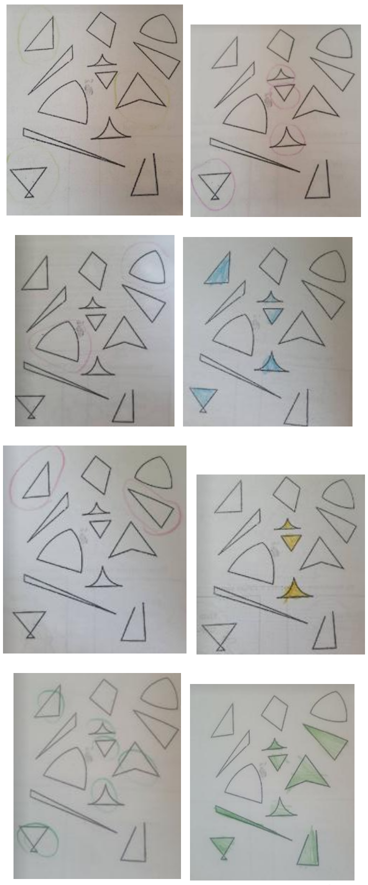
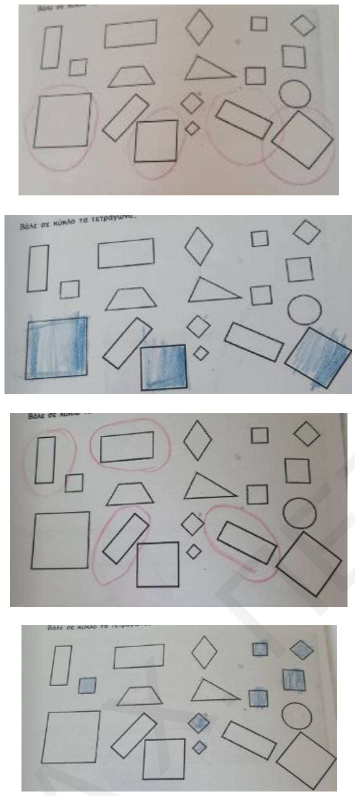
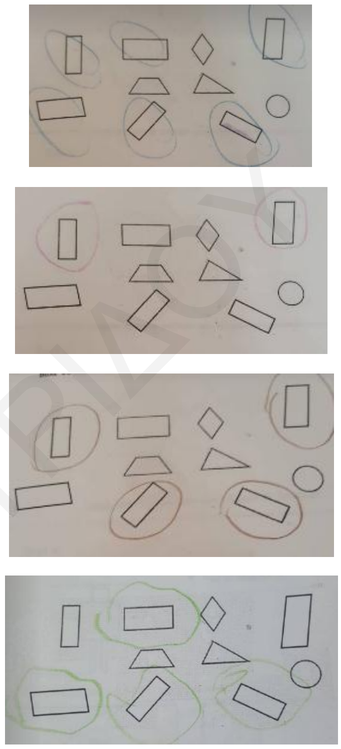
Κατά τη δεύτερη μέτρηση ο αριθμός των παιδιών που επέλεξαν από ένα μέχρι τέσσερα μη παράδειγμα τετραγώνου χωρίς να επιλέξουν κανένα από τα παραδείγματα του σχήματος αυτού, μειώνεται στα 43 παιδιά (12.2%). Τα 145 παιδιά (41.1%) επέλεξαν μόνο μερικά από τα παραδείγματα του τετραγώνου χωρίς να επιλέξουν κανένα μη παράδειγμά του. Από αυτά τα 21 παιδιά (5.9%) εντόπισαν μόνο τα τρία μεγάλα τετράγωνα (βλέπε Πίνακα 4.32, τετράγωνα 13, 14 και 17) που υπήρχαν στη συλλογή σχημάτων. Αντιθέτως, τα 87 παιδιά (24.6%) εντόπισαν όλα τα παραδείγματα τετραγώνου στη συλλογή διακριτών σχημάτων, αλλά επέλεξαν και ένα αριθμό μη-παραδειγμάτων στην απάντησή τους. Από αυτά τα παιδιά, τα 60 (17%) εντόπισαν όλα τα παραδείγματα χωρίς να επιλέξουν κανένα μη παράδειγμά του.

Στην τρίτη μέτρηση ο αριθμός των παιδιών που επέλεξαν από ένα μέχρι τέσσερα μη παράδειγμα τετραγώνου χωρίς να επιλέξουν κανένα από τα παραδείγματα του σχήματος αυτού, παρουσίασε περαιτέρω μείωση και έφτασε στα 36 παιδιά (10.2%). Τα 128 παιδιά (36.3%) επέλεξαν μόνο μερικά από τα παραδείγματα του τετραγώνου χωρίς να επιλέξουν κανένα μη παράδειγμά του. Από αυτά τα 19 παιδιά (5.4%) εντόπισαν μόνο τα τρία μεγάλα τετράγωνα (βλέπε Πίνακα 4.32, τετράγωνα 13, 14 και 17) που υπήρχαν στη συλλογή σχημάτων. Από την άλλη, τα 91 παιδιά (25.8%) εντόπισαν όλα τα παραδείγματα τετραγώνου στη συλλογή διακριτών σχημάτων, αλλά επέλεξαν και ένα αριθμό μη-παραδειγμάτων στην απάντησή τους. Από αυτά τα παιδιά, τα 77 (21.8%) εντόπισαν όλα τα παραδείγματα χωρίς να επιλέξουν κανένα μη παράδειγμά του.

Στη μεταβλητή αναγνώρισης ορθογωνίων (D1re), κατά την πρώτη μέτρηση, 44 παιδιά (12.5%) επέλεξαν από ένα μέχρι τρία μη παράδειγμα ορθογωνίου χωρίς να επιλέξουν κανένα από τα παραδείγματα του σχήματος αυτού. Μόνο 6 παιδιά (1.7%) επέλεξαν μερικά από τα παραδείγματα του ορθογωνίου χωρίς να επιλέξουν κανένα μη παράδειγμά του. Εντύπωση προκαλεί το γεγονός ότι 200 παιδιά (56.7%) εντόπισαν όλα τα ορθά παραδείγματα του σχήματος, αλλά επέλεξαν και δύο από τα μη παραδείγματα του σχήματος.

Κατά τη δεύτερη μέτρηση ο αριθμός των παιδιών που επέλεξαν από ένα μέχρι τρία μη παράδειγμα ορθογωνίου χωρίς να επιλέξουν κανένα από τα παραδείγματα του σχήματος αυτού, μειώνεται στους 19 (5.4%). Μόνο τρία παιδιά (0.8%) επέλεξαν μόνο μερικά από τα παραδείγματα του ορθογωνίου χωρίς να επιλέξουν κανένα μη παράδειγμά του. Αύξηση της τάξεως 14.7% παρατηρείται στον αριθμό των παιδιών που εντόπισαν όλα τα ορθά παραδείγματα του σχήματος, αλλά επέλεξαν και δύο από τα μη παραδείγματα του σχήματος (252 παιδιά: 71.4%).

Στην τρίτη μέτρηση ο αριθμός των παιδιών που επέλεξαν από ένα μέχρι τρία μη παράδειγμα ορθογωνίου χωρίς να επιλέξουν κανένα από τα παραδείγματα του σχήματος αυτού, παραμένει σταθερός (19 παιδιά). Μόνο ένα παιδιά (0.3%) επέλεξε μόνο τρία από τα παραδείγματα του ορθογωνίου χωρίς να επιλέξει κανένα μη παράδειγμά του. Ο αριθμός των παιδιών που εντόπισαν όλα τα ορθά παραδείγματα του σχήματος, αλλά επέλεξαν και δύο από τα μη παραδείγματα του σχήματος, παρουσιάζει αύξηση (279 παιδιά: 79%).

D1t	D1s	D1re
		

Διάγραμμα 4.15. Δείγματα λανθασμένων επιλογών σχημάτων στις μεταβλητές της ικανότητας αναγνώρισης σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων, από τα υποκείμενα της έρευνας.

Όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα στη εκάστοτε συλλογή διακριτών σχημάτων υπήρχαν τόσο παραδείγματα όσο και μη παραδείγματα του σχήματος εκ των οποίων μερικά ήταν διαισθητικά και άλλα όχι. Στον Πίνακα 4.36, παρουσιάζονται οι συχνότητες των σχημάτων που επιλέγονται από τα παιδιά. Παρατηρείται ότι τα παιδιά σε όλες τις μετρήσεις εντοπίζουν με αρκετή άνεση τα διαισθητικά παραδείγματα, μιας που συγκεντρώνουν υψηλά ποσοστά συχνότητας (41.6% – 88.4%). Παρομοίως, τα παιδιά δεν επιλέγουν τα διαισθητικά μη παραδείγματα σχημάτων (2.3%-19.3%), με εξαίρεση το σχήμα του ορθογωνίου.

Όπως φαίνεται, τα παιδιά που αναγνωρίζουν όλα τα παραδείγματα (διαισθητικά και μη) του ορθογωνίου έχουν το πιο υψηλό ποσοστό συχνότητας, το οποίο φτάνει στο 86.7% στην τρίτη μέτρηση. Από την άλλη, όμως εντύπωση προκαλεί το μεγάλο ποσοστό των παιδιών που εντοπίζουν τα μη διαισθητικά μη παραδείγματα ορθογωνίων ως παραδείγματα ορθογωνίου, το οποίο στην τρίτη μέτρηση φτάνει το 88.4%. Επομένως, το σχήμα αυτό συγκεντρώνει υψηλά ποσοστά επιλογής παραδειγμάτων και μη.

Στον Πίνακα 4.36 φαίνεται ότι πολύ πιο λίγα παιδιά αναγνωρίζουν όλα τα μη διαισθητικά παραδείγματα του τριγώνου (περίπου 18-27%), ενώ ένα σημαντικό ποσοστό παιδιών εντοπίζει ως παραδείγματα τριγώνου τα διαισθητικά μη παραδείγματα τριγώνων (15-20 %).

Το σχήμα που φαίνεται να είναι πιο εύκολο για τα παιδιά να αναγνωρίσουν σε συλλογή διακριτών σχημάτων ήταν το τετράγωνο, μιας που συγκεντρώνει υψηλά ποσοστά παραδειγμάτων (29-51%) και τα χαμηλότερα ποσοστά μη παραδειγμάτων (2-7%) του σχήματος. Από την άλλη, τα παιδιά τείνουν να μην αναγνωρίζουν με τόση άνεση τα σχήματα του τριγώνου και του ορθογωνίου.

Πίνακας 4.36

Συχνότητα Επιλογής Παραδειγμάτων ή Μη Παραδειγμάτων, Διαισθητικών και Μη Διαισθητικών Σχημάτων στις Μεταβλητές της Ικανότητας Αναγνώρισης Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων

		Παραδείγματα		Μη παραδείγματα	
		Διαισθητικά	Μη-Διαισθητικά	Διαισθητικά	Μη-Διαισθητικά
Τρίγωνα					
Μέτρηση	1η	230 (65.2%)	65 (18.4%)	57 (16.1%)	19 (5.4%)
	2η	263 (74.5%)	81 (22.9%)	54 (15.3%)	24 (6.8%)
	3η	268 (75.9%)	96 (27.2%)	68 (19.3%)	33 (9.3%)
Τετράγωνα					
Μέτρηση	1η	147 (41.6%)	104 (29.5%)	16 (4.5%)	20 (5.7%)
	2η	164 (46.5%)	114 (32.3%)	8 (2.3%)	14 (4%)
	3η	180 (51%)	130 (36.8%)	13 (3.7%)	14 (4%)
Ορθογώνια					
Μέτρηση	1η	241 (68.3%)	270 (76.5%)	13 (3.7%)	259 (73.4%)
	2η	290 (82.2%)	310 (87.8%)	11 (3.1%)	302 (85.6%)
	3η	312 (88.4%)	320 (90.7%)	10 (2.8%)	312 (88.4%)

Αναλυτικά, στην περίπτωση των τριγώνων, κατά την πρώτη μέτρηση φάνηκε ότι 230 παιδιά (65.2%) επέλεξαν το διαισθητικό παράδειγμα του τριγώνου. Από την άλλη, 65 παιδιά (18.4%) εντόπισαν και τα τέσσερα μη διαισθητικά παραδείγματα τριγώνου, ενώ

229 παιδιά (64.9%) επέλεξαν από ένα μέχρι και τρία τέτοια παραδείγματα. Τα 57 παιδιά (16.1%) επέλεξαν το διαισθητικό μη παράδειγμα τριγώνου και τα 19 παιδιά (5.4%) επέλεξαν και τα επτά μη διαισθητικά μη παραδείγματα τριγώνου, ενώ 270 παιδιά (76.5%) επέλεξαν από ένα μέχρι και έξι μη διαισθητικά μη παραδείγματά του.

Τα μη παραδείγματα που προτιμούν μεγάλος αριθμός παιδιών ήταν με σειρά μεγαλύτερων συχνοτήτων: το σχήμα 12 (188 παιδιά: 53.3%), το σχήμα 10 (174 παιδιά: 49.3%) και το σχήμα 9 (163 παιδιά: 46.2%) (βλέπε Πίνακα 4.34). Συγκεκριμένα, τα δύο από αυτά είχαν πλευρές με καμπύλα τμήματα γραμμών (σχήμα 5 και 10). Το ένα από τα άλλα δύο σχήματα ήταν μη κυρτό τετράπλευρο, έτσι έμοιαζε λες και η μία του πλευρά είχε μετακινηθεί (λυγίσει) προ το εσωτερικό του σχήματος δημιουργώντας έτσι δύο άλλα ευθύγραμμα τμήματα (σχήμα 9). Το τελευταίο μη παράδειγμα ήταν σύνθεση δύο τριγώνων, ενός μεγάλου που εφάπτεται η κορυφή το με ένα πιο μικρό (σχήμα 12). Το τελευταίο είχε τα υψηλότερα ποσοστά επιλογής μιας που το τρίγωνο στο οποίο εφαπτόταν με την κορυφή του ένα άλλο μεγάλο τρίγωνο, ήταν πολύ μικρού εμβαδού. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι στο μικρό τρίγωνο οι δύο του πλευρές ήταν επέκταση των δύο πλευρών του εφαπτόμενου τριγώνου.

Κατά τη δεύτερη μέτρηση το ποσοστό των παιδιών που επέλεξαν το διαισθητικό παράδειγμα του τριγώνου ανέρχεται στα 263 παιδιά (74.5%). Αύξηση παρουσίασε και ο αριθμός των παιδιών (81 παιδιά: 22.9%) που αναγνώρισαν και τα τέσσερα μη διαισθητικά παραδείγματα τριγώνου, ενώ 222 παιδιά (62.9%) επέλεξαν από ένα μέχρι και τρία τέτοια παραδείγματα. Από την άλλη, 54 παιδιά (15.3%) επέλεξαν το διαισθητικό μη παράδειγμα τριγώνου. Τα 24 παιδιά (6.8%) επέλεξαν και τα επτά μη διαισθητικά μη παραδείγματα τριγώνου, ενώ 273 παιδιά (77.3%) επέλεξαν από ένα μέχρι και έξι μη διαισθητικά μη παραδείγματά του. Τα σχήματα που παριστάνουν μη παραδείγματα τριγώνου και τα οποία προτιμάει μεγάλος αριθμός παιδιών ήταν με σειρά μεγαλύτερων συχνοτήτων: το σχήμα 12 (218 παιδιά: 61.8%), το σχήμα 10 (194 παιδιά: 55%), το σχήμα 5 (175 παιδιά: 49.6%) και το σχήμα 9 (174 παιδιά: 49.3%) (βλέπε Πίνακα 4.34).

Κατά την τρίτη μέτρηση τα 268 παιδιά (75.9%) επέλεξαν το διαισθητικό παράδειγμα του τριγώνου. Τα 96 παιδιά (27.2%) εντόπισαν και τα τέσσερα μη διαισθητικά παραδείγματα τριγώνου, ενώ 226 παιδιά (64%) επέλεξαν από ένα μέχρι και τρία τέτοια παραδείγματα. Για τα μη παραδείγματα τριγώνου 68 παιδιά (19.3%) επέλεξαν το διαισθητικό μη παράδειγμα τριγώνου, ενώ 33 παιδιά (9.3%) επέλεξαν και τα επτά μη διαισθητικά μη παραδείγματα τριγώνου. Ένας μεγάλος αριθμό παιδιών (294 παιδιά: 83.3%) επέλεξαν από ένα μέχρι και έξι μη διαισθητικά μη παραδείγματά του. Τα σχήματα που παριστάνουν μη παραδείγματα τριγώνου και τα οποία προτιμάει μεγάλος αριθμός παιδιών παραμένουν τα ίδια, με σειρά μεγαλύτερων συχνοτήτων: το σχήμα 12 (242 παιδιά: 68.6%), το σχήμα 10 (240 παιδιά: 68%), το σχήμα 5 (214 παιδιά: 60.6%) και το σχήμα 9 (202 παιδιά: 57.2%) (βλέπε Πίνακα 4.34).

Στη συλλογή διακριτών τετραγώνων κατά την πρώτη μέτρηση 147 παιδιά (41.6%) επέλεξαν και τα έξι διαισθητικά παραδείγματα του τετραγώνου, ενώ άλλα 142 παιδιά (40.2%) επέλεξαν μόνο μερικά από τα παράδειγμα αυτά. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι 104 παιδιά (29.5%) εντόπισαν και τα τέσσερα μη διαισθητικά παραδείγματα τετραγώνου, ενώ άλλα 162 παιδιά (45.9%) επέλεξαν από ένα μέχρι τρία τέτοια παραδείγματα. Ο αριθμός των παιδιών που επέλεξαν και τα τρία διαισθητικά μη παραδείγματα τετραγώνου ήταν 16 παιδιά (4.5%), ενώ 42 παιδιά (11.9%) επέλεξαν από ένα μέχρι δύο διαισθητικά μη παραδείγματά του. Μόνο 20 παιδιά (5.7%) επέλεξαν και τα πέντε μη διαισθητικά μη παραδείγματα τετραγώνου, ενώ 76 παιδιά (21.5%) επέλεξαν από ένα μέχρι τέσσερα μη διαισθητικό μη παραδείγματά του. Το μη διαισθητικό μη παράδειγμα τετραγώνου που παρουσιάζει τα υψηλότερα ποσοστά συχνότητα ήταν το σχήμα 1 (72 παιδιά: 20.4%) (βλέπε Πίνακα 4.34).

Στη δεύτερη μέτρηση 164 παιδιά (46.5%) αναγνώρισαν και τα έξι διαισθητικά παραδείγματα του τετραγώνου, ενώ 135 παιδιά (38.2%) επέλεξαν μόνο μερικά από τα παράδειγμα αυτά. Τα 114 παιδιά (32.3%) εντόπισαν και τα τέσσερα μη διαισθητικά παραδείγματα τετραγώνου, ενώ 157 παιδιά (44.5%) επέλεξαν από ένα μέχρι τρία τέτοια παραδείγματα. Από την άλλη, μόνο 8 παιδιά (2.3%) επέλεξαν και τα τρία διαισθητικά μη παραδείγματα τετραγώνου, ενώ 37 παιδιά (10.5%) επέλεξαν από ένα μέχρι δύο διαισθητικά μη παραδείγματά του. Τα 14 παιδιά (4%) επέλεξαν και τα πέντε μη διαισθητικά μη παραδείγματα τετραγώνου, ενώ 91 παιδιά (25.8%) επέλεξαν από ένα μέχρι τέσσερα μη διαισθητικό μη παραδείγματά του. Τα μη διαισθητικά μη παραδείγματα τετραγώνου που παρουσιάζουν τα υψηλότερα και ίσα ποσοστά συχνότητα ήταν το σχήμα 1 και 2 (68 παιδιά: 19.3%) (βλέπε Πίνακα 4.34). Τα σχήματα αυτά είναι ορθογώνια σε πρωτοτυπικούς προσανατολισμούς.

Στην τρίτη μέτρηση φαίνεται ότι 180 παιδιά (51%) επέλεξαν και τα έξι διαισθητικά παραδείγματα του τετραγώνου, ενώ 130 παιδιά (36.8%) επέλεξαν μόνο μερικά από τα παράδειγμα αυτά. Άλλα 130 παιδιά (36.8%) εντόπισαν και τα τέσσερα μη διαισθητικά παραδείγματα τετραγώνου, ενώ 166 παιδιά (47%) επέλεξαν από ένα μέχρι τρία τέτοια παραδείγματα. Τα τρία διαισθητικά μη παραδείγματα τετραγώνου μόνο 13 παιδιά (3.7%) τα επέλεξαν, ενώ 19 παιδιά (5.4%) επέλεξαν από ένα μέχρι δύο διαισθητικά μη παραδείγματά του. Τα 14 παιδιά (4%) επέλεξαν και τα πέντε μη διαισθητικά μη παραδείγματα τετραγώνου, ενώ 88 παιδιά (24.9%) επέλεξαν από ένα μέχρι τέσσερα μη διαισθητικό μη παραδείγματά του. Τα μη διαισθητικά μη παραδείγματα τετραγώνου που παρουσιάζουν τα υψηλότερα ποσοστά συχνότητα παραμένουν το σχήμα 1 (64 παιδιά: 18.1%) και το σχήμα 2 (62 παιδιά: 17.6%) (βλέπε Πίνακα 4.34).

Στη συλλογή διακριτών ορθογωνίων κατά την πρώτη μέτρηση παρατηρείται ότι 241 παιδιά (68.3%) επέλεξαν και τα δύο διαισθητικά παραδείγματα του ορθογωνίου, ενώ 58 άλλα παιδιά (16.4%) επέλεξαν μόνο ένα τέτοιο παράδειγμα. Τα δύο μη διαισθητικά παραδείγματα ορθογωνίου αναγνώρισαν 270 παιδιά (76.5%), ενώ 14 άλλα παιδιά (4%) επέλεξαν μόνο ένα τέτοιο παράδειγμα. Σε αντιπαραβολή, 13 παιδιά (3.7%) επέλεξαν και τα τέσσερα διαισθητικά μη παραδείγματα ορθογωνίου, ενώ 62 παιδιά (17.6%) επέλεξαν από ένα μέχρι τρία διαισθητικά μη παραδείγματα ορθογωνίου. Εδώ εμφανίζεται ένα υψηλό ποσοστό προτίμησης των παιδιών στα μη διαισθητικά μη παραδείγματα ορθογωνίων. Συγκεκριμένα, τα 259 παιδιά (73.4%) επέλεξαν και τα δύο μη διαισθητικά μη παραδείγματα ορθογωνίου, ενώ 43 παιδιά (12.2%) επέλεξαν ένα μη διαισθητικό μη παραδείγματα ορθογωνίου. Τα συγκεκριμένα ποσοστά προτίμηση για το σχήμα 4 και 7 (βλέπε Πίνακα 4.34) ήταν 79.9% (282 παιδιά) και 79 % (279 παιδιά), αντίστοιχα. Τα συγκεκριμένα σχήματα είναι παραλληλόγραμμα σε πρωτοτυπικούς προσανατολισμούς.

Στη δεύτερη μέτρηση ο αριθμός των παιδιών που αναγνώρισαν και τα δύο διαισθητικά παραδείγματα του ορθογωνίου ήταν 290 παιδιά (82.2%), ενώ 40 παιδιά (11.3%) επέλεξαν μόνο ένα τέτοιο παράδειγμα. Τα 310 παιδιά (87.8%) εντόπισαν τα δύο μη διαισθητικά παραδείγματα ορθογωνίου, ενώ 9 παιδιά (2.5%) επέλεξαν μόνο ένα τέτοιο παράδειγμα. Από την άλλη, 11 παιδιά (3.1%) επέλεξαν και τα τέσσερα διαισθητικά μη παραδείγματα ορθογωνίου, ενώ 38 παιδιά (9.9%) επέλεξαν από ένα μέχρι τρία διαισθητικά μη παραδείγματα ορθογωνίου. Τα 302 παιδιά (85.6%) επέλεξαν και τα δύο μη διαισθητικά μη παραδείγματα ορθογωνίου, ενώ 23 παιδιά (6.5%) επέλεξαν ένα μη διαισθητικό μη παραδείγματα ορθογωνίου. Τα ποσοστά προτίμηση για το σχήμα 4 και 7 παρουσιάζουν άνοδο: 89% (314 παιδιά) και 88.7% (313 παιδιά), αντίστοιχα (βλέπε Πίνακα 4.34).

Κλείνοντας, στην τρίτη μέτρηση παρατηρήθηκε ότι τα 312 παιδιά (88.4%) επέλεξαν και τα δύο διαισθητικά παραδείγματα του ορθογωνίου, ενώ τα 20 παιδιά (5.7%) επέλεξαν μόνο ένα τέτοιο παράδειγμα. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι 320 παιδιά (90.7%) εντόπισαν τα δύο μη διαισθητικά παραδείγματα ορθογωνίου, ενώ 5 παιδιά (1.4%) επέλεξαν μόνο ένα τέτοιο παράδειγμα. Σε αντιπαραβολή, τώρα 10 παιδιά (2.8%) επέλεξαν και τα τέσσερα διαισθητικά μη παραδείγματα ορθογωνίου, ενώ 33 παιδιά (9.3%) επέλεξαν από ένα μέχρι τρία διαισθητικά μη παραδείγματα ορθογωνίου. Ένα πολύ μεγάλος αριθμός παιδιών (312 παιδιά: 88.4%) επέλεξαν και τα δύο μη διαισθητικά μη παραδείγματα ορθογωνίου, ενώ μόνο 20 παιδιά (5.7%) επέλεξαν ένα μη διαισθητικό μη παραδείγματα ορθογωνίου. Τα ποσοστά προτίμηση για το σχήμα 4 και 7 παρουσιάζουν άνοδο: 92.1% (325 παιδιά) και 90.4% (319 παιδιά), αντίστοιχα (βλέπε Πίνακα 4.34).

Σύνοψη Αποτελεσμάτων Πρώτου Μέρους

Κλείνοντας το πρώτο μέρος των αποτελεσμάτων της εργασίας αυτής γίνεται μια σύνοψη των πιο βασικών αποτελεσμάτων. Μέχρι στιγμής, έχει αναπτυχθεί και επιβεβαιωθεί σύμφωνα με τα δεδομένα της εργασίας η δομή του μοντέλου αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Η δομή αυτή αποτελείται από τέσσερις επιμέρους ικανότητες: την αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται, την αναγνώριση αρχικών δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται, την αναγνώριση δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται και την αναγνώριση σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων. Η αμεταβλητότητα της δομής του μοντέλου επιβεβαιώθηκε και για τις δύο ηλικιακές ομάδες των παιδιών προσχολικής ηλικίας (4-5 και 5-6 χρονών). Ο έλεγχος των διαφορών στις επιδόσεις των παιδιών των δύο ηλικιακών ομάδων έδειξε ότι υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ τους, ως προς τη συνολική επίδοση αλλά και ως προς τις τρείς από τις τέσσερις επιμέρους ικανότητες που δομούν την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος. Δεν εντοπίστηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των παιδιών ως προς την επιμέρους ικανότητα «Αναγνώριση δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται», όπου εντοπίστηκαν και οι πιο χαμηλές επιδόσεις όλων των παιδιών. Στη συνέχεια, επιβεβαιώθηκε η υπόθεση ύπαρξης γραμμικής δομής σχέσεων μεταξύ των τεσσάρων επιμέρους ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος του μοντέλου. Αναλυτικά, η ικανότητα «Αναγνώριση σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων» προβλέπει την ικανότητα «Αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται», ακολούθως η τελευταία ικανότητα προβλέπει την ικανότητα «Αναγνώρισης αρχικών δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται» και τέλος αυτή η ικανότητα προβλέπει την ικανότητα «Αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται». Η δομή αυτή επιβεβαιώνεται και με τις συνεπαγωγικές αναλύσεις των μεταβλητών συνολικά ανά μέτρηση (προ-πειραματικό και δύο μετά-πειραματικά δοκίμια), ανά ηλικία (4-5 ή 5-6) και ανά ομάδα (ελέγχου ή πειραματικές) παιδιών. Χαρακτηριστικές συνεπαγωγές παρατηρούνται ανάμεσα σε μεταβλητές των δύο τελευταίων επιμέρους ικανοτήτων («Αναγνώρισης αρχικών δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται» και «Αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται»). Από την μια, τα μικρά παιδιά (4-5 χρονών) παρουσίασαν πιο αδύναμες συνεπαγωγές με πιο λίγα έργα από ότι τα μεγαλύτερα παιδιά (5-6 χρονών). Αναλυτικά, τα μικρά παιδιά εστιάστηκαν πιο πολύ στο είδος του σχήματος προς αναζήτηση, ενώ τα μεγαλύτερα στον τρόπο αναπαράστασης του (π.χ. προσανατολισμός). Από την άλλη, στις πειραματικές ομάδες φάνηκε να υπάρχει αισθητή διαφορά στις συνεπαγωγές της πρώτης πειραματικής ομάδας, η οποία παρουσίασε πιο σύνθετη δομή συνεπαγωγικών αλυσίδων από ότι οι άλλες ομάδες παιδιών κατά το πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο. Οι πειραματικές ομάδες είχαν συνεπαγωγές πιο σύνθετης δομής κατά το δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο από ότι η ομάδα ελέγχου. Τέλος, διερευνήθηκαν τα λάθη των παιδιών στις μεταβλητές των τεσσάρων επιμέρους ικανοτήτων πρώτης τάξεως του μοντέλου αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Σε κάθε μεταβλητή εντοπίστηκαν συγκεκριμένα είδη (κατηγορίες) λαθών και οι συχνότητές τους, ανά μέτρηση (προ-πειραματικό και δύο μετά-πειραματικά δοκίμια). Οι πιο συχνοί παράγοντες που εντοπίστηκαν και ίσως να προκάλεσαν τα λάθη των παιδιών στις τέσσερις επιμέρους ικανότητες ήταν από τη μια οι μη κριτικές ιδιότητες των σχημάτων και από την άλλη η χωρική τοποθέτηση του σχήματος στη σύνθεση, το μέρος που τα σχήματα επικαλύπτονται ή το μέρος που εφάπτονται εξωτερικά, ο αριθμός των σχημάτων προς αναγνώριση και η πολυπλοκότητα της δομής της γεωμετρικής σύνθεσης. Έχει παρατηρηθεί ότι η οικειότητα (ή μη) με το σχήμα φαίνεται να επηρέασε διαφορετικά τις επιμέρους ικανότητες αναγνώρισης σχήματος σε γεωμετρικές συνθέσεις.

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι το τέταρτο ερευνητικό ερώτημα το οποίο αφορά τα λάθη των παιδιών, θα μας απασχολήσει και στο δεύτερο μέρος των αποτελεσμάτων. Ο επιμέρους στόχος αυτού είναι να δοθούν διευκρινήσεις για τον τρόπο που τα παιδιά, ανά ομάδα ελέγχου και πειραματικές, χειρίζονται τις επιμέρους εκείνες ικανότητες της αντιληπτικής σύλληψης, στις οποίες διαπιστώθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές, μετά το παρεμβατικό πρόγραμμα.

Η Επίδραση της Λειτουργική Σύλληψης και των Χειρονομιών στην Αντιληπτική Σύλληψη του Γεωμετρικού Σχήματος

Στο αυτό το δεύτερο μέρος των αποτελεσμάτων εξετάζεται η επίδραση των τριών διαφορετικών περιβαλλόντων εφαρμογής του παρεμβατικού προγράμματος στον τρόπο την ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης των παιδιών. Συγκεκριμένα, εξετάζεται η επίδραση των γεωμετρικών μετασχηματισμών και των κινήσεων των χεριών (χειρονομιών - σημειωτικών πηγών). Πιο κάτω, στο παρόν υποκεφάλαιο των αποτελεσμάτων παρουσιάζονται οι αναλύσεις των δεδομένων των παιδιών που συμμετείχαν ή όχι σε κάποιο από τα τρία περιβάλλοντα εφαρμογής στο προ-πειραματικό και στα δύο μετά-πειραματικά δοκίμια της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Οι προαναφερθείσες αναλύσεις χρησιμοποιήθηκαν για να απαντηθούν τα τελευταία δύο ερευνητικά ερωτήματα της εργασίας:

5. Υπάρχουν διαφορές στις επιδόσεις των παιδιών προσχολικής ηλικίας ως προς την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος όταν συμμετέχουν ή όχι σε παρεμβατικό πρόγραμμα;
6. Υπάρχουν διαφορές στις επιδόσεις των παιδιών προσχολικής ηλικίας ως προς την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος όταν συμμετέχουν ή όχι σε παρεμβατικό πρόγραμμα, μετά από την πάροδο ενός χρονικού διαστήματος;

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι στις συγκεκριμένες αναλύσεις λαμβάνονται υπόψη μόνο τα παιδιά που συμμετείχαν και στις τρεις μετρήσεις της ικανότητας αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, έτσι ώστε να μπορούν να γίνουν οι απαραίτητες συγκρίσεις μεταξύ των μετρήσεων. Δηλαδή, δεν περιλήφθηκαν στις αναλύσεις τα υποκείμενα που απουσίαζαν για εύλογο χρονικό διάστημα από τα παρεμβατικά μαθήματα, αλλά και όλα τα υποκείμενα που απουσίαζαν σε κάποια από τις δύο μέτρησης που ακολούθησαν την παρέμβαση. Συγκεκριμένα, ο τελικός αριθμός των υποκειμένων, που θα ληφθούν υπόψη στην απάντηση του ερευνητικού ερωτήματος αυτού, ανέρχεται στους 353 (182 κορίτσια και 171 αγόρια).

Τα παιδιά που συμμετείχαν στα παρεμβατικά προγράμματα ήταν 286 (από τα 323 τα οποία αποτέλεσαν τα αρχικά μας υποκείμενα κατά την έναρξη του παρεμβατικού προγράμματος). Δεν περιλήφθηκαν στις αναλύσεις τα υποκείμενα που απουσίαζαν για εύλογο χρονικό διάστημα από τα παρεμβατικά μαθήματα, αλλά και όλα τα υποκείμενα που απουσίαζαν σε κάποια από τις δύο μέτρησης που ακολούθησαν την παρέμβαση. Στην πρώτη πειραματική ομάδα συμμετείχαν 84 παιδιά (47 κορίτσια και 37 αγόρια) από τα 95, ενώ στη δεύτερη πειραματική ομάδα συμμετείχαν 95 παιδιά (48 κορίτσια και 47 αγόρια) από τα 107. Στην τρίτη πειραματική ομάδα συμμετείχαν 107 παιδιά (46 κορίτσια και 61 αγόρια) από τα 121. Την ομάδα ελέγχου αποτέλεσαν 67 παιδιά (41 κορίτσια και 26 αγόρια) από τα 73 που συμμετείχαν κατά την πρώτη χορήγηση του δοκιμίου.

Συμπεριφορά Παιδιών στο Προ-πειραματικό και Πρώτο Μετά-πειραματικό Δοκίμιο Ανάλογα με τον Τύπο Πειραματικής και Μη Ομάδας στον Οποίο Συμμετείχαν

Το πρώτο υποκεφάλαιο του δεύτερου μέρους των αποτελεσμάτων εστιάζεται στην διερεύνηση των διαφορών μεταξύ των ομάδων παιδιών στις τρείς πειραματικές ομάδες και στην ομάδα ελέγχου κατά την χορήγηση του προ-πειραματικού (πρώτη μέτρηση) και του πρώτου μετά-πειραματικού (δεύτερη μέτρηση) δοκιμίου. Αναλυτικά, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα τόσο για τη γενική επίδοση στην ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος όσο και για τις επιμέρους πτυχές της ικανότητας αυτής σύμφωνα με το δομικό μοντέλο που επιβεβαιώθηκε στο πρώτο μέρος των αποτελεσμάτων. Τα αποτελέσματα αυτά αφορούν την απάντηση του πέμπτου ερευνητικού ερωτήματος της εργασίας:

5. Υπάρχουν διαφορές στις επιδόσεις των παιδιών προσχολικής ηλικίας ως προς την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος όταν συμμετέχουν ή όχι σε παρεμβατικό πρόγραμμα;

Προ-πειραματικό Δοκίμιο: Πρώτη Μέτρηση

Αρχικά, διερευνήθηκε η ύπαρξη στατιστικά σημαντικών διαφορών μεταξύ των παιδιών όλων των ομάδων κατά την πρώτη χορήγηση του δοκιμίου αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Για να εξεταστεί κατά πόσο υπήρχαν διαφορές μεταξύ των επιδόσεων των υποκειμένων των τριών διαφορετικών πειραματικών ομάδων (ΠΟ1, ΠΟ2, ΠΟ3) με την ομάδα ελέγχου (ΟΕ) ως προς τη γενική ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος κατά την πρώτη μέτρηση, πραγματοποιήθηκε ανάλυση διασποράς (ANOVA). Στην εξαρτημένη μεταβλητή ήταν η γενική ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος της πρώτης μέτρησης, ενώ στην ανεξάρτητη μεταβλητή η ομάδα στην οποία ανήκαν τα υποκείμενα (Πειραματική ή Ομάδα ελέγχου). Στον Πίνακα 4.37, παρουσιάζονται οι μέσοι όροι και οι τυπικές αποκλίσεις της επίδοσης των παιδιών διαφορετικών ομάδων στη γενική ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος.

Πίνακας 4.37

Μέσοι Όροι και Τυπικές Αποκλίσεις της Συνολικής Επίδοσης των Υποκειμένων, των Πειραματικών Ομάδων και της Ομάδας Ελέγχου, στην Ικανότητα Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος, κατά την Πρώτη Μέτρηση

Παράγοντας Δευτέρας Τάξης	Πειραματική Ομάδα 1		Πειραματική Ομάδα 2		Πειραματική Ομάδα 3		Ομάδα Ελέγχου	
	Μ.Ο.	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.
Ρ	.51	.14	.48	.13	.51	.13	.53	.14

Σημείωση. Ο κωδικός Ρ αντιστοιχεί στην συνολική-γενική ικανότητα «Αντιληπτική Σύλληψη του Γεωμετρικού Σχήματος»

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης διασποράς (ANOVA) έδειξαν ότι δεν υπήρχαν στατιστικά σημαντικές διαφορές (βλέπε Πίνακα 4.38) μεταξύ της επίδοσης, των διαφορετικών ομάδων μαθητών, στη γενική ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, κατά την πρώτη μέτρηση ($F_{(3,349)}$=1.96, p=.12>.05). Ο πληθυσμός των υποκειμένων παρουσιάζει κανονική κατανομή σύμφωνα και με την ένδειξη της ανάλυσης αυτής (p=.351>.05).

Πίνακας 4.38

Πολλαπλή Ανάλυση Διασποράς για τη Γενική Ικανότητα Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος, ανά Πειραματική Ομάδα και Ομάδα Ελέγχου, κατά την Πρώτη Μέτρηση

	Άθροισμα Τετραγώνων	Βαθμοί Ελευθερίας	Μέσο Τετράγωνο	F	Επίπεδο Σημαντικότητας
Μεταξύ Ομάδων	.11	3	.04	1.96	.12
Εντός Ομάδων	6.40	349	.02		

*p<.05

Η ανάλυση Post-hoc, με τη χρήση του Scheffe, που παρουσιάζεται στον Πίνακα Ε.2 (βλέπε Παράρτημα Ε), έδειξε ότι δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των παιδιών των τεσσάρων συνολικά ομάδων, κατά την πρώτη μέτρηση, ως προς τη γενική ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Το γεγονός αυτό επιτρέπει την ύπαρξη περαιτέρω αναλύσεων για να εξεταστεί το ενδεχόμενο στατιστικών διαφορών μεταξύ των επιδόσεων των παιδιών των τεσσάρων συνολικά ομάδων στο μετά-πειραματικό δοκίμιο (δεύτερη μέτρηση) με βάση την συνολική επίδοση στο προ-πειραματικό δοκίμιο.

Προχωρώντας σε περαιτέρω αναλύσεις, διερευνήθηκε με τη χρήση πολυμεταβλητής ανάλυσης διακύμανσης (MANOVA) αν υπήρχαν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των τριών πειραματικών ομάδων και της ομάδας ελέγχου στην επίδοσή τους στις τέσσερις ικανότητες (παράγοντες πρώτης τάξης μοντέλου δομής αντιληπτικής σύλληψης) που περιγράφουν την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος στο προ-πειραματικό δοκίμιο. Στην πολυμεταβλητή ανάλυση διακύμανση εξαρτημένη μεταβλητή ήταν οι τέσσερις επιμέρους ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος και ανεξάρτητη μεταβλητή οι ομάδες παιδιών (ΠΟ1, ΠΟ2, ΠΟ3, ΟΕ). Στον Πίνακα 4.39 παρουσιάζονται οι μέσοι όροι και οι τυπικές αποκλίσεις των παιδιών διαφορετικών ομάδων στις τέσσερις ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Οι μέσοι όροι δεν παρουσιάζουν μεγάλο εύρος εντός της κάθε ικανότητας.

Η ανάλυση (βλέπε Πίνακα 4.40) έδειξε ότι υπήρχαν στατιστικά σημαντικές διαφορές ($F_{(12, 915.721)}$=2.98, p=.00<.01; Wilk's Λ = 0.904, *partial* η^2=.03). Μεταγενέστεροι έλεγχοι διαφορών με τη χρήση του Scheffe (βλέπε Πίνακα Ε.3, Παράρτημα Ε), έδειξαν στατιστικά σημαντικές διαφορές (σε επίπεδο α=.05) μεταξύ μόνο κάποιων ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος.

Συγκεκριμένα, οι διαφορές αυτές υπάρχουν μεταξύ της ικανότητας αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται (*partial* η^2=.02: μικρή τιμή) και της ικανότητας αναγνώρισης σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων (*partial* η^2=.05: μικρή τιμή). Αυτές οι δύο ικανότητες συγκεντρώνουν τους πιο ακραίους μέσους όρους.

Από τη μία, φάνηκε ότι η ομάδα ελέγχου διαφέρει σημαντικά από όλες τις πειραματικές ομάδες στην ικανότητα που αφορά την αναγνώριση σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων (ΠΟ1 με ΟΕ: p=.03<.05, ΠΟ2 με ΟΕ: p=.00<.01 και ΠΟ3 με ΟΕ: p=.00<.01). Σύμφωνα με τον Πίνακα 4.39, στην ικανότητα αυτή, η ομάδα ελέγχου παρουσίασε τον υψηλότερο μέσο όρο (Μ.Ο.=.72, Τ.Α.=.11) από όλες τις ομάδες των μαθητών. Δεδομένου ότι στην συγκεκριμένη ικανότητα η ομάδα ελέγχου φαίνεται να υπερτερεί των πειραματικών ομάδων, αυτό επιτρέπει μεταγενέστερους ελέγχους του τρόπου επίδραση του παρεμβατικού προγράμματος στην επίδοση των παιδιών.

Από την άλλη, η ικανότητα αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται, συγκεντρώνει τα χαμηλότερα ποσοστά επιτυχία των παιδιών. Εδώ, δεν παρουσιάστηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ της ομάδα ελέγχου και των πειραματικών ομάδων. Ωστόσο εμφανίζεται μια στατιστική διαφορά μεταξύ της πειραματικής ομάδας 1 και της πειραματικής ομάδας 2 (ΠΟ1 με ΠΟ2: $p=.01<.05$). Αυτό θα ληφθεί υπόψη στις αναλύσεις που θα πραγματοποιηθούν στην συνέχεια.

Πίνακας 4.39

Μέσοι Όροι και Τυπικές Αποκλίσεις της Επίδοσης των Υποκειμένων, των Πειραματικών Ομάδων και της Ομάδας Ελέγχου, στους Τέσσερις Παράγοντες Πρώτης Τάξεως του Μοντέλου Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος, κατά την Πρώτη Μέτρηση

Παράγοντες Πρώτης Τάξης	Πειραματική Ομάδα 1		Πειραματική Ομάδα 2		Πειραματική Ομάδα 3		Ομάδα Ελέγχου	
	Μ.Ο.	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.
J	.63	.20	.63	.21	.65	.19	.70	.18
S	.59	.31	.56	.32	.63	.31	.56	.34
M	.16	.22	.09	.15	.13	.17	.13	.18
D	.68	.12	.65	.11	.66	.11	.72	.11

Σημείωση. Ο κωδικός J αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται», ο κωδικός S αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται», ο κωδικός M αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» και ο κωδικός D αντιστοιχεί με τον παράγοντα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων».

Θα πρέπει όμως να αναφερθεί ότι η επίδραση της συσχέτισης των τετραγώνων του μεγέθους πρόβλεψης των επιδόσεων των παιδιών στις επιμέρους ικανότητες είχε τιμή *partial* $\eta^2=.03$ (R-squared in a multiple regression) η οποίο θεωρείται πρακτικά μικρή τιμή (Cohen, 1988). Περαιτέρω αναλύσεις απαιτούνται για να δοθούν διευκρινήσεις για τον τρόπο συσχέτισης των τεσσάρων ικανοτήτων κατά τη δεύτερη και τρίτη χορήγηση. Για αυτό ως επόμενο βήμα θα διερευνηθούν οι διαφορές μεταξύ των τριών πειραματικών ομάδων και της ομάδας ελέγχου στην επίδοσή τους στις τέσσερις ικανότητες που περιγράφουν την ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, στο μετά-πειραματικό δοκίμιο με βάση την αντίστοιχη επίδοσή τους στο προ-πειραματικό δοκίμιο.

Πίνακας 4.40

Πολλαπλή Ανάλυση Διασποράς για την Επίδοση στους Τέσσερις Παράγοντες Πρώτης Τάξεως του μοντέλου Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος, ανά Πειραματική Ομάδα και Ομάδα Ελέγχου, κατά την Πρώτη Μέτρηση

	Άθροισμα Τετραγώνων	Βαθμοί Ελευθερίας	Μέσο Τετράγωνο	F	Επίπεδο Σημαντικότητας
J	.25	3	.09	2.14	.10
S	.35	3	.12	1.16	.33
M	.27	3	.09	2.74	.04
D	.24	3	.08	6.16	.00

Σημείωση. Ο κωδικός J αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται», ο κωδικός S αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται», ο κωδικός M αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» και ο κωδικός D αντιστοιχεί με τον παράγοντα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων».

Πρώτο Μετά-πειραματικό Δοκίμιο: Δεύτερη Μέτρηση

Πραγματοποιήθηκαν στατιστικοί έλεγχοι για την επίδοση των παιδιών στο πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο (δεύτερη μέτρηση). Συγκεκριμένα, πραγματοποιήθηκε ανάλυση συνδιακύμανση (ANCOVA) έχοντας ως εξαρτημένη μεταβλητή τη συνολική επίδοση των παιδιών στο πρώτο μετά-πειραματικό (δεύτερη μέτρηση) δοκίμιο, με ανεξάρτητη μεταβλητή τις τέσσερις ομάδες παιδιών από τις πειραματικές και τις ομάδες ελέγχου (ΠΟ1, ΠΟ2, ΠΟ3, ΟΕ). Συνδιακυμαίνουσα (covariate) στη μέτρηση αυτή υπήρξε η γενική ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος κατά την πρώτη μέτρηση.

Οι μέσοι όροι και οι τυπικές αποκλίσεις της δεύτερης μέτρησης παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.41. Ο χαμηλότερος μέσος όρος παρουσιάζεται στην ομάδα ελέγχου (Μ.Ο.=.56, Τ.Α.=.13), ενώ ο υψηλότερος στην πρώτη πειραματική ομάδα (Μ.Ο.=.63, Τ.Α.=.17). Η ανάλυση αυτή έδειξε ότι η συνολική επίδοση στο προ-πειραματικό δοκίμιο έχει στατιστικά σημαντικές διαφορές (βλέπε Πίνακας 4.42) με τη συνολική επίδοση στο πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο ($F_{(3,348)}$=5.74, p=.001<.05). Συγκεκριμένα, από τον πιο εστιασμένο έλεγχο εντοπίστηκε ότι η στατιστικά σημαντική διαφορά στις επιδόσεις των παιδιών οφείλεται στην ομάδα ελέγχου. Αναλυτικά, σύμφωνα και με τον Πίνακα Ε.4 (Παράρτημα Ε) η ομάδα ελέγχου έχει στατικά σημαντικές διαφορές με όλες τις πειραματικές ομάδες. Οι πειραματικές ομάδες μεταξύ τους όμως φαίνεται ότι δεν παρουσίασαν στατιστικά σημαντικές διαφορές.

Πίνακας 4.41

Μέσοι Όροι και Τυπικές Αποκλίσεις της Συνολικής Επίδοσης των Υποκειμένων, των Πειραματικών Ομάδων και της Ομάδας Ελέγχου, στην Ικανότητα Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος, κατά τη Δεύτερη Μέτρηση

Παράγοντας Δευτέρας Τάξης	Πειραματική Ομάδα 1		Πειραματική Ομάδα 2		Πειραματική Ομάδα 3		Ομάδα Ελέγχου	
	Μ.Ο.	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.
P	.63	.17	.60	.14	.62	.15	.56	.13

Σημείωση. Ο κωδικός P αντιστοιχεί στην γενική ικανότητα «Αντιληπτική Σύλληψη του Γεωμετρικού Σχήματος»

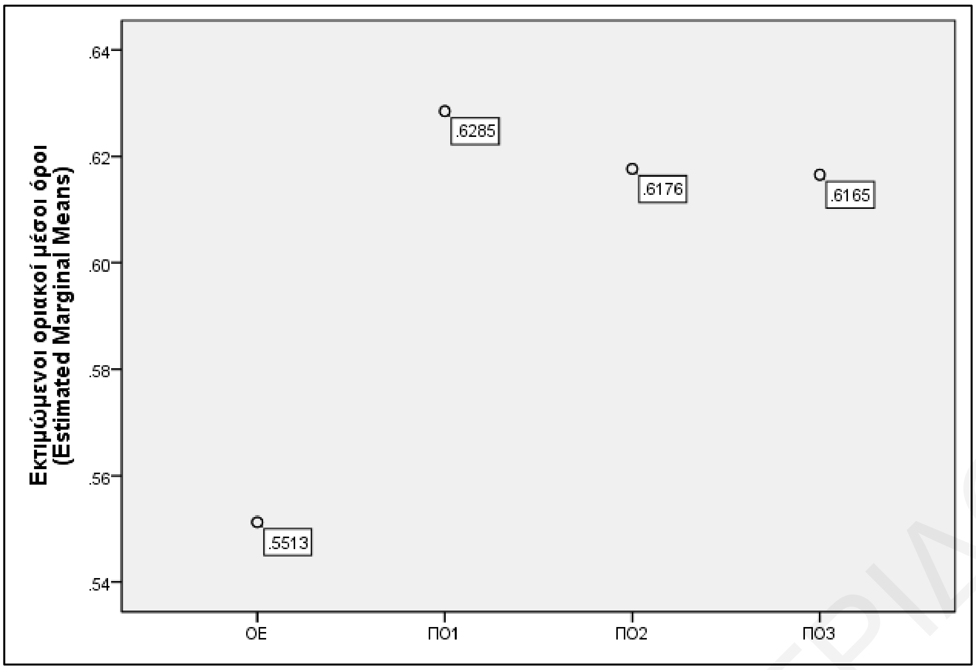
Πίνακας 4.42

Πολλαπλή Ανάλυση Διασποράς για τη Γενική Ικανότητα Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος, ανά Πειραματική Ομάδα και Ομάδα Ελέγχου, κατά τη Δεύτερη Μέτρηση

	Άθροισμα Τετραγώνων	Βαθμοί Ελευθερίας	Μέσο Τετράγωνο	F	Επίπεδο Σημαντικότητας
Μεταξύ Ομάδων	.27	3	.09	5.74	.001
Εντός Ομάδων	5.38	348	.02		

*p<.05

Το διάγραμμα 4.16 παρουσιάζει τους εκτιμώμενους μέσους όρους της κάθε πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου στη συνολική επίδοση στο πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο (δεύτερη μέτρηση) με βάση την αντίστοιχη επίδοση στο προ-πειραματικό δοκίμιο (πρώτη μέτρηση, P = .51). Με βάση το διάγραμμα αυτό φαίνεται ότι ο εκτιμώμενος μέσος όρος της συνολικής επίδοσης των παιδιών στην ομάδα ελέγχου (Μ.Ο.=.55) στο πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο διαφέρει στατιστικά σημαντικά με το μέσο όρο επίδοσης των παιδιών στις πειραματικές ομάδες (ΠΟ1: Μ.Ο.=.63; ΠΟ2: Μ.Ο.=.62; ΠΟ3: Μ.Ο.=.62) με συνδιακυμαίνουσα (covariate) την αντίστοιχη επίδοση τους στο προ-πειραματικό δοκίμιο.



Σημείωση. Ο κωδικός ΠΟ1 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 1 (με παραγωγή και παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ2 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 2 (με παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ3 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 3 (χωρίς χειρονομίες) και ο κωδικός ΟΕ αντιστοιχεί στην Ομάδα Ελέγχου (χωρίς παρέμβαση).

Διάγραμμα 4.16. Εκτιμώμενοι μέσοι όροι των πειραματικών ομάδων και της ομάδας ελέγχου στη γενική επίδοση της δεύτερης μέτρησης με βάση την αντίστοιχη επίδοση της πρώτης μέτρησης.

Διερευνήθηκαν περαιτέρω οι διαφορές που εντοπίστηκαν μεταξύ ομάδας ελέγχου και πειραματικών ομάδων στο πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο (δεύτερη μέτρηση) με βάση την αντίστοιχη επίδοση στο προ-πειραματικό δοκίμιο (πρώτη μέτρηση). Αναλυτικά, πραγματοποιήθηκε πολλαπλή ανάλυση συνδιακύμανση (MANCOVA) για τον εντοπισμό ύπαρξης διαφορών στην επίδοση των παιδιών των πειραματικών ομάδων και της ομάδας ελέγχου ως προς τις τέσσερις ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος (παράγοντες πρώτης τάξης μοντέλου δομής αντιληπτικής σύλληψης). Στην πολυμεταβλητή ανάλυση διακύμανση εξαρτημένη μεταβλητή ήταν οι τέσσερις επιμέρους ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος και ανεξάρτητη μεταβλητή οι ομάδες παιδιών (ΠΟ1, ΠΟ2, ΠΟ3, ΟΕ), με συνδιακυμαίνουσα (covariate) στη μέτρηση αυτή υπήρξε η γενική ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος κατά την πρώτη μέτρηση. Στον Πίνακα 4.43 παρουσιάζονται οι μέσοι όροι και οι τυπικές αποκλίσεις των παιδιών διαφορετικών ομάδων στις τέσσερις ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Οι μέσοι όροι μικρές αποκλίσεις μεταξύ των ομάδων με εξαίρεση την επιμέρους ικανότητα αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται. Στη συγκεκριμένη ικανότητα οι μέσοι όροι των πειραματικών ομάδων διαφέρουν σημαντικά από αυτό της ομάδας ελέγχου.

Πίνακας 4.43

Μέσοι Όροι και Τυπικές Αποκλίσεις της Επίδοσης των Υποκειμένων, των Πειραματικών Ομάδων και της Ομάδας Ελέγχου, στους Τέσσερις Παράγοντες Πρώτης Τάξεως του Μοντέλου Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος, κατά τη Δεύτερη Μέτρηση

Παράγοντες Πρώτης Τάξης	Πειραματική Ομάδα 1		Πειραματική Ομάδα 2		Πειραματική Ομάδα 3		Ομάδα Ελέγχου	
	Μ.Ο.	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.
J	.67	.21	.66	.19	.70	.20	.71	.15
S	.72	.28	.68	.26	.74	.22	.69	.30
M	.45	.29	.37	.26	.36	.27	.17	.22
D	.69	.14	.70	.11	.68	.12	.69	.11

Σημείωση. Ο κωδικός J αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται», ο κωδικός S αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται», ο κωδικός Μ αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» και ο κωδικός D αντιστοιχεί με τον παράγοντα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων».

Η ανάλυση (βλέπε Πίνακα 4.44) έδειξε ότι υπήρχαν στατιστικά σημαντικές διαφορές ($F_{(12, 905.138)}$=5.73, p=.00<.01; Wilk's Λ = 0.824, *partial* η^2 =.06). Ειδικότερα, οι διαφορές που εντοπίστηκαν μεταξύ ομάδας ελέγχου και πειραματικών ομάδων στο πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο (δεύτερη μέτρηση) με βάση την αντίστοιχη επίδοση στο προ-πειραματικό δοκίμιο (πρώτη μέτρηση) για τις επιμέρους επιδόσεις στις ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος ήταν στατιστικά σημαντικές.

Η ανάλυση Post-hoc που παρουσιάζεται στον Πίνακα Ε.5 (βλέπε Παράρτημα Ε), έδειξε ότι υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των παιδιών των τεσσάρων συνολικά ομάδων, κατά τη δεύτερη μέτρηση, ως προς τις επιμέρους ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Συγκεκριμένα, οι διαφορές μεταξύ των επιδόσεων στην ικανότητα «αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται», παρουσιάζονται να είναι στατιστικά σημαντικές και διαφορετικές μεταξύ των πειραματικών ομάδων με την ομάδα ελέγχου. Ως εκ τούτου, η ομάδα ελέγχου στατιστικά σημαντικά είχε τη χαμηλότερη επίδοση από όλες τις άλλες ομάδες παιδιών (πειραματικές). Επομένως, μετά το παρεμβατικό πρόγραμμα οι πειραματικές ομάδες (με ή χωρίς χειρονομίες) είχαν στατιστικά καλύτερες επιδόσεις, στην συγκεκριμένη ικανότητα, από ότι η ομάδα ελέγχου. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι η ικανότητα αυτή σύμφωνα και με τις επιμέρους αναλύσεις φάνηκε να έχει υψηλή τιμή *partial* ($η^2$ =.16 >.14) (Cohen, 1988).

Πίνακας 4.44

Πολλαπλή Ανάλυση Διασποράς για την Επίδοση στους Τέσσερις Παράγοντες Πρώτης Τάξεως του μοντέλου Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος, ανά Πειραματική Ομάδα και Ομάδα Ελέγχου, κατά τη Δεύτερη Μέτρηση

	Άθροισμα Τετραγώνων	Βαθμοί Ελευθερίας	Μέσο Τετράγωνο	F	Επίπεδο Σημαντικότητας
J	.05	3	.02	.58	.63
S	.17	3	.06	1.04	.38
M	3.5	3	1.17	21.27	.00
D	.05	3	.02	1.18	.32

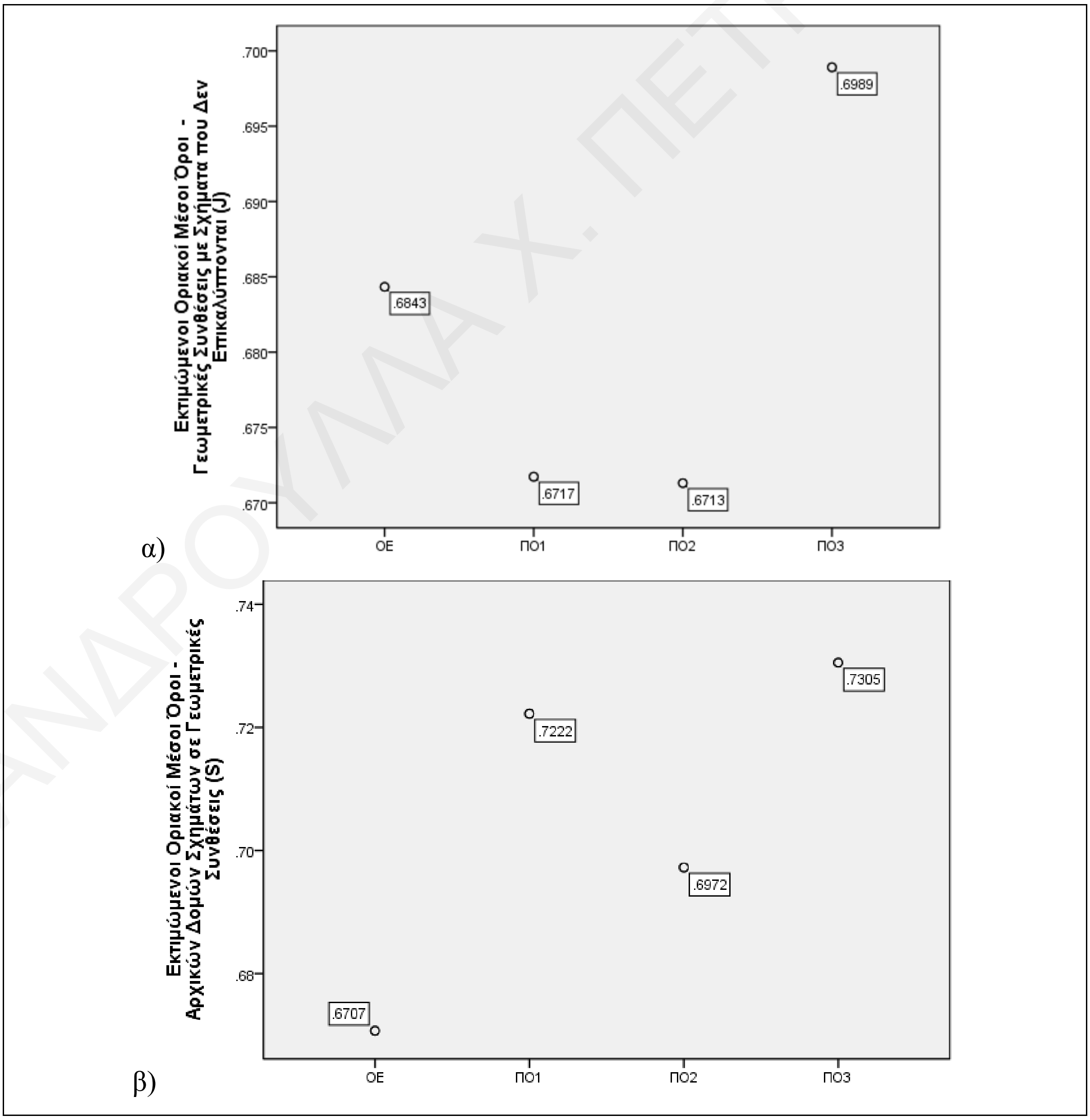
Σημείωση. Ο κωδικός J αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται», ο κωδικός S αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται», ο κωδικός M αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» και ο κωδικός D αντιστοιχεί με τον παράγοντα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων».

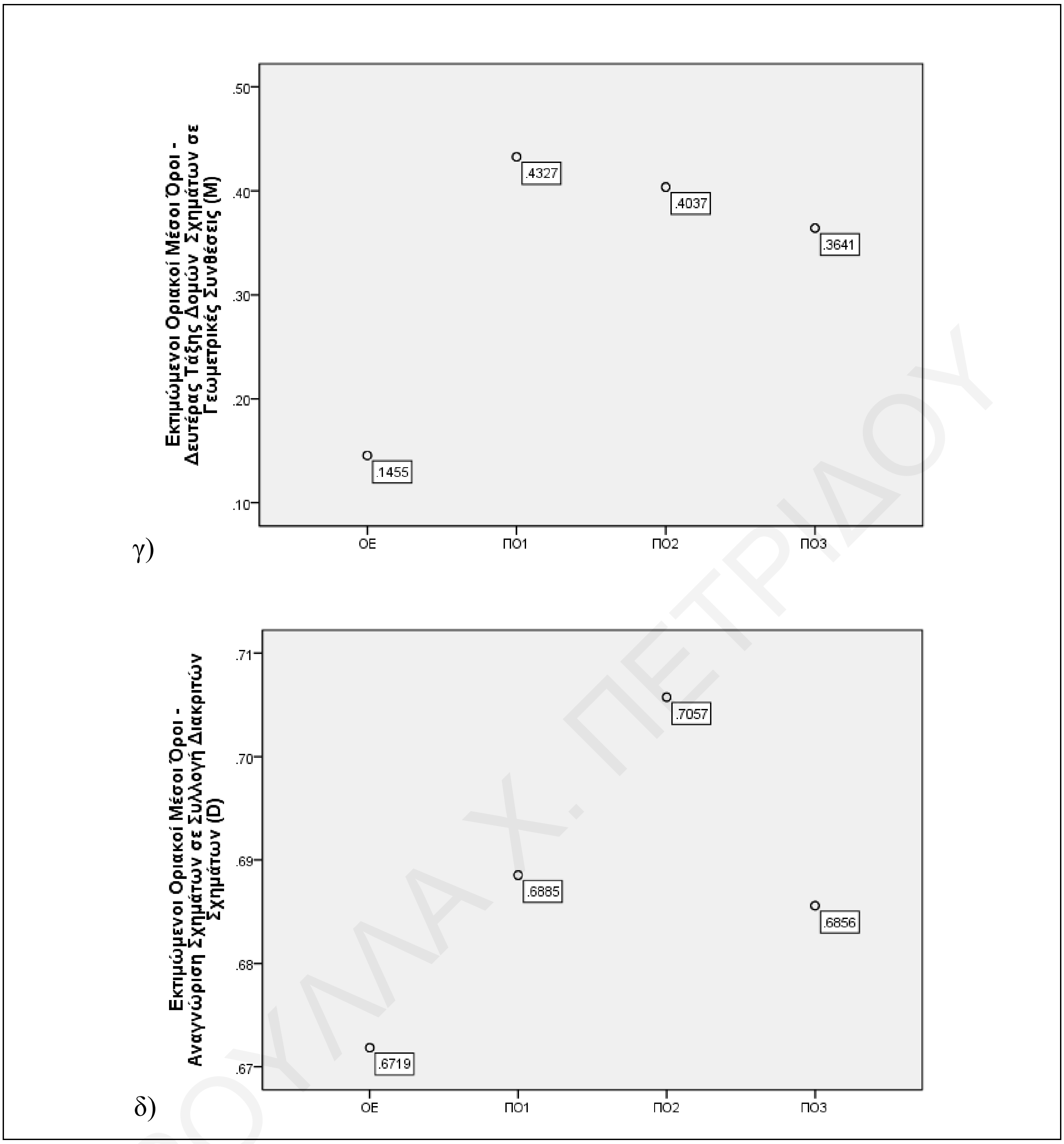
Επιπρόσθετα, στην προαναφερθείσα ικανότητα «αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται» παρουσιάζεται βαθμός σημαντικότητας διαφορών p=.049 μεταξύ της επίδοσης της πρώτης πειραματικής ομάδας και της τρίτης πειραματικής ομάδας. Επομένως, φαίνεται ότι στην ικανότητα αυτή οριακές στατιστικά σημαντικές διαφορές παρουσιάζονται σε παρεμβατικό που είχε χειρονομίες (ΠΟ1: με παρακολούθηση και παραγωγή) με το παρεμβατικό χωρίς χειρονομίες (ΠΟ3). Αναλυτικά, οι επιδόσεις των παιδιών στο παρεμβατικό με την παρακολούθηση και παραγωγή χειρονομιών είχαν στατιστικά καλύτερες επιδόσεις από τα παιδιά του παρεμβατικού χωρίς χειρονομίες.

Από την άλλη, στην ικανότητα αυτή δεν παρουσιάστηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των πειραματικών ομάδων ένα και δύο, όπως είχαν παρουσιαστεί κατά την αρχική χορήγηση του δοκιμίου. Επομένως, οι επιδόσεις των παιδιών στο παρεμβατικό με την παρακολούθηση και παραγωγή χειρονομιών δεν είχαν στατιστικά καλύτερες επιδόσεις από τα παιδιά του παρεμβατικού με μόνο παρακολούθηση χειρονομιών.

Θα πρέπει να σχολιαστεί ότι η ικανότητα συλλογής διακριτών σχημάτων δεν παρουσίασε στατιστικά σημαντικές διαφορές, και οι μέσοι όροι των ομάδων φαίνεται να μη αποκλίνουν ιδιαίτερα. Το παρεμβατικό πρόγραμμα που προηγήθηκε τις δεύτερης μέτρησης ίσως να στάθμισε τις στατιστικά σημαντικές διαφορές που είχαν παρουσιαστεί αρχικά στην πρώτη μέτρηση μεταξύ της ομάδας ελέγχου και όλων των πειραματικών ομάδων, στην ικανότητα αυτή. Αναλυτικά, φαίνεται ότι οι πειραματικές ομάδες παρουσίασαν μέσα από το παρεμβατικό πρόγραμμα μερική βελτίωση στις επιδόσεις στην επιμέρους αυτή ικανότητα.

Ακολούθως, το διάγραμμα 4.17 παρουσιάζει τους εκτιμώμενους μέσους όρους της κάθε πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου στις επιμέρους επιδόσεις στις ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης στο πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο (δεύτερη μέτρηση) με βάση την αντίστοιχη επίδοση στο προ-πειραματικό δοκίμιο (πρώτη μέτρηση, Covariates: J = .65, S = .59, M = .12, D = .68).





Σημείωση. Ο κωδικός ΠΟ1 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 1 (με παραγωγή και παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ2 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 2 (με παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ3 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 3 (χωρίς χειρονομίες) και ο κωδικός ΟΕ αντιστοιχεί στην Ομάδα Ελέγχου (χωρίς παρέμβαση).

Διάγραμμα 4.17. Εκτιμώμενοι μέσοι όροι των πειραματικών ομάδων και της ομάδας ελέγχου στις επιμέρους επιδόσεις στις ικανότητες που περιγράφουν την αντιληπτική σύλληψη της δεύτερης μέτρησης με βάση την αντίστοιχη επίδοση της πρώτης μέτρησης: α) Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται (J), β) Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (S), γ) Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (M) και δ) Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων (D).

Με βάση το διάγραμμα αυτό φαίνεται ότι ο εκτιμώμενος μέσος όρος της επίδοσης των παιδιών στην ικανότητα «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» στην ομάδα ελέγχου (Μ.Ο.=.15) κατά το πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο είναι στατιστικά σημαντικά χαμηλότερος από τον μέσο όρο επίδοσης των παιδιών στις πειραματικές ομάδες (ΠΟ1: Μ.Ο.=.43; ΠΟ2: Μ.Ο.=.40; ΠΟ3: Μ.Ο.=.36) με συνδιακυμαίνουσα (covariate: M = .12) την αντίστοιχη επίδοση τους στο προ-πειραματικό δοκίμιο. Παρομοίως, στην ίδια ικανότητα η πειραματική ομάδα με παραγωγή και παρακολούθηση χειρονομιών (Μ.Ο.=.43) παρουσίασε στατιστικά σημαντικά μεγαλύτερο μέσο όρο από την πειραματική ομάδα χωρίς χειρονομίες (Μ.Ο.=.36).

Συμπεριφορά Παιδιών στο Δεύτερο Μετά-πειραματικό Δοκίμιο Ανάλογα με τον Τύπο Πειραματικής και Μη Ομάδας στον Οποίο Συμμετείχαν, Μετά από την Πάροδο Ενός Χρονικού Διαστήματος

Το δεύτερο υποκεφάλαιο του δεύτερου μέρους των αποτελεσμάτων εστιάζεται στην διερεύνηση των διαφορών μεταξύ των ομάδων παιδιών στις τρείς πειραματικές ομάδες και στην ομάδα ελέγχου κατά την χορήγηση του δεύτερου μετά-πειραματικού δοκιμίου (τρίτη μέτρηση) μετά από την πάροδο ενός χρονικού διαστήματος. Αναλυτικά, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα τόσο για τη γενική επίδοση στην ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος όσο και για τις επιμέρους πτυχές της ικανότητας αυτής σύμφωνα με το δομικό μοντέλο που επιβεβαιώθηκε στο πρώτο μέρος των αποτελεσμάτων. Τα αποτελέσματα αυτά αφορούν την απάντηση του τελευταίου ερευνητικού ερωτήματος της εργασίας:

6. Υπάρχουν διαφορές στις επιδόσεις των παιδιών προσχολικής ηλικίας ως προς την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος όταν συμμετέχουν ή όχι σε παρεμβατικό πρόγραμμα, μετά από την πάροδο ενός χρονικού διαστήματος;

Δεύτερο Μετά-πειραματικό Δοκίμιο: Τρίτη Μέτρηση

Μετά το τέλος των παρεμβατικών προγραμμάτων σε χρονικό διάστημα ενός μήνα επαναχορηγήθηκε το δοκίμιο για την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος στα παιδιά όλων των πειραματικών και μη ομάδων. Διερευνήθηκαν εάν υπήρχαν στατιστικά σημαντικές διαφορές της συνολικής επίδοσης των παιδιών των πειραματικών ομάδων και της ομάδας ελέγχου στο δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο σύμφωνα με τις επιδόσεις τους στο προ-πειραματικό δοκίμιο. Συγκεκριμένα, πραγματοποιήθηκε ανάλυση συνδιακύμανση (ANCOVA) έχοντας ως εξαρτημένη μεταβλητή τη συνολική επίδοση των παιδιών στο δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο (τρίτη μέτρηση), με ανεξάρτητη μεταβλητή τις τέσσερις ομάδες παιδιών από τις πειραματικές και τις ομάδες ελέγχου (ΠΟ1, ΠΟ2, ΠΟ3, ΟΕ). Συνδιακυμαίνουσα (covariate) στη μέτρηση αυτή υπήρξε η γενική ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος κατά την πρώτη μέτρηση. Οι μέσοι όροι και οι τυπικές αποκλίσεις της τρίτης μέτρησης παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.45.

Πίνακας 4.45

Μέσοι Όροι και Τυπικές Αποκλίσεις της Συνολικής Επίδοσης των Υποκειμένων, των Πειραματικών Ομάδων και της Ομάδας Ελέγχου, στην Ικανότητα Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος, κατά την Τρίτη Μέτρηση

Παράγοντας Δευτέρας Τάξης	Πειραματική Ομάδα 1		Πειραματική Ομάδα 2		Πειραματική Ομάδα 3		Ομάδα Ελέγχου	
	Μ.Ο.	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.
Ρ	.69	.13	.65	.14	.67	.15	.59	.14

Σημείωση. Ο κωδικός Ρ αντιστοιχεί στην συνολική ικανότητα «Αντιληπτική Σύλληψη του Γεωμετρικού Σχήματος»

Αναλυτικά, η ανάλυση αυτή έδειξε ότι η συνολική επίδοση στο προ-πειραματικό δοκίμιο έχει στατιστικά σημαντικές διαφορές (βλέπε Πίνακας 4.46) με τη συνολική επίδοση στο δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο ($F_{(3,348)}$=11.76, p=.001<.05, *partial* η^2 =.09). Έπειτα, από τον πιο εστιασμένο έλεγχο Post-hoc εντοπίστηκε ότι η στατιστικά σημαντική διαφορά στις επιδόσεις των παιδιών οφείλεται στην ομάδα ελέγχου. Σύμφωνα και με τον Πίνακα Ε.6 (Παράρτημα Ε) η ομάδα ελέγχου έχει στατικά σημαντικές διαφορές με όλες τις πειραματικές ομάδες. Οι πειραματικές ομάδες μεταξύ τους όμως φαίνεται ότι δεν παρουσίασαν στατιστικά σημαντικές διαφορές.

Πίνακας 4.46

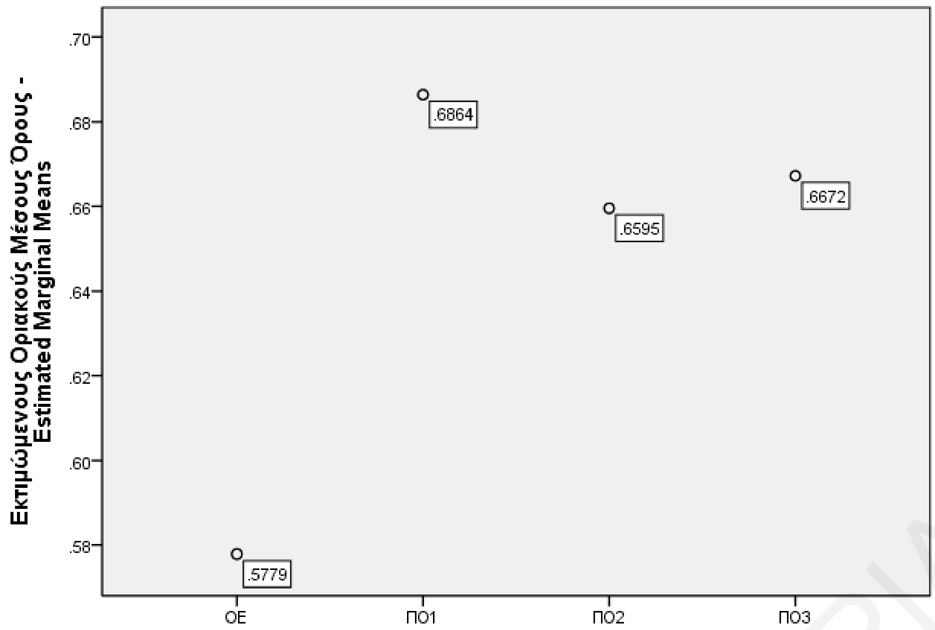
Πολλαπλή Ανάλυση Διασποράς για τη Γενική Ικανότητα Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος, ανά Πειραματική Ομάδα και Ομάδα Ελέγχου, κατά την Τρίτη Μέτρηση

	Άθροισμα Τετραγώνων	Βαθμοί Ελευθερίας	Μέσο Τετράγωνο	F	Επίπεδο Σημαντικότητας
Μεταξύ Ομάδων	.50	3	.17	11.76	.000
Εντός Ομάδων	4.89	348	.01		

*p<.05

Στο διάγραμμα 4.18, που ακολουθεί, παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι μέσοι όροι της κάθε πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου στη συνολική επίδοση στο δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο (τρίτη μέτρηση) με βάση την αντίστοιχη επίδοση στο προ-πειραματικό δοκίμιο (πρώτη μέτρηση, P = .51). Με βάση το διάγραμμα αυτό φαίνεται ότι ο εκτιμώμενος μέσος όρος της συνολικής επίδοσης των παιδιών στην ομάδα ελέγχου (Μ.Ο.=.58) στο δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο ήταν στατιστικά μικρότερος από τον μέσο όρο επίδοσης των παιδιών στις πειραματικές ομάδες (ΠΟ1: Μ.Ο.=.69; ΠΟ2: Μ.Ο.=.66; ΠΟ3: Μ.Ο.=.67) με συνδιακυμαίνουσα (covariate) την αντίστοιχη επίδοση τους στο προ-πειραματικό δοκίμιο.

Ακολούθως, διερευνήθηκαν περαιτέρω οι διαφορές που εντοπίστηκαν μεταξύ ομάδας ελέγχου και πειραματικών ομάδων στο δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο (τρίτη μέτρηση) με βάση την αντίστοιχη επίδοση στο προ-πειραματικό δοκίμιο (πρώτη μέτρηση). Αναλυτικά, πραγματοποιήθηκε πολλαπλή ανάλυση συνδιακύμανση (MANCOVA) για τον εντοπισμό ύπαρξης διαφορών στην επίδοση των παιδιών των πειραματικών ομάδων και της ομάδας ελέγχου ως προς τις τέσσερις ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος (παράγοντες πρώτης τάξης μοντέλου δομής αντιληπτικής σύλληψης). Στην πολυμεταβλητή ανάλυση διακύμανση εξαρτημένη μεταβλητή ήταν οι τέσσερις επιμέρους ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος του δεύτερου μετά-πειραματικού δοκιμίου (τρίτη μέτρηση) και ανεξάρτητη μεταβλητή οι ομάδες παιδιών (ΠΟ1, ΠΟ2, ΠΟ3, ΟΕ). Συνδιακυμαίνουσα (covariate) στη μέτρηση αυτή υπήρξαν οι τέσσερις ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος κατά την πρώτη μέτρηση.



Σημείωση. Ο κωδικός ΠΟ1 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 1 (με παραγωγή και παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ2 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 2 (με παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ3 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 3 (χωρίς χειρονομίες) και ο κωδικός ΟΕ αντιστοιχεί στην Ομάδα Ελέγχου (χωρίς παρέμβαση).

Διάγραμμα 4.18. Εκτιμώμενοι μέσοι όροι των πειραματικών ομάδων και της ομάδας ελέγχου στη γενική επίδοση της τρίτης μέτρησης με βάση την αντίστοιχη επίδοση της πρώτης μέτρησης.

Στον Πίνακα 4.45 παρουσιάζονται οι μέσοι όροι και οι τυπικές αποκλίσεις των παιδιών διαφορετικών ομάδων στις τέσσερις ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Οι μέσοι όροι παρουσιάζουν μικρές αποκλίσεις μεταξύ των ομάδων, με εξαίρεση την επιμέρους ικανότητα αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται. Στη συγκεκριμένη ικανότητα οι μέσοι όροι των πειραματικών ομάδων διαφέρουν σημαντικά από αυτό της ομάδας ελέγχου. Η πειραματική ομάδα ένα φαίνεται να παρουσιάζει τους υψηλότερους μέσου όρους από όλες τις άλλες πειραματικές ομάδες, εξαιρουμένου του παράγοντα για την ικανότητα αναγνώρισης σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων, όπου οι μέσοι όλων των ομάδων παιδιών διαφέρουν ελάχιστα μεταξύ τους.

Πίνακας 4.45

Μέσοι Όροι και Τυπικές Αποκλίσεις της Επίδοσης των Υποκειμένων, των Πειραματικών Ομάδων και της Ομάδας Ελέγχου, στους Τέσσερις Παράγοντες Πρώτης Τάξεως του Μοντέλου Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος, κατά την Τρίτη Μέτρηση

Παράγοντες Πρώτης Τάξης	Πειραματική Ομάδα 1		Πειραματική Ομάδα 2		Πειραματική Ομάδα 3		Ομάδα Ελέγχου	
	Μ.Ο.	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.
J	.78	.14	.73	.18	.76	.18	.73	.17
S	.76	.22	.71	.23	.72	.26	.69	.26
M	.55	.31	.45	.27	.49	.27	.22	.27
D	.68	.12	.69	.13	.71	.11	.71	.11

Σημείωση. Ο κωδικός J αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται», ο κωδικός S αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται», ο κωδικός Μ αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» και ο κωδικός D αντιστοιχεί με τον παράγοντα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων».

Η συγκεκριμένη ανάλυση (βλέπε Πίνακα 4.48) έδειξε ότι υπήρχαν στατιστικά σημαντικές διαφορές ($F_{(12, 905.138)}$=6.62, p=.00<.01; Wilk's Λ = 0.801, *partial* η^2 =.07) μεταξύ ομάδας ελέγχου και πειραματικών ομάδων στο δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο (τρίτη μέτρηση) με βάση την αντίστοιχη επίδοση στο προ-πειραματικό δοκίμιο (πρώτη μέτρηση) για τις επιμέρους επιδόσεις στις ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος ήταν στατιστικά σημαντικές.

Η επιπλέον ανάλυση Post-hoc που παρουσιάζεται στον Πίνακα Ε.7 (βλέπε Παράρτημα Ε), έδειξε ότι υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των παιδιών των τεσσάρων συνολικά ομάδων, κατά την τρίτη μέτρηση, ως προς τις επιμέρους ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Οι διαφορές μεταξύ των επιδόσεων στην ικανότητα αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται, παρουσιάζονται να είναι στατιστικά σημαντικές και διαφορετικές μεταξύ των πειραματικών ομάδων με την ομάδα ελέγχου. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι η ικανότητα αυτή σύμφωνα και με τις επιμέρους αναλύσεις φάνηκε να έχει υψηλή τιμή πρακτικότητα *partial* η^2 =.17 >.14 (Cohen, 1988). Επομένως, μετά από ένα μήνα από την παρέμβαση οι πειραματικές ομάδες συνεχίζουν να υπερέχουν σημαντικά στην ικανότητα αυτή, έναντι της ομάδας ελέγχου.

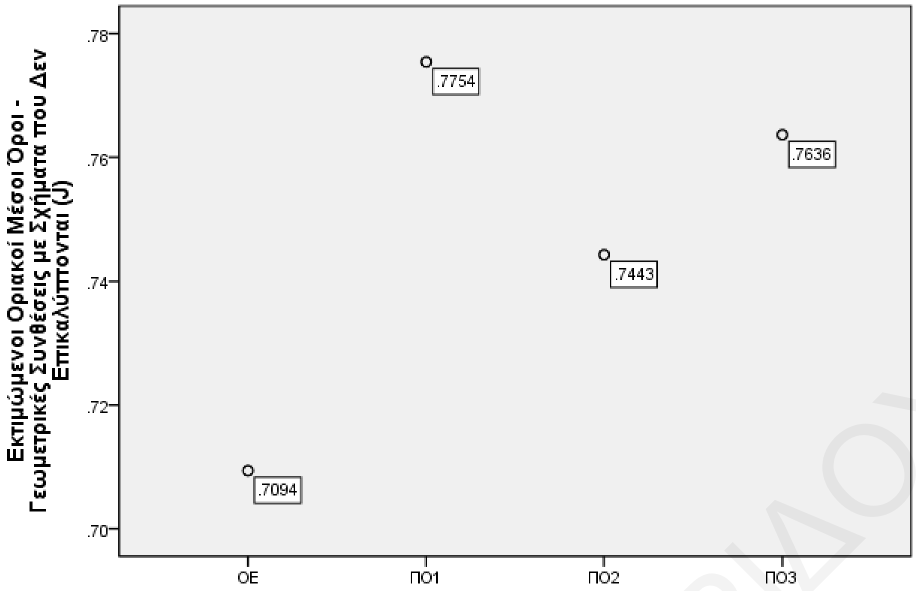
Πίνακας 4.48

Πολλαπλή Ανάλυση Διασποράς για την Επίδοση στους Τέσσερις Παράγοντες Πρώτης Τάξεως του μοντέλου Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος, ανά Πειραματική Ομάδα και Ομάδα Ελέγχου, κατά την Τρίτη Μέτρηση

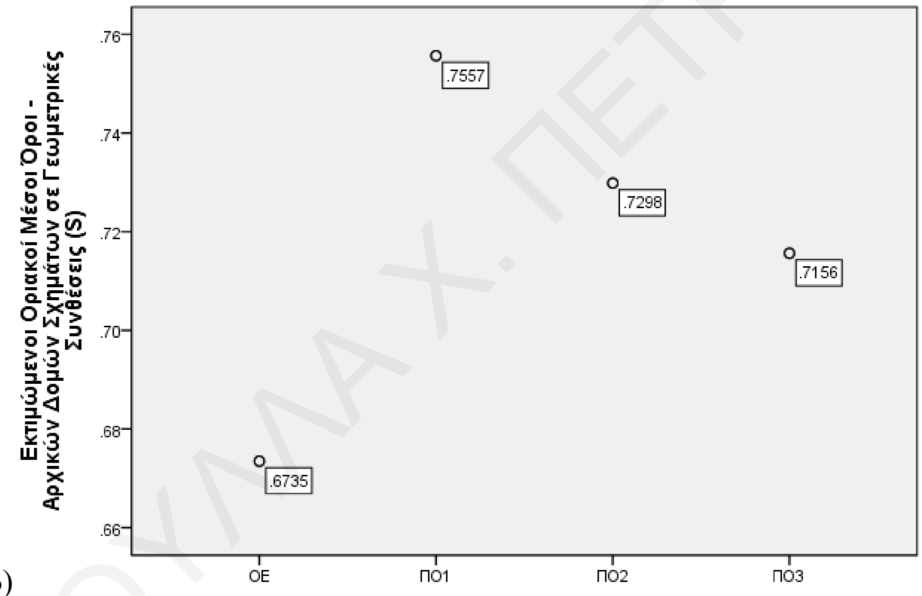
	Άθροισμα Τετραγώνων	Βαθμοί Ελευθερίας	Μέσο Τετράγωνο	F	Επίπεδο Σημαντικότητας
J	.18	3	.06	2.50	.06
S	.26	3	.09	1.63	.18
M	4.70	3	1.57	23.69	.00
D	.05	3	.02	1.48	.22

Σημείωση. Ο κωδικός J αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται», ο κωδικός S αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται», ο κωδικός M αντιστοιχεί στην ικανότητα «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» και ο κωδικός D αντιστοιχεί με τον παράγοντα «Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων».

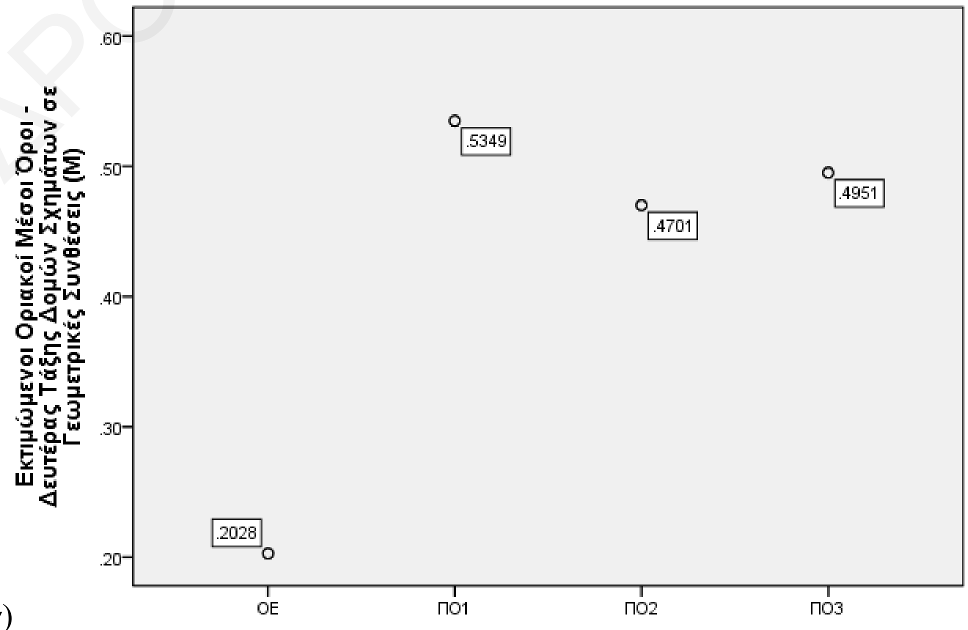
Το διάγραμμα 4.19 παρουσιάζει τους εκτιμώμενους μέσους όρους της κάθε πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου στις επιμέρους επιδόσεις στις ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης στο δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο (τρίτη μέτρηση) με βάση την αντίστοιχη επίδοση στο προ-πειραματικό δοκίμιο (πρώτη μέτρηση, Covariates: J = .65, S = .59, M = .12, D = .68). Με βάση το διάγραμμα αυτό φαίνεται ότι ο εκτιμώμενος μέσος όρος της επίδοσης των παιδιών στην ικανότητα «Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται» στην ομάδα ελέγχου (Μ.Ο.=.20) κατά το δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο διαφέρει στατιστικά σημαντικά με το μέσο όρο επίδοσης των παιδιών στις πειραματικές ομάδες (ΠΟ1: Μ.Ο.=.53; ΠΟ2: Μ.Ο.=.47; ΠΟ3: Μ.Ο.=.50) με συνδιακυμαίνουσα (covariate: M = .12) την αντίστοιχη επίδοση τους στο προ-πειραματικό δοκίμιο. Παρατηρήθηκε ότι η ομάδα ελέγχου σημείωσε τους χαμηλότερους εκτιμώμενους μέσους όρους στις τρείς από τις τέσσερις ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος.


Εκτιμώμενοι Οριακοί Μέσοι Όροι - Γεωμετρικές Συνθέσεις με Σχήματα που Δεν Επικαλύπτονται (J)
.78
.76
.74
.72
.70
.7754
.7636
.7443
.7094
ΟΕ
ΠΟ1
ΠΟ2
ΠΟ3

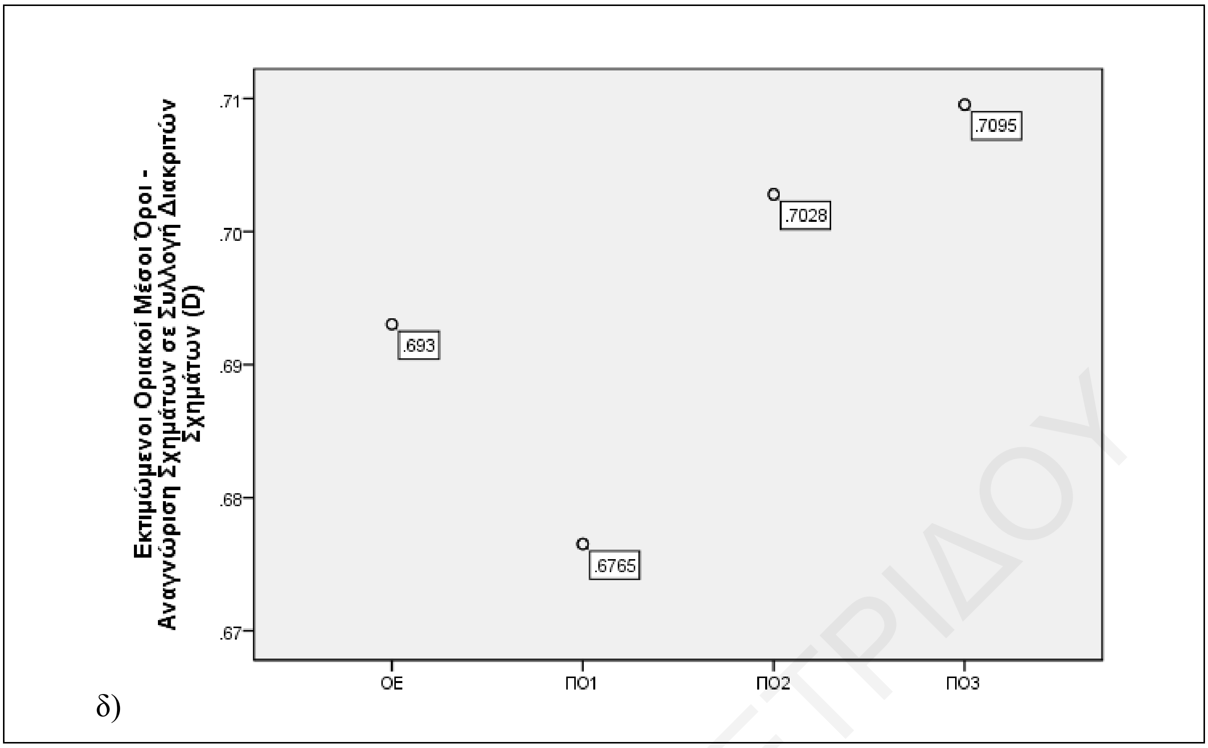
α)


Εκτιμώμενοι Οριακοί Μέσοι Όροι - Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις (S)
.76
.74
.72
.70
.68
.66
.7557
.7298
.7156
.6735
ΟΕ
ΠΟ1
ΠΟ2
ΠΟ3

β)


Εκτιμώμενοι Οριακοί Μέσοι Όροι - Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις (M)
.60
.50
.40
.30
.20
.5349
.4951
.4701
.2028
ΟΕ
ΠΟ1
ΠΟ2
ΠΟ3

γ)



Σημείωση. Ο κωδικός ΠΟ1 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 1 (με παραγωγή και παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ2 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 2 (με παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ3 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 3 (χωρίς χειρονομίες) και ο κωδικός ΟΕ αντιστοιχεί στην Ομάδα Ελέγχου (χωρίς παρέμβαση).

Διάγραμμα 4.19. Εκτιμώμενοι μέσοι όροι των πειραματικών ομάδων και της ομάδας ελέγχου στις επιμέρους επιδόσεις στις ικανότητες που περιγράφουν την αντιληπτική σύλληψη της τρίτης μέτρησης με βάση την αντίστοιχη επίδοση της πρώτης μέτρησης: α) Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται (J), β) Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (S), γ) Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (M) και δ) Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων (D).

Τα Λάθη των Πειραματικών Ομάδων και Ομάδας Ελέγχου, στην Ικανότητα Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται

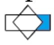
Κατά την ανάλυση του προ-πειραματικού και των δύο μετά-πειραματικών δοκιμίων (στα προηγούμενα υποκεφάλαια) εντοπίστηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των Πειραματικών Ομάδων και της Ομάδας Ελέγχου στην επιμέρους ικανότητα αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται. Για το λόγο αυτό θεωρήθηκε σημαντικό να γίνει μια πιο εστιασμένη παρατήρηση στα είδη των λαθών των διαφορετικών ομάδων παιδιών κατά την επίλυση μεταβλητών της συγκεκριμένης ικανότητας. Το συγκεκριμένο υποκεφάλαιο του δεύτερου μέρους των αποτελεσμάτων επιχειρεί να απαντήσει, εν μέρει και σε μεγαλύτερο βάθος, το τέταρτο ερευνητικό ερώτημα της εργασίας, το οποίο έτυχε επεξεργασίας στο τέλος του πρώτου μέρους των αποτελεσμάτων.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί στο υποκεφάλαιο για τα λάθη στο πρώτο μέρος των αποτελεσμάτων οι μεταβλητές της ικανότητας αυτής παρουσιάζουν αυξημένα ποσοστά λαθών. Στον Πίνακα 4.49 παρουσιάζονται οι συχνότητες των λανθασμένων απαντήσεων των παιδιών, ανά ομάδα ελέγχου και πειραματική, σε όλα τα δοκίμια (προ-πειραματικό και δύο μετά-πειραματικά). Στο προ-πειραματικό δοκίμιο όλες οι ομάδες των παιδιών είχαν ποσοστά λάθους μεταξύ του 73% με 92%. Τα ποσοστά χαρακτηρίζονται ως υψηλά. Παρατηρείται ότι η συχνότητα των λαθών μειώνεται με την πάροδο των δοκιμίων.

Κατά την πρώτη μέτρηση η μεταβλητή που φαίνεται να δυσκόλεψε τα περισσότερα παιδιά ήταν η μεταβλητή S2pm (με ποσοστό λανθασμένων απαντήσεων 90.1%) και η μεταβλητή S2tm_c (με ποσοστό λανθασμένων απαντήσεων 89.2%), με τις δύο πειραματικές ομάδες (δύο και τρία) και την ομάδα ελέγχου να κατέχουν τα υψηλότερα ποσοστά. Στη μεταβλητή S2hm, οι πειραματικές ομάδες συγκεντρώνουν μεγαλύτερα ποσοστά λάθους από την ομάδα ελέγχου. Στη μεταβλητή S2tm_a η δεύτερη πειραματική ομάδα φαίνεται να συγκέντρωσε τα πιο υψηλά ποσοστά λάθους, ενώ στη μεταβλητή S2tm_b η τρίτη πειραματική ομάδα σημείωσε τα πιο πολλά λάθη.

Πίνακας 4.49

Συχνότητες Λανθασμένων Απαντήσεων για κάθε μέτρηση των μεταβλητών της Ικανότητας Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται, ανά Πειραματικές Ομάδες και Ομάδα Ελέγχου

	Μεταβλητές				
	S2hm 	S2pm 	S2tm_a 	S2tm_b 	S2tm_c 
1η Μέτρηση					
ΟΕ (N=67)	49 (73.1%)	61 (91%)	56 (83.6%)	54 (80.6%)	61 (91%)
ΠΟ1 (N=84)	67 (79.8%)	73 (86.9%)	64 (76.2%)	67 (79.8%)	69 (82.1%)
ΠΟ2 (N=95)	83 (87.4%)	88 (92.6%)	84 (88.4%)	80 (84.2%)	87 (91.6%)
ΠΟ3 (N=107)	94 (87.9%)	96 (89.7%)	88 (82.2%)	92 (86%)	98 (91.6%)
Σύνολο (N=353)	293 (83%)	318 (90.1%)	292 (82.7%)	293 (83%)	315 (89.2%)
2η Μέτρηση					
ΟΕ (N=67)	48 (71.6%)	59 (88.1%)	50 (74.6%)	57 (85.1%)	56 (83.6%)
ΠΟ1 (N=84)	53 (63.1%)	39 (46.4%)	29 (34.5%)	35 (41.7%)	37 (44%)
ΠΟ2 (N=95)	71 (74.8%)	64 (67.4%)	38 (40%)	40 (42.1%)	44 (46.3%)
ΠΟ3 (N=107)	77 (72%)	67 (62.6%)	49 (45.8%)	59 (55.1%)	58 (54.2%)
Σύνολο (N=353)	249 (70.5%)	229 (64.9%)	166 (47%)	191 (54.1%)	195 (55.2%)
3η Μέτρηση					
ΟΕ (N=67)	46 (68.7%)	53 (79.1%)	46 (68.7%)	45 (67.2%)	54 (80.6%)
ΠΟ1 (N=84)	44 (52.4%)	29 (34.5%)	19 (22.6%)	21 (25%)	30 (35.7%)
ΠΟ2 (N=95)	70 (73.7%)	49 (51.6%)	22 (23.2%)	28 (29.5%)	44 (46.3%)
ΠΟ3 (N=107)	71 (66.4%)	49 (45.8%)	24 (22.4%)	32 (29.9%)	40 (37.4%)
Σύνολο (N=353)	231 (65.4%)	180 (51%)	111 (31.4%)	126 (35.7%)	168 (47.6%)

Σημείωση. Ο κωδικός ΠΟ1 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 1 (με παραγωγή και παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ2 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 2 (με παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ3 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 3 (χωρίς χειρονομίες) και ο κωδικός ΟΕ αντιστοιχεί στην Ομάδα Ελέγχου (χωρίς παρέμβαση).

Η πιο μεγάλη ποσοστιαία μείωση των λανθασμένων απαντήσεων εμφανίζεται στο πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο, το οποίο πραγματοποιήθηκε με το τέλος του παρεμβατικού προγράμματος. Στο δοκίμιο αυτό παρατηρείται ότι η πρώτη πειραματική ομάδα κατέχει συνήθως τα χαμηλότερα ποσοστά λάθους σε όλες τις μεταβλητές. Η ομάδα ελέγχου φαίνεται ότι έχει τις πιο μικρές βελτιώσεις (περίπου 3% με 7%) συγκριτικά με όλες τις πειραματικές ομάδες (περίπου 25% με 47%). Στις μεταβλητές που αφορούσαν την αναγνώριση τριγώνου (S2tm_a, S2tm_b, S2tm_c) οι διαφορές μεταξύ ομάδας ελέγχου και πειραματικών ομάδων ήταν ακόμη πιο έντονες. Η δεύτερη πειραματική ομάδα φαίνεται να συγκεντρώνει υψηλά ποσοστά λάθους στη μεταβλητή S2hm, ενώ η πειραματική ομάδα τρία υψηλά ποσοστά παρουσίασε στα τρία έργα αναγνώρισης τριγώνων (S2tm_a, S2tm_b, S2tm_c).

Ο ρυθμός μείωσης ελαττώνεται κατά το δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο. Παρόλα αυτά η ομάδα ελέγχου παρουσιάζει αρκετά υψηλά ποσοστά λάθους. Χαρακτηριστικά στο δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο ενώ οι πειραματικές ομάδες εμφανίζουν συχνότητα λαθών από 50% και κάτω (εξαιρουμένου του έργου αναγνώρισης εξαγώνου, S2hm, το οποίο δυσκόλεψε όλα τα παιδιά), οι ομάδα ελέγχου είχε ποσοστά λάθους περίπου 70% με 80%. Συγκεκριμένα, η μεταβλητή S2hm παρουσιάζει τη μικρότερη μείωση λαθών κατά τις τρείς μετρήσεις του δοκιμίου, με τις πειραματικές ομάδες ένα (μείωση 27.4%) και τρία (μείωση 21.5%) να έχουν τη μεγαλύτερη ποσοστιαία μείωση. Παρατηρείται ότι οι μεταβλητές που αφορούν την αναγνώριση τριγώνου (S2tm_a, S2tm_b, S2tm_c) φαίνεται ότι παρουσιάζουν τα μεγαλύτερα ποσοστά μείωσης σε όλες τις πειραματικές ομάδες (ποσοστιαία μείωση πάνω από 45%).

Βάση των τριών ειδών λαθών που παρουσιάστηκαν νωρίτερα, στο υποκεφάλαιο του πρώτου μέρους των αποτελεσμάτων (βλέπε Πίνακας 4.18) ακολουθεί εκτεταμένη ανάλυση του τρόπου ανταπόκρισης των παιδιών κάθε πειραματικής ομάδας και ομάδας ελέγχου σε αυτά. Οι Πίνακες 4.50, 4.51 και 4.52, που ακολουθούν, παρουσιάζουν το πρώτο είδος λαθών της ικανότητας αυτής, που αφορά την επιλογή των αρχικών δομών σχημάτων έναντι των δευτέρας τάξης σχημάτων, ανά μέτρηση.

Συγκεκριμένα, στον Πίνακα 4.50 παρουσιάζονται οι συχνότητες κατά την πρώτη μέτρηση για κάθε μία από τις πέντε μεταβλητές. Τα παιδιά όλων των ομάδων τείνουν να κάνουν αυτό του είδους λάθος πιο έντονα στη μεταβλητή S2tm_c που αφορούσε την αναγνώριση ενός ορθογώνιου τριγώνου με μη-πρωτοτυπικό προσανατολισμό (με ποσοστά συχνοτήτων να κυμαίνονται περίπου από το 58% μέχρι το 78%). Συγκεκριμένα, στη σύνθεση αυτή τα παιδιά επέλεγαν ένα συγκεκριμένο σχήμα αρχικής δομής, το οποίο ήταν και αυτό τρίγωνο αλλά ισοσκελές με πρωτοτυπικό προσανατολισμό. Αντιθέτως, στη μεταβλητή S2tm_b τα παιδιά δεν κάνουν συχνά το λάθος αυτό, μιας που τα ποσοστά συχνότητα είναι μειωμένα (από περίπου 5% μέχρι 17%). Στη μεταβλητή αυτή τα παιδιά επέλεγαν πιο έντονα το τρίγωνο αρχικής δομής που είχε τον ίδιο προσανατολισμό (πρωτοτυπικό) με αυτό που καλούνταν να αναγνωρίσουν. Η σημαντική διαφορά του σχήματος αρχικής δομής με αυτό που ήταν προς αναγνώριση ήταν το μέγεθος.

Η πρώτη πειραματική ομάδα κατέχει τα πιο χαμηλά ποσοστά χρήσης αυτού του είδους λάθους σε όλες τις μεταβλητές (από περίπου 5% μέχρι 58%). Η ομάδα ελέγχου κατέχει τα πιο υψηλά ποσοστά συχνότητας του λάθους στις μεταβλητές S2tm_a (53.7%)

και S2tm_c (77.6%). Η πειραματική ομάδα τρία κατέχει το υψηλότερο ποσοστό συχνότητας επιλογής αρχικών σχημάτων για τη μεταβλητή S2tm_b (16.8%). Η πειραματική ομάδα δύο χρησιμοποίησε, πιο έντονα από τις άλλες ομάδες, το λάθος αυτό κατά την επίλυση της μεταβλητής S2pm (47.4%).

Πίνακας 4.50

Επιλογής Σχημάτων Αρχικής Δομής Έναντι Σχημάτων Δευτέρας Τάξης, ανά Πειραματικές Ομάδες και Ομάδα Ελέγχου, κατά την Πρώτη Μέτρηση

	Σχήματα Αρχικής Δομής	ΟΕ (N=67)	ΠΟ1 (N=84)	ΠΟ2 (N=95)	ΠΟ3 (N=107)	Σύνολο (N=353)
S2hm	Ρόμβος	18 (26.9%)	19 (22.6%)	34 (35.8%)	51 (47.7%)	122 (34.5%)
	Τετράγωνο	3 (4.5%)	1 (1.2%)	4 (4.2%)	2 (1.9%)	10 (2.8%)
	Σύνολο	21 (31.4%)	20 (23.8%)	38 (40%)	52 (48.6%)	132 (37.3%)
S2pm	Ρόμβος	26 (38.8%)	31 (36.9%)	41 (43.2%)	43 (40.2%)	141 (39.9%)
	Ορθογώνιο	3 (4.5%)	3 (3.6%)	4 (4.2%)	6 (5.6%)	16 (4.5%)
	Σύνολο	29 (43.3%)	34 (40.5%)	45 (47.4%)	49 (45.8%)	157 (44.4%)
S2tm_a	Ρόμβος	8 (11.9%)	5 (6%)	12 (12.6%)	13 (12.1%)	38 (10.8%)
	Τετράγωνο	28 (41.8%)	14 (16.7%)	37 (38.9%)	30 (28%)	109 (30.8%)
	Σύνολο	36 (53.7%)	19 (22.7%)	49 (51.5%)	43 (40.1%)	147 (41.6%)
S2tm_b	Τρίγωνο	8 (11.9%)	3 (3.6%)	13 (13.7%)	15 (14%)	39 (11%)
	Τρίγωνο	1 (1.5%)	1 (1.2%)	2 (2.1%)	3 (2.8%)	7 (2%)
	Σύνολο	9 (13.4%)	4 (4.8%)	15 (15.8%)	18 (16.8%)	46 (13%)
S2tm_c	Ορθογώνιο	3 (4.5%)	8 (9.5%)	12 (12.6%)	10 (9.3%)	33 (9.3%)
	Τρίγωνο	49 (73.1%)	41 (48.8%)	57 (60%)	71 (66.4%)	218 (61.7%)
	Σύνολο	52 (77.6%)	49 (58.3%)	69 (72.6%)	81 (75.7%)	251 (71%)

Σημείωση. Ο κωδικός ΠΟ1 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 1 (με παραγωγή και παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ2 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 2 (με παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ3 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 3 (χωρίς χειρονομίες) και ο κωδικός ΟΕ αντιστοιχεί στην Ομάδα Ελέγχου (χωρίς παρέμβαση).

Κατά τη δεύτερη μέτρηση (βλέπε Πίνακα 4.51) παρατηρείται ότι οι πειραματικές ομάδες χρησιμοποιούν με μειωμένη συχνότητα το λάθος αυτό. Από την άλλη, η ομάδα ελέγχου παρουσιάζει ποσοστά συχνότητας σε τρεις από τις πέντε μεταβλητές, τα οποία είναι παρόμοια με την πρώτη μέτρηση (S2hm:+7.4%, S2pm:-3%, S2tm_c:-7.5%). Στη μεταβλητή S2tm_a τα παιδιά αυτής της ομάδας παρουσιάζουν μείωση 16.4% κατά τη χρήση αυτού του λάθους, παρόλα αυτά εξακολουθούν να είναι στο υψηλότερο βάθρο χρήση σε σχέση με τις άλλες ομάδες παιδιών. Από την άλλη, στη μεταβλητή S2tm_b τα ποσοστά συχνότητα αυξάνονται κατά 13.5%. Το γεγονός αυτό ανεβάζει τα παιδιά της ομάδας ελέγχου στον πιο υψηλό βαθμό συχνότητας από όλες τις άλλες ομάδες. Θα πρέπει να τονιστεί ότι τα παιδιά της ομάδας ελέγχου κατέχουν γενικά σε όλες τις μεταβλητές τα πιο υψηλά ποσοστά συχνότητας επιλογής σχημάτων αρχικής δομής έναντι σχημάτων δευτέρας τάξης. Η μείωση της συχνότητα των ποσοστών επιλογής του συγκεκριμένου λάθους κατά τη δεύτερη μέτρηση οφείλεται κυρίως στις πειραματικές ομάδες.

Πίνακας 4.51

Επιλογή Σχημάτων Αρχικής Δομής Έναντι Σχημάτων Δευτέρας Τάξης, ανά Πειραματικές Ομάδες και Ομάδα Ελέγχου κατά τη Δεύτερη Μέτρηση

	Σχήματα Αρχικής Δομής	ΟΕ (N=67)	ΠΟ1 (N=84)	ΠΟ2 (N=95)	ΠΟ3 (N=107)	Σύνολο
S2hm	Ρόμβος	25 (37.3%)	23 (27.4%)	29 (30.5%)	34 (31.8%)	111(31.4%)
	Τετράγωνο	1 (1.5%)	2 (2.4%)	3 (3.2%)	4 (3.7%)	10 (2.8%)
	Σύνολο	26 (38.8%)	25 (29.8%)	32 (33.7%)	38 (35.5%)	121 (34.2%)
S2pm	Ρόμβος	31 (46.3%)	14 (16.7%)	22 (23.2%)	28 (26.2%)	95 (26.9%)
	Ορθογώνιο	-	-	4 (4.2%)	3 (2.8%)	7 (2%)
	Σύνολο	31 (46.3%)	14 (16.7%)	26 (27.4%)	31 (29%)	102 (28.9%)
S2tm_a	Ρόμβος	4 (6%)	3 (3.6%)	4 (4.2%)	5 (4.7%)	16 (4.5%)
	Τετράγωνο	21 (31.3%)	10 (11.9%)	14 (14.7%)	14 (13.1%)	59 (16.7%)
	Σύνολο	25 (37.3%)	13 (15.5%)	18 (18.9%)	19 (17.8%)	75 (21.2%)
S2tm_b	Τρίγωνο	15 (22.4%)	9 (10.7%)	5 (5.3%)	13 (12.1%)	42 (11.9%)
	Τρίγωνο	3 (4.5%)	2 (2.4%)	-	2 (1.9%)	7 (2%)
	Σύνολο	18 (26.9%)	11 (13.1%)	5 (5.3%)	15 (14%)	49 (13.9%)
S2tm_c	Ορθογώνιο	2 (3%)	-	3 (3.2%)	3 (2.8%)	8 (2.3%)
	Τρίγωνο	45 (67.2%)	27 (32.1%)	34 (35.8%)	37 (24.6%)	143 (40.5%)
	Σύνολο	47 (70.1%)	27 (32.1%)	37 (39%)	40 (37.4%)	151 (42.8%)

Σημείωση. Ο κωδικός ΠΟ1 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 1 (με παραγωγή και παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ2 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 2 (με παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ3 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 3 (χωρίς χειρονομίες) και ο κωδικός ΟΕ αντιστοιχεί στην Ομάδα Ελέγχου (χωρίς παρέμβαση).

Συγκεκριμένα, η πρώτη πειραματική ομάδα παρουσιάζει τα χαμηλότερα ποσοστά, εξαιρουμένου του έργου S2tm_b στο οποίο τα πιο χαμηλά ποσοστά συγκεντρώνει η πειραματική ομάδα δύο (5.3%). Οι πιο μεγάλες μειώσεις στα ποσοστά συχνότητας λάθους συναντούνται στο έργο S2tm_c (ΠΟ1:-26.2%, ΠΟ2:-33.6%, ΠΟ3:38.3%).

Στην τρίτη μέτρηση (βλέπε Πίνακα 4.52) παρατηρείται μικρή μείωση των ποσοστών συχνοτήτων του λάθους. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι η ομάδα ελέγχου εξακολουθεί να έχει τα πιο υψηλά ποσοστά συχνοτήτων (από περίπου 21% μέχρι 60%). Οι πειραματικές ομάδες φαίνεται να μην έχουν ιδιαίτερες αποκλίσεις στον τρόπο ανταπόκρισής τους στα λάθη αυτά. Παρόλα αυτά, η δεύτερη πειραματική ομάδα κατέχει τα πιο υψηλά ποσοστά από όλες τις άλλες πειραματικές ομάδες σε αυτό το είδος λάθους. Οι πειραματικές ομάδες αναγνωρίζουν σχήματα αρχικής δομής με μικρότερη συχνότητα στα έργα S2tm_b (6.5-8.5%) και S2tm_a (11.9-12.6%). Τα παιδιά φαίνεται να παρουσιάζουν παρόμοια ποσοστά συχνότητα του λάθους για τα έργα S2tm_c και S2hm (περίπου 30%).

Πίνακας 4.52

Επιλογή Σχημάτων Αρχικής Δομής Έναντι Σχημάτων Δευτέρας Τάξης, ανά Πειραματικές Ομάδες και Ομάδα Ελέγχου κατά την Τρίτη Μέτρηση

Σχήματα Αρχικής Δομής		ΟΕ (N=67)	ΠΟ1 (N=84)	ΠΟ2 (N=95)	ΠΟ3 (N=107)	Σύνολο
S2hm	Ρόμβος	24 (35.8%)	24 (28.6%)	31 (32.6%)	29 (27.1%)	108 (30.6%)
	Τετράγωνο	3 (4.5%)	4 (4.8%)	5 (5.3%)	6 (5.6%)	18 (5%)
	Σύνολο	27 (40.3%)	28 (33.4%)	36 (37.9%)	35 (32.7%)	126 (35.6%)
S2pm	Ρόμβος	19 (28.4%)	11 (13.1%)	22 (23.2%)	13 (12.1%)	65 (18.4%)
	Ορθογώνιο	3 (4.5%)	2 (2.4%)	6 (6.3%)	3 (2.8%)	14 (3.9%)
	Σύνολο	22 (32.9%)	13 (15.5%)	28 (29.5%)	16 (14.9%)	79 (22.3%)
S2tm_a	Ρόμβος	6 (9%)	2 (2.4%)	2 (2.1%)	5 (4.7%)	15 (4.2%)
	Τετράγωνο	17 (25.4%)	8 (9.5%)	10 (10.5%)	8 (7.5%)	43 (12.2%)
	Σύνολο	23 (34.4%)	10 (11.9%)	12 (12.6%)	13 (12.2%)	58 (16.4%)
S2tm_b	Τρίγωνο	11 (16.4%)	5 (6%)	7 (7.4%)	7 (6.5%)	30 (8.5%)
	Τρίγωνο	3 (4.5%)	2 (2.4%)	1 (1.1%)	-	6 (1.7%)
	Σύνολο	14 (20.9%)	7 (8.4%)	8 (8.5%)	7 (6.5%)	36 (10.2%)
S2tm_c	Ορθογώνιο	6 (9%)	2 (2.4%)	1 (1.1%)	7 (6.5%)	16 (4.5%)
	Τρίγωνο	34 (50.7%)	21 (25%)	28 (29.5%)	20 (18.7%)	103 (29.2%)
	Σύνολο	40 (59.7%)	23 (27.4%)	29 (30.6%)	27 (25.2%)	119 (33.7%)

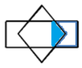
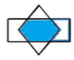
Σημείωση. Ο κωδικός ΠΟ1 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 1 (με παραγωγή και παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ2 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 2 (με παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ3 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 3 (χωρίς χειρονομίες) και ο κωδικός ΟΕ αντιστοιχεί στην Ομάδα Ελέγχου (χωρίς παρέμβαση).

Το δεύτερο είδος λάθους που παρατηρείται στις μεταβλητές αυτής της ικανότητας ήταν η επιλογή κάποιων ή όλων των οικείων ή μη σχημάτων δευτέρας τάξης (βλέπε Πίνακα 4.53). Στο σημείο αυτό εξετάστηκε αν τα παιδιά στην προσπάθεια τους να εντοπίσουν μη οικεία σχήματα (εξάγωνο και πεντάγωνο) εντόπιζαν άλλα οικεία σχήματα (τρίγωνα) που υπήρχαν στη σύνθεση. Κατά την πρώτη μέτρηση φάνηκε ότι τα παιδιά έτειναν να επιλέγουν με μειωμένη συχνότητα τα σχήματα αυτά. Συγκριτικά με την πρώτη μέτρηση στη δεύτερη μέτρηση η πρώτη πειραματική ομάδα φαίνεται να μειώνει τα ποσοστά εμφάνιση τέτοιων λαθών, ενώ η ομάδα ελέγχου καθώς και οι άλλες πειραματικές ομάδες να τα αυξάνουν. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι κατά την τρίτη μέτρηση η ομάδα ελέγχου αλλά και η δεύτερη και η τρίτη πειραματική ομάδα παρουσίασαν άνοδο των ποσοστών επιλογής του λάθους, ενώ η πειραματική ομάδα ένα παρουσίασε μείωση. Συγκεκριμένα, οι πειραματικές ομάδες δύο και τρία παρουσιάζουν τα πιο υψηλά ποσοστά χρήσης του λάθους αυτού.

Από την άλλη εξετάστηκε αν τα παιδιά στην προσπάθεια τους να εντοπίσουν σχήματα εντόπιζαν μη οικεία σχήματα (εξάγωνα) δευτέρας τάξης τα οποία δημιουργούνται στο κέντρο της σύνθεσης. Παρατηρήθηκε ότι κατά την πρώτη μέτρηση περίπου το 21-26% των παιδιών ανά ομάδα επέλεξαν το σχήμα του εξαγώνου στη μεταβλητή S2tm_c. Το ποσοστό αυτό δεν είναι σταθερό ανά ομάδα για τη μεταβλητή S2pm. Στη μεταβλητή αυτή τα παιδιά της ομάδας ελέγχου και της δεύτερης πειραματικής ομάδας συγκεντρώνουν ποσοστό περίπου 13-15%, ενώ οι άλλες δύο ομάδες έχουν μικρότερο ποσοστό συχνότητας (περίπου 6-6.5%). Κατά τη δεύτερη μέτρηση μειώνεται η συχνότητα επιλογής των μη οικείων σχημάτων, με τις πειραματικές ομάδες να συγκεντρώνουν τις μεγαλύτερες ποσοστιαίες μειώσεις (περίπου 13-19%). Στην τρίτη μέτρηση τα ποσοστά της ομάδας ελέγχου και της πειραματικής ομάδας τρία, αυξάνονται για τη μεταβλητή S2pm. Η πειραματική ομάδα ένα παρουσίασε σταθερότητα στη μεταβλητή αυτή κατά την τρίτη μέτρηση, ενώ η πειραματική ομάδα δύο μικρή μείωση. Στη μεταβλητή S2tm_c οι πειραματικές ομάδες ένα και τρία παρουσίασαν μικρή μείωση ενώ σταθερότητα παρατηρήθηκε στα ποσοστά επιλογής του λάθους της πειραματικής ομάδας δύο. Γενικότερα, μετά το παρεμβατικό πρόγραμμα η δεύτερη ομάδα από τις πειραματικές εξακολουθεί να έχει υψηλά ποσοστά στον εντοπισμός μη οικείων σχημάτων.

Πίνακας 4.53

Επιλογή Οικείων και Μη Οικείων Σχημάτων Δευτέρας Τάξης, ανά Πειραματικές Ομάδες και Ομάδα Ελέγχου

Λάθος	Οικεία Σχήματα					Μη Οικεία Σχήματα	
	S2hm			S2pm		S2pm	S2tm_b
							
1η Μέτρηση							
ΟΕ (N=67)	1 (1.5%)	3 (4.5%)	-	2 (3%)	3 (4.5%)	10 (14.9%)	16 (23.9%)
ΠΟ1 (N=84)	9 (10.7%)	-	1 (1.2%)	1 (1.2%)	1 (1.2%)	5 (6%)	18 (21.4%)
ΠΟ2 (N=95)	11 (11.6%)	-	2 (2.1%)	2 (2.1%)	1 (1.1%)	12 (12.6%)	25 (26.3%)
ΠΟ3 (N=107)	10 (9.3%)	1 (0.9%)	-	1 (0.9%)	-	7 (6.5%)	23 (21.5%)
Σύνολο (N=353)	31 (8.8%)	4 (1.1%)	3 (0.8%)	6 (1.7%)	5 (1.4%)	34 (9.6%)	82 (23.2%)
2η Μέτρηση							
ΟΕ (N=67)	6 (9%)	-	1 (1.5%)	-	1 (1.5%)	4 (6%)	11 (16.4%)
ΠΟ1 (N=84)	9 (10.7%)	-	-	-	-	3 (3.6%)	7 (8.3%)
ΠΟ2 (N=95)	14 (14.7%)	2 (2.1%)	1 (1.1%)	-	4 (4.2%)	8 (8.4%)	7 (7.4%)
ΠΟ3 (N=107)	10 (9.3%)	3 (2.8%)	-	1 (0.9%)	3 (2.8%)	4 (3.7%)	9 (8.4%)
Σύνολο (N=353)	39 (11%)	5 (1.4%)	2 (0.6%)	1 (0.3%)	8 (2.3%)	19 (5.4%)	34 (9.6%)
3η Μέτρηση							
ΟΕ (N=67)	8 (11.9%)	-	-	1 (1.5%)	1 (1.5%)	10 (14.9%)	6 (9%)
ΠΟ1 (N=84)	7 (8.3%)	-	1 (1.2%)	-	1 (1.2%)	3 (3.6%)	4 (4.8%)
ΠΟ2 (N=95)	17 (17.9%)	-	1 (1.1%)	2 (2.1%)	3 (3.2%)	7 (7.4%)	7 (7.4%)
ΠΟ3 (N=107)	17 (15.9%)	1 (0.9%)	2 (1.9%)	2 (1.9%)	5 (4.7%)	9 (8.4%)	4 (3.7%)
Σύνολο (N=353)	49 (13.9%)	1 (0.3%)	4 (1.1%)	5 (1.4%)	10 (2.8%)	29 (8.2%)	21 (5.9%)

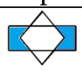
Σημείωση. Ο κωδικός ΠΟ1 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 1 (με παραγωγή και παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ2 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 2 (με παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ3 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 3 (χωρίς χειρονομίες) και ο κωδικός ΟΕ αντιστοιχεί στην Ομάδα Ελέγχου (χωρίς παρέμβαση).

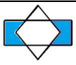
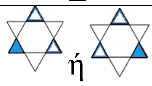
Τέλος, το τρίτο είδος λάθους αφορούσε την επιλογή μερικών ή όλων των παρόμοιας δομής σχημάτων δευτέρας τάξης με διαφορετικό προσανατολισμό (βλέπε Πίνακα 4.54). Τα παιδιά κατά την πρώτη μέτρηση φαίνεται να τείνουν να επιλέγουν όλα τα δυνατά όμοια σχήματα δευτέρας τάξης με διαφορετικό προσανατολισμό που δημιουργούνται στις συνθέσεις (S2tm_a και S2tm_b) με ποσοστά περίπου από 12% μέχρι 28%. Το φαινόμενο αυτό παρουσιάζει μικρή αύξηση για την ομάδα ελέγχου, κατά τη δεύτερη και τρίτη μέτρηση. Αντιθέτως, οι πειραματικές ομάδες παρουσιάζουν μεγάλη ποσοστιαία μείωση του λάθους αυτού, με την πειραματική ομάδα ένα να παρουσιάζει την μεγαλύτερη συγκριτικά με αυτή των υπολοίπων. Η τρίτη πειραματική ομάδα φαίνεται να έχει τα πιο υψηλά ποσοστά λάθους από τις πειραματικές ομάδες μετά την παρέμβαση.

Στην κατηγορία αυτού του λάθους ενάχθηκε και η επιλογή κάποιων από τα τρία τρίγωνα που έπρεπε τα παιδιά να αναγνωρίσουν στη μεταβλητή S2tm_b. Παρουσιάστηκε έντονα το φαινόμενο μεμονωμένης επιλογής του ενός τριγώνου της μεταβλητής S2tm_b, το οποίο βρισκόταν σε πρωτοτυπική θέση στη σύνθεση (11-17%). Εντύπωση προκαλεί το γεγονός ότι τα ποσοστά παιδιών που επέλεξαν μεμονωμένα το τρίγωνο αυτό, κατά τις επόμενες δύο μετρήσεις, αυξάνονται ραγδαία στις πειραματικές ομάδες. Τα παιδιά που ανήκαν στις πειραματικές ομάδες, ενώ στην πρώτη μέτρηση δεν εντόπιζαν έστω εκείνο το τρίγωνο στη σύνθεση φαίνεται ότι μετά την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος είχαν μεγάλη ποσοστιαία αύξηση επιλογής του (που φτάνει το 70%). Τα παιδιά των πειραματικών ομάδων παρουσίασαν μειώσεις στην επιλογή των όμοιων σχημάτων δευτέρας τάξης με διαφορετικό προσανατολισμό της μεταβλητής S2pm από την πρώτη στη δεύτερη μέτρηση. Αυτό δεν παρέμεινε όμως σταθερό κατά την τρίτη μέτρηση, όπου φάνηκε υπήρξε αύξηση της τάσης των παιδιών να κάνουν τέτοια λάθη.

Πίνακας 4.54

Επιλογή Όμοιας Δομή Σχημάτων Δευτέρας Τάξης με Διαφορετικό Προσανατολισμό, ανά Πειραματικές Ομάδες και Ομάδα Ελέγχου

	Μεταβλητές						
	S2pm	S2tm_a		S2tm_b			S2tm_c
Λάθος					 ή 		
				1η Μέτρηση			
ΟΕ (N=67)	3 (4.5%)	1 (1.5%)	8 (11.9%)	10 (14.9%)	3 (4.5%)	9 (13.4%)	6 (9%)
ΠΟ1 (N=84)	11 (13.1%)	2 (2.4%)	23 (27.4%)	14 (16.7%)	3 (3.6%)	20 (23.8%)	9 (10.7%)
ΠΟ2 (N=95)	12 (12.6%)	7 (7.4%)	17 (17.9%)	12 (12.6%)	3 (3.2%)	14 (14.7%)	9 (9.5%)
ΠΟ3 (N=107)	14 (13.1%)	2 (1.9%)	28 (26.2%)	12 (11.2%)	1 (0.9%)	17 (15.9%)	12 (11.2%)
Σύνολο (N=353)	40 (11.3%)	12 (3.4%)	76 (21.5%)	48 (13.5%)	10 (2.8%)	60 (17%)	36 (10.2%)

Λάθος	Μεταβλητές						
	S2pm	S2tm_a		S2tm_b			S2tm_c
					 ή		
				2η Μέτρηση			
ΟΕ (N=67)	2 (3%)	5 (7.5%)	13 (19.4%)	9 (13.4%)	2 (3%)	9 (13.4%)	6 (9%)
ΠΟ1 (N=84)	2 (2.4%)	2 (2.4%)	5 (6%)	49 (58.3%)	-	-	4 (4.8%)
ΠΟ2 (N=95)	5 (5.3%)	1 (1.1%)	6 (6.3%)	52 (54.7%)	2 (2.1%)	4 (4.2%)	6 (6.3%)
ΠΟ3 (N=107)	2 (1.9%)	4 (3.7%)	13 (12.1%)	44 (41.1%)	4 (3.7%)	11 (10.3%)	13 (12.1%)
Σύνολο (N=353)	11 (3.1%)	12 (3.4%)	37 (10.5%)	154 (43.6%)	8 (2.3%)	24 (6.8%)	29 (8.2%)
				3η Μέτρηση			
ΟΕ (N=67)	9 (13.4%)	3 (4.5%)	11 (16.4%)	20 (29.9%)	1 (1.5%)	8 (11.9%)	9 (13.4%)
ΠΟ1 (N=84)	5 (6%)	2 (2.4%)	1 (1.2%)	60 (71.4%)	3 (3.6%)	1 (1.2%)	3 (3.6%)
ΠΟ2 (N=95)	4 (4.2%)	-	7 (7.4%)	67 (70.5%)	-	2 (2.1%)	9 (9.5%)
ΠΟ3 (N=107)	10 (9.3%)	-	5 (4.7%)	74 (69.2%)	1 (0.9%)	4 (3.7%)	8 (7.5%)
Σύνολο (N=353)	28 (7.9%)	5 (1.4%)	24 (6.8%)	221 (62.6%)	5 (1.4%)	15 (4.2%)	29 (8.2%)

Σημείωση. Ο κωδικός ΠΟ1 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 1 (με παραγωγή και παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ2 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 2 (με παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ3 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 3 (χωρίς χειρονομίες) και ο κωδικός ΟΕ αντιστοιχεί στην Ομάδα Ελέγχου (χωρίς παρέμβαση).

Στον Πίνακα 4.55, ακολουθείται ο τρόπος παρουσίασης των ποιοτικών δεδομένων από τους Miles και Huberman (1994). Στον συνοπτικό αυτό πίνακα περιλαμβάνονται οι συχνότητες των λαθών των παιδιών ανά πειραματική ομάδα και ομάδα ελέγχου στις μετρήσεις του δοκιμίου για τα έργα της επιμέρους ικανότητας «Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται». Από την μία, είναι φανερό ότι η ομάδα ελέγχου παρουσιάζει τις μεγαλύτερες συχνότητες λάθους αλλά και τις μικρότερες μειώσεις λαθών από όλες τις πειραματικές ομάδες. Παρόλα αυτά, η ομάδα ελέγχου παρουσιάζει μια πιο έντονη τάση επιλογής των αρχικών δομών σχημάτων της γεωμετρικής σύνθεσης. Από την άλλη, οι πειραματικές ομάδες παρουσιάζουν διαφορετικές τάσεις συχνότητας λάθους. Αναλυτικά, η πρώτη πειραματική ομάδα παρουσιάζει τις μεγαλύτερες μειώσεις συχνότητας λαθών από μέτρηση σε μέτρηση. Η ίδια ομάδα όμως παρουσίασε πιο υψηλές συχνότητες στο είδος λάθους που αφορά την επιλογή μερικών ή όλων των όμοιας δομής σχημάτων δευτέρας τάξης με διαφορετικό προσανατολισμό. Τα μεγαλύτερα ποσοστά συχνότητα στο προαναφερθέν είδος λάθους συγκέντρωσε η τρίτη πειραματική ομάδα, η οποία εμφανίζει και μια τάση επιλογής του λάθους που αφορά τα οικεία σχήματα δευτέρας τάξης. Τέλος, η δεύτερη πειραματική ομάδα, συγκέντρωσε αυξημένες συχνότητες λάθους τόσο στα οικεία όσο και στα μη οικεία σχήματα δευτέρας τάξης.

Πίνακας 4.53

Σύνοψη Συχνότητας Λαθών Παιδιών στα Τρία Είδη Λάθους της Επιμέρους Ικανότητας Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται, ανά Ομάδα Παιδιών και Μέτρηση

	Επιλογή σχημάτων αρχικής δομής			Επιλογή κάποιων ή όλων των οικείων ή μη σχημάτων δευτέρας τάξης						Επιλογή μερικών ή όλων των όμοιας δομής σχημάτων δευτέρας τάξης με διαφορετικό προσανατολισμό		
				Οικεία			Μη Οικεία					
Μέτρηση	$1^{η}$	$2^{η}$	$3^{η}$	$1^{η}$	$2^{η}$	$3^{η}$	$1^{η}$	$2^{η}$	$3^{η}$	$1^{η}$	$2^{η}$	$3^{η}$
ΟΕ	+ +	±	±	±	±	+	+	±	±	+	±	±
ΠΟ1	+	− −	− −	±	−	±	±	−	−	+ +	− −	±
ΠΟ2	+ +	− −	±	+	+	+	+	−	±	+ +	− −	±
ΠΟ3	+ +	−	− −	±	+	+	±	−	±	+ +	−	−

Σημείωση. (1) Το σύμβολο «+ +» αντιστοιχεί στην πολύ αυξημένη συχνότητα εμφάνισης λάθους, το σύμβολο «+»αντιστοιχεί στην αυξημένη συχνότητα εμφάνισης λάθους, το σύμβολο «±» αντιστοιχεί στην ουδέτερη ή μικρή αλλαγή συχνότητας εμφάνισης λάθους, το σύμβολο «−» αντιστοιχεί στη μειωμένη συχνότητα εμφάνισης λάθους και το σύμβολο «− −» αντιστοιχεί στην πολύ μειωμένη/ ελάχιστη συχνότητα εμφάνισης λάθους. (2) Ο κωδικός ΠΟ1 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 1 (με παραγωγή και παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ2 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 2 (με παρακολούθηση χειρονομιών), ο κωδικός ΠΟ3 αντιστοιχεί στην Πειραματική Ομάδα 3 (χωρίς χειρονομίες) και ο κωδικός ΟΕ αντιστοιχεί στην Ομάδα Ελέγχου (χωρίς παρέμβαση).

Σύνοψη Αποτελεσμάτων Δεύτερου Μέρους

Στο δεύτερο μέρος των αποτελεσμάτων διερευνήθηκε η επίδραση του παρεμβατικού προγράμματος με τα διαφορετικά περιβάλλοντα χρήσης των χειρονομιών. Με βάση τις αναλύσεις επαγωγικής και περιγραφικής στατιστικής έχουν εντοπιστεί οι διαφορές στις επιδόσεις των παιδιών στο προ-πειραματικό και στα δύο μετά-πειραματικά δοκίμια ανάλογα με την ομάδα στην οποία ανήκαν (ΠΟ1: με παρακολούθηση και παραγωγή χειρονομιών, ΠΟ2: με παρακολούθηση χειρονομιών, ΠΟ3: χωρίς χειρονομίες και ΟΕ: χωρίς παρεμβατικό πρόγραμμα). Συνοπτικά, έχουν εντοπιστεί στατιστικά σημαντικές διαφορές στη συνολική επίδοση των παιδιών στο πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο με βάση την επίδοση τους στο προ-πειραματικό δοκίμιο. Συγκεκριμένα, η ομάδα ελέγχου εντοπίστηκε να έχει στατιστικά σημαντικές διαφορές από όλες τις πειραματικές ομάδες. Η ομάδα αυτή σημείωσε και τις χαμηλότερες επιδόσεις. Οι πειραματικές ομάδες μεταξύ τους, όμως, δεν παρουσίασαν στατιστικά σημαντικές διαφορές στη συνολική επίδοση. Στο σημείο αυτό, περαιτέρω αναλύσεις εντόπισαν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των επιδόσεων των παιδιών στις τέσσερις επιμέρους ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Ειδικότερα, οι διαφορές μεταξύ των επιδόσεων στην ικανότητα αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται, παρουσιάζονται να είναι στατιστικά σημαντικές και υψηλότερες στις πειραματικές ομάδες από ότι στην ομάδα ελέγχου. Επίσης, στην ικανότητα αυτή σημειώθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές και μεταξύ των επιδόσεων των παιδιών του παρεμβατικού προγράμματος που είχε χειρονομίες (ΠΟ1) με αυτών του παρεμβατικού προγράμματος χωρίς χειρονομίες (ΠΟ3). Αναλυτικά, οι επιδόσεις των παιδιών στο παρεμβατικό με την παρακολούθηση και παραγωγή χειρονομιών είχαν στατιστικά καλύτερες επιδόσεις από τα παιδιά του παρεμβατικού χωρίς χειρονομίες. Στη συνέχεια, μελετήθηκε η σταθερότητα των αλλαγών του παρεμβατικού προγράμματος. Οι αναλύσεις έδειξαν ότι υπήρχαν στατιστικά σημαντικές διαφορές της συνολικής επίδοσης των παιδιών μεταξύ του προ-πειραματικού και του δεύτερου μετά-πειραματικού δοκιμίου, που χορηγήθηκε μετά από την πάροδο ενός χρονικού διαστήματος. Επίσης, στατιστικά σημαντικές διαφορές εντοπίστηκαν μεταξύ των παιδιών των τεσσάρων συνολικά ομάδων, κατά την τρίτη μέτρηση, και ως προς τις τέσσερις επιμέρους ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Συγκεκριμένα, οι διαφορές μεταξύ των επιδόσεων στην ικανότητα αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται, παραμένουν, και στη μέτρηση αυτή, στατιστικά σημαντικές και υψηλότερες σε όλες τις πειραματικές ομάδες σε σχέση με την ΟΕ. Η ΠΟ1 κατέχει τους υψηλότερους μέσους όρους επίδοσης, συνολικά αλλά και ανά επιμέρους ικανότητα της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Τέλος, διερευνήθηκαν εις βάθος τα λάθη των παιδιών στην επιμέρους ικανότητα αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται. Τα παιδιά της ΟΕ συγκεντρώνουν υψηλά ποσοστά λάθους σε όλα τα είδη, τείνουν όμως κυρίως να επιλέγουν τις αρχικές δομές του σχήματος στις μεταβλητές της ικανότητας αυτής, σε όλες τις μετρήσεις του δοκιμίου. Από την άλλη, τα παιδιά της ΠΟ2 και ΠΟ3 παρουσιάζουν τάση για επιλογή οικείων σχημάτων δευτέρας τάξης που δεν επικαλύπτονται στη σύνθεση. Τα παιδιά της ΠΟ2 φαίνεται να εντόπισαν με την μεγαλύτερη συχνότητα μη οικεία σχήματα που επικαλύπτονται. Τέλος, η ΠΟ3 παιδιών συνήθως επιλέγει σχήματα όμοιας δομής με αυτά της δευτέρας τάξης σχημάτων, τα οποία έχουν όμως διαφορετικό προσανατολισμό. Η ΠΟ1 τείνει να επιλέγει το προαναφερθέν είδος λάθους αλλά παρουσιάζει τη μεγάλη μείωση συχνότητα των λαθών μετά το παρεμβατικό πρόγραμμα, αλλά και στο δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ V

ΣΥΖΗΤΗΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Εισαγωγή

Η έμφαση κατά τη διδασκαλία της γεωμετρίας δεν είναι πλέον στην επιφανειακή απλή αναγνώριση ενός σχήματος (εικονική εξεικόνιση), η οποία αναφέρεται από τον Duval (2005, 2006) ως «βοτανική προσέγγιση (ή προσέγγιση φυτολογίας) του γεωμετρικού σχήματος». Ο ίδιος υποστηρίζει ότι υπάρχει ανάγκη προσέγγισης του σχήματος που να βασίζεται στη λειτουργική σύλληψή του, η οποία «θεωρείται» ότι μπορεί να οδηγήσει στην ανάπτυξη της εννοιολογικής σύλληψής του. Μελέτες των τελευταίων χρόνων τονίζουν ακριβώς την σημαντικότητα και την ανάγκη έρευνας των γεωμετρικών μετασχηματισμών σε συνδυασμό με την τεχνολογία και τις θεωρίες για την εννοιολογική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος του Duval (Jones & Tzekaki, 2016). Δεν εντοπίστηκαν στη βιβλιογραφία μελέτες που να εξετάζουν, σε παιδιά προσχολικής ηλικίας, την επίδραση της διδασκαλίας μέσω της λειτουργική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος (του Duval) και συγκεκριμένα των γεωμετρικών μετασχηματισμών, για την σύνθεση και ανάλυση σχημάτων. Οι Sarama και Clements (2009), τονίζουν την ερευνητική ανάγκη ανάδειξης της σημαντικότητας των δεξιοτήτων σύνθεσης και ανάλυσης σχημάτων ώστε να επιλύεται με επιτυχία ένα σύνθετο γεωμετρικό πρόβλημα.

Η ανάγκη διδασκαλία γεωμετρικών εννοιών και συλλογισμού αρχίζει από μικρή ηλικία (Levenson, Tirosh & Tsamir, 2011). Πλειάδα ερευνητών μελέτησε τον τρόπο που τα παιδιά προσχολικής ηλικίας αναγνωρίζουν σχήματα είτε σε συλλογή διακριτών σχημάτων (π.χ. Clements et al., 1999), είτε σε γεωμετρικές συνθέσεις (π.χ. Sarama & Clements, 2009). Παρόλα αυτά, δεν εντοπίστηκαν εργασίες που να περιγράφουν ολοκληρωμένα τη δομή και την ανάπτυξη της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, για τα παιδιά προσχολικής ηλικίας.

Επιπρόσθετα, πολύ λίγες είναι οι έρευνες που εφάρμοσαν παρεμβατικά προγράμματα διαφορετικών ειδών με στόχο να επηρεάσουν τη γεωμετρική σκέψη των μικρών παιδιών προσχολικής ηλικίας (Kalenine et al., 2011). Παρεμβατικά προγράμματα χειρονομιών (π.χ. Cook, Yip, & Goldin-Meadow, 2010) έχουν δείξει ότι ο συνδυασμός παρακολούθησης και σκόπιμης παραγωγής χειρονομιών συμβάλει στην παγίωση της γνώσης στο χρόνο. Δεν έχουν βρεθεί, όμως, στοιχεία που να τεκμηριώνουν ότι η απλή παρακολούθηση χειρονομιών μπορεί να ενισχύει κι αυτή τη μάθηση.

Σκοπός της παρούσας εργασίας ήταν η ανάπτυξη και η επιβεβαίωση ενός ολοκληρωμένου θεωρητικού μοντέλου για τη φύση και την ανάπτυξη της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος των παιδιών προσχολικής ηλικίας. Η δομή του μοντέλου αυτού θα αναφέρεται στις επιμέρους ικανότητες της αντιληπτικής σύλληψης και στις μεταξύ τους σχέσεις. Επιπρόσθετος σκοπός της εργασίας υπήρξε η διερεύνηση της ύπαρξης επίδρασης της παρέμβασης, με λειτουργική σύλληψη και χειρονομίες, στην αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος. Ειδικότερα, η παρέμβαση αφορούσε γεωμετρικούς μετασχηματισμούς (μετατόπιση και περιστροφή) για την ανάλυση και σύνθεση σχημάτων, σε διαφορετικά περιβάλλοντα χρήσης των χειρονομιών (ΠΟ1:με παρακολούθηση και παραγωγή χειρονομιών; ΠΟ2: με μόνο παρακολούθηση χειρονομιών; ΠΟ3: χωρίς χειρονομίες).

Οι επιμέρους στόχοι της παρούσας εργασίας ήταν (α) η διερεύνηση των στοιχείων που απαρτίζουν την ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος και τη δομής της ικανότητας αυτής, (β) η διερεύνηση της επίδοση των παιδιών των δύο ηλικιών ομάδων που αποτελούν την προσχολική ηλικία (4-5 και 5-6 χρονών) ως προς τη δομή και τις επιμέρους ικανότητες της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, (γ) η διερεύνηση των σχέσεων μεταξύ των επιμέρους ικανοτήτων της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος σύμφωνα με τη δομής της, (δ) η διερεύνηση των λαθών των παιδιών προσχολικής ηλικίας στην αντιληπτική σύλληψη του σχήματος, πριν και μετά το παρεμβατικό πρόγραμμα, (ε) η διερεύνηση της ύπαρξης επίδρασης της εφαρμογής του παρεμβατικού προγράμματος (και των περιβαλλόντων εφαρμογής του) στην αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος των παιδιών.

Με βάση το σκοπό και τους στόχους της εργασίας διατυπώθηκαν έξι ερευνητικά ερωτήματα. Στη συνέχεια του παρόν κεφαλαίου γίνεται συζήτηση αποτελεσμάτων για το κάθε ένα ερευνητικό ερώτημα ξεχωριστά. Η συζήτηση στηρίζεται στη βιβλιογραφική ανασκόπηση της εργασίας, μέσα από την οποία ερμηνεύονται τα αποτελέσματα σε σχέση με εργασίες που έχουν ήδη πραγματοποιηθεί. Η συζήτηση αποτελεσμάτων χωρίζεται σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος γίνεται αναφορά στη δομή της αντιληπτικής σύλληψης, με τις επιμέρους ικανότητές της, εκφράζοντας τις σχέσεις και το μοντέλο γραμμικής δομής, καθώς και τα λάθη που παρατηρούνται από τα παιδιά. Το μέρος αυτό απαντά στα τέσσερα πρώτα ερευνητικά ερωτήματα της εργασίας. Στο δεύτερο μέρος, η συζήτηση αφορά την επίδραση του παρεμβατικού προγράμματος και των διαφορετικών περιβαλλόντων χρήσης των χειρονομιών, όπου δίνεται απάντηση στα δύο τελευταία ερευνητικά ερωτήματα.

Το πρώτο μέρος της συζήτησης αποτελεσμάτων εστιάζεται στην παρουσίαση ενός ολοκληρωμένου μοντέλου δομής και ανάπτυξης της ικανότητας αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι βιβλιογραφικά δεν υπάρχει ξεκάθαρα διατυπωμένο ένα δομικό μοντέλο σκέψης για τον τρόπο που τα παιδιά αναγνωρίζουν δισδιάστατα σχήματα, τόσο σε συλλογή διακριτών σχημάτων όσο και σε σύνθετες γεωμετρικές συνθέσεις. Σημαντικοί ερευνητές γεωμετρίας, όπως οι Van Hieles (1986), οι Clements et al. (1999), οι Sarama και Clements (2009) και ο Duval (1999, 2006, 2013) μέσα από τις θεωρίες που ανέπτυξαν, συνέβαλαν ο καθένας με διαφορετικό τρόπο στη γνώση του τρόπου που τα παιδιά κατανοούν και χειρίζονται το γεωμετρικό σχήμα εννοιολογικά.

Αναλυτικά, η θεωρία των Van Hieles (1986) για το μοντέλο των πέντε ιεραρχικών επιπέδων της γεωμετρικής σκέψης είναι ανεξάρτητη της ηλικία του παιδιού. Το πρώτο επίπεδο είναι το «Επίπεδο Σφαιρικής ή Ολικής Αντίληψης (Οπτικοποίησης)», το οποίο αναφέρεται στην αντιληπτική σύλληψη του σχήματος. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι ένα παιδί είναι δυνατό να βρίσκεται σε διαφορετικά επίπεδα για κάθε σχήμα. Η θεωρία εστιάζεται περισσότερο στην αναγνώριση σχημάτων στη συλλογή διακριτών σχημάτων.

Από την άλλη, η ερευνητική ομάδα των Clements et al. (1999) κάνοντας εξειδικευμένες έρευνες για την προσχολική ηλικία αναφέρουν τρία επίπεδα γεωμετρικής σκέψης για την αναγνώριση σχημάτων στο χώρο. Η ίδια ομάδα εξέτασε τα παιδιά ηλικίας τεσσάρων μέχρι έξι χρονών, κατά την αναγνώριση και περιγραφή δισδιάστατων σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων. Οι ερευνητές υποστηρίζουν ότι οι μη κριτικές ιδιότητες των σχημάτων δεν πρέπει να χρησιμοποιούνται σε συχνά παραδείγματα σχημάτων για τα παιδιά αυτής της ηλικιακής ομάδας, μιας που αυτό φαίνεται να αποτελεί εμπόδιο στην γνωστική διαδικασία αναγνώρισης των μη πρωτοτυπικών παραδειγμάτων του σχήματος. Πιο πρόσφατες έρευνες αναγνώρισης σχημάτων σε συλλογές διακριτών σχημάτων (Levenson et al., 2011 · Tsamir et al., 2015) αναφέρονται σε διαισθητικά και μη διαισθητικά παραδείγματα και αντιπαραδείγματα σχημάτων (Clements & Battista, 1991) εστιάζοντας σε ένα λειτουργικό ορισμό για τα σχήματα, τον λεγόμενο ορισμό εργασίας. Ο συγκεκριμένος ορισμός περιέχει όλες τις κριτικές ιδιότητες που χρειάζεται ένα σχήμα για να προσδιοριστεί και θεωρείται ως ο ιδανικός για τα παιδιά αυτού του ηλικιακού εύρους. Στην παρούσα εργασία εντοπίστηκε η επίδραση των μη κριτικών ιδιοτήτων των σχημάτων στην αναγνώριση σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων από τα λάθη των παιδιών.

Οι Sarama και Clements (2009), εστίασαν την έρευνα τους σε παιδιά προσχολικής ηλικίας και ανέπτυξαν θεωρίες για την αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις, δομώντας εξελικτικά ηλικιακά επίπεδα αναγνώρισης σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις και επίπεδα σύνθεσης - ανάλυσης σχημάτων. Στηριζόμενοι στη θεωρία του Gestalt (βλέπε Sarama & Clements, 2009, σελ. 256 - 257), ανέλυσαν τον τρόπο αναγνώρισης σχημάτων σε σύνθετες γεωμετρικές συνθέσεις, τον οποίο ακολούθησε και η παρούσα εργασία. Τα παιδιά προσχολικής ηλικίας φαίνεται να δυσκολεύονται στον εντοπισμό ενσωματωμένων σχημάτων σε συνθέσεις, έτσι τονίζεται η ανάγκη έρευνας γύρω από το θέμα αυτό, αφού οι υπάρχουσες έρευνες είναι περιορισμένες και χρονολογούνται (Sarama & Clements, 2009).

Ο Duval (2013, 2005) υποστηρίζει ότι σε μια γεωμετρική σύνθεση υπάρχουν πολλά κλειστά περιγράμματα, και αναλύει τα επιμέρους σχήματα που μπορεί ένα άτομο να αναγνωρίσει σε αυτήν. Οι οπτικοί τρόποι αναγνώρισης που προτείνονται έρχονται σε συμφωνία με την προηγούμενη θεωρία του Gestalt βάση του εμβαδού και του περιγράμματος του σχήματος. Ο Duval (2013), όμως, προχωράει ένα βήμα παραπέρα προτείνοντας ένα μαθηματικό τρόπο οπτικοποίησης του σχήματος, αναφέροντας την αποδόμηση (ανάλυση) των διαστάσεων και τον εντοπισμό των σχηματικών μονάδων που αποτελούν το σχήμα. Η παρούσα εργασία στηρίχθηκε στις δύο προαναφερθέντες θεωρίες του Duval (2005) και των Sarama και Clements (2009).

Ο Duval (1999) αναφέρεται στη δομή εννοιολογικής σύλληψης του σχήματος, της οποίας η αντιληπτική σύλληψη αποτελεί μία από τις πτυχές της. Η δομής αυτή επιβεβαιώθηκε για παιδιά δημοτικού, γυμνασίου αλλά και λυκείου. Δεν υπάρχουν στοιχεία για την επιβεβαίωση της θεωρίας και της δομής που προτείνει ο ερευνητής για την προσχολική εκπαίδευση. Ο ίδιος αναφέρει ότι σε αυτήν την ηλικιακή ομάδα θα μπορούσαν να ελεγχθούν μόνο η αντιληπτική και η λειτουργική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος.

Η εργασία αξιοποιώντας τις θεωρίες που αναπτύχθηκαν για την αναγνώριση του σχήματος σε συλλογή διακριτών σχημάτων, αλλά και σε γεωμετρικές συνθέσεις: (α) ανέπτυξε και επιβεβαίωσε ένα θεωρητικό μοντέλο για τη δομή της ικανότητας αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος στα παιδιά προσχολικής ηλικίας, (β) επιβεβαίωσε τη δομή του μοντέλου στις δύο ηλικιακές ομάδες της προσχολικής ηλικίας και διερεύνησε τις διαφορές των επιδόσεων των δύο ομάδων παιδιών συνολικά αλλά και στις επιμέρους ικανότητες της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, (γ) επιβεβαίωσε την ύπαρξη συγκεκριμένης γραμμικής δομής των τεσσάρων επιμέρους ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος του μοντέλου, μελετώντας τις σχέσεις συνεπαγωγής που εντοπίζονται στις μεταβλητές τους, (δ) εντόπισε τα λάθη των παιδιών στις μεταβλητές των τεσσάρων επιμέρους ικανοτήτων και τις συχνότητες εμφάνισης τους ανά μέτρηση (προ-πειραματικό και δύο μετά-πειραματικά δοκίμια). Τα προαναφερθέντα αυτά ευρήματα θα συζητηθούν εκτεταμένα πιο κάτω δίνοντας απαντήσεις στα πρώτα τέσσερα ερευνητικά ερωτήματα της εργασίας.

Παράγοντες Συνθέτουν τη Δομή της Ικανότητας Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος

Το ερευνητικό ερώτημα στο οποίο αναφέρεται το μέρος αυτό είναι: «Ποιοι παράγοντες συνθέτουν τη δομή της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος των παιδιών της προσχολικής ηλικίας;». Η εργασία ανέπτυξε και επιβεβαίωσε ένα θεωρητικό μοντέλο για τη δομή της ικανότητας αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος στα παιδιά προσχολικής ηλικίας. Δηλαδή, έγινε επιβεβαίωση μέσω εμπειρικών δεδομένων της δομής των τεσσάρων επιμέρους ικανοτήτων που δομούν την αντιληπτική σύλληψη: την αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται, την αναγνώριση αρχικών δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται, την αναγνώριση δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται και την αναγνώριση σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων.

Μία επιμέρους ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, αποτέλεσε η αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται, σύμφωνα με τη θεωρία του Duval (2013) και του Gestalt (από Sarama και Clements, 2009), τα σχήματα εφάπτονται εξωτερικά με άλλα, χωρίς όμως να διαπερνάται η δομή τους. Από την μία, ο Duval (2013) τους δίνει τον όρο «juxtaposed» και από την άλλη ο Gestalt βάση της επιφάνειας (εμβαδού: area) τους, τα ορίζει ως σχήματα αρχικής δομής εμβαδού του σχήματος (primary structures: PAS). Τα σχήματα αυτά έχουν την «ιδανική» μορφή σχημάτων (π.χ. κλειστά, συμμετρικά) και είναι τα αρχικά σχήματα που χρησιμοποιήθηκαν στη δόμηση της γεωμετρικής σύνθεσης.

Από την άλλη, επιμέρους ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος ήταν και η αναγνώριση αρχικών δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται, σύμφωνα με τη θεωρία του Gestalt (από Sarama και Clements, 2009), τα σχήματα αυτά χρησιμοποιήθηκαν για να δομήσουν τη σύνθεση εξ αρχής για αυτό τα ονομάζει ως σχήματα αρχικής δομής περιγράμματος (primary contour structure: PCS). Ο Duval (2013), από την άλλη, τα ονομάζει «superposed», τονίζοντας το γεγονός ότι είναι τα σχήματα τα οποία επικαλύπτονται. Τα σχήματα στις συνθέσεις της ικανότητας αυτής διαπερνούνται από άλλα σχήματα, αλλά δεν ενσωματώνονται σε αυτά.

Μία άλλη επιμέρους ικανότητα αποτέλεσε η αναγνώριση δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται. Σύμφωνα με τον Duval (2013) τα σχήματα αυτά θεωρούνται «juxtaposed figures in superposed geometrical configuration», μιας που είναι σχήματα τα οποία δε διαπερνάται η δομή τους από άλλα σχήματα, αλλά δεν είναι από τα σχήματα αρχικής δομής της σύνθεσης. Αποτελούν σχήματα που δημιουργήθηκαν από την επικάλυψη των σχημάτων αρχικής δομής. Τα σχήματα αυτά, σύμφωνα και με τον Gestalt (από Sarama και Clements, 2009), ονομάζονται σχήματα δευτέρας τάξης περιγράμματος του σχήματος (secondary contour structures: SCS) και βρίσκονται «κρυμμένα» στη γεωμετρική σύνθεση. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι παρατηρήθηκε χαμηλή (αλλά όχι απαγορευτική) φόρτιση του συγκεκριμένου παράγοντα πρώτης τάξεως στον παράγοντα δευτέρας τάξεως (αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος). Αυτό, ίσως, να οφείλεται στο γεγονός ότι ο παράγοντας αυτός από τη φύση του φορτίζει ταυτόχρονα και σε ένα άλλο πιθανό παράγοντα δευτέρας τάξεως που αφορά τη λειτουργική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος. Τα έργα του παράγοντα αυτού είναι έργα αντιληπτικής, αλλά ταυτόχρονα είναι και έργα που απαιτούν την λειτουργική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος.

Οι δύο βασικές θεωρίες (Duval και Gestalt) που χρησιμοποιήθηκαν μέχρι στιγμής στη δόμηση των πρώτων τριών ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης υποστηρίζουν ότι τα πιο δύσκολα προς αναγνώρισης σχήματα είναι αυτά που ανήκουν στα σχήματα δευτέρας τάξης περιγράμματος του σχήματος και τα αντίστοιχα μη επικαλυπτόμενα σχήματα που δημιουργούνται με την επικάλυψη άλλων σχημάτων μεταξύ τους στις γεωμετρικές συνθέσεις. Ο Duval (2013) υποστηρίζει ότι η αναγνώριση τέτοιων σχημάτων απαιτεί την υπέρβαση της αντιληπτικής αναγνώρισης των σχημάτων αλλά και την αναδιοργάνωση (μερεολογική τροποποίηση) των πιθανών σχημάτων που δε διαπερνούνται από άλλα. Ο ίδιος στηρίζει ότι ίσως η αναγνώριση τέτοιων σχημάτων απαιτεί μία πρώιμη αποδόμηση διαστάσεων του υπάρχων σχήματος (dimensional deconstruction) σε επιμέρους σχηματικές μονάδες (figural units) και την αναδόμηση του σε μία νέα μορφή, όπου να είναι εμφανής το σχήμα προς αναγνώριση. Έρευνες έχουν δείξει ότι τα παιδιά κάτω των έξι χρονών αναγνωρίζουν τις αρχικές δομές του περιγράμματος του σχήματος (PCS) αντί τις δομές δευτέρας τάξεως (SCS) που φαίνεται να τους δυσκολεύουν αρκετά (Sarama & Clements, 2009).

Τέλος, η τέταρτη επιμέρους ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, αναφέρεται στην αναγνώριση σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων. Η ικανότητα αυτή στηρίχθηκε στη θεωρία που υπάρχει για την εικόνα έννοιας και τον ορισμό έννοιας, κυρίως από τους Clements et al. (1999) και τους Clements και Sarama (2007). Η έρευνα για αυτά τα έργα στηρίζεται στις κριτικές και μη ιδιότητες του σχήματος, αλλά και στο διαχωρισμό των σχημάτων σε διαισθητικά ή μη διαισθητικά παραδείγματα και αντιπαραδείγματα σχημάτων.

Η συγκεκριμένη δομή μοντέλου ως έχει δεν υπάρχει ολοκληρωμένη στη βιβλιογραφία. Η δομή αυτή έχει επιβεβαιωθεί με εμπειρικά δεδομένα για την προσχολική ηλικία (4-6 χρονών). Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι συσχετίσεις μεταξύ των τεσσάρων παραγόντων πρώτης τάξεως ήταν στατιστικά σημαντικές και φόρτιζαν σε ένα παράγοντα δευτέρας τάξεως.

Η Ικανότητας Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος στις Δύο Ηλικιακές Ομάδες Παιδιών Προσχολικής Ηλικίας

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η επίδοση των παιδιών στα έργα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος ήταν μέτρια. Η εξέταση της επίδοση των παιδιών των δύο διαφορετικών ηλικιακών ομάδων (4-5 και 5-6 χρονών) είναι αυτή που αναδεικνύει και περιγράφει με μεγαλύτερη ακρίβεια την ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Στόχος του παρόν μέρους είναι η απάντηση του δεύτερου ερευνητικού ερωτήματος της εργασίας για τον εντοπισμό των διαφορών στις επιδόσεις των παιδιών από τις δύο ηλικιακές ομάδες προσχολικής ηλικίας (4-5 και 5-6 χρονών) ως προς τη δομή και τις επιμέρους ικανότητες της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος.

Τα αποτελέσματα της εργασίας έδειξαν ότι υπήρχε αμεταβλητότητα της δομής του μοντέλου αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος για τις δύο ηλικιακές ομάδες των παιδιών προσχολικής ηλικίας (4-5 και 5-6 χρονών). Οι διαστάσεις της ικανότητας αντιληπτικής σύλληψης είναι οι ίδιες για όλα τα παιδιά παρά το ότι μέσα από τον έλεγχο που έγινε στις διαφορές στις επιδόσεις των παιδιών των δύο ηλικιακών ομάδων έδειξε ότι υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ τους, ως προς τη συνολική επίδοση αλλά και ως προς τις τρείς από τις τέσσερις επιμέρους ικανότητες που δομούν την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος. Αυτό που παρατηρήθηκε ήταν ότι δεν εντοπίστηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των παιδιών ως προς μόνο μία επιμέρους ικανότητα, την ικανότητα «Αναγνώριση δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται», όπου εντοπίστηκαν και οι πιο χαμηλές επιδόσεις όλων των παιδιών. Αυτό έρχεται σε συμφωνία με τα ευρήματα της θεωρίας των Sarama και Clements (2009) για τα επίπεδα αναγνώρισης σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις, η οποία αναλύεται στο δεύτερο κεφάλαιο της εργασίας αυτής.

Αναλυτικά, οι Sarama και Clements (2009), μέσα από τα επίπεδα που δόμησαν για την αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις, υποστηρίζουν ότι τα παιδιά μέχρι την ηλικία των τεσσάρων χρονών είναι ικανά να κατακτήσουν τις πρώτες δύο ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος (η αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται και αναγνώριση αρχικών δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται). Έτσι τα παιδιά αναπτυξιακά βρίσκονται στο επίπεδο του «Απλού αποενσωματωτή (simple disembedder)». Από την άλλη, η κατάκτηση της τρίτης ικανότητας (αναγνώριση δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται) κατακτάται από τα παιδιά μέχρι την ηλικία των επτά χρονών, όπου τα παιδιά θεωρούνται «Αποενσωματωτές δευτέρας τάξεως σχημάτων (secondary structure disembedder)».

Όπως αναφέρεται και νωρίτερα, έχει παρατηρηθεί ότι οι επιδόσεις των πιο μικρών παιδιών είναι πάντα πιο χαμηλές σε σχέση με τα μεγαλύτερα σε ηλικία παιδιά, τόσο στη συνολική επίδοση όσο και στις επιμέρους ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Τα μικρά παιδιά φάνηκε να δυσκολεύονται ιδιαίτερα στην ικανότητα αναγνώρισης αρχικών και δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται. Το γεγονός αυτό προδίδει ότι τα παιδιά αυτά ίσως δεν είχαν κατακτήσει πλήρως το αναπτυξιακό επίπεδο του «Απλού αποενσωματωτή (simple disembedder)» και είτε παρέμειναν στο προηγούμενο επίπεδο των παιδιών της ηλικίας των τριών χρονών ως «Προ-αποενσωματωτές (pre-disembedder)», είτε ίσως βρίσκονται σε ένα μεταβατικό στάδιο. Τα πιο μεγάλα ηλικιακά παιδιά σίγουρα δείχνουν να βρίσκονται αναπτυξιακά πιο μπροστά από τα μικρότερα. Παρόλα αυτά, τα δεδομένα που υπάρχουν μπορεί να δείχνουν μια βελτίωση, αλλά δεν αποδεικνύουν ότι τα παιδιά έχουν κατακτήσει πλήρως το επίπεδο «Αποενσωματωτές δευτέρας τάξεως σχημάτων».

Οι Sarama και Clements (2009), δομούν στη θεωρία τους επίπεδα και για την ανάλυση και σύνθεση σχημάτων, τα οποία όμως έχουν άμεση σχέση με την αναγνώριση σχημάτων σε συνθέσεις. Συγκεκριμένα, τα επίπεδα ανάλυσης των σχημάτων, θα μπορούσαν να συσχετιστούν με τη θεωρία του Duval (2013) για την αποδόμηση διαστάσεων του σχήματος σε επιμέρους σχηματικές μονάδες που το δόμησαν. Στην ηλικία των πέντε χρονών υποστηρίζεται από τους Sarama και Clements (2009) ότι τα παιδιά μπορούν να εφαρμόσουν απλές αναλύσεις σχημάτων (simple DeComposer), δηλαδή να αναλύσουν απλές συνθέσεις στις οποίες είναι φανερός ο τρόπος διαχωρισμού των σχημάτων. Επομένως, θα μπορούσαν να αναλύσουν μια γεωμετρική σύνθεση στα σχήματα αρχικής δομής της και να αποδομήσουν (αναλύσουν) τη σύνθεση στις σχηματικές μονάδες δύο διαστάσεων (από δισδιάστατο σε δισδιάστατο επίπεδο) (Duval, 2013).

Από την άλλη, οι Sarama και Clements (2009) υποστηρίζουν ότι τα παιδιά στην ηλικία των επτά χρονών μπορούν να κάνουν ανάλυση σχημάτων με οπτικοποίηση (shape DeComposer- with imagery), δηλαδή να αναλύουν γεωμετρικές συνθέσεις ευέλικτα χρησιμοποιώντας οπτικοποίηση. Επομένως, τα παιδιά μπορούν να αναλύσουν μια γεωμετρική σύνθεση σε σχήματα δευτέρας τάξεως, εστιαζόμενοι ίσως στις σχηματικές μονάδες που αποτελούν τα σχήματα αρχικής δομής (από το δισδιάστατο επίπεδο των σχημάτων στο μονοδιάστατο επίπεδο των ευθύγραμμων γραμμών που τα αποτελούν). Τα παιδιά ίσως δομούν νοητικά (οπτικοποίηση) ένα άλλο δισδιάστατο σχήμα το οποίο αποτελείται από τις μονοδιάστατες σχηματικές μονάδες των σχημάτων αρχικής δομής της σύνθεσης. Αυτό θα μπορούσε να ταυτιστεί με αυτό που ο Duval (2013) αναφέρει για την αποδόμηση διαστάσεων και τη διάκριση των μονάδων του σχήματος (1D/2D, 0D/2D και 2D/2D), το οποίο απαιτεί ανάλυση όλων των κλειστών περιγραμμάτων του σχήματος.

Σημαντικό σημείο είναι το θέμα της αναπτυξιακής ετοιμότητας (ωριμότητας) των παιδιών η οποία φαίνεται να έχει ένα σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, σύμφωνα με τους Sarama και Clements (2009). Παρόλα αυτά, η παρούσα εργασία φανερώνει ότι τα παιδιά ίσως χρειάζονται περισσότερο χρόνο τριβής με τέτοιες δραστηριότητες λειτουργικού χειρισμού των σχημάτων (όπως φάνηκε και από τα αποτελέσματα της παρέμβασης) για να αναπτυχθούν στην ικανότητα «Αναγνώριση δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται».

Σχέση Μεταξύ των Παραγόντων που Συνθέτουν τη Δομή της Ικανότητας Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος

Διερευνήθηκε η γραμμική δομή και οι σχέσεις συνεπαγωγής των επιμέρους παραγόντων (ικανοτήτων πρώτης τάξεως) που συνθέτουν την ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Αυτό αποτέλεσε το τρίτο ερευνητικό ερώτημα της εργασίας. Η επιβεβαίωση της ύπαρξης αλληλοσχετίσεων μεταξύ των τεσσάρων ικανοτήτων που περιγράφουν την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος, αποτελεί νέο εύρημα στη βιβλιογραφία της μαθηματικής παιδείας. Ταυτόχρονα, το εύρημα αυτό δηλώνει ότι η περιγραφή της δομής της ικανότητας σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος δεν περιλαμβάνει μόνο τέσσερις διακριτές ικανότητες, αλλά τέσσερις ικανότητες που αλληλοσχετίζονται και έχουν μια τάση γραμμικής δομή.

Οι αναλύσεις των δεδομένων της εργασίας επιβεβαίωσαν ένα γραμμικό δομικό μοντέλο για την τάση επιπέδου δυσκολίας των ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος (παραάγοντες πρώτης τάξεως). Στο μοντέλο αυτό φάνηκε ότι τα παιδιά ιεραρχικά πρώτα «κατακτούν» την ικανότητα αναγνώριση σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων και στη συνέχεια την ικανότητα αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται. Ακολούθως η τελευταία ικανότητα προβλέπει την ικανότητα αναγνώρισης αρχικών δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται και τέλος αυτή η ικανότητα αποτελεί δείκτη πρόβλεψης της ικανότητας αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται.

Η γραμμική δομή των τριών τελευταίων (από τις τέσσερις) επιμέρους ικανοτήτων που συνθέτουν την ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος στηρίχθηκε στα προαναφερθέντα εξελικτικά επίπεδα για την αναγνώριση ενός σχήματος δύο διαστάσεων το οποίο βρίσκεται ενσωματωμένο σε μία γεωμετρική σύνθεση σχημάτων των Sarama και Clements (2009).

Η παρούσα έρευνα, με το γραμμικό δομικό μοντέλο για την τάση επιπέδου δυσκολίας των ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος που επιβεβαίωσε, ίσως προσθέτει μια ακόμη συμπεριφορά (ικανότητα) στη θεωρία των Sarama και Clements (2009), όπου τα παιδιά είναι ικανά να αναγνωρίζουν σχήματα σε συλλογή διακριτών σχημάτων, μία που τα μικρά παιδιά φάνηκε να έχουν τις πιο υψηλές επιδόσεις στις μεταβλητές που αφορούσαν την ικανότητα αυτή. Η συμπεριφορά αυτή θα μπορούσε και να διατρέχει ταυτόχρονα με το επίπεδο του «Προ-αποενσωματωτές (pre-disembedder)», αλλά αναπτυξιακά ίσως θα μπορούσε μάλλον να προηγείται αυτού. Περαιτέρω όμως μελέτη επιβάλλεται για την αποσαφήνιση και επιβεβαίωση του ευρήματος αυτού.

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι η συγκεκριμένη δομή παρατηρείται και στις συνεπαγωγικές αναλύσεις των μεταβλητών συνολικά ανά μέτρηση (προ-πειραματικό και δύο μετά-πειραματικά δοκίμια), ανά ηλικία (4-5 ή 5-6) και ανά ομάδα (ελέγχου ή πειραματικές) παιδιών. Στα συνεπαγωγικά διαγράμματα παρατηρείται μια κοινή τάση συνεπαγωγής των μεταβλητών. Σε όλα τα συνεπαγωγικά διαγράμματα παρουσιάζονται συνεπαγωγές ανάμεσα σε μεταβλητές των επιμέρους ικανοτήτων αναγνώρισης αρχικών δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται και αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται, με την τελευταία ικανότητα να είναι πάντα στην κορυφή των αλυσίδων συνεπαγωγής. Η ομάδα των μικρών παιδιών (4-5 χρονών) παρουσιάσει πιο αδύναμες συνεπαγωγές με πιο λίγα έργα από ότι οι συνεπαγωγές που εμφανίστηκαν στα μεγαλύτερα παιδιά (5-6 χρονών). Αναλυτικά, οι συνεπαγωγές της ομάδας των μικρών παιδιών δίνει περισσότερη έμφαση στο «ποιο» σχήμα παρουσιάζεται προς αναγνώριση (π.χ. τετράπλευρα ή τρίγωνο), ενώ τα μεγαλύτερα παιδιά στο «πώς» το σχήμα παρουσιάζεται (τρόπος αναπαράστασης, προσανατολισμός). Παρομοίως, κατά την μελέτη των συνεπαγωγικών σχέσεων των μεταβλητών των επιμέρους ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης φάνηκε ότι η πρώτη πειραματική ομάδα είχε πιο σύνθετη δομή συνεπαγωγικών αλυσίδων από ότι οι άλλες ομάδες παιδιών κατά το πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο. Γενικότερα, οι πειραματικές ομάδες είχαν συνεπαγωγές πιο σύνθετης δομής κατά το δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο από ότι η ομάδα ελέγχου, που φανερώνει ίσως την επίδραση του παρεμβατικού προγράμματος μετά από την πάροδο ενός χρονικού διαστήματος.

Λάθη Παιδιών Προσχολικής Ηλικίας στις Επιμέρους Ικανότητες Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος

Το τέταρτο ερευνητικό ερώτημα, στο οποίο στηρίζεται το συγκεκριμένο μέρος της συζήτησης αποτελεσμάτων, αφορούσε τον εντοπισμό των λαθών των παιδιών προσχολικής ηλικίας στις επιμέρους ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Σε κάθε μεταβλητή εντοπίστηκαν συγκεκριμένα είδη (κατηγορίες) λαθών και οι συχνότητές τους, ανά μέτρηση (προ-πειραματικό και δύο μετά-πειραματικά δοκίμια). Τα λάθη των παιδιών κατά την αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις θα συσχετιστούν τη θεωρία των Sarama και Clements (2009) για την αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις, ενώ τα αντίστοιχα λάθη των παιδιών κατά την αναγνώριση σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων θα συσχετιστούν με τη θεωρία για τα διαισθητικά και μη διαισθητικά παραδείγματα και μη των Clements και Battista (1992).

Αρχίζοντας από την ικανότητα «αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται», που αποτέλεσε και την πιο δύσκολη για τα παιδιά, παρατηρείται μια τάση των παιδιών να εφαρμόζουν τα ίδια λάθη κατά τον εντοπισμό τέτοιων δευτέρας τάξης σχημάτων ανεξαρτήτου αν το σχήμα προς αναγνώριση ήταν οικείο προς αυτούς ή όχι. Παράγοντες όπως ο προσανατολισμός (αριθμός μοιρών περιστροφής από την πρωτοτυπική θέση) του σχήματος προς αναγνώρισης, η οικειότητα (ή μη) του σχήματος, ο αριθμός των σχημάτων προς αναγνώριση, αλλά και η χωρική τοποθέτηση του στη σύνθεση (περιγραμματικά ή εσωτερικά), μπορεί να επηρέασαν την επιτυχή αναγνώριση σχημάτων δευτέρας τάξης σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται.

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι η αναγνώριση εξαγώνου (μη οικείο σχήμα) σε τέτοιες συνθέσεις όπου δημιουργείται το σχήμα δευτέρας τάξης στο εσωτερικό της σύνθεσης, φάνηκε να δυσκολεύει τα περισσότερα παιδιά και να μην υπάρχει ιδιαίτερη εξέλιξη στη συχνότητα των λαθών μετά την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος. Ο λόγος ίσως να βρίσκεται στο γεγονός ότι είναι η μόνη μεταβλητή στην οποία το σχήμα προς αναζήτηση εμπερικλείεται στο εσωτερικό της σύνθεσης. Τα παιδιά κατά την αναζήτηση των σχημάτων σε συνθέσεις σύμφωνα με τους Sarama και Clements (2009), πιθανώς να ακολουθούν οπτικά τις πλευρές γνωστών σχημάτων ακόμη κι αν συμπίπτουν με άλλες πλευρές σχημάτων της σύνθεσης. Κατά τη δράση τους αυτή επικεντρώνονται στο περίγραμμα της γεωμετρικής σύνθεσης και των επιμέρους αρχικών σχημάτων με αποτέλεσμα να μην εστιάζουν τόσο πολύ την προσοχή τους σε δομές που δημιουργούνται από την επικάλυψη των σχημάτων και βρίσκονται στο εσωτερικό της σύνθεσης. Η συμπεριφορά αυτή ίσως τους καθηλώνει ως «απλούς αποενσωματωτές (simple disembedder)» εμποδίζοντας τους να χειριστούν τις εικόνες των σχημάτων νοερά και να εντοπίσουν επιτυχώς το σχήμα δευτέρας τάξεως.

Από την άλλη, τη μεγαλύτερη βελτίωση λάθους μετά το παρεμβατικό πρόγραμμα παρουσίασε μια από τις μεταβλητές αναγνώρισης τριγώνου (οικείο σχήμα), στην οποία το σχήμα ήταν περιστρεμμένο με μικρό αριθμό μοιρών (90^o) από την πρωτοτυπική θέση του. Στο παρεμβατικό πρόγραμμα δόθηκε ιδιαίτερη έμφαση στους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς γεγονός που ίσως επηρέασε την αναγνώριση του προαναφερθέν σχήματος. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι παρατηρήθηκαν διαφορές και στις επιδόσεις μεταξύ των μεταβλητών αναγνώρισης του ίδιου σχήματος (τριγώνου).

Αναλυτικά, τα τρία πιο συχνά είδη λαθών των παιδιών που εντοπίστηκαν στην ικανότητα αυτή ήταν: (α) η επιλογή των σχημάτων αρχικής δομής έναντι των σχημάτων δευτέρας τάξης, (β) η επιλογή κάποιων ή όλων των οικείων ή μη σχημάτων δευτέρας τάξης και (γ) η επιλογή μερικών ή όλων των παρόμοιας δομής σχημάτων δευτέρας τάξης με διαφορετικό προσανατολισμό. Τα παιδιά είχαν μια έντονη τάση επιλογής σχημάτων αρχικής δομής έναντι των σχημάτων δευτέρας τάξης. Εδώ, θα πρέπει να σημειωθεί ότι τα παιδιά φαίνεται να επιλέγουν συγκεκριμένα σχήματα αρχικής δομής, τα οποία έχουν τις περισσότερες κοινές σχηματικές μονάδες με το σχήμα προς αναγνώριση, δηλαδή έχουν τη μεγαλύτερη ταύτιση με αυτό. Αυτό ίσως υποδεικνύει μία τάση εστίασης των παιδιών στις επιμέρους σχηματικές μονάδες των αρχικών σχημάτων στην προσπάθεια αναγνώρισης του σχήματος δευτέρας τάξης. Επομένως, φαίνεται ότι ίσως έμμεσα εφαρμόζουν τα παιδιά μια πρώιμη μορφή αποδόμησης διαστάσεων του σχήματος σε επιμέρους σχηματικές μονάδες (Duval, 2013). Συγκεκριμένα, τα παιδιά ίσως προσπάθησαν να αναλύσουν το σχήμα στις επιμέρους μονοδιάστατες σχηματικές του μονάδες (ευθύγραμμα τμήματα) που το απαρτίζουν. Η συγκεκριμένη δεξιότητα επιτρέπει την δόμηση, διατήρηση αλλά και τον χειρισμό νοερών εικόνων γνωστών σχημάτων με «ιδανική» (αρχικής) δομή τα οποία επικαλύπτονται από άλλη σύνθεση. Αυτό αναφέρεται ως το αναπτυξιακό επίπεδο όπου το παιδί ονομάζεται «αποενσωματωτής δευτέρας τάξεως σχημάτων (secondary structure disembedder)» από τα επίπεδα αναγνώρισης σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις των Sarama και Clements (2009).

Επομένως, τα λάθη των παιδιών κατά την αναγνώριση των σχημάτων της ικανότητας αυτής φαίνεται να δομούν ίσως σε ένα μεταβατικό πεδίο ανάμεσα στο επίπεδο «Απλού αποενσωματωτή (simple disembedder)» και στο επίπεδο «Αποενσωματωτής δευτέρας τάξεως σχημάτων (secondary structure disembedder)». Συγκεκριμένα, αυτές οι ενδιάμεσα μεταβατικές συμπεριφορές (λάθη) των παιδιών ήταν: (α) αναγνώριση μόνο του σχήματος αρχικής δομής, το οποίο έχει τις περισσότερες κοινές σχηματικές μονάδες με το σχήμα δευτέρας τάξης που αναζητούν, (β) αναγνώριση οικείων δευτέρας τάξης σχημάτων που βρίσκονται στο περίγραμμα της γεωμετρικής σύνθεσης και δεν επικαλύπτονται από άλλα σχήματα (γ) αναγνώριση όμοιων με το προς αναζήτηση σχήμα δευτέρας τάξης που βρίσκονται στο περίγραμμα της γεωμετρικής σύνθεσης και δεν επικαλύπτονται από άλλα σχήματα, αλλά έχουν διαφορετικό προσανατολισμό με αυτό (δ) αναγνώριση άλλων σχημάτων δευτέρας τάξης που επικαλύπτονται από άλλα, τα οποία μπορεί να βρίσκονται στο εσωτερικό (όχι στο περίγραμμα) της γεωμετρικής σύνθεσης και ίσως να αποτελούν μη οικεία σχήματα προς τα παιδιά.

Η επόμενη ικανότητα «αναγνώρισης αρχικών δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται» περιέχει ίσως στοιχεία του επιπέδου «Απλού αποενσωματωτή (simple disembedder)» από τα επίπεδα αναγνώρισης σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις των Sarama και Clements (2009). Εδώ, φαίνεται ότι τα παιδιά ακολούθησαν κοινές «στρατηγικές» που τους οδήγησαν σε συγκεκριμένα είδη λαθών. Τα είδη λαθών που εντοπίστηκαν στη συγκεκριμένη ικανότητα ήταν: (α) η επιλογή μόνο του μέρους που επικαλύπτεται από το άλλο σχήμα αρχικής δομής, (β) η επιλογή μόνο του μέρους που δεν επικαλύπτεται, (γ) η επιλογή του άλλου σχήματος αρχικής δομής και (δ) η επιλογή μόνο του μέρους που δεν επικαλύπτεται αλλά ανήκει στο άλλο σχήμα αρχικής δομής.

Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι το σχήμα που φαίνεται να προκάλεσε τα πιο πολλά λάθη από τα παιδιά ήταν το σχήμα του ορθογωνίου και μετά του τετραγώνου, μιας που αυτά τα δύο σχήματα συγκέντρωσαν τα πιο υψηλά ποσοστά συχνότητας λαθών σε όλες τις μετρήσεις του δοκιμίου. Το εύρημα αυτό συνάδει με τη έρευνες που έδειξαν ότι στις γεωμετρικές συνθέσεις τα παιδιά προσχολικής ηλικίας αναγνωρίζουν πιο δύσκολα τα τετράπλευρα σχήματα του ορθογωνίου και του τετραγώνου (Ayers et al., 1979 · Clements et al.., 1999). Τα παιδιά κατά την προσπάθεια εντοπισμού του σχήματος αυτού τείνουν να επιλέγουν είτε το άλλο σχήμα αρχικής δομής είτε μόνο το μέρος του σχήματος που δεν επικαλύπτεται από το άλλο σχήμα αρχικής δομής.

Παρατηρείται ότι αν και μη οικείο σχήμα ο ρόμβος είχε αρκετά χαμηλά ποσοστά λάθους, αλλά τα πιο χαμηλά ποσοστά παρατηρήθηκαν στο σχήμα του τριγώνου. Τα παιδιά εφαρμόζουν κοινή «στρατηγική» για τα σχήματα αυτά μιας που τα λάθη τους συγκλίνουν. Συγκεκριμένα, τα παιδιά τείνουν να επιλέγουν είτε μόνο στο μέρος του σχήματος που δεν επικαλύπτεται με το άλλο σχήμα είτε μεμονωμένα στο μέρος που επικαλύπτεται από το άλλο σχήμα αρχικής δομής της σύνθεσης.

Η επιλογή των μερών του σχήματος που είτε δεν επικαλύπτονται είτε επικαλύπτονται από τα άλλα σχήματα αρχικής δομής, ίσως είναι ένδειξη ότι το παιδί εντόπισε το σχήμα προς αναζήτηση (μερικώς ή ολικώς) αλλά ίσως να πίστευε ότι δεν ήταν «επιτρεπτό» να χρωματίσει το μέρος το οποίο γινόταν η επικάλυψη ή αντιθέτως να επέλεγε μόνο αυτό. Το μέρος στο οποίο γίνεται η επικάλυψη ή όχι αποτελεί ένα σχήμα δευτέρας τάξης, γεγονός που φανερώνει πιθανώς μια πρώιμη μορφή έμμεσης και αυθόρμητης αποδόμησης διαστάσεων της γεωμετρικής σύνθεσης στις επιμέρους σχηματικές μονάδες που την αποτελούν (Duval, 2013).

Στον Πίνακα 5.1, που ακολουθεί, παρουσιάζονται οι πιθανές σχέσεις μεταξύ των ειδών λάθους που εντοπίστηκαν στις γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήμα επικαλύπτονται. Συγκεκριμένα, εντοπίστηκαν τα σχήματα που επέλεγαν τα παιδιά σύμφωνα με τα λάθη τους στις δύο ικανότητες αναγνώρισης αρχικών δομών και δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε τέτοιες γεωμετρικές συνθέσεις.

Αναλυτικά, τα παιδιά επέλεγαν τα ίδια σχήματα κατά την επιλογή αρχικών δομών σχημάτων που δεν ήταν στόχος αναγνώρισης. Επίσης, παρατηρήθηκε επιλογή των ίδιων σχημάτων κατά τη λανθασμένη επιλογή του μέρους που επικαλυπτόταν ή μη, με τη λανθασμένη επιλογή σχημάτων οικείων. Τέλος, φαίνεται να υπάρχει ταύτιση επιλογής σχημάτων κατά την επιλογή σχημάτων όμοιας δομής σε διαφορετικό προσανατολισμό και κατά την επιλογή του μέρους που δεν επικαλυπτόταν. Φαίνεται ότι τα παιδιά στην ικανότητα αναγνώρισης δευτέρας τάξης σχημάτων επηρεάζονται αν τα σχήμα είναι οικείο ή μη. Αυτό δεν ισχύει για την ικανότητα αναγνώρισης αρχικών δομών σχημάτων.

Πίνακας 5.1

Πιθανές Σχέσεις Ειδών Λάθους κατά την Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις που τα Σχήματα Επικαλύπτονται

		Αρχικών Δομών Σχημάτων			
		Μέρος που επικαλύπτεται	Μέρος που δεν επικαλύπτεται	Άλλο σχήμα αρχικής δομής	Μέρος που δεν επικαλύπτεται, αλλά ανήκει στο άλλο σχήμα αρχικής δομής
Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων	Σχήματα αρχικής δομής			√	
	Οικεία		√		√
	Μη Οικεία σχήματα δευτέρας τάξης	√			
	Όμοιας δομής σχημάτων δευτέρας τάξης, με διαφορετικό προσανατολισμό		√		√

Συνεχίζοντας, στη ικανότητα «αναγνώρισης σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται» υπήρχαν δύο διαφορετικές υποκατηγορίες μεταβλητών. Τα ίδια σχήματα εξετάστηκαν όταν δινόταν μόνο η ονομασία του σχήματος και όταν δινόταν συνδυασμός ονομασίας και εικονικής αναπαράστασης του σχήματος. Τα λάθη που εντοπίστηκαν στη συγκεκριμένη ικανότητα ήταν η επιλογή άλλων σχημάτων στη γεωμετρική σύνθεση, τα οποία είτε ανήκαν στην ίδια κατηγορία σχημάτων είτε σε άλλη. Η ικανότητα αυτή ίσως σχετίζεται με ικανότητες του επιπέδου «Προ-αποενσωματωτές (pre-disembedder)» από τα επίπεδα των Sarama και Clements (2009).

Από την μια, παρατηρήθηκε ότι όταν δινόταν μόνο το όνομα τα παιδιά εντόπισαν τα περισσότερα λανθασμένα σχήματα στο σχήμα του τετραγώνου. Στη γεωμετρική σύνθεση της μεταβλητής για την αναγνώριση του τετραγώνου (J1s) παρατηρείται ότι το σχήμα εφάπτεται εξωτερικά με δύο άλλα τετράπλευρα. Αναλυτικά, οι δύο από τις τέσσερις πλευρές του αποτελούν σχηματικές μονάδες (πλευρές – ευθύγραμμα τμήματα) δύο άλλων τετράπλευρων. Το γεγονός αυτό μπορεί να αποτέλεσε παράγοντα δυσκολίας εντοπισμού του σχήματος και διάκρισης του από τα υπόλοιπα της σύνθεσης. Από την άλλη, στις άλλες δύο μεταβλητές (J1t, J1re) καμία πλευρά των σχημάτων δεν εφάπτεται πλήρως εξωτερικά με άλλη δομή της σύνθεσης, παρά μόνο κάποιες από τις κορυφές των σχημάτων εφάπτονται σε μεμονωμένα σημεία άλλων σχημάτων των συνθέσεων. Ένα άλλο ιδιαίτερο χαρακτηριστικό της σύνθεσης που χρησιμοποιήθηκε στο σχήμα του τετραγώνου ήταν ότι υπήρχαν κι άλλα τετράπλευρα εκ των οποίων το ένα ήταν παραλληλόγραμμο, το οποίο θεωρείται η μεγάλη κατηγορία στην οποία ανήκει το τετράγωνο. Τα παιδιά είχαν την τάση να επιλέγουν στις απαντήσεις τους και μερικά από τα τετράπλευρα αυτά. Αυτό ίσως δείχνει τη συσχέτιση που κάνουν τα παιδιά ότι τα τετράγωνα είναι ειδική περίπτωση τετραπλεύρων (και παραλληλογράμμων), μίας που συγκεντρώνουν βασικές ομοιότητες στα χαρακτηριστικά τους, χωρίς ίσως όμως να δίνουν έμφαση στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του τετραγώνου. Επομένως, φαίνεται ότι τα παιδιά εντόπισαν τις εν μέρει τις σχέσεις εγκλεισμού των σχημάτων, χωρίς ίσως όμως να μπορούν απόλυτα να εντοπίσουν ποιο σχήμα αποτελεί τη «γενική κατηγορία» στη οποία εντάσσονται τα άλλα.

Από την άλλη, όταν δινόταν συνδυασμός λεκτικής και εικονικής αναπαράστασης το σχήμα με τα περισσότερα λάθη ήταν το τρίγωνο (J3t). Η γεωμετρική σύνθεση της μεταβλητής αυτής αποτελείτο από τρεις κατηγορίες σχημάτων (τρίγωνα, τετράπλευρα και κύκλους). Η συγκεκριμένη γεωμετρική σύνθεση ήταν πιο πολύπλοκης δομής από την αντίστοιχη που είχε χρησιμοποιηθεί στις άλλες μεταβλητές, η οποία αποτελείτο από σχήματα μόνο μία κατηγορία σχημάτων (τετράπλευρα). Η απλή γεωμετρική σύνθεση των έξι τετράπλευρων σχημάτων καθώς και η πρωτοτυπική τοποθέτηση των σχημάτων (οριζοντίως ή κατακορύφως) προς αναγνώριση, ίσως επηρέασαν την επιτυχή ανταπόκριση των παιδιών προς τις μεταβλητές αυτές.

Τα παιδιά, στη μεταβλητή J3t, ρωτήθηκαν κατά πόσο τα πόδια του ρομπότ ήταν τετράγωνα ή τρίγωνα. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι τα δύο ορθογώνια τρίγωνα που είχαν τοποθετηθεί ως «πόδια» στη γεωμετρική σύνθεση του ρομπότ είχαν μη πρωτοτυπικό προσανατολισμό και ήταν συμμετρικά. Τα πόδια του ρομπότ είχαν όντως σχήμα τριγώνου, αλλά οι πατούσες (παπούτσια) του είχαν σχήμα τετραγώνου. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με την πολυπλοκότητα της γεωμετρικής σύνθεσης και το μη πρωτοτυπικό προσανατολισμό των σχημάτων προς αναγνώριση, μπορεί να αποτέλεσε εμπόδιο στη σκέψη των παιδιών. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι κατά την εκφώνηση της μεταβλητής υπήρχε σαφής τοποθέτηση της ερευνήτριας για το συγκεκριμένο μέρος του σώματος το οποίο τα παιδιά καλούνταν να αναγνωρίσουν την ονομασία του σχήματός του.

Στον έλεγχο μεταξύ των πιθανών συσχετίσεων των λαθών για τις μεταβλητές που αφορούσαν το ίδιο σχήμα, φάνηκε ότι η πλειοψηφία των παιδιών ίσως να αντιμετωπίζει με κοινή «στρατηγική» τις δύο μεταβλητές για το κάθε σχήμα, είτε δηλαδή όταν το σχήμα δίνεται μόνο λεκτικά ως ονομασία είτε όταν δίνεται συνδυασμός λεκτικής και εικονικής αναπαράστασης.

Τέλος, στην ικανότητα «αναγνώρισης σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων» τα λάθη των παιδιών χωρίστηκαν σύμφωνα με τη θεωρία για τα διαισθητικά και μη διαισθητικά παραδείγματα και μη, για το κάθε σχήμα ξεχωριστά (Clements & Battista, 1991· Levenson et al., 2011· Tsamir et al., 2008). Οι μεταβλητές της ικανότητας αυτής παρουσίασαν μικρά ποσοστά λάθους. Τα παιδιά αναγνωρίζουν με άνεση αρκετά διαισθητικά παραδείγματα και μη των τριών σχημάτων. Ασυμφωνία όμως εντοπίζεται στον εντοπισμό των μη διαισθητικών παραδειγμάτων και μη, ανά σχήμα.

Τα παιδιά φαίνεται να αναγνωρίζουν το σχήμα του τετραγώνου πιο εύκολα από τα άλλα σχήματα, μιας που ένα σημαντικό ποσοστό παιδιών επέλεξαν μόνο όλα τα παραδείγματα του τετραγώνου, χωρίς να επιλέξουν κανένα μη παράδειγμά του. Το εύρημα αυτό έρχεται σε συμφωνία με τα ευρήματα της έρευνα των Kalenine et al. (2011), που αναφέρουν ότι τα παιδιά 5 χρονών είχαν πολύ υψηλά ποσοστά επιτυχούς αναγνώρισης των τετραγώνων ανάμεσα σε συλλογή διακριτών σχημάτων. Οι Clements at al (2003) αιτιολογούν το φαινόμενο αυτό, υποστηρίζουν ότι η εικόνα και ο ορισμός της έννοιας του τετραγώνου είναι πολύ κοντά, έτσι τα παιδιά τα αναγνωρίζουν ακόμη και αν βρίσκονται σε ομάδες σχημάτων που υπάρχουν αρκετές παραλλαγές των σχημάτων αυτών.

Από την άλλη, τα παιδιά φαίνεται να δυσκολεύονται ιδιαίτερα στην αναγνώριση του σχήματος του τριγώνου και ιδιαίτερα των μη διαισθητικών παραδειγμάτων του. Ένας σημαντικός αριθμός παιδιών εντοπίζει ως παραδείγματα τριγώνου ακόμη και τα διαισθητικά παραδείγματά του. Η δυσκολία των παιδιών με το σχήμα του τριγώνου υποστηρίζεται και ερευνητικά από αρκετούς ερευνητές (π.χ. Clements et al. 1999, Levenson et al., 2011 και Zaranis, 2014) .

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι εντοπίστηκε μία τάση των παιδιών να επιλέγουν εκτός από τα παραδείγματα των σχημάτων, έστω κι ένα από τα μη παραδείγματά τους. Το εύρημα αυτό ήταν πιο έντονο στο σχήμα του ορθογωνίου. Αυτό υποστηρίζεται και από πρόσφατες έρευνες οι οποίες αναφέρουν ότι σε κάποιες περιπτώσεις ήταν πιο εύκολο για τα παιδιά να εντοπίσουν τα μη παραδείγματα των σχημάτων αντί τα παραδείγματα τους (π.χ. Horne & Watson, 2008 · Tsamir et al., 2015).

Έρευνες αναφέρουν ότι τα παιδιά έχουν την τάση να συγκρίνουν τα καινούργια σχήματα με τα οποία έρχονται σε επαφή με τα «πρωτοτυπικά» σχήματα, τα οποία γνωρίζουν ήδη (Attneave, 1957 · Rosch, 1973). Τα σχήματα αυτά έχουν αρκετές μη κριτικές ιδιότητες που κυριαρχούν και ελκύουν το ενδιαφέρον των παιδιών (Hershkowitz, 1989 · Aslan & Arnas, 2007). Γεγονός που ταυτίζεται και με τα ευρήματα της εργασίας, αφού παρατηρείται ότι τα παιδιά επιλέγουν μη διαισθητικά μη παραδείγματα σχημάτων ως παραδείγματα.

Αναλυτικά, τα μη διαισθητικά μη παραδείγματα του τριγώνου που φαίνεται να επιλέγει μεγάλος αριθμός παιδιών ήταν: το σχήμα 12, 10, 5 και 9 (βλέπε Πίνακα 5.2). Τα συγκεκριμένα μη παραδείγματα σχημάτων είχαν την έννοια της «τριάδας» (τρεις γωνίες, τρία ευθύγραμμα τμήματα, εξαιρουμένου του σχήματος 9) και δύο από αυτά είχαν πλευρές με καμπύλα τμήματα γραμμών (σχήμα 5 και 10). Τα ευρήματα αυτά συμφωνούν και ερευνητικά με τους Tsamir et al. (2008). Από την άλλη, τα σχήμα ήταν όλα κλειστά, με συγκεκριμένες αναλογίες διαστάσεων (έμοιαζαν όλα με ισόπλευρα) και βρίσκονταν σε πρωτοτυπικές θέσεις στο χώρο. Το συγκεκριμένο εύρημα δείχνει ότι τα παιδιά κατά την αναγνώριση των τριγώνων παρατηρούν τα σχήματα για να εντοπίσουν μη κριτικές ιδιότητες όπως την έννοια της αναλογίας των διαστάσεων με έμφαση στη συμμετρία, αλλά και του προσανατολισμού του σχήματος στο χώρο (χωρίς περιστροφή). Από την άλλη, τα παιδιά εντοπίζουν κριτικές ιδιότητες όπως το κλειστό σχήμα, αγνοώντας όμως άλλες κριτικές ιδιότητες όπως τα ευθύγραμμα τμήματα πλευρών και ο αριθμός των πλευρών του σχήματος. Αυτό υποστηρίζεται και από έρευνες των Clements και Sarama (2007).

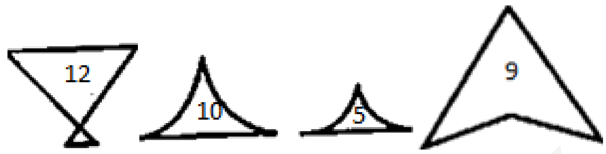
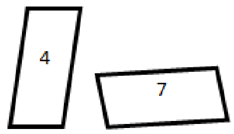
Από την άλλη, τα μη διαισθητικά μη παραδείγματα τετραγώνου που παρουσιάζουν τα υψηλότερα ποσοστά συχνότητα ήταν το σχήμα 1 και 2 (βλέπε Πίνακα 5.2). Αυτά τα σχήματα ήταν και τα δύο ορθογώνια πρωτοτυπικής αναλογίας διαστάσεων 1:2 αλλά και θέσης στο χώρο (κατακόρυφη και οριζόντια). Το σχήμα προς αναζήτηση (το τετράγωνο) είναι μια ειδική περίπτωση ορθογωνίου. Τα παιδιά ίσως αναγνώρισαν τα κοινά χαρακτηριστικά των δύο σχημάτων και εν μέρει τις σχέσεις εγκλεισμού μεταξύ τους. Έχει παρατηρηθεί και ερευνητικά ότι τα μικρά παιδιά δυσκολεύονται στη διασύνδεση διαφορετικών οπτικών αναπαραστάσεων του ίδιου γεωμετρικού αντικειμένου και των σχέσεων εγκλεισμού που υπάρχουν (Dindyal, 2015 · Hallowell et al., 2015). Πρόσφατες έρευνες αναφέρουν ότι τα πρωτοτυπικά σχήματα αποτελούν εμπόδιο στην αναγνώριση του ότι τα τετράγωνα αποτελούν μια ειδική περίπτωση ορθογωνίου (Okazaki & Fujita, 2007).

Παρομοίως, τα δύο σχήματα παρόλο που ήταν μη παραδείγματα ορθογωνίου, αλλά συγκέντρωσαν τα μεγαλύτερα ποσοστά επιλογής ήταν παραλληλόγραμμα σε πρωτοτυπικές θέσεις και συγκεκριμένης αναλογίας διαστάσεων 1:2 (σχήμα 4 και 7, βλέπε Πίνακα 5.2). Τα ορθογώνια είναι παραλληλόγραμμα, επομένως ίσως και εδώ τα παιδιά να αναγνώρισαν τη σχέση εγκλεισμού των σχημάτων ή να εντόπισαν κάποιες ομοιότητές τους. Τα προαναφερθέντα ευρήματα για το ορθογώνιο συμφωνούν ερευνητικά με αυτά των Clements και Battista (1991),αλλά και των Pinet και Gentaz (2007, 2008).

Από τη μία, λόγω του ότι τα παιδιά φαίνεται να επιλέγουν πιο έντονα συγκεκριμένα μη παραδείγματα ορθογωνίου και τετραγώνου, τα οποία ανήκουν στην ίδια ομάδα εγκλεισμού, θα μπορούσαμε ίσως να υποθέσουμε ότι οι συμπεριφορές αυτές μπορεί να είναι υποδηλώνουν ότι τα παιδιά βρίσκονται σε ένα μεταβατικό στάδιο λίγο πριν την «σφαιρική ή ολική αντίληψη» των Van Hieles (1986). Από την άλλη, η πιο πάνω συμπεριφορά των παιδιών απέναντι στο σχήμα του τριγώνου δείχνει ίσως ότι τα παιδιά ίσως για το σχήμα αυτό βρίσκονται στο «προ-αναγνωριστικό» επίπεδο της προαναφερθείσας θεωρίας πριν την «σφαιρική ή ολική αντίληψη».

Πίνακας 5.2

Επικρατέστερα Μη Διαισθητικά Μη Παραδείγματα Σχημάτων που Επιλέγουν τα Παιδιά στη Συλλογή Διακριτών Σχημάτων

Τρίγωνα	Τετράγωνα	Ορθογώνια
		

Επίδραση της Λειτουργική Σύλληψης και των Χειρονομιών στην Αντιληπτική Σύλληψη του Γεωμετρικού Σχήματος

Το δεύτερο μέρος της συζήτησης αποτελεσμάτων εστιάζεται στην επίδραση που η λειτουργική σύλληψη (γεωμετρικοί μετασχηματισμοί) και οι χειρονομίες έχουν στην αντιληπτική σύλληψη του σχήματος στη γεωμετρία. Έρευνες που ασχολήθηκαν με τις δύο αυτές πτυχές δείχνουν την σημαντικότητα χρήσης τους κατά τη διδασκαλία των γεωμετρικών σχημάτων και της γεωμετρίας γενικότερα.

Σύμφωνα με τους Sarama και Clements (2009), οι οποίοι εστιάσαν τις έρευνες τους στην προσχολική εκπαίδευσης, η χωρική αίσθηση ορίζεται ως τη διαίσθηση-αντίληψη για τα σχήματα και τις σχέσεις μεταξύ των σχημάτων. Αναλυτικά, η χωρική αίσθηση περιλαμβάνει την ικανότητα νοερής αναπαράστασης αντικειμένων και των χωρικών τους σχέσεων – το να περιστρέφεις δηλαδή αντικείμενα στο μυαλό σου. Πρόσφατα ερευνητικά δεδομένα υποστηρίζουν ότι κατά την προσχολική εκπαίδευσης τα παιδιά είναι σημαντικό να έρχονται σε επαφή με έννοιες του χώρου αλλά και να ασχολούνται με σύνθετες δραστηριότητες χωρικού συλλογισμού, μιας που μέσα από αυτές πιστεύεται ότι θα αποκτήσουν τη βάση στην οποία θα στηριχθούν οι γεωμετρικές έννοιες (Sabena, 2017). Παράλληλα, μέσα από την ανασκόπηση της βιβλιογραφίας παρουσιάστηκαν διάφορα ευρήματα που υποστηρίζουν ότι η αντίληψη των εννοιών του χώρου ενός ατόμου, συχνά αποδίδεται στην ικανότητα επιδέξιου χειρισμού ή στο μετασχηματισμό της εικόνας από το χώρο σε άλλες αναπαραστάσεις (Ekstrom et al., 1976). Παρομοίως, οι Sinclair και Bruce (2015) υποστηρίζουν ότι η γεωμετρική κατανόηση ωθείται μέσα γεωμετρικούς μετασχηματισμούς. Εντοπίστηκαν και έρευνες που υποστηρίζουν και την αντίθετη σχέση των δύο, δηλαδή ότι η μετασχηματιστική γεωμετρία θεωρείται σημαντική για την ανάπτυξη του γεωμετρικού και χωρικού συλλογισμού (Hollebrands, 2003). Έτσι, η έρευνα στη γεωμετρία των μετασχηματισμών εστιάζεται στην ανάπτυξη της γνώσης και της κατανόησης μέσα από αυτούς (Yanik & Flores, 2009).

Από την μια, οι γεωμετρικοί μετασχηματισμοί, μέσα από τους οποίους δομήθηκαν τα παρεμβατικά μαθήματα με έμφαση τη λειτουργική σύλληψη του σχήματος, εντοπίζονται στα αναλυτικά προγράμματα των Ευρωπαϊκών χωρών στα οποία θεωρείται έννοια υπό έμφαση (NCTM, 2000 · Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού της Κύπρου, 2016). Οι Van De Walle et al. (2013) υποστηρίζουν ότι βασικά στοιχεία της γεωμετρίας τα οποία πρέπει τα παιδιά να έρχονται σε επαφή είναι τα σχήματα και οι ιδιότητες τους, οι γεωμετρικοί μετασχηματισμοί, η προοπτική στο χώρο και η οπτικοποίηση του χώρου και των σχημάτων (NCTM, 2000). Σε πρόσφατες έρευνες δηλώνεται η ανάγκης ανάπτυξης και καλλιέργειας των εννοιών οπτικοποίησης, νοερής περιστροφής και μετασχηματισμού γεωμετρικών αντικειμένων, στα μικρά παιδιά ηλικίας τεσσάρων με έξι χρονών (Moss et al., 2015 · Sinclair & Bruce, 2015 · Levenson et al., 2011).

Από την άλλη, είναι γεγονός ότι τα παιδιά προσχολικής ηλικίας είναι αντιμέτωπα με ένα μεγάλο εμπόδιο επικοινωνίας της σκέψης τους, λόγω του ότι στην ηλικία αυτή δεν έχουν κατακτήσει πλήρως την ικανότητα έκφρασης και επικοινωνίας μέσω της γλώσσας. Έτσι, το σώμα και οι κινήσεις των χεριών (χειρονομίες) αποτελεί ιδιαίτερα για τα μικρά παιδιά ένα εναλλακτικό μέσο έκφρασης και επικοινωνίας (Ehrlich et al., 2006). Συγκεκριμένα, εδώ και περίπου είκοσι χρόνια υποστηρίζεται ότι το σώμα διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στη γνωστική ανάπτυξη του ατόμου στα μαθηματικά (π.χ. Maffia & Sabena, 2015). Ιδιαίτερο ενδιαφέρον δείχνουν έρευνες των τελευταίων χρόνων, που μελετούν τις χειρονομίες και τον τρόπο που αυτές συμβάλλουν στη δόμηση μαθηματικών εννοιών (π.χ. Sabena, 2017· Francaviglia, & Servidio, 2011· Elia, Gagatsis & Van Den Heuel-Panhuizen, 2014· Maffia & Sabena, 2015). Ειδικότερα, ο Radford (2009) ασχολήθηκε με τις χειρονομίες και πώς αυτές επηρεάζουν τη μαθηματική γνώση. Παρομοίως, ο Edwards (2009) αναφέρει ότι οι κινήσεις των χεριών διαισθητικά παράγονται κατά την εννοιολογική ένωση της εικονικής σκέψης και της επίλυση ενός μαθηματικού προβλήματος. Έτσι αυτό που τονίζεται από αρκετούς ερευνητές είναι ότι για την αποσαφήνιση των μαθηματικών ιδιοτήτων και σχέσεων είναι απαραίτητη η χρήση πολλαπλών σημειωτικών συστημάτων (π.χ. λέξεις, μαθηματικά σύμβολα, κινήσεις των χεριών) αλλά και των πραγματικών αντικειμένων (π.χ. Radford et al., 2007 · Duval, 2006 · Radford & Sabena, 2015 · Petridou et al., 2015).

Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι έρευνες των τελευταίων σχεδόν δέκα χρόνων, έχουν τονίσει την ανάγκη συνδυασμού μεθόδων ενσωματωμένης μάθησης με χειρονομίες και μαθηματικό λόγο για έννοιες μετασχηματισμού και προσανατολισμού στο χώρο, για την εις βάθος κατανόηση της μαθηματικής σκέψης (βλέπε Highfield & Mulligan, 2009 · Highfield et al., 2008 · Bussi & Baccaglini-Frank, 2015 · Elia, et al., 2014).

Στηριζόμενη σε βιβλιογραφική ανασκόπηση, όπως αναφέρεται πιο πάνω, η εργασία εφάρμοσε ένα παρεμβατικό πρόγραμμα με βάση του τη λειτουργική σύλληψη του σχήματος, μέσω των γεωμετρικών μετασχηματισμών, σε δύο περιβάλλοντα χρήσης των χειρονομιών, δομώντας έτσι τρεις ομάδες παρέμβασης. Στην πρώτη ομάδα τα παιδιά παρακολουθούσαν αλλά και ενθαρρύνονταν να παραγάγουν τις χειρονομίες αυτές. Στη δεύτερη ομάδα τα παιδιά απλά παρακολουθούσαν τις χειρονομίες χωρίς να ενθαρρύνονται να της αναπαράγουν. Τέλος, στην τρίτη ομάδα τα παιδιά δε χρησιμοποιούσαν καθόλου χειρονομίες, αλλά εφαρμόστηκαν τα παρεμβατικά σχέδια μαθήματος που έγιναν και στις προηγούμενες δύο ομάδες. Το παρεμβατικό αυτό εφαρμόζεται για πρώτη φορά σε τόση μεγάλη κλίμακα παιδιών.

Συνοπτικά εδώ, δίνεται έμφαση στην παράθεση και συζήτηση των διαφορών στις επιδόσεις της συνολικής ικανότητας, αλλά και των επιμέρους ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, των παιδιών ανά πειραματικές ομάδες και ομάδα ελέγχου, στα δύο μετά-πειραματικά δοκίμια. Τα ευρήματα της εργασίας απαντούν στα τελευταία δύο ερευνητικά ερωτήματα.

Διαφορές των Περιβαλλόντων Εφαρμογής Παρεμβατικού Προγράμματος ως προς την Ικανότητα Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος

Μετά το τέλος του παρεμβατικού προγράμματος, με τα διαφορετικά περιβάλλοντα εφαρμογής του, ελέγχθηκαν οι επιδόσεις των παιδιών με το πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο. Η εστίαση των αναλύσεων στα αποτελέσματα της εργασίας ήταν ο εντοπισμός των πιθανών διαφορών στις επιδόσεις των παιδιών προσχολικής ηλικίας ως προς την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος όταν συμμετέχουν ή όχι σε παρεμβατικό πρόγραμμα. Το οποίο αποτελεί το πέμπτο ερευνητικό ερώτημα.

Τα αποτελέσματα της εργασίας εντόπισαν στατιστικά σημαντικές διαφορές στην συνολική επίδοση των παιδιών στο προ-πειραματικό και στο μετά-πειραματικό δοκίμιο ανάλογα με την ομάδα στην οποία ανήκαν (ΠΟ1: με παρακολούθηση και παραγωγή χειρονομιών, ΠΟ2: με παρακολούθηση χειρονομιών, ΠΟ3: χωρίς χειρονομίες και ΟΕ: χωρίς παρεμβατικό πρόγραμμα). Η ομάδα ελέγχου εντοπίστηκε να έχει τις στατιστικά σημαντικές χαμηλότερες επιδόσεις από όλες τις πειραματικές ομάδες. Επομένως επιβεβαιώνεται με εμπειρικά δεδομένα η υπόθεση, βάσει βιβλιογραφίας, ότι υπάρχει θετική επίδραση των τεχνικών διδασκαλίας με έμφαση στη λειτουργική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος (π.χ. Duval, 2005, 2013· Gal, 2005· Soury-Lavergne & Maschietto, 2015 · Hallowell et al., 2015 · Gal & Linchevski, 2010) και των γεωμετρικών μετασχηματισμών (π.χ. Hollebrands, 2003 · Yanik & Flores, 2009 · Xistouri & Pitta-Pantazi, 2011).

Οι πειραματικές ομάδες μεταξύ τους, όμως, δεν παρουσίασαν στατιστικά σημαντικές διαφορές στη συνολική επίδοση. Γεγονός που δεν επιβεβαίωσε την υπόθεση για την συμβολή των χειρονομιών στην ανάπτυξη της συνολικής αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος.

Παρόλα αυτά, περαιτέρω αναλύσεις εντόπισαν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των επιδόσεων των παιδιών στις τέσσερις επιμέρους ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Οι διαφορές αυτές αφορούσαν μόνο μία από τις τέσσερις επιμέρους ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Συγκεκριμένα, οι διαφορές μεταξύ των επιδόσεων στην ικανότητα «αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται», παρουσιάζονται να είναι στατιστικά σημαντικές και υψηλότερες στις πειραματικές ομάδες από ότι στην ομάδα ελέγχου. Η ικανότητα αυτή κατείχε τους χαμηλότερους μέσους όρους για όλες τις ομάδες των παιδιών κατά το προ-πειραματικό δοκίμιο. Στο πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο παρατηρήθηκε μια αλματώδης ανάπτυξη της επίδοσης των παιδιών των πειραματικών ομάδων στην ικανότητα αυτή.

Από την άλλη, μετά το παρεμβατικό πρόγραμμα, τα παιδιά των πειραματικών ομάδων φάνηκε να μην παρουσιάζουν στατιστικά σημαντικές διαφορές με την ομάδα ελέγχου, όπως παρουσίαζαν κατά την πρώτη μέτρηση, στην επιμέρους ικανότητα «αναγνώρισης σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων». Συγκεκριμένα, το παρεμβατικό πρόγραμμα που παρακολούθησαν οι πειραματικές ομάδες φαίνεται να ενίσχυσε την ικανότητα αυτή, μιας που τώρα οι στατιστικά σημαντικοί μέσοι όροι σταθμίστηκαν και οι ομάδες παιδιών δεν παρουσίασαν ιδιαίτερες διαφορές στην ικανότητα αυτή. Αναλυτικά, τα μαθήματα του παρεμβατικού προγράμματος εμπεριείχαν σε ευρεία κλίμακα δραστηριότητες αναγνώρισης και χειρισμού σχημάτων (και με τη χρήση εποπτικού υλικού π.χ. σχήματα μοτίβου) σε συλλογή διακριτών σχημάτων. Οι δραστηριότητες σύνθεσης, ανάλυσης αλλά και αναδιοργάνωσης σχημάτων έμμεσα απαιτούσαν πρώτιστα την αναγνώριση σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων.

Όσο αφορά την ικανότητα «αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται», μπορεί η επιτυχής αναγνώριση δευτέρας τάξεως δομών σχημάτων ίσως απαιτεί μια πρώιμη μορφή αποδόμησης διαστάσεων των αρχικών δομών του σχήματος στις επιμέρους σχηματικές μονάδες και αργότερα την αναδιοργάνωσή τους στα πιθανά δευτέρα τάξης σχήματα που μπορούν να δομηθούν. Η διαδικασία αυτή απαιτεί λειτουργικό χειρισμό του σχήματος και συγκεκριμένα τη μερεολογική τροποποίησή του. Το παρεμβατικό πρόγραμμα της εργασίας, όπως αναφέρεται και νωρίτερα, στηρίχθηκε στη λειτουργική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος με έμφαση στη μερεολογικής τροποποίηση του σχήματος. Αναλυτικά, τα σχέδια μαθήματος του παρεμβατικού εστιάστηκαν κυρίως στη μερεολογική τροποποίησης (ανάλυση, σύνθεση και αναδιοργάνωση) του σχήματος με τη χρήση των γεωμετρικών μετασχηματισμών (μετατόπισης και περιστροφής). Η δομή του παρεμβατικού οδήγησε σταδιακά τα παιδιά στην ανάπτυξη της ικανότητας αυτής μιας που το τελευταίο μάθημα αφορούσε ακριβώς την αναγνώριση τόσο αρχικών δομών σχημάτων όσο και δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις. Επομένως, φαίνεται ότι τα μαθήματα του παρεμβατικού προγράμματος επηρέασαν σε μεγάλο βαθμό την επιμέρους ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος που αφορά την «αναγνώριση δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται». Έρευνες έδειξαν τη δυσκολία που αντιμετωπίζουν τα παιδιά κατά την αποδόμηση διαστάσεων, τονίζοντας όμως την σημαντικότητα της για την ανάπτυξη της οπτικής ευελιξία στη γεωμετρία, αλλά και της γεωμετρικής σκέψης γενικότερα (π.χ. Michael – Chrysanthou & Gagatsis, 2013· Gal & Linchevski, 2010· Kaur, 2015 · Soury-Lavergne & Maschietto, 2015 · Hallowell et al., 2015). Άξιο αναφορά είναι ότι ο Duval (2011) υποστηρίζει ότι το άτομο γίνεται γνώστης των διαφορετικών τρόπων αναγνώρισης του σχήματος (mobility of seeing) πριν ακόμη αποκτήσει γνώσεις για τα βασικά γεωμετρικά σχήματα. Έτσι, τα μικρά παιδιά πιστεύεται ότι πρέπει να έχουν την ευκαιρία να αναπτύξουν δεξιότητες οπτικοποίησης με διαφορετικούς τρόπους από νωρίς κατά την εκπαίδευση τους (Mathé, 2009), που ίσως τους βοηθήσουν στην ανάπτυξη της προαναφερθείσας επιμέρους ικανότητας της αντιληπτικής σύλληψης, αλλά και γενικότερα.

Επίσης, στη συγκεκριμένη ικανότητα «αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται» σημειώθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές και μεταξύ των επιδόσεων των παιδιών του παρεμβατικού προγράμματος που είχε χειρονομίες (ΠΟ1 με παρακολούθηση και παραγωγή) με αυτών του παρεμβατικού προγράμματος χωρίς χειρονομίες (ΠΟ3). Αναλυτικά, οι επιδόσεις των παιδιών στο παρεμβατικό με την παρακολούθηση και παραγωγή χειρονομιών είχαν στατιστικά καλύτερες επιδόσεις από τα παιδιά του παρεμβατικού χωρίς χειρονομίες. Αυτό υποστηρίζεται ερευνητικά και από την πλειάδα ερευνών για τις χειρονομίες και για την επίδραση που αναμένεται να έχουν στην γνωστική ανάπτυξη του ατόμου (Kim et al., 2011). Παρομοίως σε έρευνες των Cook et al. (2008) και Cook et al. (2010) εντοπίζεται ότι η παρακολούθηση και παραγωγή χειρονομιών συμβάλει στην αποπλαισίωση της μαθηματική γνώσης. Πλειάδα ερευνών των τελευταίων χρόνων δείχνει ότι οι χειρονομίες μπορούν να βοηθήσουν στη μάθηση και στη σύνδεση αφηρημένων μαθηματικών εννοιών με το περιβάλλον (π.χ. Alibali et al., 2014 · Maffia & Sabena, 2015). Ειδικότερα, σε έρευνα των Novack, Congdon, Hemani-Lopez & Goldin-Meadow (2014) τονίζεται ότι οι μαθητές που παρήγαν χειρονομίες έφτασαν στο σημείο της επέκτασης και της γενίκευσης, η οποία θεωρείται σημαντική συνιστώσα της μάθησης.

Στην ΠΟ3, τα παιδιά δεν παρακολουθούσαν αλλά ούτε προτρέπονταν να παραγάγουν χειρονομίες. Από τη μια, ο ερευνητής κατά την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών, της συγκεκριμένης ομάδας, που θα εφάρμοζαν στις τάξεις τους τα μαθήματα της παρέμβασης δεν έκανε καμία αναφορά σε χειρονομίες, αλλά επεξήγησε αναλυτικά τη δομή και τον τρόπο εφαρμογής των μαθημάτων λειτουργικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Από την άλλη, όμως, πρέπει να αναφερθεί η παραδοχή ότι οι συγκεκριμένοι εκπαιδευτικοί αυθόρμητα μπορεί να παρήγαγαν προσωπικές χειρονομίες κάποιας εμβέλειας στην προσπάθεια τους να επεξηγήσουν στα παιδιά τον λειτουργικό τρόπο χειρισμού των σχημάτων με μερεολογική τροποποίηση ή/και ίσως να παρότρυναν τα παιδιά να κάνουν και αυτά τις δικές τους χειρονομίες. Δεν υπάρχουν φυσικά τεκμήρια που να το αποδεικνύουν αυτό, αλλά και ούτε το αντίθετό του. Αξίζει να αναφέρουμε ότι το σώμα μας και οι κινήσεις που παράγουμε με αυτό, σύμφωνα με ερευνητές (Radford, 2009 · Cook, Duffy & Fenn, 2013) αποτελεί ένα σημειωτικό μέσο μάθησης που είναι αναπόσπαστο μέρος κάθε διδασκαλίας. Από την άλλη, έρευνες έχουν δείξει ότι ο εκπαιδευτικός αποτελεί το κύριο στοιχείο επιρροής των παιδιών στη σχολική τάξη των μαθηματικών, αφού λειτουργεί ως πρότυπο για τα παιδιά που υιοθετούν εκφράσεις, λόγια και κινήσεις που ο ίδιος χρησιμοποιεί (Sebena, 2006). Επομένως, όσο περισσότερες χειρονομίες παράγει ο εκπαιδευτικός τόσο πιο πολλές θα παράγουν τα παιδιά της τάξης του (Sinclair et al., 2016). Επομένως, όταν οι εκπαιδευτικοί στην ΠΟ1, παρήγαν συγκεκριμένες δομημένες χειρονομίες και καλούσαν τα παιδιά να κάνουν κι αυτά τις δικές τους, φαίνεται ότι αυτό επηρέασε στατιστικά σημαντικά την επίδοση τους σε σχέση με τις αυθόρμητες ίσως χειρονομίες που μπορεί να έκαναν οι εκπαιδευτικοί στην ΠΟ3.

Τα ευρήματα της εργασίας δε συνάδουν απόλυτα με αυτά των πρόσφατων ερευνών που υποθέτουν διαφορετικό επίπεδο επιρροής των παιδιών από τις χειρονομίες, όταν τα ίδια καλούνται μόνο να τις παρακολουθήσουν ή παρακινούνται να τις εφαρμόσουν και στην πράξη (Arzarello, Robutti, & Thomas, 2015 · Cook, Duffy & Fenn, 2013), μιας που δεν εντοπίστηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές με την ομάδα ΠΟ2, στην οποία τα παιδιά δεν παροτρύνονταν να παράγουν χειρονομίες αλλά μόνο τις παρακολουθούσαν. Οι επιδόσεις της ομάδας αυτής ήταν ελαφρώς χαμηλότερες από αυτές της ΠΟ3, στην οποία τα παιδιά δεν παρακολουθούσαν ούτε παροτρύνονταν να παραγάγουν χειρονομίες. Οι δομημένες χειρονομίες που παρουσιάζονταν στα παιδιά φαίνεται ίσως να αποτέλεσαν τελικά ένα επιπλέον γνωστικό «βάρος» για τα ίδια, μίας που δε υπήρχε η απαιτούμενη στήριξη και παρότρυνση για να παραγάγουν και αυτά τις δικές τους χειρονομίες, ως μέσο επικοινωνίας και εξέλιξης της σκέψης τους. Θα πρέπει να τονιστεί ότι έρευνες έχουν δείξει ότι η παραγωγή χειρονομιών αποφορτίζει το γνωστικό φορτίο του ομιλητή (Wagner et al., 2004) και υποστηρίζει την εσωτερική χωρική εξεικόνιση (Chu & Kita, 2011). Παρομοίως, έρευνες αναφέρουν ότι όταν τα παιδιά κατανοούν τα νοήματα των χειρονομιών που αναπαράγουν, μόνο τότε η παραγωγή χειρονομιών από αυτά μπορεί να αποτελέσει παράγοντα ενίσχυσης της μάθησής τους (Cook & Goldin-Meadow, 2006).

Το γεγονός αυτό ίσως δείχνει ότι υπάρχει ανάγκη διδασκαλίας με βάση το λειτουργικό χειρισμό των σχημάτων εφαρμόζοντας δεξιότητες σύνθεσης και ανάλυσης του σχήματος στηριζόμενοι σε γεωμετρικούς μετασχηματισμούς, όπου τα παιδιά θα παρακολουθούν και θα προτρέπονται να παράγουν χειρονομίες. Μέσα από αυτές τις διδασκαλίες τα παιδιά αναπτύσσουν την ικανότητα αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται, επομένως θα μπορούσε κάποιος να ισχυριστεί ότι δεν είναι θέμα αναπτυξιακής ετοιμότητας των παιδιών, όπως αναφέρεται στα επίπεδα των Sarama και Clements (2009). Τα παιδιά αν εκπαιδευτούν με βάση τη λειτουργική σύλληψη και τις χειρονομίες μπορούν να εντοπίζουν με μεγαλύτερη ευκολία τα σχήματα δευτέρας τάξης και να χειρίζονται τις νοερές εικόνες της γεωμετρικής σύνθεσης εφαρμόζοντας μία πρώιμη ίσως μορφή της αποδόμησης (ανάλυσης) των διαστάσεων του σχήματος. Ικανότητα αυτή θεωρείται ιδιαίτερα σύνθετη. Έτσι τα ευρήματα δείχνουν ότι θα μπορούσαν ίσως τα παιδιά να κατακτήσουν το επίπεδο του «Αποενσωματωτή δευτέρας τάξεως σχημάτων (secondary structure disembedder)» από την ηλικία των έξι, αντί ένα χρόνο αργότερα σύμφωνα με την πρόταση των Sarama και Clements (2009).

Διαφορές των Περιβαλλόντων Εφαρμογής Παρεμβατικού Προγράμματος ως προς την Ικανότητα Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος, Μετά Από την Πάροδο Ενός Χρονικού Διαστήματος

Μετά από την πάροδο ενός χρονικού διαστήματος (ενός μήνα) από το τέλος του παρεμβατικού προγράμματος ελέγχθηκαν οι επιδόσεις των παιδιών με το δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο. Συγκεκριμένα, επίκεντρο των αναλύσεων στα αποτελέσματα της εργασίας ήταν ο εντοπισμός της σταθερότητας των πιθανών διαφορών στις επιδόσεις των παιδιών προσχολικής ηλικίας ως προς την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος όταν συμμετέχουν ή όχι σε παρεμβατικό πρόγραμμα, μετά από την πάροδο ενός χρονικού διαστήματος. Το οποίο αποτελεί το έκτο ερευνητικό ερώτημα.

Τα ευρήματα της εργασίας έδειξαν ότι υπήρχαν στατιστικά σημαντικές διαφορές της συνολικής επίδοσης των παιδιών μεταξύ του προ-πειραματικού και του δεύτερου μετά-πειραματικού δοκιμίου, που χορηγήθηκε μετά από την πάροδο ενός χρονικού διαστήματος. Οι διαφορές αυτές εντοπίστηκαν μόνο ανάμεσα στην ομάδα ελέγχου με όλες τις πειραματικές ομάδες. Αναλυτικά, η ομάδα ελέγχου είχε στατιστικά πιο χαμηλές επιδόσεις από όλες τις άλλες ομάδες παιδιών. Επομένως, φαίνεται ότι υπήρχε μια σταθερότητα της διαφοράς και την ανωτερότητας στις επιδόσεις των παιδιών που συμμετείχαν στα μαθήματα του παρεμβατικού προγράμματος, ακόμη και μετά την πάροδο ενός χρονικού διαστήματος. Το γεγονός αυτό συμφωνεί και με ερευνητικά δεδομένα που τονίζουν τη σημαντικότητα της λειτουργικής σύλληψης στην ανάπτυξη της γενικότερης εννοιολογικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος (π.χ. Duval, 2006).

Επίσης, στατιστικά σημαντικές διαφορές εντοπίστηκαν μεταξύ των παιδιών των τεσσάρων συνολικά ομάδων, κατά την τρίτη μέτρηση (δεύτερο μετά-πειραματικό δοκίμιο), και ως προς τις τέσσερις επιμέρους ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Συγκεκριμένα, όμως οι διαφορές εντοπίστηκαν μεταξύ των επιδόσεων των παιδιών στην ικανότητα αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται. Οι διαφορές φαίνεται να παραμένουν, και στη μέτρηση αυτή, στατιστικά σημαντικές και υψηλότερες σε όλες τις πειραματικές ομάδες σε σχέση με την ομάδα ελέγχου. Επομένως, η επιμέρους ικανότητα αυτή φαίνεται να εξελίσσεται διαφορετικά στα παιδιά που συμμετείχαν στο παρεμβατικό πρόγραμμα ακόμη και μετά την έκβαση ενός χρονικού διαστήματος από αυτό. Τα παιδιά των πειραματικών ομάδων διατήρησαν τις διαφορές στις επιδόσεις τους και συνέχισαν την ανοδική τους πορεία απλά με μικρότερο ρυθμό από ότι στο πρώτο μετά-πειραματικό δοκίμιο.

Παρατηρήθηκε ότι δεν εμφανίζονται στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των επιμέρους πειραματικών ομάδων, παρόλα αυτά η πρώτη πειραματική ομάδα παρουσιάζει πάντα τους πιο υψηλούς μέσους όρους συνολικά αλλά και ανά επιμέρους ικανότητα της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Το γεγονός αυτό έρχεται σε συμφωνία με τις έρευνες που υποστηρίζουν ότι οι χειρονομίες συντείνουν τόσο κατάκτηση της γνώσης όσο και στη διατήρησή της (Cook et al., 2013). Ως εκ τούτου, φαίνεται ότι το παρεμβατικό πρόγραμμα είχε σημαντική επίδραση στις επιδόσεις των παιδιών γενικότερα στην ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης, αλλά και πιο εστιασμένα στην επιμέρους ικανότητα αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται.

Τα ευρήματα της έρευνας μαρτυρούν ότι δεν ενισχύονται όλες οι επιμέρους ικανότητες μέσα από το παρεμβατικό πρόγραμμα με λειτουργική σύλληψη και χειρονομίες. Αυτό ίσως να οφείλεται στο ότι οι επιδόσεις των παιδιών στις υπόλοιπες επιμέρους ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του σχήματος ήταν αρκετά υψηλές (Μ.Ο. σε εύρος από.60 μέχρι .70) από το προ-πειραματικό δοκίμιο (πρώτη μέτρηση). Παρόλα αυτά, τα παιδιά παρουσίασαν κάποια εξέλιξη των επιδόσεων τους και στις συγκεκριμένες ικανότητες, με την έκβαση του παρεμβατικού προγράμματος, η οποία όμως δεν ήταν στατιστικά σημαντική.

Τα Λάθη των Πειραματικών Ομάδων και Ομάδας Ελέγχου, στην Ικανότητα Αναγνώρισης Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται

Διερευνήθηκαν τα λάθη των παιδιών των διαφορετικών ομάδων (πειραματικών και ελέγχου) στην επιμέρους ικανότητα αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται, σε προ-πειραματικό και μετά-πειραματικά δοκίμια.

Η αναγνώριση εξαγώνου (μη οικείο σχήμα) σε τέτοιες συνθέσεις φάνηκε να δυσκολεύει τα περισσότερα παιδιά, ενώ τη μεγαλύτερη βελτίωση λάθους παρουσίασε μια από τις μεταβλητές αναγνώρισης τριγώνου (οικείο σχήμα). Η τάση των παιδιών να κάνουν συγκεκριμένα είδη λαθών διαφοροποιείται ανάλογα με την ομάδα των παιδιών. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά συχνότητα λάθους των παιδιών από όλες τις ομάδες φαίνεται να συγκλίνουν, κατά την πρώτη μέτρηση. Μετά το παρεμβατικό πρόγραμμα, η ομάδα ελέγχου παρουσίασε αρκετά υψηλά ποσοστά λάθους, μίας που δε συμμετείχε σε αυτό. Στο σημείο αυτό, εντοπίζονται διαφορές μεταξύ ομάδας ελέγχου και πειραματικών ομάδων, οι οποίες είναι εντονότερες στις μεταβλητές που αφορούσαν την αναγνώριση τριγώνου (οικείου σχήματος). Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η μεταβλητή αναγνώρισης του εξαγώνου (μη οικείο σχήμα) παρουσιάζει τη μικρότερη μείωση λαθών κατά τις τρείς μετρήσεις του δοκιμίου, με τις πειραματικές ομάδες ένα και τρία να έχουν τη μεγαλύτερη ποσοστιαία μείωση.

Εξετάζοντας εστιασμένα τα τρία είδη λάθους που παρατηρήθηκαν στην επιμέρους ικανότητα αυτή μετά το παρεμβατικό πρόγραμμα, εντοπίστηκε ότι τα παιδιά κυρίως της ομάδας ελέγχου τείνουν να επιλέγουν το λάθος της επιλογής των αρχικών δομών του σχήματος. Από την άλλη, η δεύτερη πειραματική ομάδα κατέχει τα πιο υψηλά ποσοστά χρήσης του λάθους αυτού, από όλες τις άλλες πειραματικές ομάδες. Τα παιδιά της συγκεκριμένης πειραματικής ομάδας παρουσιάζουν την πιο έντονη τάση επιλογής δευτέρας τάξης σχημάτων που επικαλύπτονταν ή μη (οικεία και μη) στη σύνθεση. Τα παιδιά της τρίτης πειραματικής ομάδας έτειναν να επιλέγουν τα σχήματα που δεν επικαλύπτονταν από άλλα (οικεία σχήματα).

Το τελευταίο είδος λάθους αφορούσε την επιλογή δευτέρας τάξης σχημάτων παρόμοιας δομής με αυτά προς αναζήτηση, τα οποία έχουν όμως διαφορετικό προσανατολισμό. Τα παιδιά της τρίτη πειραματικής ομάδας έτεινα να επιλέγουν το λάθος αυτό. Η πρώτη πειραματική ομάδα παρουσίασε τη μεγάλη μείωση συχνότητα των λαθών μετά το παρεμβατικό πρόγραμμα. Γεγονός που αναδεικνύει πιθανώς την επίδραση του συγκεκριμένου περιβάλλοντος εφαρμογής του παρεμβατικού προγράμματος, τόσο της λειτουργικής σύλληψης όσο και των χειρονομιών.

Εδώ, εντύπωση προκαλεί το γεγονός ότι παρουσιάστηκε έντονα το φαινόμενο μεμονωμένης επιλογής του τριγώνου σε πρωτοτυπική θέση στη μεταβλητή S2tm_b, όπου τα παιδιά αναμενόταν να αναγνωρίσουν τρία τρίγωνα στη σύνθεση. Παρατηρήθηκε ότι τα ποσοστά παιδιών που επέλεξαν μεμονωμένα το τρίγωνο αυτό, κατά τις μετρήσεις δύο και τρία, αυξάνονται ραγδαία στις πειραματικές ομάδες. Τα παιδιά που ανήκαν στις πειραματικές ομάδες, ενώ στην πρώτη μέτρηση δεν εντόπιζαν έστω εκείνο το τρίγωνο στη σύνθεση φαίνεται ότι μετά την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος είχαν μεγάλη ποσοστιαία αύξηση επιλογής του.

Περιορισμοί της Έρευνας

Αρχικά, από το πρώτο κεφάλαιο της εργασίας καταγράφονται οι περιορισμοί για την επιλογή των υποκειμένων της έρευνας, την χορήγηση των δοκιμίων (προ-πειραματικό και δύο μετά-πειραματικά), αλλά και εστιασμένα στην εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος. Στο συγκεκριμένο μέρος θα αναφερθούν οι περιορισμοί που αφορούν τόσο την γενίκευση των αποτελεσμάτων της εργασίας, όσο και τα δεδομένα που έχουν χρησιμοποιηθεί στην εργασία με στόχο την απάντηση των ερευνητικών ερωτημάτων, που είχαν τεθεί.

Από τη μια, στην παρούσα εργασία έχουν χρησιμοποιηθεί κυρίως τα ποσοτικά δεδομένα των παιδιών που έχουν συλλεχθεί από τη χορήγηση του προ-πειραματικού και των δύο μετά-πειραματικών δοκιμίων με στόχο την απάντηση των ερευνητικών ερωτημάτων της εργασίας. Τα αναστοχαστικά ημερολόγια που συμπλήρωσαν οι εκπαιδευτικοί που εφάρμοσαν στις τάξεις τους το παρεμβατικό πρόγραμμα, δεν έχουν χρησιμοποιηθεί. Τα δεδομένα αυτά θα εμπλούτιζαν περαιτέρω τις πιθανές διαφορές που εντοπίστηκαν στις τάξεις των πειραματικών ομάδων, αλλά και θα διευκρινίζονταν οι δυσκολίες που αντιμετώπισαν τα συγκεκριμένα παιδιά ανά ομάδα, κατά τη διδασκαλία των εννοιών. Επιπλέον, τα ποιοτικά αυτά δεδομένα θα βοηθούσαν στον εντοπισμό του τρόπου που οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί των παρεμβατικών προγραμμάτων αντιλαμβανόταν τη συμβολή των χειρονομιών στη διδασκαλία, αλλά και θα εντοπίζονταν οι πιθανές εισηγήσεις για τη βελτίωση των σχεδίων μαθήματος του παρεμβατικού προγράμματος και του τρόπου διεξαγωγής του. Ερευνητικά σε μετέπειτα στάδιο ίσως αξιοποιηθούν τα συγκεκριμένα δεδομένα.

Από την άλλη, τα αποτελέσματα της έρευνας για να θεωρηθούν γενικεύσιμα θα πρέπει να ληφθούν υπόψη κάποιες σημαντικές παράμετροι, όπως η αντιπροσωπευτικότητα του πληθυσμού από το δείγμα της εργασίας, αλλά και ο τρόπος διεξαγωγής των παρεμβάσεων που έχουν πραγματοποιηθεί (Schofield, 2002).

Ο πληθυσμός της έρευνας μας, όπως έχει ήδη αναφερθεί στο τρίτο κεφάλαιο της εργασίας, είναι τα παιδιά προσχολικής ηλικίας (4-6 χρονών) που φοιτούσαν σε δημόσια νηπιαγωγεία στην Κύπρο. Το δείγμα της εργασίας δεν επιλέγηκε με τυχαία δειγματοληψία, αλλά παρόλα αυτά θεωρείται αντιπροσωπευτικό του πληθυσμού της. Συγκεκριμένα τα υποκείμενα παρόλο που προέρχονται από μόνο δύο επαρχίες της Κύπρου στις οποίες υπήρχε πρόσβαση, η δειγματοληψία έλαβε υπόψη της κάποια κριτήρια όπως η τοποθεσία (αστικά ή αγροτικά), το μέγεθος (αριθμός τάξεων σχολείου) και το κοινωνικοοικονομικό επίπεδο των παιδιών.

Το παρεμβατικό πρόγραμμα, όπως αναφέρεται ήδη στο κεφάλαιο της μεθοδολογία της εργασίας, εφαρμόστηκε από τις ίδιες τις εκπαιδευτικούς των εκάστοτε τάξεων παρέμβασης. Παρότι, πριν την εφαρμογή των σχεδίων μαθημάτων της παρέμβασης πραγματοποιήθηκαν προσωπικές επιμορφώσεις των εκπαιδευτικών τόσο για την φιλοσοφία που ακολουθεί το παρεμβατικό πρόγραμμα όσο και για το κάθε σχέδιο μαθήματος συγκεκριμένα και ανάλογα με το περιβάλλον παρακολούθησης/παραγωγής των χειρονομιών στο οποίο συμμετείχαν, δεν πραγματοποιήθηκαν βιντεοσκοπήσεις για την εξασφάλιση του απόλυτου ελέγχου του τρόπου εφαρμογής τους. Αυτό οφείλεται και στη μεγάλη εμβέλεια συμμετοχής που υπήρχε, μιας που συμμετείχαν 18 τάξεις. Οι εκπαιδευτικοί που συμμετείχαν στο παρεμβατικό είχαν κάποια χρόνια πείρας στην εκπαίδευση, αλλά όχι όλοι τα ίδια. Ελάχιστοι από αυτούς ήταν κάτοχοι μεταπτυχιακού διπλώματος και ειδικότερα στην μαθηματική παιδεία. Δεν είναι βέβαιο αν τα αποτελέσματα των παρεμβατικών προγραμμάτων επηρεάστηκαν από το γεγονός αυτό και αν αυτά θα διαφοροποιούνταν αν όλα τα μαθήματα πραγματοποιούνταν από εκπαιδευτικούς με ίσο αριθμό προϋπηρεσίας ή ανάλογη ισάξια διδακτική εμπειρία και εκπαιδευτική μόρφωση. Αυτό αποτελεί σημαντικό περιορισμό της εργασίας αυτής.

Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι μιας που τα αποτελέσματα πηγάζουν από παιδιά προσχολικής ηλικίας του εκπαιδευτικού συστήματος της Κύπρου, αναμένεται αυτά να είναι επηρεασμένα από το εκπαιδευτικό και πολιτιστικό σύστημα του νησιού. Τα αποτελέσματα της εργασίας πιθανότατα να διαφοροποιούνταν αν η εργασία πραγματοποιόταν σε κάποια άλλη χώρα με διαφορετική κουλτούρα και πολιτισμό.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ VI

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Εισαγωγή

Η εργασία αυτή προτείνει ένα μοντέλο για την περιγραφή της δομής και της ανάπτυξης της ικανότητας αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος σε παιδιά προσχολικής ηλικίας, το οποίο βασίστηκε σε εμπειρικά δεδομένα. Αυτό φαίνεται να απουσιάζει από τη υπάρχουσα βιβλιογραφία μέχρι στιγμής. Υπάρχουν έρευνες για την προσχολική ηλικία που εστιάστηκαν στην αναγνώριση σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων ή σε γεωμετρικές συνθέσεις (Sarama & Clements, 2009), αλλά δεν υπάρχει με εμπειρικά δεδομένα ένα μοντέλο αυτής της αντιληπτικής σκέψης των παιδιών καθολικής περιγραφής με στοιχεία για την τάση επιπέδου δυσκολίας των επιμέρους ικανοτήτων (παράγοντες πρώτης τάξεως) που την συνθέτουν. Η παρούσα εργασία στόχευε τόσο στην ανάπτυξη και επιβεβαίωση του θεωρητικού αυτού μοντέλου, όσο και στην διερεύνηση της επίδρασης της λειτουργικής σύλληψης (γεωμετρικοί μετασχηματισμοί) και των χειρονομιών στην αντιληπτική σύλληψη των παιδιών προσχολικής ηλικίας, εξετάζοντας τα λάθη των παιδιών.

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της εργασίας όπως αυτά προκύπτουν από το προηγούμενο κεφάλαιο της συζήτησης αποτελεσμάτων, χωρισμένα σε δύο μέρη, που αφορούν από τη μία το μοντέλο αντιληπτικής σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος και από την άλλη το παρεμβατικό πρόγραμμα. Ακολούθως, γίνεται αναφορά στις εκπαιδευτικές εφαρμογές των αποτελεσμάτων της εργασίας. Κλείνοντας, παρατίθενται εισηγήσεις για μελλοντικές έρευνες.

Συνοπτική Περιγραφή Μοντέλου Αντιληπτικής Ικανότητας του Γεωμετρικού Σχήματος

Το θεωρητικό μοντέλο που αναπτύχθηκε και επιβεβαιώθηκε στην παρούσα εργασία αφορούσε τη δομή της αντιληπτικής σύλληψης του σχήματος. Η δομή αυτή αποτελείται από τέσσερις επιμέρους ικανότητες αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Η μία ικανότητα από αυτές αφορούσε στην αναγνώριση σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων. Οι άλλες τρεις αφορούσαν στην αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις. Αναλυτικά, η μια εκ των τριών ασχολείτο με την αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου δεν υπήρχε επικάλυψη σχημάτων. Οι επόμενες δύο ικανότητες αφορούσαν την αναγνώριση σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονταν. Η πρώτη αναφερόταν στην αναγνώριση αρχικών δομών σχημάτων, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για να δομήσουν το σχήμα εξ αρχής, ενώ η δεύτερη στην αναγνώριση δευτέρας τάξης σχημάτων, τα οποία δημιουργούνται από την επικάλυψη των σχημάτων.

Η δομή της αντιληπτικής σκέψης επιβεβαιώθηκε ότι παραμένει σταθερή στις δύο ηλικιακές ομάδες, δηλαδή παιδιά ηλικίας τεσσάρων με πέντε χρονών και παιδιά ηλικίας πέντε με έξι χρονών. Παρόλα αυτά, εντοπίστηκε ότι τα μικρά παιδιά είχαν στατιστικά σημαντικές χαμηλότερες επιδόσεις στη γενική ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Αναλυτικά, τα μικρά παιδιά φαίνεται ότι ίσως παρουσιάζουν συμπεριφορές «Προ-αποενσωματωτή (pre-disembedder)» του σχήματος από τα επίπεδα των Sarama και Clements (2009) για την αναγνώριση σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις, μιας που αυτά ήταν ικανά μόνο να αναγνωρίσουν σχήματα σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται. Τα πιο μεγάλα παιδιά φαίνεται ίσως να κατακτούν συμπεριφορές του επιπέδου «Απλού αποενσωματωτή (simple disembedder)» του σχήματος των Sarama και Clements (2009), μιας που φαίνεται να είναι ικανά να αναγνωρίζουν τόσο σχήματα σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται, όσο σχήματα αρχικών δομών σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται. Καμία ομάδα δεν φαίνεται να συγκεντρώνει συμπεριφορές του επιπέδου «Αποενσωματωτή δευτέρας τάξεως σχημάτων (secondary structure disembedder)» μίας που και οι δύο ηλικιακές ομάδες συγκεντρώνουν πολύ χαμηλές επιδόσεις στην επιμέρους ικανότητα αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται.

Στη συνέχεια, επιβεβαιώθηκε με εμπειρικά δεδομένα το γραμμικό δομικό μοντέλο για την τάση επιπέδου δυσκολίας των ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος (παράγοντες πρώτης τάξεως) και τις επιμέρους συνεπαγωγές των μεταβλητών τους. Στο μοντέλο αυτό η ικανότητα που τα παιδιά προσχολικής ηλικίας φαίνεται να έχουν το μικρότερο βαθμό δυσκολίας είναι αυτή της αναγνώρισης σχημάτων στη συλλογή διακριτών σχημάτων. Στη συνέχεια, τα παιδιά με μεγαλύτερο βαθμό δυσκολίας από την προηγούμενη ικανότητα αναγνωρίζουν σχήματα σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται. Η επόμενη ικανότητα με μεγαλύτερο βαθμό δυσκολίας είναι η ικανότητα αναγνώρισης αρχικών δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται. Τέλος, τα παιδιά δυσκολεύονται πολύ στην ικανότητα αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται. Το μοντέλο αυτό στηρίζει την ύπαρξη μιας συμπεριφοράς (ικανότητας αναγνώρισης σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων) που θα μπορούσε πιθανώς να ενταχθεί στα επίπεδα των Sarama και Clements (2009), έτσι ώστε να υπάρχει μια ολοκληρωμένη δομή της συνολικής ικανότητας αντιληπτικής σύλληψης του σχήματος τόσο σε γεωμετρικές συνθέσεις όσο και σε συλλογή διακριτών σχημάτων.

Ακολούθως, μελετήθηκαν τα είδη (κατηγορίες) λάθους των παιδιών στις τέσσερις επιμέρους ικανότητες και εντοπίστηκαν τα πιο συχνά λάθη ανά ικανότητα. Τα ευρήματα των αποτελεσμάτων κατέδειξαν ότι οι πιθανοί παράγοντες που ίσως να προκάλεσαν τα λάθη των παιδιών στις τέσσερις επιμέρους ικανότητες ήταν οι μη κριτικές ιδιότητες των σχημάτων (π.χ. ο προσανατολισμός του σχήματος στη σύνθεση ή στη συλλογή διακριτών σχημάτων), αλλά και στην ιδιαίτερη περίπτωση των γεωμετρικών συνθέσεων η χωρική τοποθέτηση του σχήματος στη σύνθεση (περιγραμματικά ή εσωτερικά), το μέρος που τα σχήματα επικαλύπτονται ή το μέρος που εφάπτονται εξωτερικά, ο αριθμός των σχημάτων προς αναγνώριση, αλλά και η πολυπλοκότητα της δομής της γεωμετρικής σύνθεσης. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η οικειότητα (ή μη) με το σχήμα φαίνεται να αποτέλεσε παράγοντα λάθους μόνο για την επιμέρους ικανότητα αναγνώρισης δευτέρας τάξης δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται.

Μέσα από την ανάλυση των αποτελεσμάτων φάνηκε ότι η πολυπλοκότερη ικανότητα αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος για τα παιδιά προσχολικής ηλικίας, ήταν η ικανότητα «αναγνώρισης σχημάτων δευτέρας τάξεως σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται». Σύμφωνα και με τη θεωρία του Gestalt (από Sarama & Clements, 2009), τα παιδιά δυσκολεύονται να υπερβούν κάποια οπτικά εμπόδια και να αποδομήσουν (αναλύσουν) τη σύνθεση στις επιμέρους σχηματικές της μονάδες (υποσχήματα), που θα τους οδηγήσει στη μερεολογική τροποποίηση της σύνθεσης και την αναγνώριση γεωμετρικών σχημάτων δευτέρας τάξεως. Συγκεκριμένα, αναφέρεται ότι η ανάλυση του δυσδιάστατου σχήματος σε μονοδιάστατα ευθύγραμμα τμήματα εμποδίζεται, είτε από τα ευθύγραμμα τμήματα (δομές) που παρεμβαίνουν στη δοσμένη «συνέχεια» της επιφάνειας του σχήματος (continuity), είτε από την τάση νοερής διατήρησης των αρχικών δισδιάστατων δομών που χρησιμοποιήθηκαν στη δόμηση της σύνθεση.

Αναλυτικά, η κατάκτηση της μερεολογικής τροποποίησης των σχημάτων, μπορεί να διακριθεί σε διαφορετικές συμπεριφορές των παιδιών, στηριζόμενη στα λάθη που εντοπίστηκαν κατά την αναγνώριση σχημάτων δευτέρας τάξεως σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται. Αρχικά, η πιο συχνή συμπεριφορά των παιδιών ήταν ο εντοπισμός ενός από τα σχήματα αρχικής δομής. Αυτό ίσως υποδηλώνει μια πολύ αρχική μορφή μερεολογικής τροποποίησης και αποδόμησης μόνο δισδιάστατων διαστάσεων εμφανώς διακριτών σε συνθέσεις (από 2D σχήματα σε 2D σχήματα). Εδώ, τα παιδιά φαίνεται να εντοπίζουν τα συγκεκριμένα σχήματα αρχικών δομών τα οποία έχουν τις περισσότερες κοινές σχηματικές μονάδες με το σχήμα δευτέρας τάξης που αναζητούν. Μετέπειτα, τα παιδιά αναγνωρίζουν κάποια σχήματα δευτέρας τάξεως, έπειτα από την πιθανή αποδόμηση διαστάσεων (από 2D σχήματα σε 1D μονάδες σχημάτων και έπειτα δόμηση νέων 2D σχημάτων). Τα σχήματα αυτά είναι πιο οικεία για τα ίδια ή βρίσκονται στο περίγραμμα της γεωμετρικής σύνθεσης και δεν επικαλύπτονται από άλλα σχήματα. Μία άλλη συμπεριφορά των παιδιών ήταν η αναγνώριση όμοιων σχημάτων με αυτά της δευτέρας τάξης τα οποία είναι προς αναζήτηση, χωρίς όμως να δίνουν έμφαση στον προσανατολισμό του σχήματος. Τα σχήματα αυτά θα πρέπει να αναφερθεί ότι βρίσκονται στο περίγραμμα της γεωμετρικής σύνθεσης, χωρίς να επικαλύπτονται από άλλα σχήματα. Τέλος, τα παιδιά εκδηλώνουν την συμπεριφορά αναγνώρισης άλλων σχημάτων δευτέρας τάξης που επικαλύπτονται, τα οποία μπορεί να βρίσκονται στο εσωτερικό (όχι στο περίγραμμα) της γεωμετρικής σύνθεσης και να είναι μη οικεία σχήματα προς τα παιδιά. Η τελευταία συμπεριφορά γνωστικά μπορεί να θεωρηθεί πιο σύνθετη από τις προηγούμενες.

Τα λάθη αυτά πιθανώς να αποτελούν ένα μεταβατικό πεδίο (στάδιο) ανάμεσα στον «Απλό αποενσωματωτή (simple disembedder)» σχημάτων και στον «Αποενσωματωτή δευτέρας τάξεως σχημάτων (secondary structure disembedder)» από τα επίπεδα αναγνώρισης σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις, των Sarama και Clements (2009). Περαιτέρω μελέτη χρειάζεται να γίνει για την αποσαφήνιση και περαιτέρω ανάλυση του συγκεκριμένου ευρήματος.

Η επόμενη επιμέρους ικανότητα αφορά στην «αναγνώριση αρχικών δομών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται» και ίσως αυτή να σχετίζεται με συμπεριφορές του «Απλού αποενσωματωτή (simple disembedder)» σχημάτων. Το συχνότερο είδος λάθους των παιδιών εδώ ήταν η επιλογή του μέρους του σχήματος αρχικής δομής το οποίο είτε επικαλύπτεται από το άλλο σχήμα αρχικής δομής είτε όχι. Αυτό ίσως να οφείλεται στην αντίληψη της ιδιαιτερότητας του μέρους όπου το ένα σχήμα επικαλύπτει το άλλο, το οποίο πιθανώς να μαρτυρεί ένα αυθόρμητο εντοπισμό ενός σχήματος δευτέρας τάξης και μια πρώιμη αποδόμηση διαστάσεων του σχήματος (Duval, 2013). Το συγκεκριμένο γεγονός μπορεί ίσως να μαρτυρεί μία μεταβατική συμπεριφορά από την οποία ίσως περνούν τα παιδιά κατά την μετάβαση τους από τον «Προ-αποενσωματωτή (pre-disembedder)» σχημάτων, ο οποίος εντοπίζει σχήματα σε γεωμετρικές συνθέσεις με τα σχήματα να μην επικαλύπτονται, στον «Απλό αποενσωματωτή (simple disembedder)» σχημάτων, ο οποίος αναγνωρίζει τα σχήματα αρχικής δομής της σύνθεσης.

Μια άλλη επιμέρους ικανότητα ήταν αυτή της «αναγνώρισης σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται», που ίσως να σχετίζεται με συμπεριφορές «Προ-αποενσωματωτή (pre-disembedder)» σχημάτων από τα επίπεδα των Sarama και Clements (2009). Το μέρος που τα σχήματα εφάπτονται, ο προσανατολισμός των σχημάτων αλλά και η πολυπλοκότητα της δομής της γεωμετρικής σύνθεσης φαίνεται ότι ήταν κάποιες βασικοί παράμετροι που ίσως να επηρέασαν τη συχνότητα των λαθών των παιδιών. Μέσα από τα λάθη των παιδιών διαφαίνεται μια πιθανή συσχέτιση των τετραγώνων ως ειδική περίπτωση τετραπλεύρων (και παραλληλογράμμων), μιας που συγκεντρώνουν βασικές ομοιότητες στα χαρακτηριστικά τους, χωρίς ίσως όμως τα παιδιά να δίνουν έμφαση στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του τετραγώνου. Τα παιδιά φαίνεται να εντοπίζουν την ύπαρξη σχέσης μεταξύ των σχημάτων αλλά δυσκολεύονται να ορίσουν τον εγκλεισμό που υπάρχει σε αυτά.

Τέλος, στην ικανότητα «αναγνώρισης σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων», τα παιδιά φαίνεται να αναγνωρίζουν το σχήμα του τετραγώνου πιο εύκολα από τα άλλα σχήματα. Το πιο δύσκολα αναγνωρίσιμο σχήμα είναι αυτό του τριγώνου, όπου τα παιδιά για να τα εντοπίσουν εστιάζονται σε μη κριτικές ιδιότητες (όπως την έννοια της «τριάδας», τον προσανατολισμό στο χώρο και τις αναλογίες των διαστάσεών τους), αγνοώντας κριτικές ιδιότητες (όπως τα τρία ευθύγραμμα τμήματα πλευρών). Θα πρέπει να αναφερθεί ότι ιδιαίτερα στο σχήμα του ορθογωνίου, τα παιδιά έχουν την τάση να επιλέγουν εκτός από τα παραδείγματα των σχημάτων, έστω κι ένα από τα μη παραδείγματά τους. Φάνηκε ότι τα παιδιά είχαν δυσκολία στην αντίληψη των σχέσεων εγκλεισμού μεταξύ των σχημάτων, μιας που συχνά επέλεγαν τα ορθογώνια ως παράδειγμα τετραγώνων και τα παραλληλόγραμμα ως παράδειγμα ορθογωνίων. Τα προαναφερθέντα ταυτίζονται με την υπάρχουσα βιβλιογραφία (π.χ. Clements & Battista, 1991· Clements & Sarama, 2007· Tsamir et al., 2015 · Levenson et al., 2011).

Συνοπτική Περιγραφή Παρεμβατικού Προγράμματος, με τα Περιβάλλοντα Εφαρμογής

Πρόσφατες έρευνες τονίζουν τη σημαντικότητα των χειρονομιών ως μέσο για τη διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών (Dreyfus et al., 2014). Συγκεκριμένα, τα αποτελέσματα της ερευνάς επιβεβαιώνουν αποτελέσματα ερευνών, που υποστηρίζουν την καταλληλότητα των χειρονομιών για την επικοινωνία χωρικών εννοιών (McNeill, 1992 · 2005 · Chu & Kita, 2011 · Lee, Lee, & Collins, 2009), σχήματα γεωμετρίας (Walkington et al., 2014), αλλά και γεωμετρικούς μετασχηματισμούς (Ng & Sinclair, 2013).

Αναλυτικά, στην παρούσα εργασία εφαρμόστηκε παρεμβατικό πρόγραμμα με έμφαση στη διδασκαλία γεωμετρίας μέσα από τη λειτουργική σύλληψη με τη μερεολογική τροποποίηση των σχημάτων σε συνδυασμό με τους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς κατά τη σύνθεση και ανάλυση σχημάτων. Το πρόγραμμα εφαρμόστηκε σε διαφορετικά περιβάλλοντα παραγωγής των χειρονομιών (ΠΟ1: με παρακολούθηση και παραγωγή χειρονομιών, ΠΟ2: με παρακολούθηση χειρονομιών, ΠΟ3: χωρίς χειρονομίες και ΟΕ: χωρίς παρεμβατικό πρόγραμμα).

Η υψηλή επίδοση της πρώτης πειραματικής ομάδας έναντι της ομάδας ελέγχου (χωρίς παρέμβαση), αλλά και της τρίτης πειραματικής ομάδας (χωρίς χειρονομίες), αποδεικνύει ότι οι χειρονομίες που παρακολουθεί και παράγει το άτομο, ίσως εμπλέκονται στη γνωστική αλλαγή και στον τρόπο δόμησης της γνώσης κατά την κατάκτηση της εκάστοτε έννοιας (Goldin-Meadow, 2000).

Η παραγωγή σκόπιμων χειρονομιών στη διδασκαλία και η ενθάρρυνση των παιδιών για την αναπαραγωγή τους οδηγεί στην κατάκτηση της σύνθετης επιμέρους ικανότητας της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, η οποία αφορά την αναγνώριση δευτέρας τάξης σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου υπάρχει επικάλυψη σχημάτων. Με το εύρημα αυτό φαίνεται η ανάγκη για τη χρήση χειρονομιών στην προσχολική ηλικία, όπου ο λόγος δεν έχει πλήρως αναπτυχθεί είναι επιτακτική (π.χ. Reynolds & Reeve, 2002). Η απλή παρακολούθηση χειρονομιών, χωρίς την ενθάρρυνση γι’ αναπαραγωγή τους, δε φαίνεται να παρουσίασε ιδιαίτερες διαφορές με τις άλλες δύο πειραματικές ομάδες, παρά μόνο με την ομάδα ελέγχου. Οι διαφορές αυτές όμως μάλλον οφείλονται στις μαθηματικές δραστηριότητες λειτουργικής σύλληψης του σχήματος και όχι στις χειρονομίες καθαυτές μιας που δεν εντοπίστηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές με την τρίτη πειραματική ομάδα, η οποία δε είχε καθόλου χειρονομίες.

Σημαντικό είναι να αναφερθεί ότι η σταθερότητα και η διατήρηση της υπεροχής των επιδόσεων των παιδιών των πειραματικών ομάδων έναντι της ομάδας ελέγχου, μετά από την πάροδο ενός χρονικού διαστήματος, φαίνεται να ενισχύει τα προαναφερθέντα συμπεράσματα με έμφαση στην αναγκαιότητα του λειτουργικού χειρισμού των σχημάτων.

Μετά από την εστιασμένη μελέτη των λαθών των παιδιών ανά πειραματική ομάδα και ομάδα ελέγχου, στην επιμέρους ικανότητα αναγνώριση δευτέρας τάξης σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου υπάρχει επικάλυψη σχημάτων, φάνηκε ότι υπήρχε η τάση των παιδιών της ομάδας ελέγχου να επιλέγουν πιο έντονα από όλες τις ομάδες άλλα σχήματα εκτός από αυτά που ήταν προς αναγνώριση. Συγκεκριμένα, η ομάδα αυτή έτεινε να επιλέγει έντονα τα σχήματα αρχικής δομής έναντι των δευτέρας τάξης σχημάτων. Η δεύτερη πειραματική ομάδα παιδιών έτεινε κυρίως να επιλέγει τα δευτέρας τάξης σχήματα που επικαλύπτονταν ή μη (οικεία και μη), ενώ τα συχνότερα λάθη των παιδιών της τρίτης πειραματικής ομάδας αφορούσαν στην επιλογή κυρίως των δευτέρας τάξης σχημάτων που ήταν προς αναγνώριση, αλλά σε άλλο προσανατολισμό μέσα στη σύνθεση. Τέλος, θα πρέπει να αναφερθεί ότι η πρώτη πειραματική ομάδα κατέχει τα υψηλότερα ποσοστά μείωσης λαθών στα δύο μετά-πειραματικά δοκίμια.

Τα ευρήματα δείχνουν ότι τα παιδιά που διδάσκονται γεωμετρία με έμφαση στη λειτουργική κατανόηση, όπου παρακολουθούν και παρακινούνται να παράγουν χειρονομίες ίσως να καταφέρουν να κατακτήσουν νωρίτερα από την προτεινόμενη ηλικία συμπεριφορές που να τους οδηγούν στον «Αποενσωματωτή δευτέρας τάξεως σχημάτων (secondary structure disembedder)» των Sarama & Clements (2009). Αυτό όμως χρήζει επιβεβαίωσης από άλλες έρευνες ποιοτικής ανάλυσης των συμπεριφορών των παιδιών.

Εκπαιδευτικές Εφαρμογές του Μοντέλου και του Παρεμβατικού Προγράμματος

Η παρούσα εργασία ανέδειξε την σημαντικότητα της διδασκαλίας εννοιών λειτουργικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος αλλά και του περιβάλλοντος παρακολούθησης και παραγωγής χειρονομιών. Το θεωρητικό και αναπτυξιακό μοντέλο που δομήθηκε θα ήταν δυνατό να αποτελέσει εργαλείο τόσο για εκπαιδευτικούς όσο και για ερευνητές της μαθηματικής παιδείας. Οι τέσσερις επιμέρους ικανότητες που δομούν την αντιληπτική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος αποτελούν διαστάσεις πολύ σημαντικές, τις οποίες οι εκπαιδευτικοί προσχολικής εκπαίδευσης θα πρέπει να λάβουν υπόψη τους κατά τη δόμηση διδασκαλιών γεωμετρίας. Συγκεκριμένα, θα πρέπει να δομήσουν δραστηριότητες με παραγωγή και παρακολούθηση χειρονομιών, που να στοχεύουν στην ενδυνάμωση του λειτουργικού χειρισμού των σχημάτων μέσω ίσως των γεωμετρικών μετασχηματισμών, έτσι ώστε να ενισχυθεί η αντιληπτική σύλληψη των μικρών παιδιών για το γεωμετρικό σχήμα.

Το αναπτυξιακό μοντέλο των τεσσάρων επιμέρους ικανοτήτων αντιληπτικής σύλληψης (πρώτης τάξεως παράγοντες) εισηγείται ότι θα ήταν καλό η διδασκαλία για την ανάπτυξη της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος να στηρίζεται στον ιεραρχικό αυτό τρόπο ανάπτυξης τους. Αρκετές έρευνες έχουν τονίσει ότι η δόμηση της έννοιας στα παιδιά φάνηκε ότι επηρεάζεται τόσο από την εκάστοτε διδασκαλία που επιδέχονται όσο και από τα υλικά με τα οποία έρχονται σε επαφή (π.χ. Maier & Benz, 2013 · Gergelitsová, 2007 · Lee, Lee, & Collins, 2009). Επομένως, η διαβάθμιση των δραστηριοτήτων και ο τρόπος που οι εκπαιδευτικοί επιλέγουν να μετασχηματίσουν την έννοια σε περιεχόμενο διδασκαλίας επηρεάζει γνωστικά τα παιδιά.

Αρχικά, οι εκπαιδευτικοί σύμφωνα με το αναπτυξιακό μοντέλο θα ήταν καλό να δομούν μαθήματα και δραστηριότητες αναγνώρισης σχημάτων σε συλλογή διακριτών σχημάτων. Στις δραστηριότητες αυτές είναι σημαντικό να αποφεύγεται η έμφαση στα πρωτοτυπικά σχήματα (Clements et al., 1999). Εδώ θα πρέπει να δίνονται αρκετά παραδείγματα και μη παραδείγματα τα οποία να είναι διαισθητικά και μη, για να δομηθεί μια ισχυρή εικόνα γνώσης περιεχομένου, στηριζόμενη στις κριτικές ιδιότητες των σχημάτων (Owens, 2014 · Clements et al., 1999).

Στη συνέχεια, θα ήταν καλό δομούνταν δραστηριότητες αναγνώρισης σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα δεν επικαλύπτονται. Ιδιαίτερη προσοχή θα πρέπει να δοθεί στα διαφορετικά είδη των σχημάτων που θα χρησιμοποιηθούν στις συνθέσεις αλλά και στο σημείο που τα σχήματα εφάπτονται σε συνδυασμό με τον προσανατολισμό των σχημάτων στις συνθέσεις αυτές. Οι γεωμετρικές συνθέσεις όσο πιο πολύπλοκες γίνονται τόσο πιο δύσκολη είναι και η αναγνώριση συγκεκριμένων σχημάτων σε αυτές.

Ακολούθως, τα παιδιά μπορούν να μεταβούν σε δραστηριότητες αναγνώρισης σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται. Συγκεκριμένα, θα πρέπει να γίνει αναφορά στην αναγνώριση αρχικών δομών σχημάτων και ακολούθως σχημάτων δευτέρας τάξης. Τα τελευταία είναι και τα πιο δύσκολα για τα παιδιά. Η οικειότητα ή μη με τα σχήματα καθώς και η περιστροφή των σχημάτων από την πρωτοτυπική θέση, αλλά και ο αριθμός των υπό αναγνώριση σχημάτων, μπορεί να αποτελέσουν στοιχεία διαφοροποίησης του βαθμού δυσκολίας των δραστηριοτήτων.

Τα ευρήματα της παρούσας εργασίας προτάσσουν την ανάγκη τροποποίησης της διδασκαλίας της γεωμετρίας στην προσχολική εκπαίδευση, των παιδιών ηλικίας τεσσάρων με έξι χρονών. Η διδασκαλία της γεωμετρίας είναι πια φανερό ότι δεν είναι αρκετό να επικεντρώνεται μόνο στην απλή αντιληπτική αναγνώριση των σχημάτων στο χώρο, αλλά θα πρέπει να δίνεται εξίσου σημασία σε έργα που αφορούν πτυχές της λειτουργικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος που απαιτούν την ανάλυση του σε επιμέρους σχηματικές μονάδες αναδομώντας το μερεολογικά (Duval, 2013, 2014). Τα έργα αυτά αποτελούν μέρος της επιμέρους ικανότητας αναγνώρισης δευτέρας τάξης σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις όπου τα σχήματα επικαλύπτονται.

Ο Duval (2014) προτάσσει τη γνωστική ικανότητα αποδόμησης των διαστάσεων του σχήματος στις επιμέρους σχηματικές μονάδες ως σημαντική πρόκληση στη διδασκαλία της γεωμετρίας. Από την άλλη, αυτό όμως απαιτεί τεράστιες τροποποιήσεις στους διδακτικούς στόχους της γεωμετρίας, από την προσχολική ηλικία μέχρι και το δημοτικό σχολείο (Duval & Godin, 2005).

Έχει παρατηρηθεί ότι σύμφωνα με τις πρόσφατες αλλαγές στους δείκτες επιτυχίας της γεωμετρίας για την προσχολική ηλικία στους οποίους έχει προβεί το Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού της Κύπρου κ.ά. (2010-2016) κατά τη σχολική χρονιά 2016-2017, οι δείκτες επιτυχίας των γεωμετρικών μετασχηματισμών μετατίθενται στη Β' τάξη του δημοτικού σχολείου. Στην προσχολική εκπαίδευση παραμένουν δείκτες που αφορούν στην περιγραφή θέσεων αντικειμένων στο χώρο (χωροταξικές έννοιες), στην αντιληπτική αναγνώριση των δισδιάστατων γεωμετρικών σχημάτων ανεξάρτητος μεγέθους και προσανατολισμού, αλλά και δείκτες για την σύνθεση και ανάλυση σχημάτων με τη χρήση υλικού (σχήματα μοτίβου). Μέσα από την παρούσα εργασία διαφαίνεται η επιτακτική ανάγκη αναδιαμόρφωση του περιεχομένου της γεωμετρίας για την προσχολική ηλικία. Τα παιδιά φαίνεται να είναι ικανά να ασχοληθούν με έννοιες γεωμετρικών μετασχηματισμών από πιο μικρή ηλικία από την ηλικία των 8-9 χρονών, όπως προνοείται στο αναλυτικό πρόγραμμα. Δομώντας τις ανάλογες διδασκαλίες τα παιδιά μπορούν να χειριστούν και τέτοιες έννοιες πιο πολύπλοκης σκέψης. Αναλυτικά, το περιεχόμενο της γεωμετρίας σε αυτό το ηλικιακό εύρος θα μπορούσε να ενισχυθεί με δείκτες επιτυχίας που να αφορούν το λειτουργικό – μερεολογικό χειρισμό των σχημάτων προωθώντας την μαθηματική αναγνώριση των γεωμετρικών σχημάτων, αλλά και την αποδόμηση των διαστάσεων του σχήματος σε επιμέρους σχηματικές μονάδες. Στο δείκτη για την ανάλυση και σύνθεση σχημάτων θα μπορούσε να προστεθεί η αναδιοργάνωση των γεωμετρικών συνθέσεων χρησιμοποιώντας γεωμετρικούς μετασχηματισμούς.

Ως επιτακτική ανάγκη φαίνεται να είναι η αλλαγή του τρόπου διδασκαλίας των παιδιών στη γεωμετρία, σύμφωνα και με άλλους ερευνητές, λαμβάνοντας όμως υπόψη και την ενσωματωμένη θεωρία της γνώσης (π.χ. Kim et al., 2011). Συγκεκριμένα, οι Kim et al. (2011) χαρακτηριστικά αναφέρουν ότι οι στατικές εικόνες της γνώσης που έχουν εκ φύσεως οι μαθηματικές έννοιες πρέπει να αλλάξουν και να αναδομηθούν. Σε αυτές θα πρέπει να προστεθούν κι άλλα σημειωτικά συστήματα όπως η προφορική και η γραπτή γλώσσα, αλλά και το ίδιο σώμα (με τις κινήσεις του) στο οποίο ενσωματώνεται η γνώση των παιδιών. Συγκεκριμένα, η παραγωγή χειρονομιών, αλλά και η ενθάρρυνση των παιδιών να επικοινωνούν μέσα από αυτές μεταβιβάζοντας τις ιδέες τους στους συνομιλητές τους, ιδιαίτερα στην ηλικία όπου ο προφορικός λόγος δεν είναι επαρκώς ανεπτυγμένος, θεωρείται για τους εκπαιδευτικούς ένα πολύ σημαντικό διδακτικό εργαλείο. Τα παρεμβατικό πρόγραμμα της εργασίας έδειξε ακριβώς αυτή την ανάγκη παρακολούθησης και παραγωγής χειρονομιών, ενισχύοντας και επιβεβαιώνοντας τη χρησιμότητα τους στην ανάπτυξη σύνθετων πτυχών της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος.

Εισηγήσεις για Μελλοντικές Έρευνες

Η παρούσα εργασία μελέτησε τη δομή της αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος, καθώς και την επίδραση της λειτουργικής σύλληψης και των χειρονομιών σε αυτήν. Η προαναφερθείσα δομή και το αναπτυξιακό μοντέλο των παραγόντων πρώτης τάξεως της, χρήζουν περαιτέρω μελέτης και επιβεβαίωσης μέσα από παρόμοιες έρευνες σε μεγαλύτερο δείγμα παιδιών προσχολικής ηλικίας, αλλά ίσως και παιδιών των πρώτων τάξεων του δημοτικού σχολείου. Ενδιαφέρον θα ήταν να μελετηθεί και η ύπαρξη πιθανών ομάδων παιδιών με κοινές συμπεριφορές ως προς το προτεινόμενο μοντέλο αντιληπτικής σύλληψης.

Η ανάλυση των ποσοτικών δεδομένων κατέδειξε στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των παιδιών τεσσάρων με πέντε χρονών και των παιδιών πέντε με έξι χρονών. Έτσι, θα μπορούσε να γίνει μια πιο εστιασμένη έρευνα ποιοτικής φύσεως για τις διαφοροποιήσεις που υπάρχουν μεταξύ των παιδιών των δύο ηλικιακών ομάδων. Η έρευνα μπορεί να αφορά τόσο ανάλυση του τρόπου χειρισμού και αναγνώρισης γεωμετρικών σχημάτων, όσο και στο διαφορετικό τρόπο που οι χειρονομίες μπορεί να επιδρούν στις δύο αυτές ηλικιακές ομάδες, λαμβάνοντας υπόψη την αδυναμία λεκτικής έκφρασης που παρουσιάζεται και τις ραγδαίες αλλαγές στην ανάπτυξη των παιδιών αυτής της ηλικίας.

Για το παρεμβατικό πρόγραμμα μία άλλη πρόταση μελέτης θα μπορούσε να ήταν η διερεύνηση των μαθημάτων των πειραματικών ομάδων με βιντεοσκοπήσεις ή με παρατήρηση από ερευνητές, που θα κρατούσαν πρακτικά στηριζόμενοι σε μια κλείδα παρατήρησης. Η εκτεταμένη μελέτη των δεδομένων ποιοτικής φύσεων του παρεμβατικού προγράμματος θα έφερνε στην επιφάνεια τον αναλυτικό τρόπο σκέψης των παιδιών κατά το χειρισμό δραστηριοτήτων λειτουργική σύλληψης με ή χωρίς χειρονομίες. Με τον τρόπο αυτό θα εφαρμοζόταν τριγωνοποίηση των δεδομένων και η εγκυρότητα των αποτελεσμάτων θα ήταν μεγαλύτερη (Creswell, 2009).

Τα ευρήματα της εργασίας αυτής έδειξαν ότι καλό θα ήταν να εξεταστεί η επιρροή της λειτουργικής σύλληψης, αλλά και των χειρονομιών σε ένα ίσως πιο μεγάλο παρεμβατικό πρόγραμμα το οποίο θα αποσκοπεί στην ανάπτυξη της ικανότητας αντιληπτικής σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος. Στο παρεμβατικό αυτό πρόγραμμα θα μπορούσε να εντάσσονταν πιο πολλές διδασκαλίες μερεολογικής τροποποίησης των σχημάτων με τη χρήση των χειρονομιών στα διαφορετικά περιβάλλοντα. Εδώ, θα μπορούσε να γίνει και μια ανάλυση της εξέλιξης του είδους των χειρονομιών που τα παιδιά χρησιμοποιούν με την πάροδο των διδασκαλιών, αλλά και του τρόπου αλλαγής της συχνότητά τους.

Τέλος, θεωρείται απαραίτητο να διερευνηθούν οι πεποιθήσεις και οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών προσχολικής ηλικίας για τη χρήση χειρονομιών ως μέσο διδασκαλίας και ενίσχυσης της σκέψης των μικρών παιδιών για έννοιες γεωμετρίας, αλλά και του λειτουργικού χαρακτήρα της διδασκαλίας της γεωμετρίας. Δομημένες συνεντεύξεις των εκπαιδευτικών, αλλά και πιθανές βιντεοσκοπήσεις των διδασκαλιών σε συνδυασμό με τα έργα των παιδιών, θα μπορούσαν να αποτελέσουν μερικά από τα μέσα συλλογής δεδομένων για σχολιασμό και αναστοχασμό της επίδρασης των χειρονομιών στη διδασκαλία της γεωμετρίας.

Ξενόγλωσση

Alibali, M. W. (2005). Gesture in spatial cognition: Expressing, communicating, and thinking about spatial information. *Spatial Cognition and Computation*, *5*(4), 307-331.

Alibali, M. W., Kita, S., and Young, A. (2000). Gesture and the process of speech production: We think, therefore we gesture. *Language and cognitive processes*, *15*, 593- 613. doi:10.1.1.135.7269

Alibali, M.W., Nathan, M. J.,Wolfgram,M. S., Church, R. B., Jacobs, S. A., Johnson Martinez, C., & Knuth, E. J. (2014). How teachers link ideas in mathematics instruction using speech and gesture: a corpus analysis. *Cognition and Instruction*, *32*, 65–100. doi:10.1080/07370008.2013.858161.

Arai, M. (2014). Japanese first grade's concept formation of geometric figure: Focusing on viewpoint change wile identifying figures. *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp.49-56). Hobart, Tasmania: PME.

Arzarello, F. (2006). Semiosis as a Multimodal Process. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, (Esp), 267-299.

Arzarello, F. (2008). Mathematical landscapes and their inhabitants: Perceptions, languages, theories. In M. Niss (Ed.), *Proceedings of ICME-10* (pp. 417-421). IMFUFA, Roskilde University, Denmark. Available http://www.icme10.dk/proceedings/pages/ICME_pdf-files/p08_arzarello.pdf.

Arzarello, F., & Edwards, L. (2005). Gesture and the construction of mathematical meaning (research forum 2). In H. L. Chick, & J. L. Vincent (Eds.). *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp.122-145). Melbourne: PME.

Arzarello, F., & Robutti, O. (2008). Framing the embodied mind approach within a multimodal paradigm. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 716–744). London: Routledge.

Arzarello, F., & Sabena, C. (2014). Analytic-structural functions of gestures in mathematical argumentation processes. *Emerging perspectives on gesture and embodiment*, 75-103.

Arzarello, F., Ferrara, F., Robutti, O., & Paola, D. (2005). The genesis of signs by gestures. The case of Gustavo. In H. L. Chick, & J. L. Vincent (Eds.). *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp.73-80). Melbourne: PME.

Arzarello, F., Paola, D. Robutti, O., & Sabena, C. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. Educational Studies in Mathematics, *70*(2), 97-109. doi: 10.1007/s10649-008-9163-z

Arzarello, F., Robutti, O., & Thomas, M. (2015). Growth point and gestures: looking inside mathematical meanings. *Educational Studies in Mathematics*, *90*(1), 19-37. doi: 10.1007/s10649-015-9611-5

Arzarello, F., Thomas, O. J. M., Coballis, C. M., Hamm, P. J., Iwabuchi, S., Lim, K. V., Phillips, N., & Wilson, J., A. (2009). Didactical consequences of semantically meaningful mathematical gestures. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 57-64). Thessaloniki, Greece: PME.

Aslan, D., & Arnas, Y. A. (2007). Three-to six-year-old children's recognition of geometric shapes. *International Journal of Early Years Education*, *15*(1), 83-104.

Attneave, F. (1957). Transfer of experience with a class schema to identification of patterns and shapes. *Journal of Experimental Psychology, 54*, 81–88.

Ayers, J. B., Cannella, G. S., & Search, J. M. (1979). Geometric Embedded Figure Identification and Construction By Lower Grade Children. *School Science and Mathematics, 79*(8), 677-689.

Bara, F., Gentaz, E., Sprenger-Charolles, & Cole, P. (2004). The visuo-haptic and haptic exploration of letters increases the kindergarten-children's reading acquisition. *Cognitive Development*, *19*, 433–449.

Bates E. (1976). *Language and context*. Orlando, FL: Academic Press.

Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, *2*, 843-908.

Battista, M. T., & Clements, D. H. (1991). *Logo geometry*. Morristown, NJ: Silver Burdett, & Ginn.

Bazzini, L., Sabena, C., & Villa, B. (2009). Meaningful context in mathematical problem solving: A case study. *Proceedings of the 3rd International Conference on Science and Mathematics Education*, 343-351.

Beilin, H. (1984). Cognitive theory and mathematical cognition: Geometry and space. *Applications of cognitive-developmental theory*, 49-93.

Bernstein, J. H., & Waber, D. P. (1996). *Developmental scoring system for the Rey-Osterrieth complex figure: DSS ROCF*. Psychological Assessment Resources.

Bishop, A. (1983). *Space and geometry*. In R. Lesh and M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 175-203). New York: Academic Press.

Blachman, B., Tangel, D., Wynne-Ball, E., Black, R., & McGraw, C. (1999). Developing phonological awareness and word recognition skills: A two year intervention with low-income, inner city children. *Reading and Writing: An Interdisciplinary Journal*, *11*, 239–273. doi: 10.1023/A:1008050403932

Bobis, J., Clarke, B., Clarke, D., Thomas, G., Wright, R., Gould, P., et al. (2005). Supporting teachers in the development of young children's mathematical thinking: Three large scale cases. *Mathematics Education Research Journal*, *16*(3), 27–57. doi: 10.1007/BF03217400

Bodin, A., Coutourier, R., & Gras, R. (2000). *CHIC : Classification Hiérarchique Implicative et Cohésive-Version sous Windows – CHIC 1.2.* Rennes: Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques.

Bright, G. W. (1975). Identification of Embedded Figures by Primary Grade Children1. *School Science and Mathematics*, *75*(6), 535-541.

Broaders, S., Cook, S. W., Mitchell, Z., & Goldin-Meadow, S. (2007). Making children gesture reveals implicit knowledge and leads to learning. *Journal of Experimental Psychology: General*, *136*, 539–550. doi:10.1037/0096-3445.136.4.539.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer

Brown, V. L., Cronin, M. E., & Bryant, D. P. (2012). *Test of mathematical abilities* (3rd ed.). Austin, TX: PRO-ED.

Bruce, C. D., & Hawes, Z. (2015). The role of 2D and 3D mental rotation in mathematics for young children: what is it? Why does it matter? And what can we do about it?. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education, 47*(3), 331-343. doi: 10.1007/s11858-014-0637-4

Bryant, D. P. (2009). Understanding space and its representation in mathematics. In T. Numes, P. Bryant, & A. Watson (Eds.), *Key understanding in mathematics learning.* London, UK: Nuffield Foundation.

Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education, 17,* 31-48. doi: 10.2307/749317

Burton, L. J., & Fogarty, G. J. (2003). The factor structure of visual imagery and spatial abilities. *Intelligence*, *31*(3), 289-318.

Bussi, M. B., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. *Handbook of international research in mathematics education,* New York, 746-783.

Bussi, M. G. B., & Baccaglini-Frank, A. (2015). Geometry in Early Years: Sowing Seeds for a Mathematical Definition of Squares and Rectangles. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education, 47*(3), 391-405.doi:10.1007/s11858-014-0636-5

Byrne, B. M. (2016). *Structural equation modeling with AMOS: Basic concepts, applications, and programming*. New York: Routledge.

Carpenter, T. P., & Fennema, E. (1992). Cognitively guided instruction: Building on the knowledge of students and teachers. *International Journal of Educational Research, 17*(5), 457-470.

Casey, B., Erkut, S., Ceder, I. & Young, J. M. (2008). Use of a storytelling context to improve girls' and boys' geometry skills in kindergarten. *Journal of Applied Developmental Psychology, 29*(1), 29-48.

Charalambous, C. Y., & Hill, H. C. (2012). Teacher knowledge, curriculum materials, and quality of instruction: Unpacking a complex relationship. *Journal of Curriculum Studies, 44*(4), 443-466.

Chen, C. L., & Herbst, P. (2013). The interplay among gestures, discourse, and diagrams in students' geometrical reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(2), 285-307. doi: 10.1007/s10649-012-9454-2

Chu, M., & Kita, S. (2011). The nature of gestures' beneficial role in spatial problem solving. *Journal of Experimental Psychology: General, 140*(1), 102-116. doi: 10.1037/a0021790

Clements, D. H. (1998). *Geometric and spatial thinking in young children*. (ERIC Document Reproduction Service No. ED436232)

Clements, D. H. (2004). Geometric and spatial thinking in early childhood education. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*, 267-297.

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1991). *The development of a Logo-based elementary school geometry curriculum* (Final Report: NSF Grant No.: MDR-8651668).

Buffalo, NY/Kent, OH: State University of New York at Buffalo/Kent State University.

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420-464). New York: Macmillan.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: Summative research on the Building Blocks project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 136-163. doi: 10.2307/30034954

Clements, D. H., & Sarama, J. (2011). Early childhood teacher education: the case of geometry. *Journal of mathematics teacher education*, *14*(2), 133-148. doi: 10.1007/s10857-011-9173-0

Clements, D. H., Sarama, J., & DiBiase, A. M. (Eds.). (2003). *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Routledge.

Clements, D. H., Swaminathan, S., Hannibal, M. A. Z., & Sarama, J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*(2), 192-212. doi: 10.2307/749610

Clements, D. H., Wilson, D. C., & Sarama, J. (2004). Young children's composition of geometric figures: A learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, *6*(2), 163-184.

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences (2nd ed.).* Hillsdale, NJ: Lawrence Earlbaum Associates.

Colarusso, R. P., & Hammill, D. D. (1972). *Motor-free visual perception test*. Academic Therapy Pub.

Common Core State Standards Initiative (CCSSI). (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers. http://www.corestandards .org/wp-content/uploads/Math_Standards.pdf

Cook, S. W., & Goldin-Meadow, S. (2006). The role of gesture in learning: Do children use their hands to change their minds?. *Journal of cognition and development*, *7*(2), 211-232.

Cook, S. W., Duffy, R. G., & Fenn, K. M. (2013). Consolidation and transfer of learning after observing hand gesture. *Child development*, *84*(6), 1863-1871. doi: 10.1111/cdev.12097

Cook, S. W., Mitchell, Z., & Goldin-Meadow, S. (2008). Gesturing makes learning last. *Cognition*, *106*(2), 1047-1058. doi: 10.1016/j.cognition.2007.04.010

Cook, S. W., Yip, T. K., & Goldin-Meadow, S. (2010). Gesturing makes memories that last. *Journal of memory and language*, *63*(4), 465-475. doi:10.1016/j.jml.2010.07.002

Creswell, J. (2009). *Research Design. Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches*. California: Sage Publications.

Cronbach, L. J. (1970). *Essentials of Psychological testing* (3rd ed.). New York: Harper and Row.

Deliyianni, E., Elia, I., Gagatsis, A., Monoyiou, A., & Panaoura, A. (2009). A theoretical model of students' geometrical figure understanding. In *The 6th Conference of the*

European Society for Research in Mathematics Education: Working Group 5, Geometrical Thinking (pp. 696-705).

Deliyianni, E., Michael, P., Monoyiou, A., Gagatsis, A., & Elia, I. (2011). A composite model of students' geometrical figure understanding. In Ubuz, B. (Ed.). *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 257-264). Ankara, Turkey: PME.

Department for Children, Schools and Families. (2008). Statutory framework for the early years foundation stage.

Dickinson, D. K., St Pierre, R. B., & Pettengill, J. (2004). High-quality classrooms: A key ingredient to family literacy programs' support for children's literacy. *Handbook of family literacy*, 137-154.

Dindyal, J. (2015). Geometry in the early years: a commentary. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education, 47*(3), 519-529. doi: 10.1007/s11858-015-0700-9

Dissanayake, S. N., Karunananda, A. S., & Lekamge, G. D. (2007). Use of computer technology for the teaching of primary school mathematics. *OUSL Journal*, *4*, 33–52.

Donaldson, M. (2010). *Come ragionano i bambini*. Milano: Springer-Verlag Italia. (Italian version of Children's Minds. Fontana Press, 1978).

Dufour-Janvier, B., Bednarz, N., & Belanger, M. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 109-122). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Duval, R. (1995). Geometrical Pictures: Kinds of Representation and Specific Processings. In R. Sutherland & J. Mason (Eds.), *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education*, (p.142-157). Germany: Springer.

Duval, R. (1999). Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic Issues for learning. In F. Hitt and M. Santos (Eds.), *Proceedings of the 23th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 1, pp. 3-26). Haifa, Israel: PME. Retrieved from ERIC ED 466 379.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *10*, 5–53.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *61*, 103- 131. doi: : 10.1007/s10649-006-0400-z

Duval, E. (2011). Attention please!: learning analytics for visualization and recommendation. *Proceedings of the 1st International Conference on Learning Analytics and Knowledge* (pp. 9-17). ACM.

Duval, R. (2013). The first crucial point in geometry learning: Visualization. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, *1*(1-2), 23-37.

Duval, R. (2014). Commentary: Linking epistemology and semio-cognitive modeling in visualization. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, *46*(1), 159-170. doi: 10.1007/s11858-013-0565-8

Duval, R., & Godin, M. (2005). Les changements de regard ne´cessaires sur les figures. *Grand N*, *76*, 7–27.

Edwards, L. D. (2009). Gestures and conceptual integration in mathematical talk. *Educational Studies in Mathematics*, *70*(2), 127-141. doi: 10.1007/s10649-008-9124-6

Ehrlich, S. B., Levine, S. C., & Goldin-Meadow, S. (2006). The importance of gesture in children's spatial reasoning. *Developmental psychology*, *42*(6), 1259. doi: 10.1037/0012-1649.42.6.1259

Ekstrom, R. B., French, J. W., Harman, H. H., & Dermen, D. (1976). Manual for kit of factor-referenced cognitive tests. Princeton, NJ: Educational testing service.

Elia, I., Evangelou, K., Hadjittoouli, K., & Van den Heuvel-Panhuizen, M., (2014). A kindergartner's use of gestures when solving a geometrical problem in different spaces of constructed representation. *Revista Lationoamericana de Investigacion en Mathematica Educativa (Relime), 17*(*4*), 199-220.

Elia, I., & Gagatsis, A. (2003). Young children's understanding of geometric shapes: The role of geometric models. *European Early Childhood Education Research Journal*, *11*(2), 43-61.

Elia, I., Gagatsis, A., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2014). The role of gestures in making connections between space and shape aspects and their verbal representations in the early years: findings from a case study. *Mathematics Education Research Journal*, *26*(4), 735-761. doi: 10.1007/s13394-013-0104-5

Elia, I., Gagatsis, A., Michael, P., Georgiou, A., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2011). Kindergartners' use of gestures in the generation and communication of spatial thinking. *The 7th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*: Working Group 13:1842-1851. Rzeszów, Poland: ERME.

Estes, D. (1998). Young children's awareness of their mental activity: The case of mental rotation. *Child development*, *69*(5), 1345-1360. doi: 10.2307/1132270

Fesakis, G., Sofroniou, C., & Mavroudi, E. (2011). Using the internet for communicative learning activities in kindergarten: The case of the "Shapes Planet". *Early Childhood Education Journal*, *38*(5), 385-392. doi: 10.1007/s10643-010-0422-0

Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics, 24*(2), 139-162.

Fischbein, E., & Nachlieli, T. (1998). Concepts and figures in geometrical reasoning. *International Journal of Science Education, 20*(10), 1193-1211.

Francaviglia, M., & Servidio, R. (2011). Gesture as a cognitive support to solve mathematical problems. *Psychology, 2*(2), 91. doi:10.4236/psych.2011.22015

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Frick, A., & Newcombe, N. S. (2009). Measuring mental rotation in 4-year-olds using a nonverbal touch screen paradigm. In *Poster presented at the VI biennial meeting of the Cognitive Development Society, San Antonio, TX*.

Frick, A., & Wang, S. (2010). Round and round she goes: Effects of hands-on training on mental rotation in 13-to 16-month-olds. In Poster presented at the *XVIIth Biennial International Conference on Infant Studies*, Baltimore.

Frick, A., Daum, M. M., Wilson, M., & Wilkening, F. (2009). Effects of action on children's and adults' mental imagery. *Journal of Experimental Child Psychology*, *104*(1), 34-51. doi:10.1016/j.jecp.2009.01.003

Fuys, D. J., & Liebov, A. K. (1997). Concept learning in geometry. *Teaching Children Mathematics, 3,* 248–251.

Gagatsis, A., & Patronis, T. (1990). Using geometrical models in a process of reflective thinking in learning and teaching mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 21*(1), 29-54. doi: 10.1007/BF00311014

Gagatsis, A., Sriraman, B., Elia, I., & Modestou, M. (2006). Exploring young children's geometrical strategies. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *11*(2), 23-50.

Gal, H., & Linchevski, L. (2010). To see or not to see: Analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception. *Educational Studies in Mathematics*, *74*(2), 163-183. doi: 10.1007/s10649-010-9232-y

Gal, I. (2005). Towards" probability literacy" for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In *Exploring probability in school* (pp. 39-63). Springer US.

Geary, D. C., Saults, S. J., Liu, F., & Hoard, M. K. (2000). Sex Differences in Spatial Cognition, Computational Fluency, and Arithmetical Reasoning. *Journal of Experimental Child Psychology*, 77, 337-353.

Gentaz, E. (2009). *La main, le cerveau et le toucher. [Hand, brand and touch]* Paris: Dunod.

George, D., & Mallery, P. (2016). *IBM SPSS Statistics 23 step by step: A simple guide and reference*. Routledge.

Gergelitsová, Š. (2007). Computer Aided Development of Spatial Abilities. *Proceedings of WDS'07,* 246–250. ISBN: 978-80-7378-023-4

Gersten, R., Jordan, N., & Flojo, J. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38*(4), 293–304.

Ginsburg, H. P., & Baroody A. J., (2003). *Test of Early Mathematics Ability – Third Edition* (TEMA - 3). Austin: PRO-ED, Inc.

Ginsburg, H. P., Kaplan, R. G., Cannon, J., Cordero, M. I., Eisenband, J. G., Galanter, M., et al. (2006). Helping early childhood educators to teach mathematics. In M. Zaslow & I. Martinez-Beck (Eds.), *Critical issues in early childhood professional development* (pp. 171–202). Baltimore, MD: Paul H. Brookes.

Goldin-Meadow, S. (2000). Beyond words: The importance of gesture to researchers and learners. *Child Development*, *71*, 231–239.

Goldin-Meadow, S. (2005). *Hearing gesture: How our hands help us think*. Harvard University Press.

Gras, R., Briand, H., Peter, P., & Philippé, J. (1998). Implicative statistical analysis. In *Data Science, Classification, and Related Methods* (pp. 412-419). Springer: Tokyo.

Gras, R., Régnier, J., C., Marinica, C., & Guillet, F. (2013). *Implicit Statistical Analysis: Exploratory and confirmatory method in search of causality*. [Analyse Statistique Implicative: Méthode exploratoire et confirmatoire à la recherche de causalités.] Toulouse: Cépaduès Editions.

Guay, R. B., & McDaniel, E. D. (1977). The relationship between mathematics achievement and spatial abilities among elementary school children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 211-215. doi: 10.2307/748522

Hallowell, D. A., Okamoto, Y., Romo, L. F., & La Joy, J. R. (2015). First-graders' spatial-mathematical reasoning about plane and solid shapes and their representations. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, *47*(3), 363-375. doi: 10.1007/s11858-015-0664-9

Hammill, D. D., Pearson, N. A., & Wiederholt, J. L. (1997). *Comprehensive test of nonverbal intelligence (CTONI).* Austin, TX: Pro-ed.

Hannibal, M. A. Z., & Clements, D. H. (2000). Young children's understanding of basic geometric shapes. *Manuscript submitted for publication*.

Hegarty, M., & Waller, D. (2004). A dissociation between mental rotation and perspective-taking spatial abilities. *Intelligence, 32*(2), 175-191. doi:10.1016/j.intell.2003.12.001

Hershkowitz, R. (1989). Visualization in geometry – Two sides of the coin, *Focus on learning Problems in Mathematics, 11*(1), 61- 76.

Highfield, K., & Mulligan J. (2009). Young children's embodied action in problem-solving tasks using robotic toys. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 169-176). Thessaloniki, Greece: PME.

Highfield, K., Mulligan J. & Hedberg, J. (2008). Early mathematics learning through exploration with programmable toys. In O. Figueras, J. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano, & A. Sepulveda (Eds.), *Proceedings of the 32th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 169-176). Mexico: PME.

Hollebrands, K. (2003). High school students' understandings of geometric transformations in the context of a technological environment. *The Journal of Mathematical Behavior*, *22*(1), 55-72. doi:10.1016/S0732-3123(03)00004-X

Howie, S., & Blignaut, A. S. (2009). South Africa's readiness to integrate ICT into mathematics and science pedagogy in secondary schools. *Education Information Technology, 14*, 345–363. doi:10.1007/s10639-009-9105-0

Howse, T. D., & Howse, M. E. (2015). Linking the Van Hiele Theory to Instruction. *Teaching Children Mathematics*, *21*(5), 304-313.

Hresko, W. P., Peak, P. K., Herron, S. R., & Bridges, D. L. (2000). *Young Children's Achievement Test (YCAT).* Austin, TX: Pro-Ed.

Hresko, W., Schlieve, P., Herron, S., Swain, C., & Sherbenou, R. (2003). *Comprehensive Mathematical Abilities Test (CMAT).* Austin: PRO-ED.

Hu, L. T., & Bentler, P. M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, *6*(1), 1-55.

Israel National Mathematics Preschool Curriculum (INMPC) (2008). http://meyda.education.gov.il/files/Tochniyot_Limudim/KdamYe sodi/Math1.pdf. Accessed 6 Oct 2014.

Johnsen, S. K. & Corn, A. L. (2001). *Sages-2 Screening Assessment for gifted Elementary and middle school students. (2nd. Ed.).* Austin, Texas: Pro-Ed.

Jones, K. (2002). Issues in the teaching and learning of geometry. In L. Haggarty (ed.), *Aspects of teaching secondary mathematics: Perspectives on practice* (pp. 121-139). London, UK: Routledge Falmer.

Jones, K., & Tzekaki, M. (2016). Research on the teaching and learning of geometry. In A. Gutiérrez, G. Leder & P. Boero (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: The Journey Continues* (pp. 109-149). Rotterdam: Sense. The published version is available at: http://dx.doi.org/10.1007/978-94-6300-561-6_4

Kalenine, S., Pinet, L., & Gentaz, E. (2011). The visual and visuo-haptic exploration of geometrical shapes increases their recognition in preschoolers. *International Journal of Behavioral Development, 35*(1), 18-26. doi: 10.1177/0165025410367443

Kaput, J. J. (1987). Representation Systems and Mathematics. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 19-26). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Kaur, H. (2015). Two aspects of young children's thinking about different types of dynamic triangles: prototypicality and inclusion. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education, 47*(3), 407-420. doi: 10.1007/s11858-014-0658-z

Kidder, F. R. (1976). Elementary and Middle School Children's Comprehension of Euclidean Transformations. *Journal for Research in Mathematics Education*, *7*(1), 40-52. doi: 10.2307/748764

Kim, M., Roth, W. M., & Thom, J. (2011). Children's gestures and the embodied knowledge of geometry. *International Journal of Science and Mathematics Education, 9*(1), 207-238. doi: 10.1007/s10763-010

Kimura, D. (1999). *Sex and Cognition*. Cambridge, MA: MIT Press.

Kita, S., & Davies, T. S. (2009). Competing conceptual representations trigger co-speech representational gestures. *Language and Cognitive Processes, 24*(5), 761-775.

Kline, R. B. (1998). *Principles and Practice of Structural Equation Modelling.* New York: The Guilford Press.

Koleza, E., & Giannisi, P. (2013). Kindergarten children's reasoning about basic geometric shapes. In *Proceedings from the 8th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (Vol. 8, pp. 2118-2127). Manavhat-Side, Antalya, Turkey: CERME.

Kozhevnikov, M., & Hegarty, M. (2001). A dissociation between object manipulation spatial ability and spatial orientation ability. *Memory & Cognition, 29*(5), 745-756. doi: 10.3758/BF03200477

Krause, C. (2015). Gestures as part of discourse in reasoning situations: Introducing two epistemic functions of gestures. In *Proceedings from the 9th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (Vol. 9, pp. 1427-1433). Prague, Czech Republic: CERME.

Laborde, C. (1994). Working in small groups: a learning situation. *Didactics of mathematics as a scientific discipline, 13*, 147.

Lakoff, G., & Núñez, R. E. (2000). *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being*. Basic Book: New Orleans.

Lean, G., & Clements, M.A. (1981). Spatial Ability, Visual Imagery, and Mathematical Performance, *Educational Studies in Mathematics*, *12*, 267-299. doi: 10.1007/BF00311060

Lee, J., Lee, J. O., & Collins, D. (2009). Enhancing children's spatial sense using tangrams. *Childhood Education, 86*(2), 92-94. doi: 10.1080/00094056.2010.10523120

Lehrer, R., Jacobson, C., Thoyre, G., Kemeny, V., Strom, D., Horvath, J., ... & Koehler, M. (1998). Developing understanding of geometry and space in the primary grades. *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space*, 169-200.

Lemonidis, C. (1997). A few remarks regarding the teaching of geometry, through a theoretical analysis of geometrical figure. *Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Application, 30*(4), 2087-2095.

Lerman, I. C., Gras, R., & Rostam, H. (1981). Élaboration et évaluation d'un indice d'implication pour des données binaires II [Development and evaluation of an implication index for binary data]. *Mathématiques et Sciences Humaines*, 75, 5-47.

Levenson, E., Tirosh, D., & Tsamir, P. (2011). *Preschool geometry: Theory, research, and practical perspectives*. Rotterdam: Sense.

Levine, S. C., Huttenlocher, J., Taylor, A., & Langrock, A. (1999). Early sex differences in spatial skill. *Developmental Psychology, 35*(4), 940-149. doi: 0012-1649/99

Linn, M. C., & Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterisation of gender differences in spatial abilities: A meta-analysis. *Child Development*, *56*, 1479-1498. doi: 10.2307/1130467

Litwin, M. S., & Fink, A. (1995). *How to measure survey reliability and validity (Vol. 7)*. Sage Publications: London.

Lohman, D. (1993). Implications of cognitive psychology for ability testing: three critical assumptions. In Rumsey, M., Walker, G., Harris, J. (eds.) *Personnel Measurement: Directions for Research*. Hillsdale NJ: Erlbaum.

Lohman, D. F. (1988). Spatial abilities as traits, processes, and knowledge. In R. J. Sternberg (Ed.), *Advances in the psychology of human intelligence*, (Vol. 4, 181-248). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Ma, H. L., Lee, D. C., Lin, S. H., & Wu, D. B. (2015). A Study of Van Hiele of Geometric Thinking among 1st through 6th. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, *11*(5), 1181-1196.

Maffia, A., & Sabena, C. (2015). Networking of theories as resource for classroom activities analysis: the emergence of multimodal semiotic chains. In *Proceedings from the* CIEAEM Congress (Vol. 67, pp. 405-417).

Maier, S., & Benz, C. (2013). Selecting shapes–how to children identify familiar shapes in two different educational settings. In *Proceedings from the 8th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (Vol. 8, pp. 2186-2177). Manavhat-Side, Antalya, Turkey: CERME.

Mamolo, A., Ruttenberg-Rozen, R., & Whiteley, W. (2015). Developing a network of and for geometric reasoning. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, *47*(3), 483-496. doi: 10.1007/s11858-014-0654-3

Marmor, G. S. (1977). Mental rotation and number conservation: Are they related?. *Developmental Psychology*, *13*(4), 320.

Martignone, F. & Sabena, C. (2014). Analysis of argumentation processes in strategic interaction problems. In P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle, & D. Allan (Eds.). *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp.218-223). Vancouver, Canada: PME.

Martin, N. (2006). *Test of Visual Perceptual Skills, (TVPS-3).* Flórida: PAR.

Maruyama, G. (1998). *Basics of structural equation modeling*. London: Sage.

Maschietto, M., & Bussi, M. G. B. (2009). Working with artefacts: gestures, drawings and speech in the construction of the mathematical meaning of the visual pyramid. *Educational Studies in Mathematics*, *70*(2), 143-157. doi: 10.1007/s10649-008-9162-0

Mathé, A. C. (2009). Quelle articulation entre conceptualisation et confrontation aux objets sensibles en geometrie a l'ecole primaire? In A. Gagatsis, A. Kuzniak, E. Deliyianni, & L.Vivier (Eds), *Cyprus and France Research in Mathematics Education* (pp. 119-137). Lefkosia: University of Cyprus.

Maykut, P., & Morehouse, R. (1994). *Beginning qualitative research: A philosophic and practical approach*. Bristol, PA: Falmer.

McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological Bulletin 86*, 889-918.

McNeill, D. (1992). *Hand and mind: What gestures reveal about thought*. Chicago: The University of Chicago Press.

McNeill, D. (2005). *Gesture and thought*. Chicago: The University of Chicago Press.

Mesquita, A. L. (1998). On conceptual obstacles linked with external representation in geometry. *Journal of mathematical behavior*, *17*(2), 183-195.

Michael, P. M. (2013). *Geometrical Figure Apprehension: Cognitive Processes and Structure.* Doctoral Thesis. University of Cyprus. Retrieved from http://lekythos.library.ucy.ac.cy/handle/10797/12938

Michael-Chrysanthou, P., & Gagatsis, A. (2013). Geometrical figures in geometrical task solving: an obstacle or a heuristic tool? *Acta Didactica Universitatis Comenianae Mathematics, 13*, 17-32.

Miles, M. B., & Huberman, M. A. (1994). Qualitative data analysis: A sourcebook of new methods (2nd ed.) Newbury Park, CA: Sage.

Moss, J., Hawes, Z., Naqvi, S., & Caswell, B. (2015). Adapting Japanese Lesson Study to enhance the teaching and learning of geometry and spatial reasoning in early years classrooms: a case study. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, *47*(3), 377-390. doi: 10.1007/s11858-015-0679-2

Moyer, J. C. (1978). The relationship between the mathematical structure of Euclidean transformations and the spontaneously developed cognitive structures of young children. *Journal for Research in Mathematics Education, 9*(2), 83-92. doi: 10.2307/748871

Muthén, L. K., & Muthén B. O. (1998). *Mplus user's guide*. Los Angeles, CA: Muthén & Muthén.

National Association for the Education of Young Children (NAEYC), & National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2002). *Early childhood mathematics: Promoting good beginnings. Joint position statement*. Washington, DC: NAEYC and Reston, VA: NCTM. Online: www. naeyc.org/resources/position-statements/psmath.htm.

National Council of Teachers of Mathematics. (1999). *Teaching and learning mathematics in poor communities: A report to the board of directors of the National Council of Teachers of Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and NCTM Standards for school mathematics.* Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. (2006). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Natsheh, I., & Karsenty, R. (2014). Exploring the potential role of visual reasoning tasks among inexperienced solvers. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, *46*(1), 109–122. doi: 10.1007/s11858-013-0551-1

Nemirovsky, R. (2003). Three conjectures concerning the relationship between body activity and understanding mathematics. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty, & J. Zilliox (Eds.). *Proceedings of the 27st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 105-109). Honolulu, Hawaii: PME.

Nemirovsky, R., Rasmussen, C., Sweeney, G., & Wawro, M. (2012). When the classroom floor becomes the complex plane: Addition and multiplication as ways of bodily navigation. *Journal of the Learning Sciences*, *21*(2), 287-323.

Newcombe, N. S., & Frick, A. (2010). Early education for spatial intelligence: Why, what, and how. *Mind, Brain, and Education*, *4*(3), 102-111.

Newcombe, N. S., & Huttenlocher, J. (2000). *Making space: The development of spatial representation and reasoning*. Cambridge, MA: MIT Press.

Newcomber, P. (2001). *Diagnostic Achievement Battery–Third Edition*. Columbia, MO: Hawthorne Educational Services.

Ng, O. (2014). The interplay between languge, gesture, dragging and diagrams in bilingual learners' mathematical communication. In P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle, & D. Allan (Eds.). *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp.289-296). Vancouver, Canada: PME.

Ng, O., & Sinclair, N. (2013). Gestures and temporality: Children's use of gestures on spatial transformation tasks. In A. M. Lindmeier, & A. Heinze (Eds.). *Proceedings of the 37st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 361-368). Kiel, Germany: PME.

Novack, M. A., Congdon, E., Hemani-Lopez, N., & Goldin-Meadow, S. (2014). From action to abstraction: using the hands to learn math. *Psychological Science,* 25, 903 –910. doi:10.1177/0956797613518351

Novack, M., & Goldin-Meadow, S. (2015). Learning from gesture: how our hands change our minds. *Educational Psychology Review*, *27*(3), 405-412. doi: 10.1007/s10648-015-9325-3

Okazaki, M., & Fujita, T. (2007). Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, & D. Y. Seo (Eds.). *Proceedings of* *the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp.41-48). Seoul: PME.

Owens, K. (2014). *Visuospatial reasoning: An ecocultural perspective for space, geometry and measurement education*. New York: Springer.

Perrin-Glorian, M. -J., Mathé, A. -C., & Leclercq, R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 a 15 ans? *Repères-IREM*, *90*, 5–41.

Petridou, A., Ilia, E. & Gagatsis, A. (2015). Preschool Geometrical teaching practices and geometrical thinking development: A case study. *In proceeding of the conference European Association for Practitioner Research on Improving Learning* (pp. 223-238). Nicosia: EABRIL.

Petridou, A., Elia, I., Gagatsis, A., & Anastasiadou, S. (2017). L'apprehension perceptive des figures geométriques. In J-C Regnier, R. Gras, R. Couturier, & A. Bodin (Eds.), *Proceeding of the 9th Conference of the International Meeting Statistical Implicative Analysis* (pp. 229-245). Belfort, France: A.S.I.9.

Petridou, A., Ilia, E., & Gagatsis, A. (2016). Exploring kindergartners' figural genesis in geometry. In *Proceeding of the Symposium of Mathematical Working Space* (pp.131-144). Greece: ETM5.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1967). *The child's conception of space*. New York: W. W. Norton & Co.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *The origin of the idea of chance in children. (Trans L. Leake, P. Burrell, & HD Fishbein)*. WW Norton.

Piaget, J.. & Inhelder, B. (1971). *Mental imagery in the child*. London: Routledge & Kegan Paul.

Pinet, L., & Gentaz, E. (2007). La reconnaissance des figures géométriques planes par les enfants de 5 ans. *Grand N*, *80*, 17-28.

Pinet, L., & Gentaz, É. (2008). Évaluation d'entraînements multisensoriels de préparation à la reconnaissance de figures géométriques planes chez les enfants de cinq ans: étude de la contribution du système haptique manuel. *Revue française de pédagogie*, *1*, 29-44.

Pozzer-Ardenghi, L. & Roth, W.M. (2010). *Staging & performing scientific concepts: Lecturing is thinking with hands, eyes, body, & signs*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Pozzer-Ardenghi, L., & Roth, W. M. (2008). Catchments, growth points, and the iterability of signs in classroom communication. *Semiotica*, *172*, 389-409.

Prigge, G. (1978). The differential effects of the use of manipulative aids on the learning of geometric concepts by elementary school children. *Journal for Research in Mathematics Education*, *9*(5), 361–367. doi: 10.2307/748772

Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic-cultural approach to students' types of generalization. *Mathematical Thinking and Learning*, *51*(1), 37–70.

Radford, L. (2009). "No! He starts walking backwards!": Interpreting motion graphs and the question of space, place and distance. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, *41*, 467–480. doi: 10.1007/s11858-009-0173-9

Radford, L., & Sabena, C. (2015). The question of method in a vygotskian semiotic approach. In *Approaches to qualitative research in mathematics education* (pp. 157-182). Springer Netherlands.

Radford, L., Bardini, C., & Sabena, C. (2007). Perceiving the general: The multisemiotic dimension of students' algebraic activity. *Journal for research in Mathematics Education*, 507-530. doi: 10.2307/30034963

Radford, L., Edwards, L., & Arzarello, F. (2009). Introduction: Beyond words. *Educational Studies in Mathematics, 70*(2), 91-95. doi: 10.1007/s10649-008-9172-y

Razel, M., & Eylon, B. S. (1991). Developing mathematics readiness in young children with the Agam Program. In F. Furinghetti (Eds.), *Proceedings of the 15st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp.84). Assisi, Italy: PME.

Reinhold, S., Beutler, B., & Merschmeyer-Brüwer, C. (2013). Pre-schoolers count and construct: Spatial structuring and its relation to building strategies in enumeration-construction tasks. In A. M. Lindmeier, & A. Heinze (Eds.). *Proceedings of the 37st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 81-88). Kiel, Germany: PME.

Reynolds, F. & Reeve, R. (2002). Gesture in collaborative mathematics problem-solving. *Journal of Mathematical Behavior*, *20*(4), 447-460.

Rieser, J. J., Garing, A. E., & Young, M. F. (1994). Imagery, action, and young children's spatial orientation: It's not being there that counts, it's what one has in mind. *Child Development*, *65*(5), 1262-1278. doi: 10.2307/1131498

Robutti, O. (2006). Motion, Technology, Gestures in Interpreting Graphs. *International journal for technology in mathematics education*, *13*(3), 117-125.

Roid, G. H. (2003). *Stanford-Binet intelligence scales* (p. 5). Itasca, IL: Riverside Publishing.

Rosch, E. (1973). Natural categories. *Cognitive Psychology*, *4*, 328–350.

Rosch, E. (1975). Cognitive representations of semantic categories. *Journal of Experimental Psychology: General*, *104*, 192-233.

Rosser, R., A. (1994). Children's Solution Strategies and Mental Rotation Problems: The Differential Salience of Stimulus Components. *Child Study Journal, 24*(2), 153-168.

Roth, W. M. (2001). Gestures: Their role in teaching and learning. *Review of Educational Research, 71*(3), 365-392.

Roth, W.-M., & Lawless, D. (2002). *How does the body get into the mind*. Human Studies.

Ryser, G., & Johnsen, S. K. (1998). *Test of mathematical abilities for gifted students: Examiner's manual*. Prufrock Press.

Sabena, C. (2017). Early Child Spatial Development: A Teaching Experiment with Programmable Robots. In *Mathematics and Technology* (pp. 13-30). Springer, Cham.

Sabena, C., Robutti, O., Ferrara, F., & Arzarello, F. (2012). The development of a semiotic frame to analyse teaching and learning processes: examples in pre- and post-algebraic contexts. In L. Coulange, J. P. Drouhard, J. L. Dorier, & A. Robert (Eds.), *Recherches en Didactique des Mathématiques, Numéro spécial hors-série, Enseignement de l'algèbre élémentaire: bilan et perspectives* (pp. 231–245). Grenoble: La Pensée Sauvage.

Sack, J. Vazquez, I., & Moral, R. (2010). Elementary children's 3-D visualization development: Representing top-views. In M. M. Pinto, & T. F. Kawasaki (Eds.). *Proceedings of the 34st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 113-120). Belo Horizonte, Brazil: PME.

Sandler, W. (2009). Symbiotic symbolization by hand and mouth in sign language. *Semiotica*, (174), 241-275. doi: 10.1515/semi.2009.035

Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. New York: Routledge.

Satlow, E., & Newcombe, N. (1998). When is a triangle not a triangle? Young children's developing concepts of geometric shape. *Cognitive Development*, *13*(4), 547–559.

Schoenfeld, A. H., & Kilpatrick, J. E. R. E. M. Y. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. *International handbook of mathematics teacher education*, *2*, 321-354.

Schofield, J. W. (2002). Increasing the generalizabilty of qualitative research. In A. M. Huberman, & M. B. Miles (Eds.), *The qualitative researchers' companion* (pp. 171-203). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Schultz, K. A., & Austin, J. D. (1983). Directional effects in transformation tasks. *Journal for Research in Mathematics Education*, *14*(2), 95-101. doi: 10.2307/748577

Sfard, A. (2008). *Thinking as communication*. Cambridge: Cambridge University Press.

Shein, P. P. (2012). Seeing with two eyes: A teacher's use of gestures in questioning and revoicing to engage English language learners in the repair of mathematical errors. *Journal for Research in Mathematics Education*, *43*(2), 182-222. doi: 10.5951/jresematheduc.43.2.0182

Sinclair, N., & Bruce, C. (2015). New opportunities in geometry education at the primary school. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, *47*(3), 319–329. doi: 10.1007/s11858-015-0693-4

Sinclair, N., & Moss, J. (2012). The more it changes, the more it becomes the same: The development of the routine of shape identification in dynamic geometry environment. *International Journal of Educational Research*, *51-52*, 28-44. doi: 10.1016/j.ijer.2011.12.009

Sinclair, N., Bussi, M. G. B., de Villiers, M., Jones, K., Kortenkamp, U., Leung, A., & Owens, K. (2016). Recent research on geometry education: an ICME-13 survey team report. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*,*48*(5), 691-719. doi: 10.1007/s11858-016-0796-6

Skoumpourdi, C., & Mpakopoulou, I. (2011). The prints: A picture book for pre-formal geometry. *Early Childhood Education Journal*, *39*(3), 197-206. doi: 10.1007/s10643-011-0454-0

Soury-Lavergne, S., & Maschietto, M. (2015). Articulation of spatial and geometrical knowledge in problem solving with technology at primary school. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, *47*(3), 435-449. doi: 10.1007/s11858-015-0694-3

Tall D., O., & Vinner S. (1981) Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity, *Educational Studies in Mathematics*, *12*, 151-169. doi: 0013-1954/81/0122-0151

Taylor, A., & Langrock, A. (1999). Early sex differences in spatial skill. *Developmental Psychology*, *35*(4), 940-949. doi: 0012-1649/99

Tsamir, P., Tirosh, D., & Levenson, E. (2008). Intuitive non-examples: The case of triangles. *Educational Studies in Mathematics, 69*(2), 81–95. doi: 10.1007/s10649-008-9133-5

Tsamir, P., Tirosh, D., Levenson, E., Barkai, R., & Tabach, M. (2015). Early-years teachers' concept images and concept definitions: triangles, circles, and cylinders. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education, 47*(3), 497-509. doi: 10.1007/s11858-014-0641-8

Tzekaki, M., & Ikonomou, A. (2009). Investigating spatial representations in early childhood. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 5, pp. 241-248). Thessaloniki, Greece: PME.

Usiskin, Z. (1997). The implications of "Geometry for all". *Journal of Mathematics Education Leadership, 1*, 5-16.

Uttal, D. H., Meadow, N. G., Tipton, E., Hand, L. L., Alden, A. R., Warren, C., & Newcombe, N. S. (2013). The malleability of spatial skills: a meta-analysis of training studies. *Psychological Bulletin*, *139*(2), 352–402. doi: 10.1037/a0028446

Van De Walle, A. J., Karp, S. K., & Bay-Williams, M. J. (2013). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally* (8 ed.). United States of America: Pearson.

Van de Walle, J. A., & Lovin, L. A. H. (2007). *Teaching Student-Centered Mathematics: Grades K-3*. Education Review//Reseñas Educativas.

Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Buys, K. (Eds.). (2008). *Young children learn measurement and geometry*. Rotterdam: Sense Publishers.

Van Hiele, P.M. (1986). *Structure and Insight: A Theory of Mathematical Education*. Orlando: Academic Press.

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 65–81). Dordrecht: Kluwer.

Vinner, S. (2011). The role of examples in the learning of mathematics and in everyday thought processes. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education, 43*(2), 247–256. doi: 10.1007/s11858-010-0304-3

Vygotsky, L. S. (1987). *Thinking and speech*. In R. W. Rieber, & A. C. Carton (Eds.), The collected works of L. S. Vygotskij. New York: Plenum Press.

Wagner, S. M., Nusbaum, H., & Goldin-Meadow, S. (2004). Probing the mental representation of gesture: Is handwaving spatial? *Journal of Memory and Language, 50*(4), 395-407. doi: :10.1016/j.jml.2004.01.002

Walkington, C., Boncoddo, R., Williams, C., Nathan, M. J., Alibali, M. W., Simon, E., & Pier, E. L. (2014). Being mathematical relations: Dynamic gestures support mathematical reasoning. In W. Penuel, S. A. Jurow, and K. O'Connor (Eds.), *Learning and Becoming in Practice: Proceedings of the Eleventh International Conference of the Learning Sciences*, (pp. 479-486). Boulder, CO: University of Colorado.

Whiteley, W., Sinclair, N., & Davis, B. (2015). What is spatial reasoning? In B. Davis & the Spatial Reasoning Study Group (Eds.), *Spatial reasoning in the early years* (pp. 3–14). New York, NY: Routledge.

Wilkinson, G. S., & Robertson, G. J. (2006). *Wide range achievement test (WRAT4*). Psychological Assessment Resources, Lutz.

Wolf, M., & Denkla, M. (2005). *Rapid Automatized Naming and Rapid Alternating Stimulus Tests*. Austin, TX: PROED.

Xistouri, X., & Pitta-Pantazi, D. (2011). Elementary students' transformational geometry abilities and cognitive style. Proceedings *from CERME 7: The Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. February* (Vol. 11). Available from the project web site: *http://www. cerme7. univ. rzeszow. pl/WG/4/WG4_Xistouri _Pitta. pdf*.

Xistouri, X., & Pitta-Pantazi, D., & Gagatsis, A. (2014). Primary school students' structure and levels of abilities in transformational geometry. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *17* (4), 149-164.

Yakimanskaya, I. S. (1970). Individual differences in solving geometry problems on proof. *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics, 4.*

Yanik, H. B., & Flores, A. (2009). Understanding rigid geometric transformations: Jeff's learning path for translation. *The Journal of Mathematical Behavior*, *28*, 41-57. doi:10.1016/j.jmathb.2009.04.003

Yoon, C., Thomas, M. O. J., & Dreyfus, T. (2009). Gestures and virtual space. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 5, pp. 409-416). Thessaloniki, Greece: PME.

Yoon, C., Thomas, M. O. J., & Dreyfus, T. (2014). The role of conscious gesture mimicry in mathematical learning. *Emerging perspectives on gesture and embodiment in mathematics*, 175-195.

Yoon, C., Thomas, M. O., & Dreyfus, T. (2011). Grounded blends and mathematical gesture spaces: developing mathematical understandings via gestures. *Educational Studies in mathematics*, *78*(3), 371-393. doi: 10.1007/s10649-011-9329-y

Yu, C. Y., & Muthén, B. (2001). *Evaluation of model fit indices for latent variable models with categorical and continuous outcomes (technical report in preparation).* Los Angeles: Unv. Man.

Zaranis, N. (2011). The influence of ICT on the numeracy achievement of Greek kindergarten children, In A. Moreira, M. J. Loureiro, A. Balula, F. Nogueira, L. Pombo, L. Pedro, P. Almeida, (Eds.), *Proceedings of the 61st International Council for Educational Media and the XIII International Symposium on Computers in Education (ICEM & SIIE) Joint Conference* (pp. 390–399). Portugal: University of Aveiro.

Zaranis, N. (2013). The use of ICT in Preschool Education for the teaching of Triangles. In *10th biannual Conference of the European Science Education Research Association*, (pp. 2-7). University of Cyprus, Nicosia, Cyprus: ESERA.

Zaranis, N. (2014, June). The use of ICT in the first grade of primary school for teaching circles, triangles, rectangles and squares. *In Proceedings of the Workshop on Interaction Design in Educational Environments* (p. 81). ACM. doi: 10.1145/2643604.2643607

Ελληνική

Γαγάτσης, Α. (2007). *Προβλήματα μάθησης των Μαθηματικών κατά τη μετάβαση από το Δημοτικό στο Γυμνάσιο.* Λευκωσία: Πανεπιστήμιο Κύπρου.

Γαγάτσης, Α., Καλογήρου, Π., & Πετρίδου, Α. (2013). Χωρική Ικανότητα και Κατανόηση Γεωμετρικού Σχήματος. Στο Α. Γαγάτσης, Α. Φιλίππου, Π. Δαμιανού, & Ε. Αυγερινός (Εκδ.), *Πρακτικά 15ου Παγκύπριου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας και Επιστήμης* (σελ. 75-100). Λευκωσία: Κυπριακή Μαθηματική Εταιρεία.

Καλδρυμίδου, Μ. (2003).Το δραματικό παιχνίδι ως μέσο για την προσέγγιση τν αναπαραστάσεων των γεωμετρικών σχημάτων. Στο Α. Γαγάτσης, & Ι. Ηλία (Εκδ.), *Οι Αναπαραστάσεις και τα Γεωμετρικά Μοντέλα στη Μάθηση των Μαθηματικών: Τόμος 2* (σσ. 153-178). Λευκωσία: Εκδόσεις Intercollege.

Καλογήρου, Π. (2014). *Η χωρική αντίληψη και η εννοιολογική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος των μαθητών ηλικίας 10 – 13 ετών.* Διδακτορική Διατριβή. Πανεπιστήμιο Κύπρου.

Παναούρα, Γ. (2007). *Οι γεωμετρικές γνώσεις και ικανότητες των μαθητών στο τέλος της Δημοτικής Εκπαίδευσης, Συγκρίνοντας τη γεωμετρική σκέψη μαθητών δημοτικής και μέσης εκπαίδευσης*. Διδακτορική Διατριβή. Πανεπιστήμιο Κύπρου.

Πετρίδου, Α., Ηλία, Ι., & Γαγάτσης, Α. (2014). Ικανότητες Παιδιών Προσχολικής Ηλικίας με Διαφορετικές Μαθηματικές Επιδόσεις στο Χωρικό Προσανατολισμό. Στα *Πρακτικά 5ο Συνεδρίου Ένωση Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών (ΕΝ.Ε.ΔΙ.Μ.).* Ελλάδα: Ένωση Ερευνητών Διδακτικής των Μαθηματικών.

Τζεκάκη, Μ., (2010). *Μαθηματική Εκπαίδευση για την προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία: Αλλάζοντας την τάξη των Μαθηματικών*. Θεσσαλονίκη: Ζυγός.

Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού της Κύπρου, Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου, & Υπηρεσία Ανάπτυξης Προγραμμάτων. (2010-2016). *Νέα Αναλυτικά Προγράμματα Μαθηματικών Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης*. Λευκωσία, Κύπρος: Συγγραφέας. *Διαθέσιμο στις πιο κάτω ιστοσελίδες:* http://www.moec.gov.cy/analytika_programmata/index.html; http://archeia.moec.gov.cy/mc/2/ektenes_programma_mathimatika.pdf; http://archeia.moec.gov.cy/mc/1/dee_nip_dim_mathimatika.pdf.

Χριστοδουλίδης, Μ. & Παπαδόπουλος, Γ. (2003). Η αναγνώριση γεωμετρικών μορφών και η επίλυση γεωμετρικών προβλημάτων στη Στ’ δημοτικού. Στο Α. Γαγάτσης & Ι. Ηλία (Εκδ.). *Οι Αναπαραστάσεις και τα Γεωμετρικά Μοντέλα στη Μάθηση των Μαθηματικών*, Τόμος ΙΙ (σ.199-214). Λευκωσία: Intercollege.

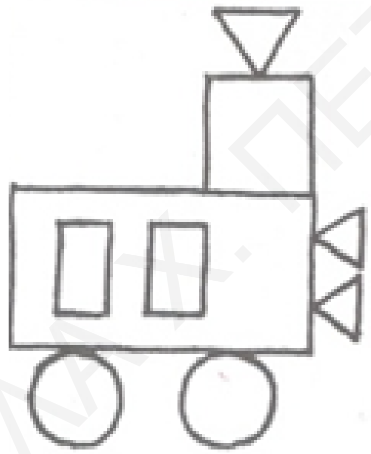
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Δοκίμιο Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος

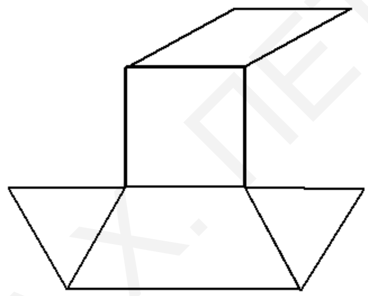
ΈΡΓΟ J1t

Χρωμάτισε το κάθε τρίγωνο που βλέπεις.



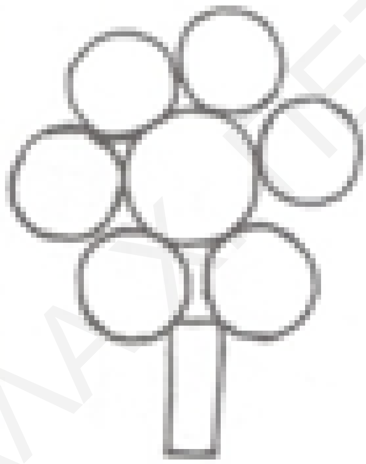
ΈΡΓΟ J1s

Χρωμάτισε τα τετράγωνα που υπάρχουν στις δύο εικόνες.



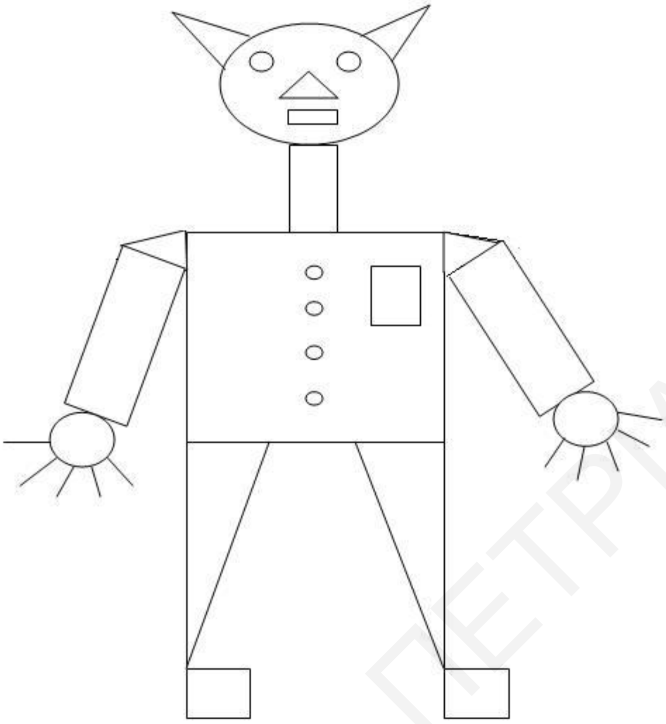
ΈΡΓΟ J1re

Χρωμάτισε το κάθε ορθογώνιο που βλέπεις.



ΈΡΓΟ J3t

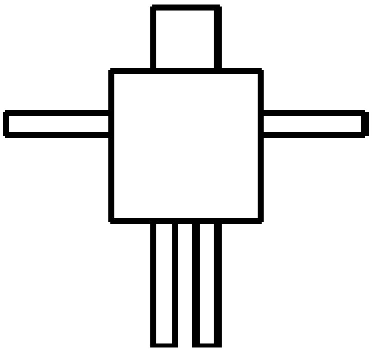
Βάλε σε κύκλο το ζωάκι με το οποίο συμφωνείς.



Τα πόδια του ρομπότ τι σχήμα είναι;

ΈΡΓΟ J3s

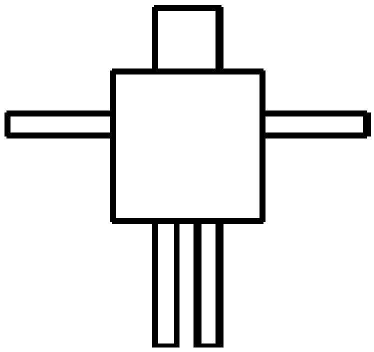
Βάλε σε κύκλο το ζωάκι με το οποίο συμφωνείς.



Το κεφάλι του ρομπότ τι σχήμα είναι;

ΈΡΓΟ J3re

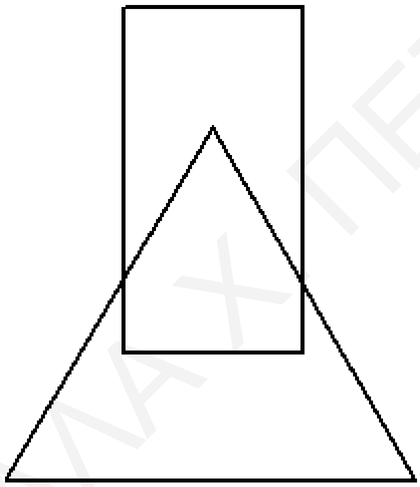
Βάλε σε κύκλο το ζωάκι με το οποίο συμφωνείς.



Τα πόδια του ρομπότ τι σχήμα είναι;

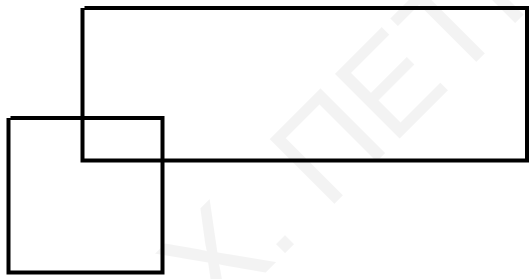
ΈΡΓΟ S1t

Βρες και χρωμάτισε το τρίγωνο.



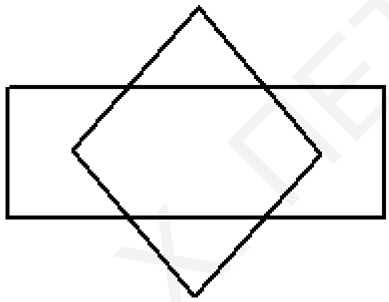
ΈΡΓΟ S1s

Βρες και χρωμάτισε το τετράγωνο.



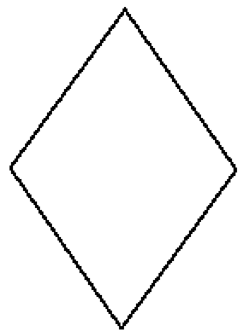
ΈΡΓΟ S1re

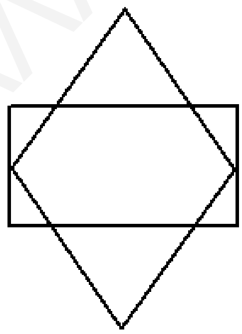
Βρες και χρωμάτισε το ορθογώνιο.



ΈΡΓΟ S2ro

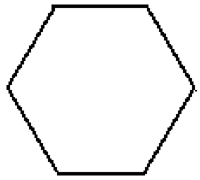
Βρες και χρωμάτισε το

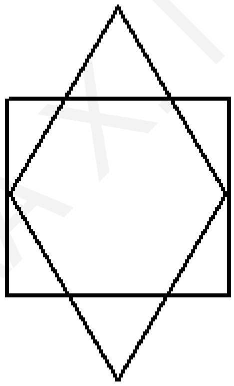




ΈΡΓΟ S2hm

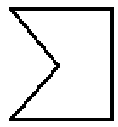
Βρες και χρωμάτισε το

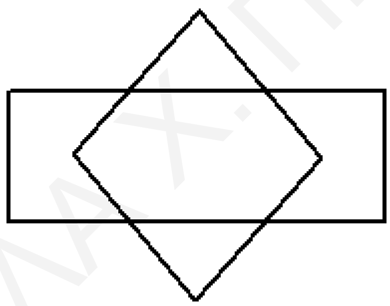




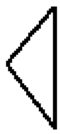
ΈΡΓΟ S2pm

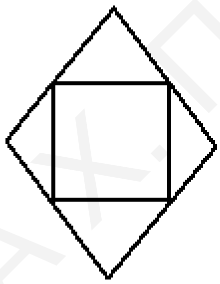
Βρες και χρωμάτισε το



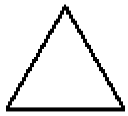


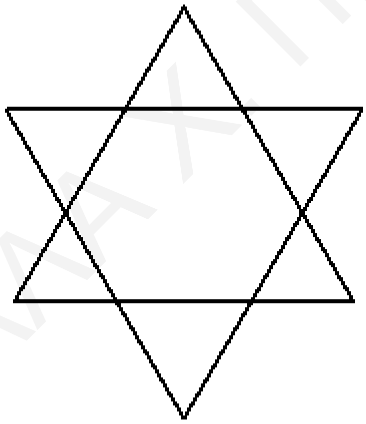
ΈΡΓΟ S2tm_a

Βρες και χρωμάτισε το 



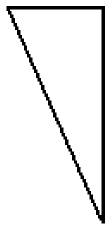
ΈΡΓΟ S2tm_b

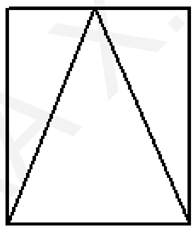
Βρες και χρωμάτισε το 



ΈΡΓΟ S2tm_c

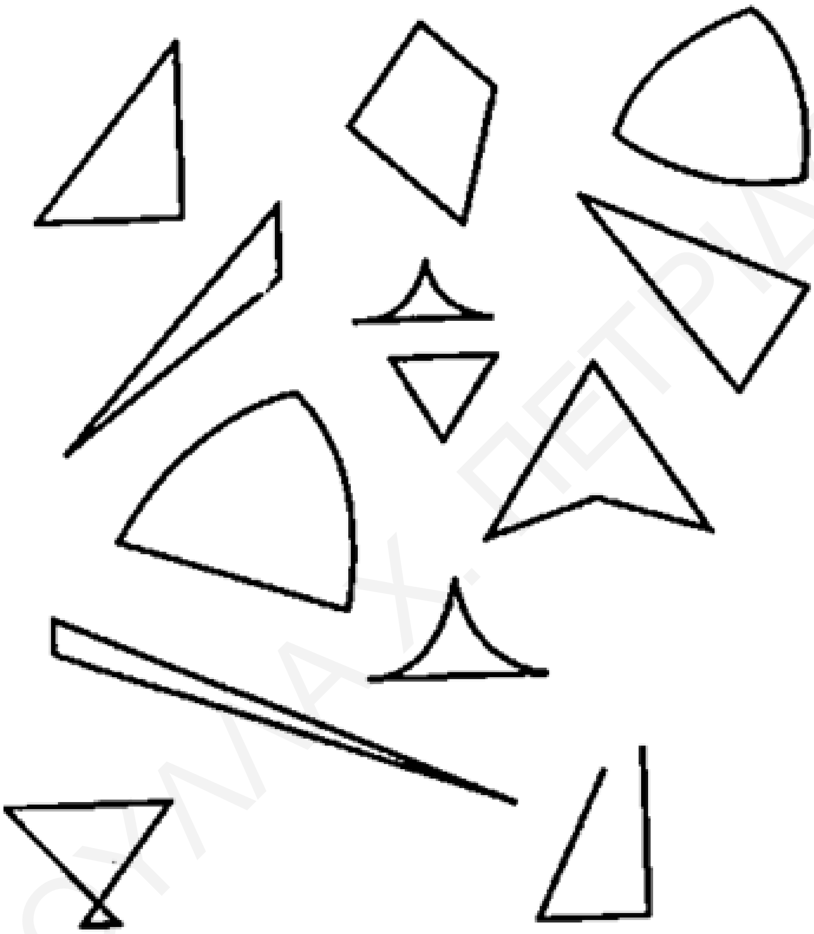
Βρες και χρώματισε το





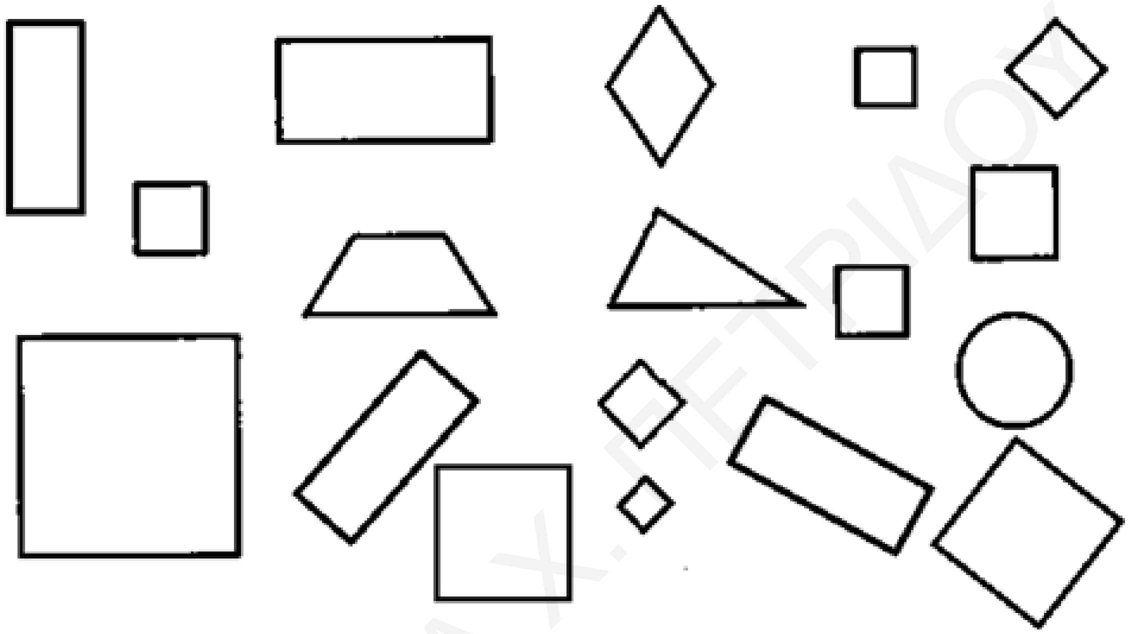
ΈΡΓΟ D1t

Βάλε σε κύκλο τα τρίγωνα.



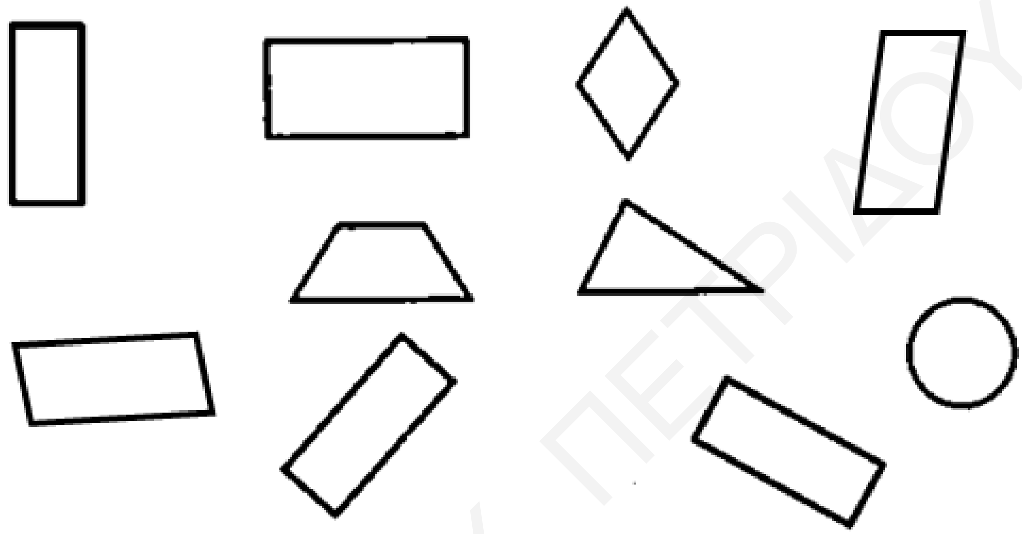
ΈΡΓΟ D1s

Βάλε σε κύκλο τα τετράγωνα.



ΈΡΓΟ D1re

Βάλε σε κύκλο τα ορθογώνια.



Παράρτημα Β

Υλικό Παρεμβατικού Προγράμματος Πειραματικής ομάδας 1

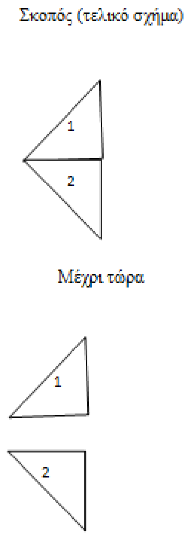
(ΠΟ1: Παρακολούθηση και Παραγωγή Χειρονομιών)

ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 1Α

Τίτλος μαθήματος: Σύνθεση δυο σχημάτων (με ή χωρίς διαχωριστικές γραμμές) με μετατόπιση

Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 1Α, Ψηφιακός Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 1Α, Μέλισσα-ρομπότ (bee-bot), Κινέζικο Τετράγωνο (tangrams), μαγνητικά πινακάκια εργασίας.

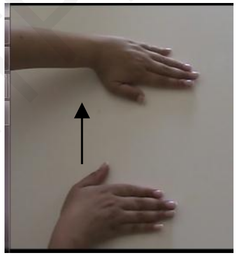
Πρόκληση Ενδιαφέροντος: Κρύβουμε τη φιγούρα του Μάγου Αστρούλη και καλούμε τα παιδιά να ρυθμίσουν τη μέλισσα-ρομπότ (bee-bot) για να την εντοπίσει.. Η εκπαιδευτικός αρχίζει την αφήγηση του παραμυθιού «*ο Μάγος Αστρούλης στο Μαγικό Μαγαζί*», το οποίο προβάλλεται μέσω του προβολέα. Διακόπτει την αφήγηση στη σελίδα 5 και ανακοινώνει στα παιδιά ότι ο Μάγος Αστρούλης ζητά τη βοήθεια μας. Αναφέρει στα παιδιά ότι τους έστειλε πώς πρέπει να μοιάζουν οι ομπρέλες του και τι έχει ετοιμάσει μέχρι τώρα.

Στόχοι	**Δραστηριότητες**	**Χειρονομίες**	**Εικόνα σχημάτων**
Σύνθεση σχημάτων με 2 υποσχήματα με διαχωριστικές γραμμές **Μετατόπιση από πάνω προς τα κάτω (αντίστροφα)**	**Δραστηριότητα 1** 1. **Προβολή σχεδίων (σχήματα 1 και 2-μέχρι τώρα) Μάγου Αστρούλη από τις ομπρέλες**		

2. Υποβολή ερωτήσεων

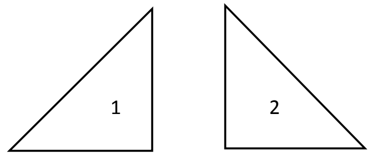
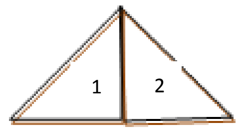
- Τι πρέπει να κάνει ο Μάγος Αστρούλης με αυτά τα σχήματα για να φτιάξει την ομπρέλα του;
  (Αναμένεται ότι τα παιδιά θα πουν να μετακινήσουν τα σχήματα).
- Εάν όμως ο Μάγος Αστρούλης κάθε φορά μόνο ένα σχήμα έχει να μετακινήσει τι πρέπει να κάνει; (μετατόπιση του πάνω σχήματος από πάνω προς τα κάτω μέχρι να ακουμπήσει στο κάτω σχήμα –είναι αποδεκτό και το αντίστροφο)

3. **Χειρονομία και επαναδιατύπωση προβλέψεων παιδιών:** η εκπαιδευτικός παράγει τη χειρονομία της μετατόπισης λέγοντας παράλληλα, δηλαδή, *«το πάνω σχήμα να μετακινηθεί προς τα κάτω όπως κάνω τώρα με τα χέρια μου», «τοποθετώ το ένα μου χέρι πάνω όπως το ένα σχήμα και το άλλο μου χέρι κάτω όπως το άλλο σχήμα. Μετακινώ το σχήμα που είναι πάνω προς τα κάτω μέχρι να ενωθούν και τα δύο σχήματα.»*

	4. Προβολή βίντεο **«** *Δείτε και το βίντεο και κάντε το με τα χέρια σας;»* Προβάλλεται το video (metatopisiapopanwproskatw) και καλεί τα παιδιά να το αναπαραστήσουν και οι ίδιοι με τα χέρια τους, λέγοντας κάθε φορά τι κάνουν. Συγκεκριμένα τους λέει το εξής: I. «προσπαθήστε και εσείς να κάνετε αυτό που λέει στο βίντεο, λέγοντας κάθε φορά τι κάνετε»; II. «ποιος θέλει να προσπαθήσει να μας δείξει με τα χέρια του και να μας πει τι πρέπει να κάνουμε»; **5. Εκτέλεση πρόβλεψης:** Εκτελεση προβλέψεων με τα σχήματα από το κινέζικο τετράγωνο στο πινακάκι(σε ζευγάρια) **6. Συζήτηση στην ολομέλεια** Ενα παιδί από κάθε ομάδα παρουσιάζει το σχήμα και αναφέρει πώς το έφτιαξε. • έμφαση στην αναπαραγωγή της χειρονομίας της	 	

	μετατόπισης προτού εκτελέσουμε τη δραστηριότητα στην ολομέλεια. Γίνονται οι εξής ερωτήσεις: • Πώς έφτιαξες το σχήμα; • Ποιο κομμάτι μετακίνησες; • Πώς το μετακίνησες; (προς πάνω ή προς κάτω) • Μπορείς να μου το δείξεις με τα χέρια σου;(σε περίπτωση που δυσκολεύονται γίνεται η εξής διαδικασία: **i.** Η εκπαιδευτικός λεει στα παιδιά: «αν τοποθετήσω το ένα μου χέρι στη θέση του ενός σχήματος και το άλλο μου χέρι στη θέση του άλλου σχήματος μετακίνησε το σχήμα (χέρι) όπως το έχεις κάνει με τα σχήματα σου. **ii.** Προσπάθησε τώρα να το κάνεις και εσύ με τα χέρια σου. **7. Έλεγχος στο φανελοπίνακα** Τοποθετούνται τα σχήματα 1 και 2 στο φανελοπίνακα όπως ήταν αρχικά και καλείται ένα παιδί να εκτελέσει την πρόβλεψη. Καλούμε τα παιδιά να συγκρίνουν τη σύνθεση τους με αυτή που γίνεται στην ολομέλεια για έλεγχο. **ΕΝΘΑΡΡΥΝΣΗ ΓΙΑ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ ΜΕ ΑΝΤΙΘΕΤΗ ΦΟΡΑ (από κάτω προς τα πάνω)**		

<table>
<tr>
<td>Σύνθεση σχημάτων με δυο σχήματα με διαχωριστικές γραμμές

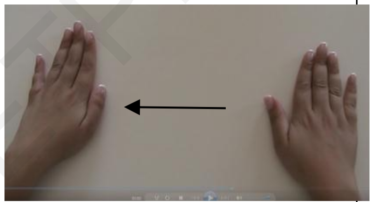
Μετατόπιση από δεξιά προς τα αριστερά (ή αντίστροφα)</td>
<td><u>Δραστηριότητα 2</u>
1. Προβολή σχεδίων (σχήματα 1 και 2-μέχρι τώρα) Μάγου Αστρούλη από τις ομπρέλες
2. Υποβολή ερωτήσεων
- Τι πρέπει να κάνει ο Μάγος Αστρούλης με αυτά τα σχήματα για να φτιάξει την ομπρέλα;
(Αναμένεται ότι τα παιδιά θα πουν να μετακινήσουν τα σχήματα).
- Εάν όμως ο Μάγος Αστρούλης κάθε φορά μόνο ένα σχήμα έχει να μετακινήσει τι πρέπει να κάνει;
(Αναμένεται να αναφέρουν τα παιδιά ότι θα πρέπει να μετακινήσουμε το σχήμα που βρίσκεται στα δεξιά προς τα αριστερά ή αντίστροφα μέχρι να ενωθεί με το άλλο σχήμα)
3. Χειρονομία και επαναδιατύπωση προβλέψεων παιδιών: η εκπαιδευτικός παράγει τη χειρονομία της μετατόπισης λέγοντας παράλληλα, δηλαδή, «το σχήμα 1 να μετακινηθεί προς τα δεξιά όπως κάνω τώρα με τα χέρια μου», «τοποθετώ το ένα μου χέρι στη θέση του ενός σχήματος και το άλλο μου χέρι στη θέση του άλλου σχήματος. Μετακινώ το σχήμα 1 προς τα δεξιά μέχρι να ενωθούν και τα δύο σχήματα»</td>
<td></td>
<td>
Σκοπός
</td>
</tr>
</table>

4. **Προβολή βίντεο:**

« Δείτε και το βίντεο και κάντε το με τα χέρια σας;» Προβάλλεται το video (metatopisiapodeksiaprosaristera) και καλεί τα παιδιά να το αναπαραστήσουν και οι ίδιοι με τα χέρια τους, λέγοντας κάθε φορά τι κάνουν. Συγκεκριμένα τους λέει το εξής:

i. «προσπαθήστε και εσείς να κάνετε αυτό που λέει στο βίντεο, λέγοντας κάθε φορά τι κάνετε»;

ii. «ποιος θέλει να προσπαθήσει να μας δείξει με τα χέρια του και να μας πει τι πρέπει να κάνουμε



5. **Εκτέλεση πρόβλεψης:**

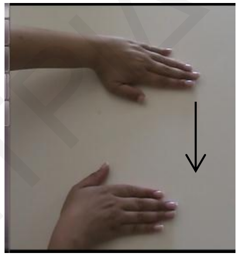
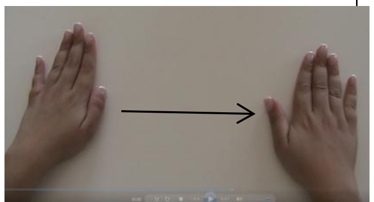
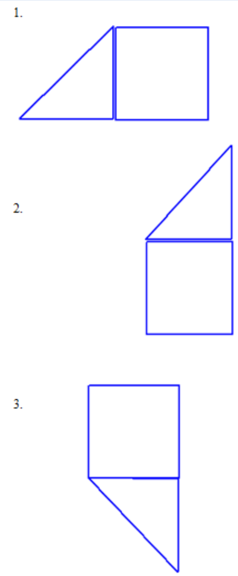
Εκτέλεση προβλέψεων με τα σχήματα από το κινέζικο τετράγωνο στο πινακάκι (σε ζευγάρια)

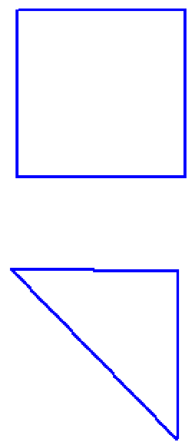
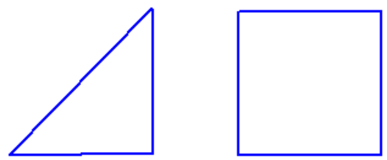
6. **Συζήτηση στην ολομέλεια**

Ένα παιδί από κάθε ομάδα παρουσιάζει το σχήμα και αναφέρει πώς το έφτιαξε.

- έμφαση στην αναπαραγωγή της χειρονομίας της μετατόπισης προτού εκτελέσουμε τη δραστηριότητα στην ολομέλεια. Γίνονται οι εξής ερωτήσεις:

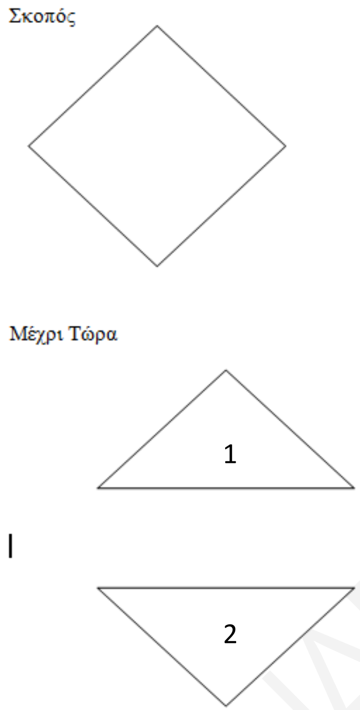
<table>
<tr>
<td></td>
<td>
1. Πώς έφτιαξες το σχήμα;
2. Ποιο κομμάτι μετακίνησες;
3. Πώς το μετακίνησες; (προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά)
4. Μπορείς να μου το δείξεις με τα χέρια σου;(σε περίπτωση που δυσκολεύονται γίνεται η εξής διαδικασία:
i. Η εκπαιδευτικός λεει στα παιδιά: «αν τοποθετήσω το ένα μου χέρι στη θέση του ενός σχήματος και το άλλο μου χέρι στη θέση του άλλου σχήματος μετακίνησε το σχήμα (χέρι) όπως το έχεις κάνει με τα σχήματα σου.
ii. Προσπάθησε τώρα να το κάνεις και εσύ με τα χέρια σου.
7. Έλεγχος στο φανελοπίνακα
Η εκπαιδευτικός τοποθετεί τα σχήματα 1 και 2 στο φανελοπίνακα όπως ήταν αρχικά και καλεί ένα παιδί να εκτελέσει την πρόβλεψη. Καλούμε τα παιδιά να συγκρίνουν τη σύνθεση τους με αυτή που γίνεται στην ολομέλεια για έλεγχο.
ΕΝΘΑΡΡΥΝΣΗ ΓΙΑ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΜΕ ΑΝΤΙΘΕΤΗ ΦΟΡΑ
</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

Σύνθεση ακολουθώντας οδηγίες	**<u>Δραστηριότητα 3</u>** 1. **Προβολή υποσχήματος α** Η εκπαιδευτικός προβάλλει στα παιδιά τα υποσχήματα α στο φανελοπίνακα. Τους λεει ότι ο Μάγος Αστρούλης έχει συγχύσει τα τελικά σχέδια για τις δύο ομπρέλες που έχει αναλάβει με άλλα σχέδια. Αλλά έχει ένα πολύτιμο βίντεο που θα τον βοηθήσει βρει ποια σχέδια ανήκουν στα κομμάτια της κάθε ομπρέλας. Το βίντεο αυτό θα μας δείξει πώς να μετακινήσουμε τα κομμάτια για να φτιάξουμε την ομπρέλα. 2. **Προβολή βίντεο:** Η εκπαιδευτικός προβάλλει το βίντεο (βιντεο metatopisiapopanwprostakatw). 3. **Πρόβλεψη:** Δείχνει μέσω του βιντεοπροβολέα τις τρεις επιλογές και καλεί τα παιδιά να επιλέξουν τη σωστή επιλογή. «Ποια από τις τρεις επιλογές που βλέπετε είναι η σωστή»; (η σωστή επιλογή είναι η 3)	Χειρονομία για Υποσχήμα α   Χειρονομία για Υπόσχημα β  	Επιλογές 

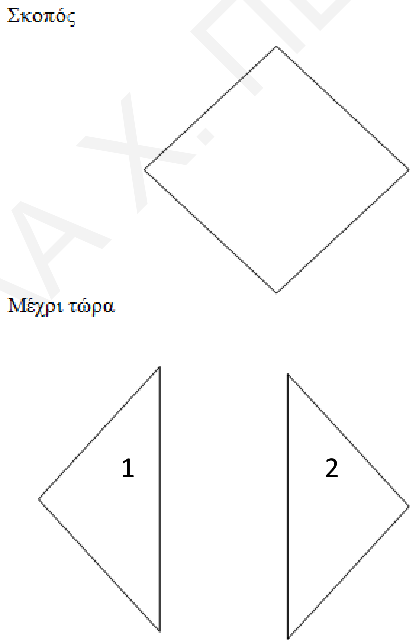
	4. Παραγωγή χειρονομίας: Το κάθε παιδί λέει την επιλογή του λεκτικά αλλά και με κινήσεις των χεριών. Συγκεκριμένα η εκπαιδευτικός ρωτάει το κάθε ζευγάρι: **i.** Ποια νομίζεις είναι η σωστή επιλογή; **ii.** Τι ακριβώς μας είπε το βίντεο ότι πρέπει να κάνουμε; **iii.** Δείξε μου με τα χέρια σου. Πώς να τοποθετήσουμε τα χέρια μας; Πώς να τα μετακινήσουμε; **5. Εκτέλεση Πρόβλεψης** Για έλεγχο καλείται ένα παιδί να εκτελέσει την κίνηση που άκουσε στο βίντεο με τα υποσχήματα στο φανελοπίνακα. ***Επανάληψη της πιο πάνω διαδικασίας για το υπόσχημα β.***		Υποσχήματα α  Υποσχήματα β 

<u>Επέκταση-Ενθάρρυνση Παιδιών για παραγωγή χειρονομίας:</u>

Προβάλλονται τα πιο κάτω σχήματα σταδιακά (έργο 1-έργο 2). Ταυτόχρονα τοποθετούνται στο φανελοπίνακα τα σχήματα όπως φαίνονται πιο κάτω (μέχρι τώρα). Καλούμε κάθε φορά τα παιδιά να μας υποδείξουν πώς πρέπει να μετακινήσουμε τα υποσχήματα ενθαρρύνοντας τα να παράγουν μία από τις χειρονομίες που έχουν μάθει και νομίζουν ότι ταιριάζει. Καλείται κάθε φορά ένα παιδί αν εκτελέσει την πρόβλεψη και να γίνει έλεγχος.



Έργο 1



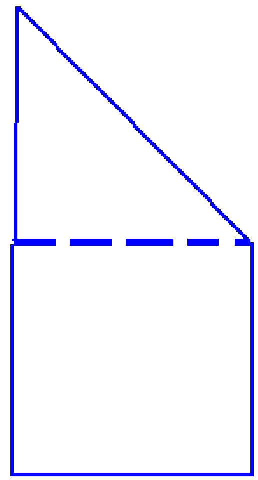
Έργο 2

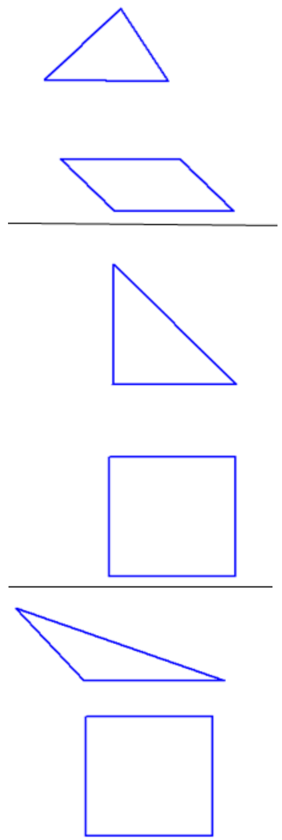
ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 1Β

Τίτλος μαθήματος: Ανάλυση δύο σχημάτων (με ή χωρίς διαχωριστικές γραμμές) με μετατόπιση και επαναφορά σχημάτων

Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 1Β, Ψηφιακός Φάκελος Σχέδιου Μαθήματος 1Β

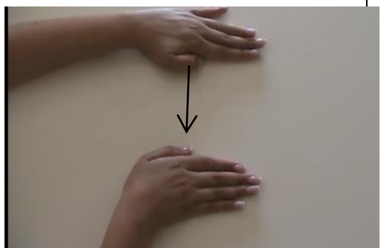
<u>Πρόκληση Ενδιαφέροντος:</u> Η εκπαιδευτικός λέει στα παιδιά ότι έχουν ένα μήνυμα από το Μάγο Αστρούλη. Χρησιμοποιώντας μια φιγούρα του Μάγου Αστρούλη λέει τα εξής: «Αγαπημένα μου παιδιά αντιμετωπίζω ακόμη ένα πρόβλημα και χρειάζομαι την πολύτιμη βοήθεια σας τώρα που καταφέρνετε όλα αυτά τα μαγικά με τα χεράκια σας. Μου έχουν λείψει τα σχήματα που χρησιμοποιώ για τις κατασκευές μου και αποφάσισα τώρα να σπάσω μερικές ομπρέλες που δεν θέλω για να χρησιμοποιήσω τα σχήματα τους»

Στόχοι	Δραστηριότητες	Χειρονομίες	Εικόνα σχημάτων
Ανάλυση σχημάτων με και χωρίς διαχωριστικές με μετατόπιση	**<u>Δραστηριότητα 1</u>** **1. Προβολή σχήματος** Προβολή σχήματος για διάσπαση στο φανελοπίνακα **2. Πρόβλεψη** Η εκπαιδευτικός καλεί τα δύο παιδιά να της πουν και να αναπαραστήσουν με τα χέρια τι θα συμβεί αν κόψουν το σχήμα εκεί που δείχνει η διακεκομμένη γραμμή. - Τι νομίζετε θα συμβεί εάν κόψουμε το σχήμα εκεί που δείχνει η διακεκομμένη γραμμή»; - Πόσα κομματάκια νομίζετε θα πάρουμε εάν το κόψουμε στη διακεκομμένη γραμμή; - Τι σχήμα θα έχουν αυτά τα δύο κομματάκια;		 **Σχήμα που πρόκειται να αποσυνθέσουμε**

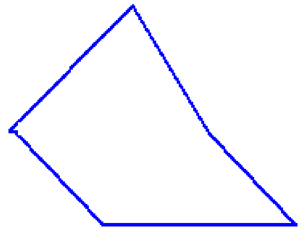
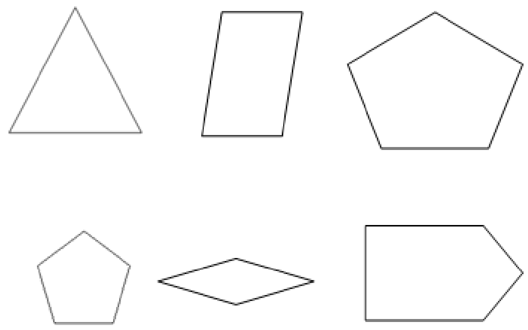
	- Αυτά τα κομματάκια θα είναι ενωμένα; - Μπορεί κάποιος να προσπαθήσει να μου το δείξει με τα χέρια του; - Σκεφτείτε πώς τοποθετούμε τα χέρια μας όταν δύο σχήματα είναι ενωμένα; Μπορεί κάποιος να μου δείξει; Τώρα που δεν θα είναι ενωμένα πώς θα πρέπει να τοποθετήσω τα χέρια μου. - Θυμηθείτε ότι κάθε φορά μόνο ένα σχήμα μετακινείται; Προς τα πού νομίζετε θα μετακινηθεί; Πάνω , κάτω , δεξιά ή αριστερά; Προσπαθήστε τώρα ξανά με τα χεράκια σας και δείξτε και πέστε μου τι άραγε θα συμβεί;» **3. Προβολή Επιλογών** Προτείνονται 3 επιλογές μέσω του προβολέα και τοκάθε ζευγαράκι επιλέγει τα σχήματα που θα προκύψουν. **4. Εκτέλεση –Κόψιμο σχήματος** Δίνεται το σχήμα και τα παιδιά καλούνται να κόψουν το σχήμα εκεί που είναι οι διακεκομμένες γραμμές. Αφού το κόψουν η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να τα τοποθετήσουν μπροστά τους όπως είναι το σχήμα που δείχνει ο φανελοπίνακας. - Τοποθετήστε τα κομματάκια τώρα που έχετε όπως είναι το σχήμα. - Τελικά ποια είναι η σωστή επιλογή;		Επιλογές 

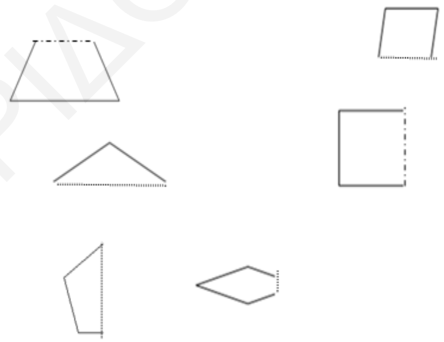
<table>
<tr>
<td></td>
<td>- Τα κομμάτια που είναι στις εικόνες που ψηφίσατε (προβάλλονται και μέσω του βιντεοπροβολέα) είναι ενωμένα όπως αυτά που έχετε;
-Τι νομίζετε ότι έχει συμβεί άραγε; (αναμένεται να αναφέρουν ότι απομακρύνθηκε το ένα κομμάτι από το άλλο). Εφόσον ο μάγος Αστρούλης μας είπε ότι μόνο ένα σχήμα μπορεί κάθε φορά να μετακινείται, τι ακριβώς νομίζετε έχει συμβεί; (αναμένεται να αναφέρουν ότι το ένα κομμάτι μετακινήθηκε προς τα πάνω ή το άλλο προς τα κάτω).

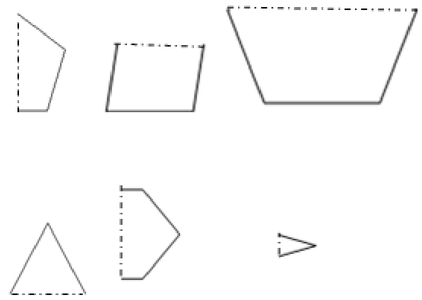
5. Παραγωγή χειρονομιών
Η εκπαιδευτικός ενθαρρύνει τα παιδιά να δείξουν αυτό που συνέβηκε με τα χέρια τους.
«Στην αρχή τα δύο σχήματα ήταν ενωμένα. Ενώστε τα χέρια σας. Μετά το ένα σχήμα μετακινήθηκε προς τα πάνω. Μετακινείστε το ένα σας χέρι προς τα πάνω. Ποιος θέλει να προσπαθήσει να μας το δείξει;» Καλούμε ένα παιδί. Παράγει τη χειρονομία και διατυπώνει με λόγια την ενέργεια του.

6. Προβολή Βίντεο
Προβάλλεται αντίστοιχη χειρονομία στο βίντεο(videometatopisisapoenwmenaprostapanw ή</td>
<td>
</td>
<td></td>
</tr>
</table>

	videoapoenwmenaprostakatw) και καλούνται τα παιδιά να τη μιμηθούν λέγοντας παράλληλα τι ακριβώς κάνουν. - Τι μας έδειξε το βίντεο; Προσπαθήστε να κάνετε αυτό που είδατε και ακούσατε. - Ποιος θέλει να προσπαθήσει να μιμηθεί αυτό που άκουσε και είδε; **7.Εκτέλεση ενέργειας στα υποσχήματα τους** Η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να εφαρμόσουν αυτό που άκουσαν και είδαν στα σχήματα τους. (Μπορούν να γίνουν με σειρά και οι δύο μετασχηματισμοί, μετατόπιση από ενωμένα προς τα πάνω και μετατόπιση από ενωμένα προς τα κάτω). **8. Έλεγχος** Τοποθετούνται και στον φανελοπίνακα τα δύο σχήματα που προέκυψαν και καλείται ένα παιδί να εκτελέσει την ενέργεια. .Ακολούθως, καλούνται τα παιδιά να συγκρίνουν τα σχήματα τους και να διορθώσουν τυχόν λάθη τους.		

	Επέκταση: Η εκ/κος καλεί τα παιδιά να αναφέρουν ποια κομμάτια θα έχει στη διάθεση του ο Μάγος Αστρούλης αν σπάσει και το πιο κάτω σχήμα (προβάλλεται στο φανελοπίνακα, βλέπε δίπλα) Τους προβάλλει στον προβολέα τις ίδιες επιλογές για να κάνουν την πρόβλεψη τους. Έπειτα, η εκπαιδευτικός το κόβει. Καλεί τα παιδιά να της αναφέρουν πώς πρέπει να μετακινήσει τα κομμάτια (λεκτικά και με χειρονομίες) για να ταιριάζουν στη σωστή επιλογή. Τέλος, εκτελεί τη μετατόπιση που αναφέρουν τα παιδιά και εντοπίζουν τη σωστή επιλογή.		
Επαναφορά σχημάτων **(Restoration)**	**<u>Δραστηριότητα 2</u>** Η εκπαιδευτικός αναφέρει στα παιδιά ότι μόλις έλαβε ένα μήνυμα στο φωνοκιβώτιο της από τη μάγισσα Φωφώ (ηχογραφημένο μήνυμα-messagefwfw). *«Νομίζετε ότι η αποστολή σας έχει τελειώσει. Με θύμωσε απίστευτά ο Μάγος Αστρούλης που όλα τα θέλει έτοιμα και πήρα κάποια από τα σχέδια του για ομπρέλες και τα έσκισα. Για να τον βοηθήσετε θα πρέπει να παίξετε ένα παιχνίδι».* **Οδηγίες παιχνιδιού:** Παίρνουμε ένα ζάρι όπου σε κάθε έδρα είναι	**Σχήματα που θα φτιάξουν με το παιχνίδι** 	

	τοποθετημένο ένα αποκομμένο κομμάτι- με αυτοκόλλητο. Τοποθετούμε στο πάτωμα ένα χαρτόνι-χαλί που είναι χωρισμένο σε 6 τετράγωνα. Κάθε τετράγωνο εμπεριέχει ένα σκισμένο σχήμα. Παράλληλα προβάλλουμε με το βιντεοπροβολέα όλα τα σχήματα ολόκληρα. Κάθε παιδί ρίχνει το ζάρι και προσπαθεί να μαντέψει σε ποιο σχήμα στο χαλί αντιστοιχεί η έδρα του ζαριού. Κάθε φορά γίνεται συζήτηση για το πώς κατέληξαν στην απάντηση και για το πιο σχήμα πρόκειται να κτίσουν. Για έλεγχο καλούμε τα παιδιά να μας αναφέρουν τι πρέπει να κάνουμε. Αναμένεται να αναφέρουν τη μετακίνηση του ενός κομματιού στο άλλο μέχρι να ενωθούν. Αρχικά τους καλούμε να το αναπαραστήσουν με τα χέρια τους και έπειτα ξεκολλάμε το κομμάτι από την έδρα και προσπαθούμε να το εφαρμόσουμε για να επιβεβαιώσουμε ή να απορρίψουμε την πρόβλεψη μας. **Οδηγίες που θα δοθούν στα παιδιά:** «Πάνω στο χαλί βρίσκονται τα σκισμένα σχήματα του Μάγου Αστρούλη. Η μάγισσα Φωφώ μας έστειλε τα κομμάτια που έχει σκίσει, τα οποία βρίσκονται στο ζάρι. Κάθε φορά θα έρχεται ένα παιδί θα ρίχνει το ζάρι και θα λεει σε ποιο σχήμα στο χαλί αντιστοιχεί το κομμάτι. Μετά για να δούμε εάν έχει μαντέψει σωστά θα πρέπει να το ξεκολλάει και να το κολλάει στο σκισμένο σχήμα στο χαλί όπως νομίζει. Για δική σας βοήθεια θα σας δείχνω με το	**Σχήματα που υπάρχουν στις έξι έδρες του ζαριού** 

	βιντεοπροβολέα πώς έμοιαζαν τα σχήματα προτού σκιστούν.» Καλούμε κάθε φορά ένα παιδί ρίχνει το ζάρι και του υποβάλλουμε τις εξής ερωτήσεις: • Σε ποιο σκισμένο σχήμα αντιστοιχεί το κομμάτι που έχεις φέρει; • Τι σε κάνει να πιστεύεις ότι είναι αυτό; • Ποιο σχήμα από αυτά που δείχνει ο βιντεοπροβολέας νομίζεις θα φτιάξεις εάν το ενώσεις; • Τώρα που τα δύο κομμάτια δεν είναι ενωμένα πώς μοιάζουν; Δείξε μου με τα χέρια σου. • Όταν μετακινήσεις το ένα κομμάτι τι θα γίνει; Δείξε μου την κίνηση με τα χέρια σου. Σε περίπτωση που δεν ανταποκρίνονται παράγουμε εμείς τη χειρονομία της μετατόπισης. • Πάρε το κομμάτι τώρα από το ζάρι και κόλλησε το στο κομμάτι που νομίζεις για να δούμε εάν έχεις μαντέψει σωστά. • Είσαι σωστός; Ποιο σχήμα έχεις φτιάξει; (Σε περίπτωση λάθους αφήνουμε το παιδί να προσπαθήσει ξανά. Τον ρωτούμε γιατί νομίζει είναι λάθος; Τον καλούμε να παρατηρήσει ξανά τα σχήματα στο χαλί).	**Σχήματα που υπάρχουν στο χαλί** 

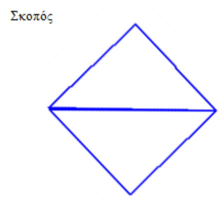
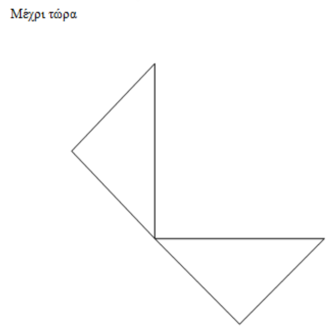
ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 2Α

Τίτλος μαθήματος: Σύνθεση δύο σχημάτων (με ή χωρίς διαχωριστικές γραμμές) με περιστροφή

Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 2Α, Ψηφιακός Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 2Α, μέλισσα-ρομπότ (bee-bot), Κινέζικο Τετράγωνο (tangrams), μαγνητικά πινακάκια εργασίας.

<u>Πρόκληση Ενδιαφέροντος:</u> Κρύβουμε τη φιγούρα της Μπέλας Κορδέλας και καλούμε τα παιδιά να ρυθμίσουν τη μέλισσα-ρομπότ (bee-bot) για να τη βρει.

Η εκπαιδευτικός αρχίζει να αφηγείται το παραμύθι η Μπέλα Κορδέλα στο Καπελάδικο μέχρι τη σελίδα 3. Καλεί τα παιδιά να συνεργαστούν με την Έλλη και τη Νεφέλη για να βοηθήσουν την Μπέλα Κορδέλα. Τους δείχνει τα σχέδια από τα παράξενα καπέλα που θέλει να φτιάξει και τι έχει κάνει μέχρι τώρα.

Στόχοι	**Δραστηριότητες**	**Χειρονομίες**	**Εικόνα σχημάτων**
Περιστροφή προς τα δεξιά (σύνθεση δύο σχημάτων με διαχωριστικές γραμμές)	**<u>Δραστηριότητα 1</u>** **1. Προβολή σχεδίων (στο βιντεοπροβολέα) και τι έχει φτιάξει μέχρι τώρα στο φανελοπίνακα.** **2. Πρόβλεψη** Τα παιδιά αναφέρουν τι πρέπει να κάνει η Μπέλα Κορδέλα για να μπορέσει να πετύχει τα σχέδια για τα καπέλα της. • Τι πρέπει να κάνει η Μπέλα Κορδέλα με αυτά τα σχήματα για να φτιάξει το καπέλο της; (Αναμένεται να αναφέρουν τα παιδιά ότι θα πρέπει να περιστρέψουμε(αναμενουμε τη λέξη «γέρνω», «στρίβω», τους συμπληρώνουμε ως εξής να το γείρει ή να το στρίψει, δηλαδή να περιστραφεί) το ένα σχήμα προς τα δεξιά (αποδεκτό και το δεξιά		 

κάτω) μέχρι να ενωθούν και τα δύο σχήματα.)

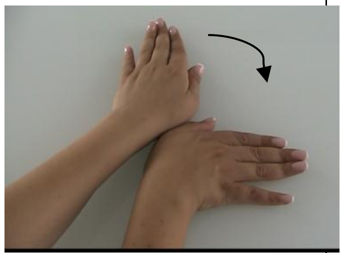
Επισημαίνεται ότι μόνο ένα από τα δύο σχήματα μπορεί να μετακινήσει.

3. **Παραγωγή χειρονομίας:** Η εκπαιδευτικός παράγει τη χειρονομία της περιστροφής λέγοντας παράλληλα, δηλαδή, « το σχήμα να περιστραφεί προς τα κάτω όπως κάνω τώρα με τα χέρια μου», «τοποθετώ το ένα μου χέρι όπως το ένα σχήμα και το άλλο μου χέρι όπως το άλλο σχήμα. Περιστρέφω το ένα σχήμα προς τα δεξιά μέχρι να ενωθούν και τα δύο σχήματα.»

4. **Προβολή βίντεο:**

Δείτε και το βίντεο και κάντε το με τα χέρια σας;» Προβάλλεται το δραστηριότητα 1, και η εκ/κος λέει στα παιδιά τα εξής:

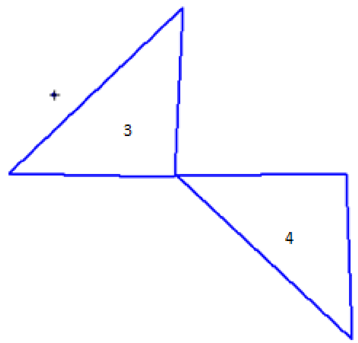
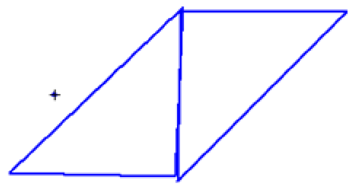
1. «προσπαθήστε και εσείς να κάνετε αυτό που λέει στο βίντεο, λέγοντας κάθε φορά τι κάνετε»;
2. «ποιος θέλει να προσπαθήσει να μας δείξει με τα χέρια του και να μας πει τι πρέπει να κάνουμε»;

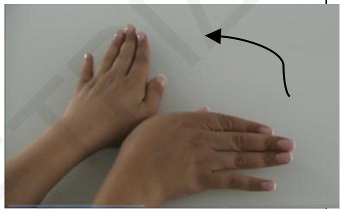
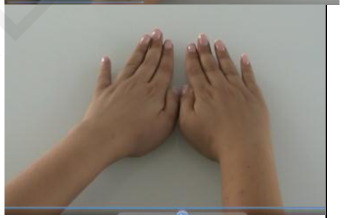


5. **Εκτέλεση Πρόβλεψης:**

Τα παιδιά εκτελούν την πρόβλεψη τους, με τα σχήματα από το κινέζικο τετράγωνο που τους έχουν δοθεί στο μαγνητικό πινακάκι τους.

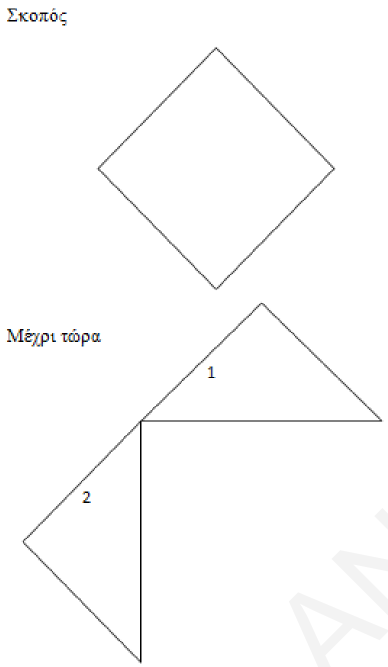
6. **Συζήτηση στην ολομέλεια:**

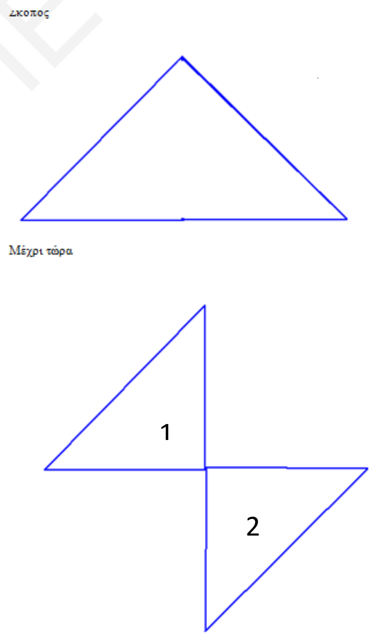
	Ένα παιδί από κάθε ομάδα (ΕΠΙΛΕΚΤΙΚΑ) παρουσιάζει το σχήμα και αναφέρει πώς το έφτιαξε. **7. Έλεγχος** Τοποθετούμε τα σχήματα στο φανελοπίνακα και καλούμε ένα παιδί να εκτελέσει την περιστροφή. Δίνουμε ξανά έμφαση στην αναπαραγωγή της χειρονομίας της περιστροφής προτού εκτελέσουμε τη δραστηριότητα στην ολομέλεια.		
Περιστροφή προς τα αριστερά (Σύνθεση δύο σχημάτων με και χωρίς διαχωριστικές γραμμές)	<u>**Δραστηριότητα 2**</u> 1. **Προβάλλονται με το βιντεοπροβολέα ο τελικός σκοπός του σχήματος και τα υποσχήματα στο φανελοπίνακα** 2. **Πρόβλεψη:** Η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να αναπαραστήσουν με τα χέρια τους τι πρέπει να κάνουν, λέγοντας κάθε φορά τι κάνουν. • Τι πρέπει να κάνει η Μπέλα Κορδέλα για να φτιάξει αυτό το καπέλο; • Ποιο σχήμα πρέπει να περιστρέψει; • Πώς θα μπορούσαμε να το δείξουμε με τα χέρια μας; • Πώς θα τοποθετούσαμε τα χέρια μας; • Ποια κίνηση πρέπει να κάνει το ένα μας χέρι; *Αναμένεται τα παιδιά να αναφέρουν την περιστροφή προς τα αριστερά. Πάλι δίνουμε έμφαση στο να επεκτείνουμε το μαθηματικό λεξιλόγιο των παιδιών γέρνω (ή στρίβω)-περιστρέφω).* 3. **Παραγωγή χειρονομίας:**		**Μέχρι τώρα**  **Σκοπός** 

	Η εκπαιδευτικός αναφέρει στα παιδιά τα εξής: «δηλαδή θα πρέπει να μετακινήσουμε το ένα σχήμα προς τα αριστερά (τοποθετεί τα χέρια της όπως είναι τα δύο σχήματα και περιστρέφει το ένα σχήμα προς τα πάνω)» 4. **Προβολή Βίντεο** (Δραστηριότητα 2). Ενθαρρύνουμε τα παιδιά να μιμηθούν τη χειρονομία μας 5. **Εκτελεση πρόβλεψης:** Καλούμε τα παιδιά να εφαρμόσουν την πρόβλεψη τους με τα σχήματα που έχουν τώρα στο πινακάκι τους. 6. **Συζήτηση στην Ολομέλεια:** Αφού τελειώσουν παρουσιάζουν στην ολομέλεια τα έργα τους (ΕΠΙΛΕΚΤΙΚΑ). Κάθε φορά η εκπαιδευτικός ενθαρρύνει τα παιδιά προτού παρουσιάσουν τι έκαναν να το διατυπώσουν λεκτικά και να το αναπαραστήσουν με χειρονομία. 7. **Έλεγχος** Καλείται ένα παιδί να εκτελέσει την περιστροφή με τα υποσχήματα (υποσχήματα 1 και 2) στο φανελοπίνακα.	 	

Επέκταση-Παραγωγή χειρονομιών

Προβάλλονται τα πιο κάτω σχήματα σταδιακά (έργο 1-έργο 2). Ταυτόχρονα τοποθετούνται στο φανελοπίνακα τα υποσχήματα όπως φαίνονται πιο κάτω (μέχρι τώρα). Καλούμε κάθε φορά τα παιδιά να μας υποδείξουν πώς πρέπει να περιστρέψουμε τα υποσχήματα ενθαρρύνοντας τα να παράγουν μία από τις χειρονομίες που έχουν μάθει και νομίζουν ότι ταιριάζει. Καλείται κάθε φορά ένα παιδί αν εκτελέσει την πρόβλεψη στο φανελοπίνακα και να γίνει έλεγχος.



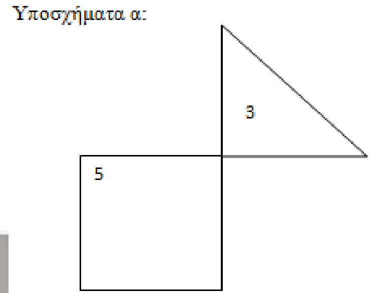
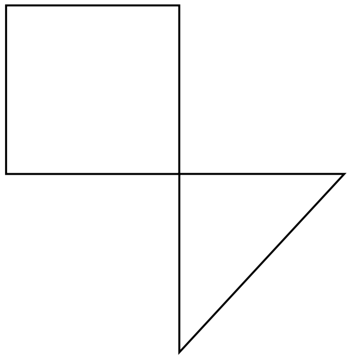


ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 2Β

Τίτλος μαθήματος: Σύνθεση και Ανάλυση δύο σχημάτων (με και χωρίς διαχωριστικές γραμμές) με περιστροφή

Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 2Β, Ψηφιακός Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 2Β, Κινέζικο Τετράγωνο (tangrams)

<u>Πρόκληση Ενδιαφέροντος:</u> Η εκπαιδευτικός εμφανίζεται με τη φιγούρα της Μπέλας Κορδέλας μέσα από το κουκλοθέατρο και αναφέρει στα παιδιά ότι χρειάζεται τη βοήθεια τους για μία ακόμη αποστολή.

Στόχοι	Δραστηριότητες	Χειρονομίες	Εικόνα σχημάτων
Εκτέλεση οδηγιών για σύνθεση σχημάτων χρησιμοποιώντας την περιστροφή	**<u>Δραστηριότητα 1</u>** 1. **Προβολή υποσχημάτων** Η εκπαιδευτικός προβάλλει στα παιδιά τα υποσχήματα α στο φανελοπίνακα. Τους λεει ότι η Μπέλα Κορδέλα έχει συγχύσει τα τελικά σχέδια για τα δύο καπέλα που έχει αναλάβει με άλλα σχέδια(τα οποία και αυτά προβάλλονται ως επιλογές στον προβολέα). Αλλά έχει ένα πολύτιμο βίντεο που θα την βοηθήσει βρει ποια σχέδια ανήκουν στα κομμάτια του κάθε καπέλου. Το βίντεο αυτό θα μας δείξει πώς να μετακινήσουμε τα κομμάτια για να φτιάξουμε το καπέλο. 2. **Προβολή Βίντεο** Η εκπαιδευτικός προβάλλει το βίντεο (δραστηριότητα $1^{α}$). 3. **Πρόβλεψη** Τα παιδιά καλούνται να επιλέξουν τη σωστή επιλογή μετά από το βίντεο που έχουν παρακολουθήσει.	 	 

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

• «Ποια από τις τρεις επιλογές που βλέπετε είναι η σωστή»;(επιλογή 1)

4. **Παραγωγή χειρονομίας**

Το κάθε παιδί λεει την επιλογή του λεκτικά αλλά και με κινήσεις των χεριών. Συγκεκριμένα η εκπαιδευτικός ρωτάει το κάθε ζευγάρι:

i. Ποια νομίζεις είναι η σωστή επιλογή;
ii. Τι ακριβώς μας είπε το βίντεο ότι πρέπει να κάνουμε;
iii. Δείξε μου με τα χέρια σου. Πώς να τοποθετήσουμε τα χέρια μας ; Πώς να περιστρέψω το σχήμα;

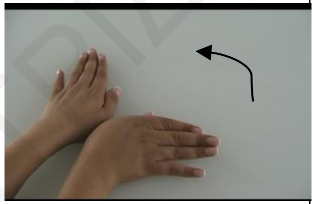
5. **Εκτέλεση Πρόβλεψης**

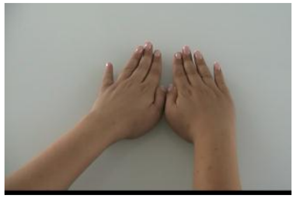
Για έλεγχο καλείται ένα παιδί να εκτελέσει την κίνηση που άκουσε στο βίντεο με τα υποσχήματα στο φανελοπίνακα.

<u>**Δραστηριότητα 1β**</u>

Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία για τα υποσχήματα β (περιστροφή προς τα αριστερά πάνω-σωστή επιλογή 2-δραστηριότητα 1β)

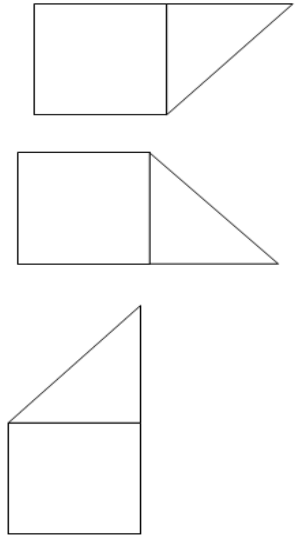
</td>
<td>



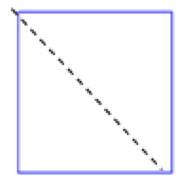
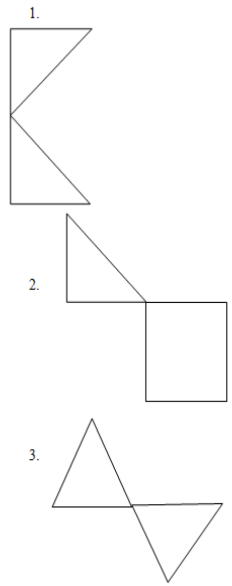


</td>
<td>

Επιλογές:



</td>
</tr>
</table>

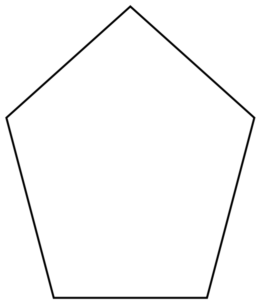
Ανάλυση σχημάτων με διαχωριστικές γραμμές-Περιστροφή(αν τίστροφες χειρονομίες)	<u>**Δραστηριότητα 2**</u> 1. **Μήνυμα –Προβολή Σχεδίων και υποσχημάτων** Η εκπαιδευτικός αναφέρει στα παιδιά ότι θα παίξουν ένα παιχνίδι. Κάθε φορά θα τους δείχνει ένα σχήμα και αυτοί θα πρέπει να ψαρέψουν τα κομματάκια (επιλογές-προβάλλονται μέσω του προβολέα και είναι τοποθετημένα κάτω για να τα ψαρέψουν) που θα πάρουν εάν το κόψουν. . **2. Πρόβλεψη** Γίνεται συζήτηση και καλείται ένα παιδί να επιλέξει (ψαρέψει) ποια επιλογή θεωρεί σωστή. Ενθαρρύνουμε τα παιδιά να μας εξηγήσουν με λόγια αλλά και με τα χέρια τους. - Τι νομίζετε θα συμβεί εάν κόψουμε το σχήμα εκεί που δείχνει η διακεκομμένη γραμμή»; - Πόσα κομματάκια νομίζετε θα πάρουμε εάν το κόψουμε στη διακεκομμένη γραμμή; - Τι σχήμα θα έχουν αυτά τα δύο κομματάκια; - Αυτά τα κομματάκια θα είναι ενωμένα; - Μπορεί κάποιος να προσπαθήσει να μου το δείξει με τα χέρια του; Σκεφτείτε πώς τοποθετούμε τα χέρια μας όταν δύο σχήματα είναι ενωμένα; - Μπορεί κάποιος να μου δείξει; Τώρα που δεν θα είναι ενωμένα πώς θα πρέπει να τοποθετήσω τα χέρια μου. Θυμηθείτε ότι κάθε φορά μόνο ένα σχήμα περιστρέφεται; Προς τα πού νομίζετε θα περιστραφεί; Δεξιά ή αριστερά; Προσπαθήστε τώρα ξανά με τα χεράκια σας και δείξτε και πέστε μου τι άραγε θα συμβεί;»		Σχήμα 1  Περιεχόμενο τριών φακέλων 

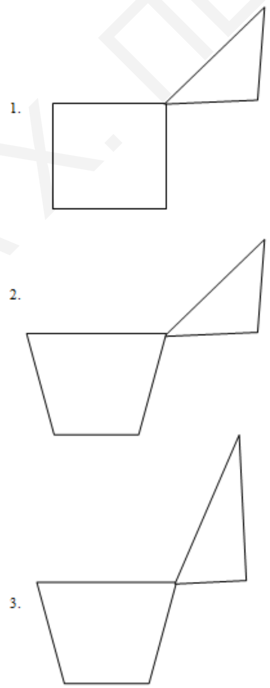
	3. Κοπή Σχήματος Τα παιδιά καλούνται να κόψουν το σχήμα εκεί που είναι οι διακεκομμένες γραμμές. Αφού το κόψουν η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να τα τοποθετήσουν στο πινακάκι τους, όπως είναι το καπέλο στο φανελοπίνακα . *«Τοποθετήστε τα κομματάκια τώρα που έχετε όπως είναι το καπέλο (η εκ/κος περνά από κάθε ζευγάρι και βλέπει εάν τα κομμάτια είναι τοποθετημένα όπως προβάλλονται στο φανελοπίνακα»* -Τελικά ποια είναι η σωστή επιλογή; -Τα κομμάτια που μας δείχνει ο βιντεοπροβολέας είναι ενωμένα όπως αυτά που είναι στο πινακάκι σας; -Τι νομίζετε ότι έχει συμβεί άραγε;(αναμένεται να αναφέρουν ότι απομακρύνθηκε το ένα κομμάτι από το άλλο). Εφόσον η Μπελα Κορδέλα μας είπε ότι μόνο ένα σχήμα μπορει κάθε φορά να περιστέφεται, τι ακριβώς νομίζετε έχει συμβεί; (αναμένεται να αναφέρουν ότι το ένα κομμάτι περιστράφηκε προς αριστερά). **4. Παραγωγή χειρονομιών:** Η εκπαιδευτικός ενθαρρύνει τα παιδιά να δείξουν αυτό που συνέβηκε με τα χέρια τους. «Στην αρχή τα δύο σχήματα ήταν ενωμένα. Ενώστε τα χέρια σας. Μετά το ένα σχήμα περιστράφηκε προς τα αριστερά» Ποιος θέλει να προσπαθήσει να μας το δείξει;» Καλούμε ένα παιδί. Παράγει τη χειρονομία και διατυπώνει με λόγια την ενέργεια του. 5. **Προβολή χειρονομίας στο βίντεο** Ηεκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να δουν την αντίστοιχη χειρονομία που προβάλλεται στο βίντεο(δραστηριότητα 2) και να τη μιμηθούν λέγοντας παράλληλα τι ακριβώς κάνουν.	 	

	6.Εκτέλεση περιστροφής στα υποσχήματα Η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να εφαρμόσουν αυτό που άκουσαν και είδαν στα σχήματα στο πινακάκι τους για να βρουν τη σωστή επιλογή (επιλογή 1) Γίνεται παρουσίαση μερικών έργων. Τους καλούμε ξανά να μας εξηγήσουν με λόγια και με τα χέρια τους τι ακριβώς έχουν κάνει. **7. Έλεγχος στην ολομέλεια** Έπειτα τοποθετούνται στο φανελοπίνακα τα υποσχήματα 1 και 2 και όπως είναι το καπέλο και καλείται ένα παιδί να εκτελέσει την περιστροφή και στην ολομέλεια. Προτού προβεί στην εκτέλεση ενθαρρύνεται το παιδί να διατυπώσει με λόγια αλλά και με κινήσεις χεριών τι πρόκειται να κάνει.		

Επέκταση (Ανάλυση σχημάτων χωρίς διαχωριστικές γραμμές)-Ενθάρρυνση Παιδιών για παραγωγή χειρονομίας:

Τοποθετείται το σχήμα που πρόκειται να κοπεί στο φανελοπίνακα. Προβάλλονται οι επιλογές και καλούμε τα παιδιά να επιλέξουν (ψαρέψουν) τώρα την ορθή επιλογή. Έπειτα γίνεται η κοπή του σχήματος από την εκπαιδευτικο και τοποθετούνται τα σχήματα ενωμένα όπως ήταν αρχικά στο μαγνητικό πίνακα. Καλούμε τα παιδιά να μας δείξουν λεκτικά και με χειρονομία πώς πρέπει να περιστρέψουμε το υποσχήμα για να ταιριάζει στη σωστή επιλογή. Ακολούθως ένα παιδί για έλεγχο της πρόβλεψης εκτελεί την περιστροφή.





ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 3

Τίτλος μαθήματος: Ελεύθερες Δραστηριότητες για τη συναρμολόγηση γεωμετρικών συνθέσεων

Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 3 με το Κινέζικο Τετράγωνο (tangrams) και τα Σχήματα Μοτίβου (Patternblock)

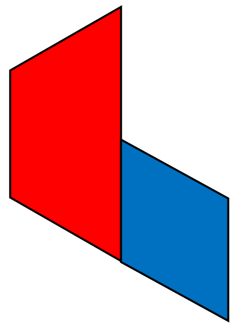
Στόχοι	**Δραστηριότητα**
Να συνθέτουν τετράγωνο χρησιμοποιώντας 2 και περισσότερα υποσχήματα	<u>**Δραστηριότητα 1**</u> Τα παιδιά σε ζευγάρια χρησιμοποιώντας 2 και περισσότερα κομμάτια από το υλικό Κινέζικο Τετράγωνο (tangrams) θα κληθούν να φτιάξουν τετράγωνα έχοντας μπροστά τους την εικόνα ενός τετραγώνου.
Να φτιάχνουν γεωμετρικές συνθέσεις με όσα υποσχήματα επιθυμούν **Να περιγράφουν γεωμετρικές συνθέσεις**	<u>**Δραστηριότητα 2**</u> Τα παιδιά βρίσκονται σε ζευγάρια Α, Β έχοντας ένα διαχωριστικό εμπόδιο ανάμεσα τους. Ο Α αναπτύσσει μια γεωμετρική σύνθεση με τη χρήση patternblocks την οποία καλείται να περιγράψει στον Β για να μπορέσει να τη δημιουργήσει και αυτός με τη σειρά του. Αφού απομακρυνθεί το διαχωριστικό τα παιδιά συγκρίνουν της συνθέσεις τους. Το παιχνίδι επαναλαμβάνεται με αντιστροφή ρόλων.

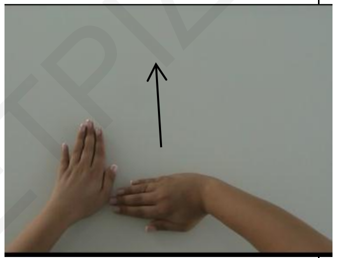
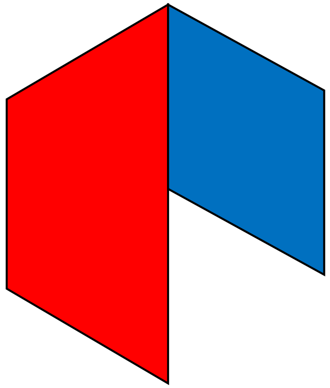
ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 4

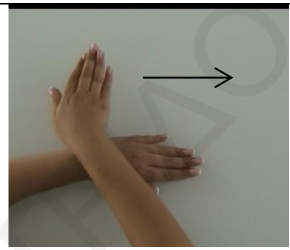
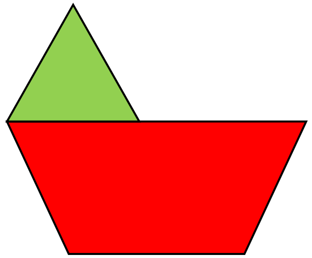
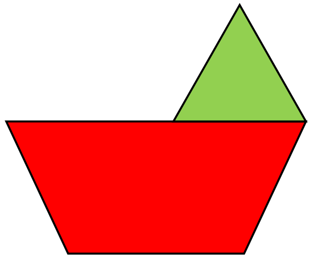
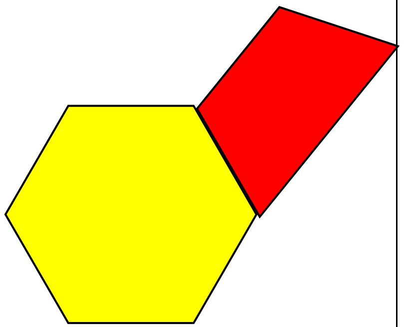
Τίτλος μαθήματος: Αναδιοργάνωση (reconfiguration) γεωμετρικής σύνθεσης δύο ή τριών σχημάτων με μετατόπιση και περιστροφή

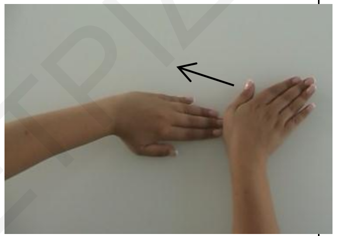
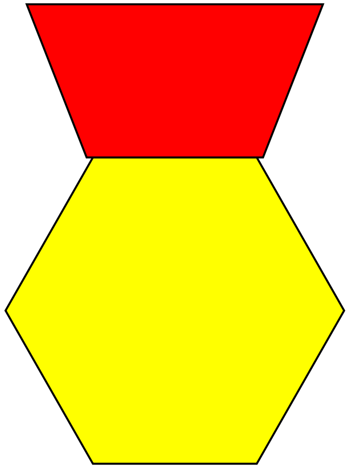
Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 4, Ψηφιακός Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 4, Σχήματα Μοτίβου (Patternblock)

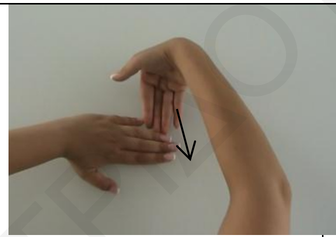
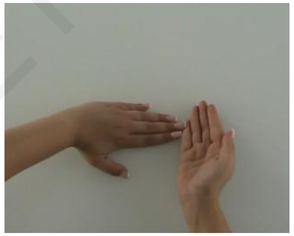
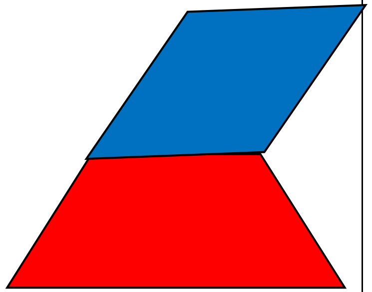
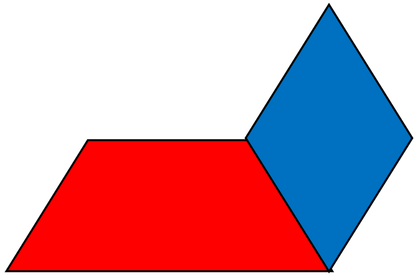
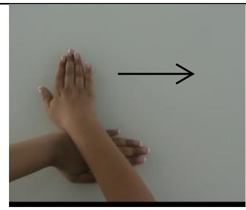
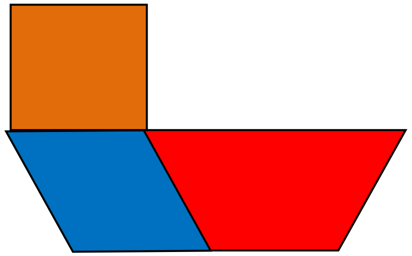
<u>Πρόκληση Ενδιαφέροντος:</u> Η εκπαιδευτικός καλεί ένα παιδί να έρθει στο μαγνητικό πίνακα της τάξης και να πάρει 2 συγκεκριμένα σχήματα μοτίβου (οποιαδήποτε επιθυμείτε) και να φτιάξει με αυτά οτιδήποτε θέλει (π.χ. ένα ανθρωπάκι). Αφού το φτιάξει καλούμε τα υπόλοιπα παιδιά να το φτιάξουν σε ζευγάρια στα πινακάκια τους. Στη συνέχεια καλούμε το παιδί να κάνει μία αλλαγή χωρίς να σηκώσει σχήμα από τον πίνακα, μετακινώντας μόνο ένα από τα δύο σχήματα και να τον δουν τα υπόλοιπα παιδιά. Έπειτα τον καλούμε να επεξηγήσει στα υπόλοιπα παιδιά την αλλαγή για να την κάνουν κι αυτά. Τέλος γίνεται σύγκριση των συνθέσεων των υπολοίπων παιδιών και του ιδίου για έλεγχο.

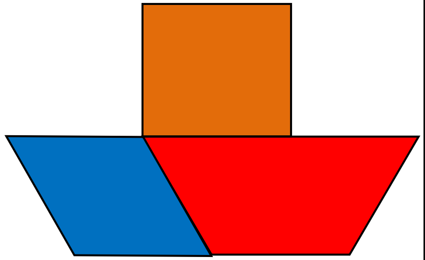
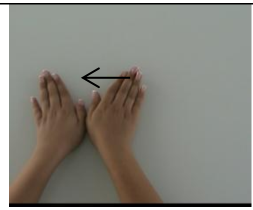
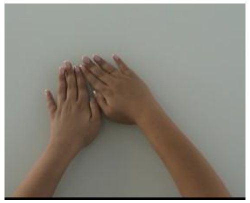
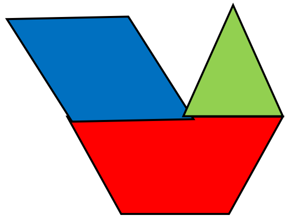
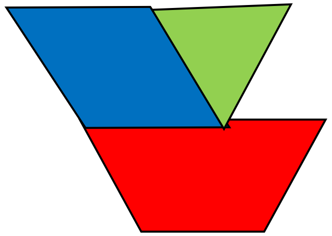
Στόχοι	Δραστηριότητες	Χειρονομίες	Εικόνα σχημάτων
Αναδιοργάνωση η σχήματος με 2 υποσχήματα- Μετατόπιση	**<u>Δραστηριότητα 1</u>** **1. Προβολή αρχικής σύνθεσης στο μαγνητικό πίνακα** Η εκπαιδευτικό κατασκευάζει τη γεωμετρική σύνθεση στο μαγνητικό πίνακα της τάξης 2. **Κατασκευή σύνθεσης από τα παιδιά** Καλούμε τα παιδιά να φτιάξουν την πιο πάνω σύνθεση σε ζευγάρια με τα σχήματα που έχουν στη διάθεση τους. Έπειτα παρουσιάζουν τα έργα τους. 3. **Προβολή τελικής σύνθεσης** Η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να τοποθετήσουν τις συνθέσεις τους κάτω και προβάλλει την πιο κάτω φιγούρα.		**Αρχική σύνθεση** 

	4. Εντοπισμός γεωμετρικού μετασχηματισμού από τα παιδιά Καλούμε τα παιδιά να εντοπίσουν την αλλαγή που έχει συμβεί στη σύνθεση (μετατόπιση μπλε σχήματος προς τα πάνω μέχρι να φτάσει στο τέλος του κόκκινου σχήματος) και να μας την αναφέρουν λεκτικά αλλά και με χειρονομίες. **5. Προβολή βίντεο χειρονομίας-Αναπαραγωγή χειρονομίας** **6. Εφαρμογή μετατόπισης στη γεωμετρική σύνθεση τους στο μαγνητικό τους πινακάκι** **7. Έλεγχος** Για έλεγχο καλούμε ένα παιδί να εφαρμόσει τη μετατόπιση στη γεωμετρική σύνθεση που βρίσκεται στο μαγνητικό πίνακα της τάξης. Ενθαρρύνουμε το παιδί να μας εξηγήσει λεκτικά αλλά και με χειρονομία την ενέργεια του.	 	**Τελικό σχήμα** **(μετά από μετατόπιση)** 

	<u>**Δραστηριότητα 1- Επέκταση**</u> **Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία και για το διπλανό σχήμα στην ολομέλεια** *(μετατόπιση του πράσινου σχήματος από τα αριστερά προς τα δεξιά μέχρι να φτάσει το τέλος του κόκκινου σχήματος)*.	 	**Αρχική σύνθεση**  **Τελική σύνθεση** **(μετά από μετατόπιση)** 
Αναδιοργάνωση σχήματος με 2 υποσχήματα- Περιστροφή	<u>**Δραστηριότητα 2**</u> **1. Προβολή αρχικής σύνθεσης στο μαγνητικό πίνακα** Η εκπαιδευτικό κατασκευάζει τη γεωμετρική σύνθεση στο μαγνητικό πίνακα της τάξης **2. Κατασκευή σύνθεσης από τα παιδιά** Καλούμε τα παιδιά να φτιάξουν την πιο πάνω σύνθεση σε ζευγάρια με τα σχήματα που έχουν στη διάθεση τους. Έπειτα παρουσιάζουν τα έργα τους.		**Αρχική σύνθεση** 

	3. Προβολή τελικής σύνθεσης Η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να τοποθετήσουν τις συνθέσεις τους κάτω και προβάλλει την πιο κάτω φιγούρα. **4. Εντοπισμός γεωμετρικού μετασχηματισμού από τα παιδιά** Καλούμε τα παιδιά να εντοπίσουν την αλλαγή που έχει συμβεί στη σύνθεση (περιστροφή κόκκινου σχήματος προς τα αριστερά μέχρι να ενωθεί ξανά με το κίτρινο σχήμα) και να μας την αναφέρουν λεκτικά αλλά και με χειρονομίες. **5. Προβολή βίντεο χειρονομίας-Αναπαραγωγή χειρονομίας** **6. Εφαρμογή μετατόπισης στη γεωμετρική σύνθεση τους στο μαγνητικό τους πινακάκι** **7. Έλεγχος** Για έλεγχο καλούμε ένα παιδί να εφαρμόσει τη μετατόπιση στη γεωμετρική σύνθεση που βρίσκεται στο μαγνητικό πίνακα της τάξης. Ενθαρρύνουμε το παιδί να μας εξηγήσει λεκτικά αλλά και με χειρονομία την ενέργεια του.	 	**Τελική σύνθεση** 

	<u>**Δραστηριότητα 2- Επέκταση**</u> **Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία και για το διπλανό σχήμα στην ολομέλεια και όχι σε ζευγαράκια** *(Περιστρέφω το μπλε σχήμα προς τα δεξιά μέχρι να ενωθεί ξανά με το κόκκινο σχήμα).*	 	**Αρχική σύνθεση**  **Τελική σύνθεση** 
Αναδιοργάνωση σχήματος με 3 υποσχήματα-Μετατόπιση	<u>**Δραστηριότητα 3**</u> 1. **Προβολή αρχικής σύνθεσης στο μαγνητικό πίνακα** Η εκπαιδευτικό κατασκευάζει τη γεωμετρική σύνθεση στο μαγνητικό πίνακα της τάξης 2. **Εντοπισμός γεωμετρικού μετασχηματισμού από τα παιδιά** Καλούμε τα παιδιά να εντοπίσουν την αλλαγή που έχει συμβεί στη σύνθεση(μετακινούμε το πορτοκαλί σχήμα προς τα δεξιά. Όταν φύγει ολόκληρο από το μπλε σχήμα, σταματούμε) και να μας την αναφέρουν λεκτικά αλλά και με χειρονομίες.		**Αρχική γεωμετρική σύνθεση** 

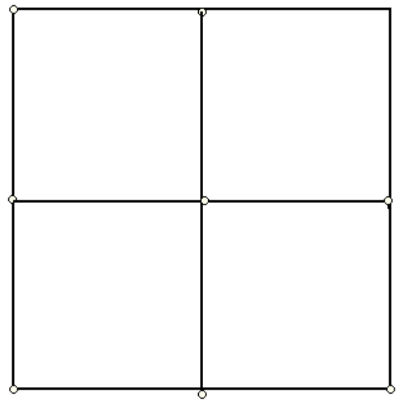
	3. **Προβολή βίντεο χειρονομίας-Αναπαραγωγή χειρονομίας** 4. **Εφαρμογή μετατόπισης στη γεωμετρική σύνθεση τους στο μαγνητικό τους πινακάκι** 5. **Έλεγχος:** Για έλεγχο καλούμε ένα παιδί να εφαρμόσει τη μετατόπιση στη γεωμετρική σύνθεση που βρίσκεται στο μαγνητικό πίνακα της τάξης. Ενθαρρύνουμε το παιδί να μας εξηγήσει λεκτικά αλλά και με χειρονομία την ενέργεια του.		**Τελική γεωμετρική σύνθεση** 
Αναδιοργάνωση σχήματος με 3 υποσχήματα-Περιστροφή	**<u>Δραστηριότητα 3- Επέκταση</u>** **Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία και για το διπλανό σχήμα στην ολομέλεια και όχι σε ζευγάρια.** *(περιστρέφουμε το πράσινο σχήμα προς τα αριστερά μέχρι να ενωθεί με το μπλε σχήμα)***.**	 	**Αρχική γεωμετρική σύνθεση**  **Τελική γεωμετρική σύνθεση** 

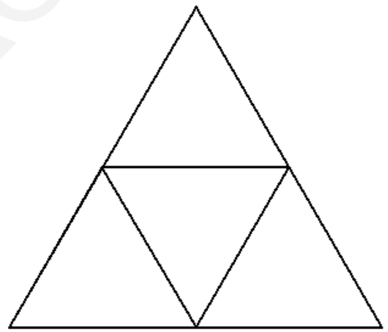
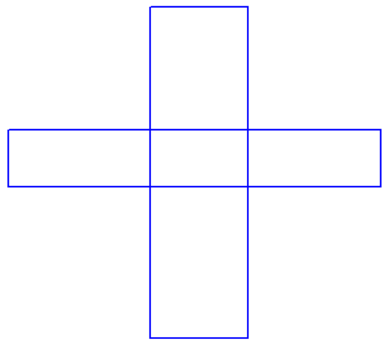
ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 5

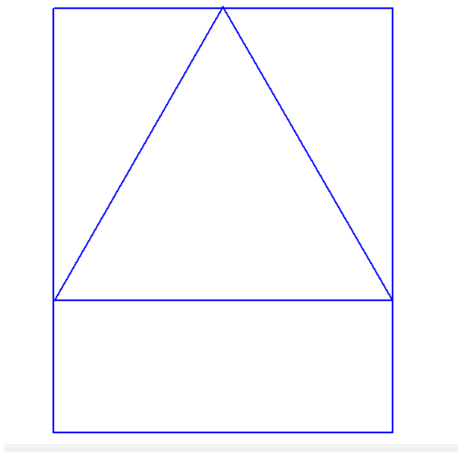
Τίτλος μαθήματος: Αντιληπτική διάκριση απλών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις

Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 5, Ψηφιακός Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 5, Διαφάνειες Εργασίας

Πρόκληση Ενδιαφέροντος: Η εκπαιδευτικός εμφανίζεται με μια φιγούρα του Μάγου Αστρούλη και λεει στα παιδιά ότι έχει αναλάβει τρεις αποστολές σήμερα για να λύσει. Η πρώτη αποστολή είναι να απαντήσει στην ερώτηση: Πόσα τετράγωνα βλέπεις σε αυτό το σχήμα; Όμως δυσκολεύεται πολύ και ζητάει τη βοήθεια μας.

Στόχοι	**Δραστηριότητες**	**Εικόνα σχημάτων**
Αναγνώριση εμφανών και μη εμφανών γεωμετρικών σχημάτων	**Δραστηριότητα 1** 1. **Προβολή Σχήματος α στην ολομέλεια** 2. Τα παιδιά καλούνται σε ζευγάρια να συζητήσουν, να μετρήσουν τα τετράγωνα που έχουν βρει στο συγκεκριμένο σχήμα(α). (Σωστή Απάντηση =5) 3. **Επαλήθευση: Γίνεται** επαλήθευση των απαντήσεων των παιδιών στην ολομέλεια στο φανελοπίνακα με τη χρήση 2 διαφανειών κομμένων σε ένα μικρό τετράγωνο και ένα μεγάλο τετράγωνο. Καλούμε ένα παιδί να μας υποδείξει πόσα τετράγωνα βλέπει. Όταν μετρούν τα μικρά τετράγωνα που το αποτελούν, τα παιδιά μπορούν να επανατοποθετούν το μικρό τετράγωνο σε διαφάνεια πάνω στο μεγάλο τετράγωνο.	 **(α)**

	Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία και με το τρίγωνο (Σωστή απάντηση: 5 τρίγωνα: 1 μεγάλο και 4 μικρά).	 **(β)**
	<u>Επέκταση</u> 1. **Προβολή σχήματος (γ) στην ολομέλεια** 2. **Συζήτηση στην ολομέλεια** Καλούμε τα παιδιά στην ολομέλεια να μας αναφέρουν πόσα ορθογώνια βλέπουν. 3. **Επαλήθευση** Υπάρχουν κομμένα όλα τα δυνατά ορθογώνια που μπορεί κανείς να διακρίνει σε αυτό το σταυρό σε διαφάνεια και κάθε φορά κοντά στο σταυρό στο φανελοπίνακα παρουσιάζεται ένα από αυτά τα ορθογώνια. Τα παιδιά ρωτούνται τα εξής για το συγκεκριμένο ορθογώνιο: • Πώς μπορώ να βάλω αυτό το σχήμα ώστε να ταιριάζει πάνω στο σταυρό; Τα παιδιά αρχικά περιγράφουν και μετά δοκιμάζουν πρακτικά τις διαφορετικές τοποθετήσεις του συγκεκριμένου ορθογωνίου πάνω στο σταυρό.	

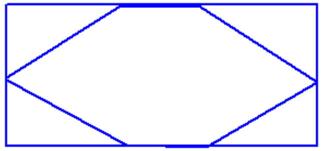
	Ακολουθεί η ίδια διαδικασία για όλες τις μορφές ορθογωνίων που μπορεί να διακρίνει κανείς στο σταυρό (Σωστή Απάντηση 11)	(γ)
	Η εκπαιδευτικός διαβάζει στα παιδιά το μήνυμα για την επόμενη αποστολή. Το μήνυμα εμπεριέχει τις οδηγίες για την επόμενη δραστηριότητα. «Αγαπημένα μου παιδιά συγχαρητήρια για την αποστολή που έχετε εκτελέσει με τόση μεγάλη επιτυχία. Όμως σας περιμένει ακόμη μία μεγάλη αποστολή.Η ιστορία της Έλλης και της Νεφέλης».	
Κατασκευή συνθέσεων γεωμετρικών σχημάτων με διάφορους τρόπους	**Δραστηριότητα 2** **Παρουσίαση ιστορίας και σχήματος** Παρουσιάζεται στα παιδιά μέσω του προβολέα (Βίντεο) η εξής ιστορία: Η Έλλη και η Νεφέλη χτες επισκέφτηκαν το Γυαλιστερό Κουμπί αλλά κάτι φοβερό συνέβηκε. Χάλασε ο μαγικός καθρέφτης. Τότε αποφάσισαν να σχεδιάσουν διάφορα σχήματα. Όμως τα μαγικά της Οδού Χρυσόσκονης δεν σταμάτησαν να υπάρχουν πάνω στα κορίτσια. Ξέρετε τι έκαναν; Έφτιαξαν το ίδιο σχήμα αλλά με διαφορετικό τρόπο. Η Έλλη έφτιαξε το σχέδιο (παρουσιάζεται στο φανελοπίνακα) χρησιμοποιώντας μόνο δύο σχήματα και η Νεφέλη με τέσσερα σχήματα. Μπορείτε να μαντέψετε ποια σχήματα σχεδίασε το κάθε κορίτσι. **Συζήτηση στην ολομέλεια για τα σχήματα της Έλλης** Αρχικά καλούμε τα παιδιά να φανταστούν ότι είναι η Έλλη και να βρουν τα δύο διαφορετικά σχήματα που χρησιμοποίησε η Έλλη.	

	Έλεγχος Για έλεγχο παρουσιάζονται 2 διαφάνειες χρωματιστές (διαφορετικού χρώματος), η μία σε σχήμα τρίγωνου και η άλλη τετράγωνου. Για κάθε σχήμα που θα αναφέρουν τοποθετούμε την αντίστοιχη διαφάνεια Γίνονται οι πιο κάτω ερωτήσεις: - Τι πρέπει να κάνω για να φτιάξω το σχέδιο της Έλλης; Για παράδειγμα τοποθετούμε το τρίγωνο πάνω στο τετράγωνο. Αν δεν προτείνουν και την αντίστροφη λύση, η εκπαιδευτικός ρωτά: - Υπάρχει και άλλος τρόπος να τα τοποθετήσω για να πάρω το σχέδιο της Έλλης; (το τετράγωνο πάνω στο τρίγωνο). Η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να παρατηρήσουν τι συμβαίνει στο σημείο που το ένα σχήμα είναι πάνω στο άλλο.	
	Συζήτηση στην ολομέλεια για τα σχήματα της Νεφέλης Έπειτα καλεί τα παιδιά να φανταστούν ότι είναι η Νεφέλη και έτσι θα πρέπει να φτιάξουν το ίδιο σχέδιο με τέσσερα σχήματα. Τους καλεί να υποθέσουν ποια σχήματα σχεδίασε; **Έλεγχος:** Κάθε φορά στο κάθε σχήμα που ακούμε τοποθετούμε τα χρωματιστά σχήματα –διαφανειών στο σχήμα που αντιστοιχεί. Αφού αναφερθούν όλα τα σχήματα γίνονται οι εξής ερωτήσεις: • Τι παρατηρείτε; • Σας δυσκόλεψε κάτι; Γιατί όχι; (γιατί τα σχήματα παρόλο που είναι ενωμένα, δεν είναι το ένα πάνω στο άλλο)	

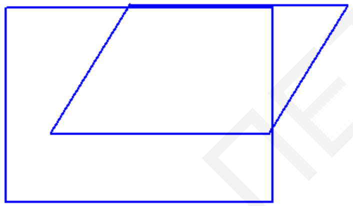
Αναγνώριση εμφανών και μη εμφανών υποσχημάτων σε συνθέσεις γεωμετρικών σχημάτων	**Δραστηριότητα 3** Παιχνίδι τόμπολα: Δίνονται κάρτες στα παιδιά με 4 σύνθετα σχήματα. Η κληρωτίδα εμφανίζει διάφορα σχήματα. Τα παιδιά κάθε φορά χρωματίζουν το σχήμα στην κάρτα τους. Αυτός που θα καταφέρει να χρωματίσει ένα από τα μικρότερα απλά σχήματα του σύνθετου σχήματος και στα 4 σχήματα που έχει στη διάθεση του είναι ο νικητής. Προσοχή! Κάθε υπόσχημα θα πρέπει να εμφανίζεται με το προσανατολισμό που δείχνει το έντυπο με τα σχήματα της κληρωτίδας που έχετε στη διάθεση σας. Κάθε φορά το παιδί που εντοπίζει στην κάρτα του το υποσχήμα αναφέρει ποιο είναι και τη θέση του.	

ΚΑΡΤΑ 1

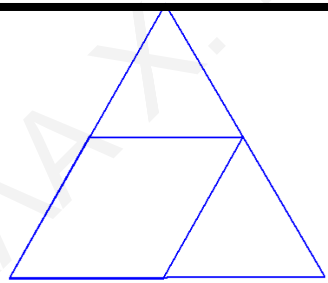
1.



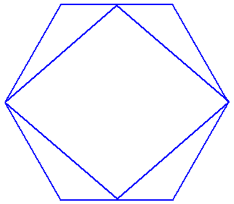
2.



3.

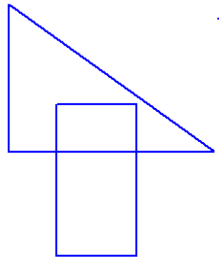


4.

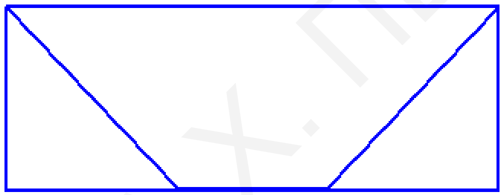


ΚΑΡΤΑ 2

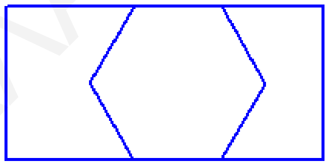
1.



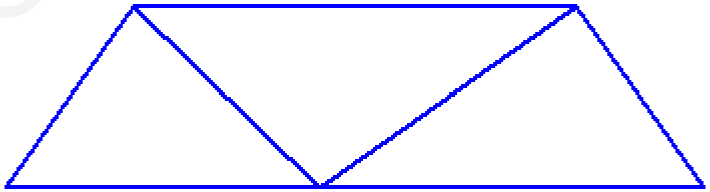
2.



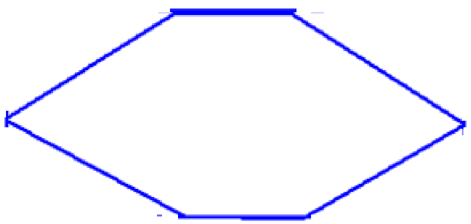
3.



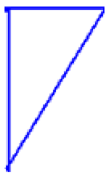
4.



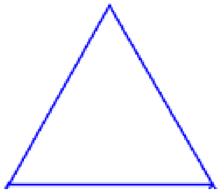
ΣΧΗΜΑΤΑ ΚΛΗΡΩΤΙΔΑΣ



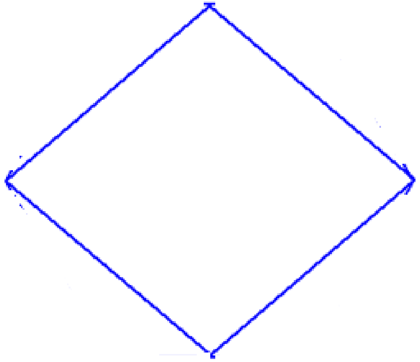
(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 1 της κάρτας 1)



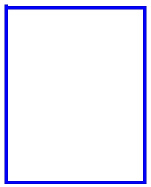
(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 2 της κάρτας 1)



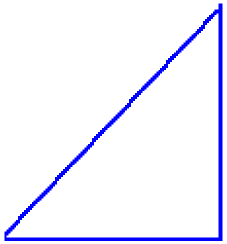
(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 3 της κάρτας 1-αντιστοιχεί και στα 2 τρίγωνα που σχηματίζονται)



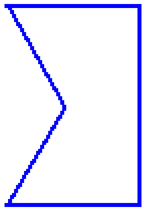
(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 4 της κάρτας 1)



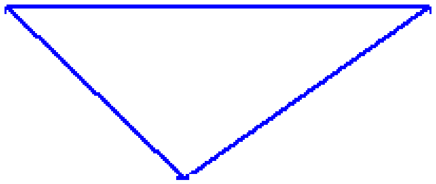
(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 1 της κάρτας 2)



(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 2 της κάρτας 2)



(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 3 της κάρτας 2)



(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 4 της κάρτας 2)

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

Υλικό Παρεμβατικού Προγράμματος Πειραματικής Ομάδας 2

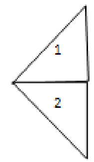
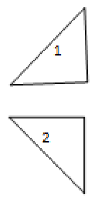
(ΠΟ2: Μόνο παρακολούθηση χειρονομιών)

ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 1Α

Τίτλος μαθήματος: Σύνθεση δυο σχημάτων (με ή χωρίς διαχωριστικές γραμμές) με μετατόπιση

Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 1Α, Ψηφιακός Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 1Α, μέλισσα-ρομπότ (bee-bot), κινέζικο τετράγωνο (tangrams), μαγνητικά πινακάκια εργασίας.

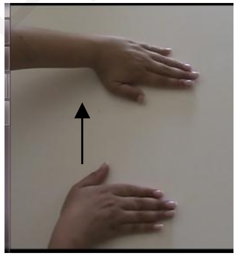
<u>Πρόκληση Ενδιαφέροντος:</u> Κρύβουμε τη φιγούρα του Μάγου Αστρούλη και καλούμε τα παιδιά να ρυθμίσουν τη μέλισσα-ρομπότ (bee-bot) για να την εντοπίσει.. Η εκπαιδευτικός αρχίζει την αφήγηση του παραμυθιού «*ο Μάγος Αστρούλης στο Μαγικό Μαγαζί»,* το οποίο προβάλλεται μέσω του προβολέα. Διακόπτει την αφήγηση στη σελίδα 5 και ανακοινώνει στα παιδιά ότι ο Μάγος Αστρούλης ζητά τη βοήθεια μας. Αναφέρει στα παιδιά ότι τους έστειλε πώς πρέπει να μοιάζουν οι ομπρέλες του και τι έχει ετοιμάσει μέχρι τώρα.

Στόχοι	**Δραστηριότητες**	**Χειρονομίες**	**Εικόνα σχημάτων**
Σύνθεση σχημάτων με 2 υποσχήματα με διαχωριστικές γραμμές **Μετατόπιση από πάνω προς τα κάτω (ή**	**<u>Δραστηριότητα 1</u>** 1. **Προβολή σχεδίων (σχήματα 1 και 2-μέχρι τώρα) Μάγου Αστρούλη από τις ομπρέλες** 2. **Υποβολή ερωτήσεων** • Τι πρέπει να κάνει ο Μάγος Αστρούλης με αυτά τα σχήματα για να φτιάξει την ομπρέλα του; (Αναμένεται ότι τα παιδιά θα πουν να μετακινήσουν τα σχήματα).		Σκοπός (τελικό σχήμα)  Μέχρι τώρα 

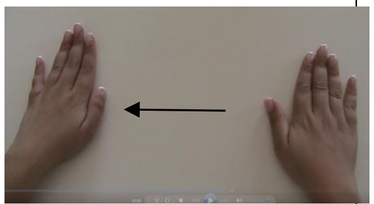
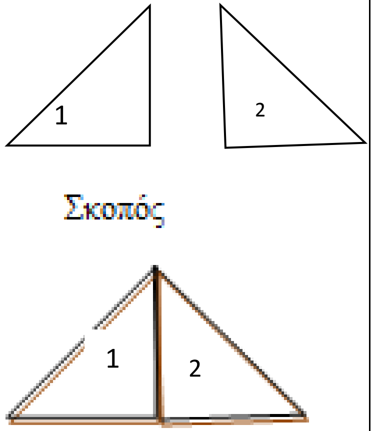
αντίστροφα)	• Εάν όμως ο Μάγος Αστρούλης κάθε φορά μόνο ένα σχήμα έχει να μετακινήσει τι πρέπει να κάνει; (μετατόπιση του πάνω σχήματος από πάνω προς τα κάτω μέχρι να ακουμπήσει στο κάτω σχήμα –είναι αποδεκτό και το αντίστροφο) **3. Προβολή βίντεο** « *Δείτε και το βίντεο και κάντε το με τα χέρια σας;*» Προβάλλεταιτο video (metatopisi apo panw pros katw) **4. Εκτέλεση πρόβλεψης:** Εκτελεση προβλέψεων με τα σχήματα από το κινέζικο τετράγωνο στο πινακάκι (σε ζευγάρια) **5. Συζήτηση στην ολομέλεια** Ενα παιδί από κάθε ομάδα παρουσιάζει το σχήμα και αναφέρει πώς το έφτιαξε. Γίνονται οι εξής ερωτήσεις:		

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

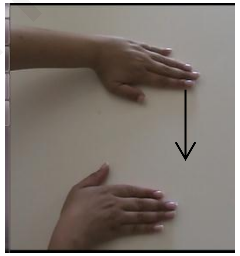
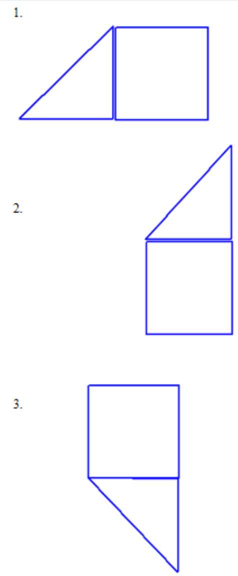
Πώς έφτιαξες το σχήμα;
Ποιο κομμάτι μετακίνησες;
Πώς το μετακίνησες; (προς πάνω ή προς κάτω)

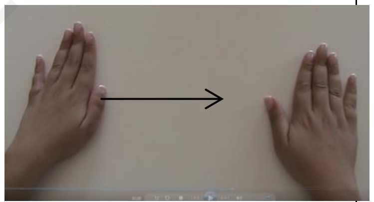
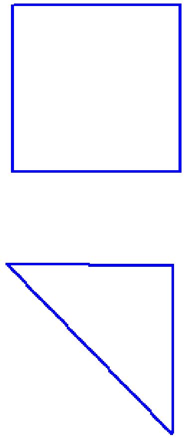
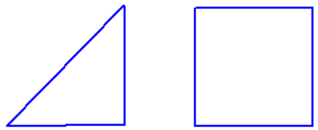
6. Έλεγχος στο φανελοπίνακα
Τοποθετούνται τα σχήματα 1 και 2 στο φανελοπίνακα όπως ήταν αρχικά και καλείται ένα παιδί να εκτελέσει την πρόβλεψη. Καλούμε τα παιδιά να συγκρίνουν τη σύνθεση τους με αυτή που γίνεται στην ολομέλεια για έλεγχο.
ΕΝΘΑΡΡΥΝΣΗ ΓΙΑ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ ΜΕ ΑΝΤΙΘΕΤΗ ΦΟΡΑ (από κάτω προς τα πάνω)
</td>
<td>


</td>
<td></td>
</tr>
</table>

Σύνθεση σχημάτων με δυο σχήματα με διαχωριστικές γραμμές **Μετατόπιση από δεξιά προς τα αριστερά (ή αντίστροφα)**	<u>**Δραστηριότητα 2**</u> 1. **Προβολή σχεδίων (σχήματα 1 και 2-μέχρι τώρα) Μάγου Αστρούλη από τις ομπρέλες** 2. **Υποβολή ερωτήσεων** - Τι πρέπει να κάνει ο Μάγος Αστρούλης με αυτά τα σχήματα για να φτιάξει την ομπρέλα; (Αναμένεται ότι τα παιδιά θα πουν να μετακινήσουν τα σχήματα). - Εάν όμως ο Μάγος Αστρούλης κάθε φορά μόνο ένα σχήμα έχει να μετακινήσει τι πρέπει να κάνει; (Αναμένεται να αναφέρουν τα παιδιά ότι θα πρέπει να μετακινήσουμε το σχήμα που βρίσκεται στα δεξιά προς τα αριστερά ή αντίστροφα μέχρι να ενωθεί με το άλλο σχήμα) 3. **Προβολή βίντεο:** « *Δείτε και το βίντεο και κάντε το με τα χέρια σας;*» Προβάλλεταιτο video (metatopisi apo deksia pros aristera)	 	

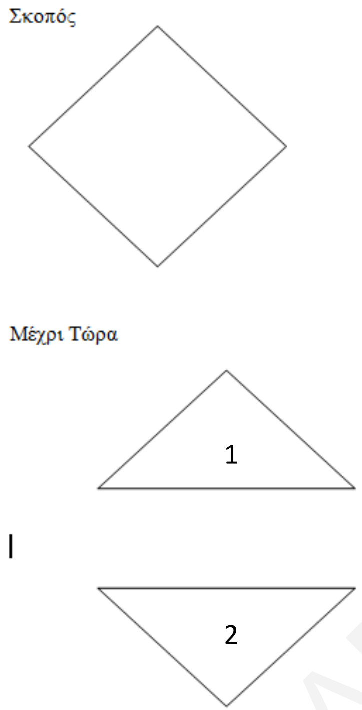
	4. Εκτέλεση πρόβλεψης: Εκτελεση προβλέψεων με τα σχήματα από το κινέζικο τετράγωνο στο πινακάκι (σε ζευγάρια) **5. Συζήτηση στην ολομέλεια** Ένα παιδί από κάθε ομάδα παρουσιάζει το σχήμα και αναφέρει πώς το έφτιαξε. . Γίνονται οι εξής ερωτήσεις: • Πώς έφτιαξες το σχήμα; • Ποιο κομμάτι μετακίνησες; • Πώς το μετακίνησες; (προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά) **6. Έλεγχος στο φανελοπίνακα** Η εκπαιδευτικός τοποθετεί τα σχήματα 1 και 2 στο φανελοπίνακα όπως ήταν αρχικά και καλεί ένα παιδί να εκτελέσει την πρόβλεψη. Καλούμε τα παιδιά να συγκρίνουν τη σύνθεση τους με αυτή που γίνεται στην ολομέλεια για έλεγχο. **ΕΝΘΑΡΡΥΝΣΗ ΓΙΑ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΜΕ ΑΝΤΙΘΕΤΗ ΦΟΡΑ**		

Σύνθεση ακολουθώντας οδηγίες	**<u>Δραστηριότητα 3</u>** **6. Προβολή υποσχήματος α** Η εκπαιδευτικός προβάλλει στα παιδιά τα υποσχήματα α στο φανελοπίνακα. Τους λεει ότι ο Μάγος Αστρούλης έχει συγχύσει τα τελικά σχέδια για τις δύο ομπρέλες που έχει αναλάβει με άλλα σχέδια. Αλλά έχει ένα πολύτιμο βίντεο που θα τον βοηθήσει βρει ποια σχέδια ανήκουν στα κομμάτια της κάθε ομπρέλας. Το βίντεο αυτό θα μας δείξει πώς να μετακινήσουμε τα κομμάτια για να φτιάξουμε την ομπρέλα. **7. Προβολή βίντεο:** Η εκπαιδευτικός προβάλλει το βίντεο (βιντεο metatopisiapopanwprostakatw). 8. **Πρόβλεψη:** Δείχνει μέσω του βιντεοπροβολέα τις τρεις επιλογές και καλεί τα παιδιά να επιλέξουν τη σωστή επιλογή. «Ποια από τις τρεις επιλογές που βλέπετε είναι η σωστή»; (η σωστή επιλογή είναι η 3)	Χειρονομία για Υποσχήμα α  	Επιλογές 

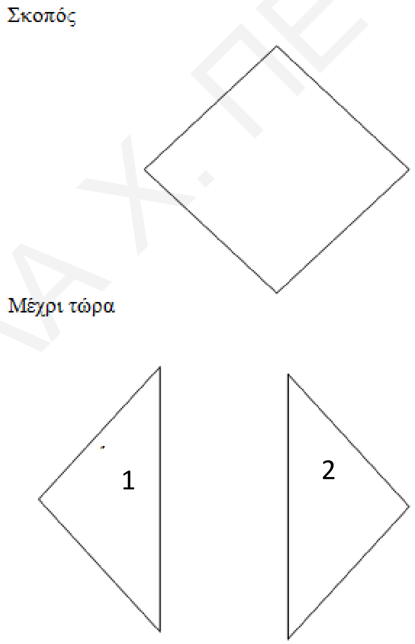
	9. Παραγωγή χειρονομίας: Το κάθε παιδί λεει την επιλογή του λεκτικά αλλά και με κινήσεις των χεριών. Συγκεκριμένα η εκπαιδευτικός ρωτάει το κάθε ζευγάρι: • Ποια νομίζεις είναι η σωστή επιλογή; • Τι ακριβώς μας είπε το βίντεο ότι πρέπει να κάνουμε; ***Επανάληψη της πιο πάνω διαδικασίας για το υπόσχημα β.***	Χειρονομία για Υπόσχημα β  	Υποσχήματα α  Υποσχήματα β 

Επέκταση

Προβάλλονται τα πιο κάτω σχήματα σταδιακά (έργο 1-έργο 2) κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας 1 και 2 αντίστοιχα. Ταυτόχρονα τοποθετούνται στο φανελοπίνακα τα σχήματα όπως φαίνονται πιο κάτω (μέχρι τώρα). Καλούμε κάθε φορά τα παιδιά να μας υποδείξουν πώς πρέπει να μετακινήσουμε τα υποσχήματα. Καλείται κάθε φορά ένα παιδί αν εκτελέσει την πρόβλεψη και να γίνει έλεγχος.



Έργο 1



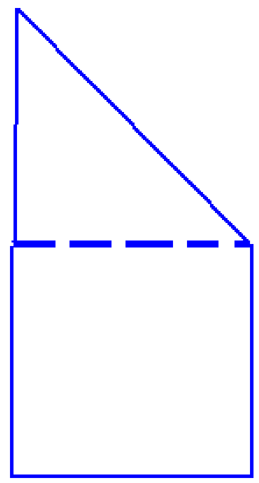
Έργο 2

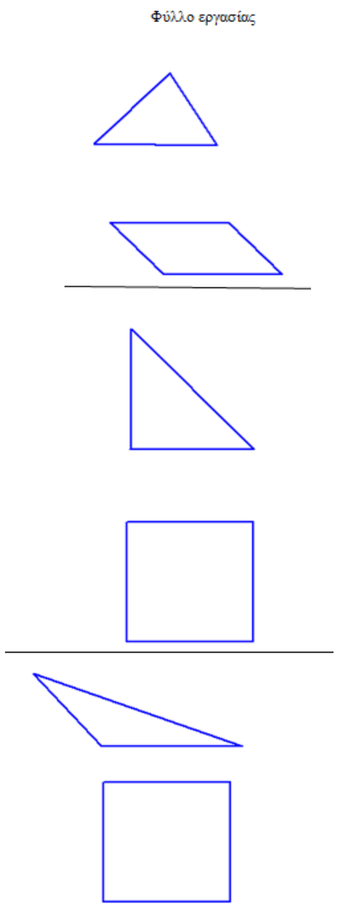
ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 1Β

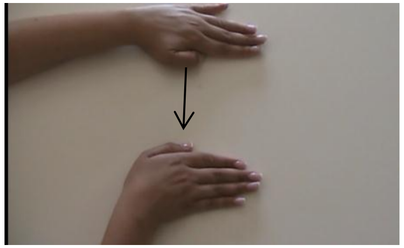
Τίτλος μαθήματος: Ανάλυση δύο σχημάτων (με ή χωρίς διαχωριστικές γραμμές) με μετατόπιση και επαναφορά σχημάτων

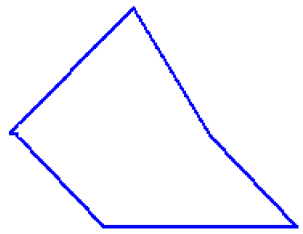
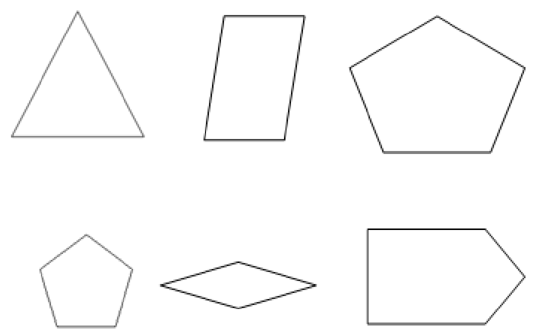
Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 1Β, Ψηφιακός Φάκελος Σχέδιου Μαθήματος 1Β

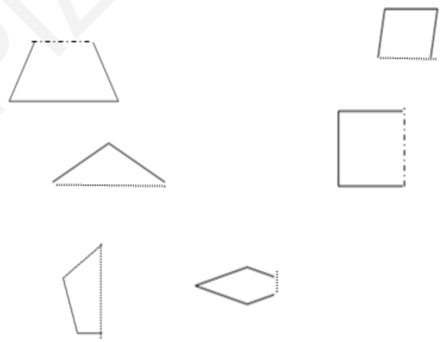
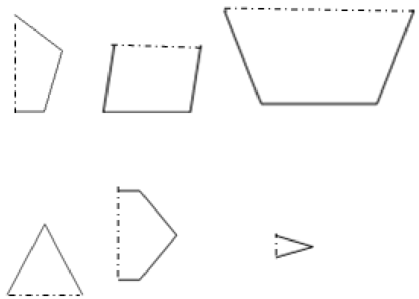
<u>Πρόκληση Ενδιαφέροντος:</u> Η εκπαιδευτικός λέει στα παιδιά ότι έχουν ένα μήνυμα από το Μάγο Αστρούλη. Χρησιμοποιώντας μια φιγούρα του Μάγου Αστρούλη λέει τα εξής: «Αγαπημένα μου παιδιά αντιμετωπίζω ακόμη ένα πρόβλημα και χρειάζομαι την πολύτιμη βοήθεια σας τώρα που καταφέρνετε όλα αυτά τα μαγικά με τα χεράκια σας. Μου έχουν λείψει τα σχήματα που χρησιμοποιώ για τις κατασκευές μου και αποφάσισα τώρα να σπάσω μερικές ομπρέλες που δεν θέλω για να χρησιμοποιήσω τα σχήματα τους

Στόχοι	Δραστηριότητες	Χειρονομίες	Εικόνα σχημάτων
Ανάλυση σχημάτων με και χωρίς διαχωριστικές, με μετατόπιση	**<u>Δραστηριότητα 1</u>** **3. Προβολή σχήματος** Προβολή σχήματος για διάσπαση στο φανελοπίνακα **4. Πρόβλεψη** Η εκπαιδευτικός καλεί τα δύο παιδιά να της πουν και να αναπαραστήσουν με τα χέρια τι θα συμβεί αν κόψουν το σχήμα εκεί που δείχνει η διακεκομμένη γραμμή. - Τι νομίζετε θα συμβεί εάν κόψουμε το σχήμα εκεί που δείχνει η διακεκομμένη γραμμή»; - Πόσα κομματάκια νομίζετε θα πάρουμε εάν το κόψουμε στη		**Σχήμα που πρόκειται να αποσυνθέσουμε** 

	διακεκομμένη γραμμή; - Τι σχήμα θα έχουν αυτά τα δύο κομματάκια; - Αυτά τα κομματάκια θα είναι ενωμένα; - Τώρα που δεν θα είναι ενωμένα πώς θα είναι; - Θυμηθείτε ότι κάθε φορά μόνο ένα σχήμα μετακινείται; Προς τα πού νομίζετε θα μετακινηθεί; Πάνω , κάτω , δεξιά ή αριστερά; **3. Προβολή Επιλογών** Προτείνονται 3 επιλογές μέσω του προβολέα και τοκάθε ζευγαράκι επιλέγει τα σχήματα που θα προκύψουν. **4. Εκτέλεση –Κόψιμο σχήματος** Δίνεται το σχήμα και τα παιδιά καλούνται να κόψουν το σχήμα εκεί που είναι οι διακεκομμένες γραμμές. Αφού το κόψουν η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να τα τοποθετήσουν μπροστά τους όπως είναι το σχήμα που δείχνει ο φανελοπίνακας. - Τοποθετήστε τα κομματάκια τώρα που έχετε όπως είναι το σχήμα. - Τελικά ποια είναι η σωστή επιλογή; - Τα κομμάτια που είναι στις εικόνες που ψηφίσατε (προβάλλονται και μέσω του βιντεοπροβολέα) είναι ενωμένα όπως αυτά που έχετε; -Τι νομίζετε ότι έχει συμβεί άραγε; (αναμένεται να αναφέρουν ότι απομακρύνθηκε το ένα κομμάτι από το άλλο). Εφόσον ο μάγος Αστρούλης μας είπε ότι μόνο ένα σχήμα μπορεί κάθε φορά να		Επιλογές 

	μετακινείται, τι ακριβώς νομίζετε έχει συμβεί; (αναμένεται να αναφέρουν ότι το ένα κομμάτι μετακινήθηκε προς τα πάνω ή το άλλο προς τα κάτω). **6. Προβολή Βίντεο** Προβάλλεται αντίστοιχη χειρονομία στο βίντεο(videometatopisisapoenwmenaprostapanw ή videoapoenwmenaprostakatw) Η εκπαιδευτικός λεει στα παιδιά ότι θα δουν ένα βίντεο που τους ενδιαφέρει. **7.Εκτέλεση ενέργειας στα υποσχήματα τους** Η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να εφαρμόσουν αυτό που άκουσαν και είδαν στα σχήματα τους. (Μπορούν να γίνουν με σειρά και οι δύο μετασχηματισμοί, μετατόπιση από ενωμένα προς τα πάνω και μετατόπιση από ενωμένα προς τα κάτω). **8. Έλεγχος** Τοποθετούνται και στον φανελοπίνακα τα δύο σχήματα που προέκυψαν και καλείται ένα παιδί να εκτελέσει την ενέργεια. .Ακολούθως, καλούνται τα παιδιά να συγκρίνουν τα σχήματα τους και να διορθώσουν τυχόν λάθη τους.	 	

	Επέκταση: Η εκ/κος καλεί τα παιδιά να αναφέρουν ποια κομμάτια θα έχει στη διάθεση του ο Μάγος Αστρούλης αν σπάσει και το πιο κάτω σχήμα (προβάλλεται στο φανελοπίνακα, βλέπε δίπλα) Τους προβάλλει στον προβολέα τις ίδιες επιλογές για να κάνουν την πρόβλεψη τους. Έπειτα, η εκπαιδευτικός το κόβει. Καλεί τα παιδιά να της αναφέρουν πώς πρέπει να μετακινήσει τα κομμάτια (λεκτικά και με χειρονομίες) για να ταιριάζουν στη σωστή επιλογή. Τέλος, εκτελεί τη μετατόπιση που αναφέρουν τα παιδιά και εντοπίζουν τη σωστή επιλογή.		
Επαναφορά σχημάτων **(Restoration)**	**Δραστηριότητα 2** Η εκπαιδευτικός αναφέρει στα παιδιά ότι μόλις έλαβε ένα μήνυμα στο φωνοκιβώτιο της από τη μάγισσα Φωφώ (ηχογραφημένο μήνυμα-messagefwfw). *«Νομίζετε ότι η αποστολή σας έχει τελειώσει. Με θύμωσε απίστευτά ο Μάγος Αστρούλης που όλα τα θέλει έτοιμα και πήρα κάποια από τα σχέδια του για ομπρέλες και τα έσκισα. Για να τον βοηθήσετε θα πρέπει να παίξετε ένα παιχνίδι».* **Οδηγίες παιχνιδιού:** Παίρνουμε ένα ζάρι όπου σε κάθε έδρα είναι τοποθετημένο ένα αποκομμένο κομμάτι- με αυτοκόλλητο.	**Σχήματα που θα φτιάξουν με το παιχνίδι** 	

	Τοποθετούμε στο πάτωμα ένα χαρτόνι-χαλί που είναι χωρισμένο σε 6 τετράγωνα. Κάθε τετράγωνο εμπεριέχει ένα σκισμένο σχήμα. Παράλληλα προβάλλουμε με το βιντεοπροβολέα όλα τα σχήματα ολόκληρα. Κάθε παιδί ρίχνει το ζάρι και προσπαθεί να μαντέψει σε ποιο σχήμα στο χαλί αντιστοιχεί η έδρα του ζαριού. Κάθε φορά γίνεται συζήτηση για το πώς κατέληξαν στην απάντηση και για το πιο σχήμα πρόκειται να κτίσουν. Για έλεγχο καλούμε τα παιδιά να μας αναφέρουν τι πρέπει να κάνουμε. Αναμένεται να αναφέρουν τη μετακίνηση του ενός κομματιού στο άλλο μέχρι να ενωθούν. Αρχικά τους καλούμε να το αναπαραστήσουν με τα χέρια τους και έπειτα ξεκολλάμε το κομμάτι από την έδρα και προσπαθούμε να το εφαρμόσουμε για να επιβεβαιώσουμε ή να απορρίψουμε την πρόβλεψη μας. **Οδηγίες που θα δοθούν στα παιδιά:** «Πάνω στο χαλί βρίσκονται τα σκισμένα σχήματα του Μάγου Αστρούλη. Η μάγισσα Φωφώ μας έστειλε τα κομμάτια που έχει σκίσει, τα οποία βρίσκονται στο ζάρι. Κάθε φορά θα έρχεται ένα παιδί θα ρίχνει το ζάρι και θα λεει σε ποιο σχήμα στο χαλί αντιστοιχεί το κομμάτι. Μετά για να δούμε εάν έχει μαντέψει σωστά θα πρέπει να το ξεκολλάει και να το κολλάει στο	**Σχήματα που υπάρχουν στις έξι έδρες του ζαριού**  **Σχήματα που υπάρχουν στο χαλί** 

<table>
<tr>
<td></td>
<td>σκισμένο σχήμα στο χαλί όπως νομίζει. Για δική σας βοήθεια θα σας δείχνω με το βιντεοπροβολέα πώς έμοιαζαν τα σχήματα προτού σκιστούν.»

Καλούμε κάθε φορά ένα παιδί ρίχνει το ζάρι και του υποβάλλουμε τις εξής ερωτήσεις:
Σε ποιο σκισμένο σχήμα αντιστοιχεί το κομμάτι που έχεις φέρει;
Τι σε κάνει να πιστεύεις ότι είναι αυτό;
Ποιο σχήμα από αυτά που δείχνει ο βιντεοπροβολέας νομίζεις θα φτιάξεις εάν το ενώσεις;
Τώρα που τα δύο κομμάτια δεν είναι ενωμένα πώς μοιάζουν;
Πάρε το κομμάτι τώρα από το ζάρι και κόλλησε το στο κομμάτι που νομίζεις για να δούμε εάν έχεις μαντέψει σωστά.
Είσαι σωστός; Ποιο σχήμα έχεις φτιάξει; (Σε περίπτωση λάθους αφήνουμε το παιδί να προσπαθήσει ξανά. Τον ρωτούμε γιατί νομίζει είναι λάθος; Τον καλούμε να παρατηρήσει ξανά τα σχήματα στο χαλί).</td>
<td></td>
</tr>
</table>

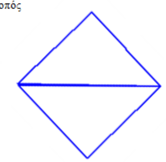
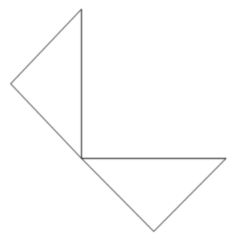
ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 2Α

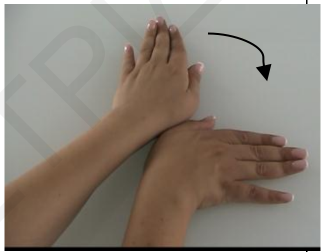
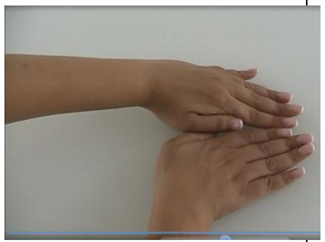
Τίτλος μαθήματος: Σύνθεση 2 σχημάτων (με ή χωρίς διαχωριστικές γραμμές) με περιστροφή

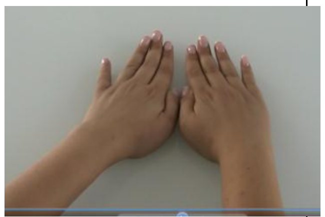
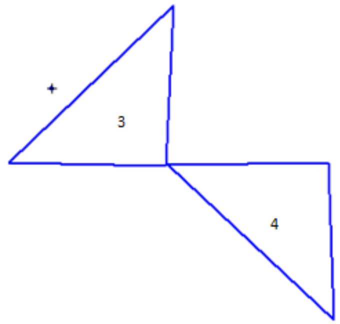
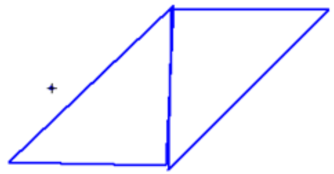
Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 2Α, Ψηφιακός Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 2Α, μέλισσα-ρομπότ (bee-bot), Κινέζικο Τετράγωνο (tangrams), μαγνητικά πινακάκια εργασίας.

<u>Πρόκληση Ενδιαφέροντος:</u> Κρύβουμε τη φιγούρα της Μπέλας Κορδέλας και καλούμε τα παιδιά να ρυθμίσουν τη μέλισσα-ρομπότ (bee-bot) για να τη βρει.

Η εκπαιδευτικός αρχίζει να αφηγείται το παραμύθι η Μπέλα Κορδέλα στο Καπελάδικο μέχρι τη σελίδα 3. Καλεί τα παιδιά να συνεργαστούν με την Έλλη και τη Νεφέλη για να βοηθήσουν την Μπέλα Κορδέλα. Τους δείχνει τα σχέδια από τα παράξενα καπέλα που θέλει να φτιάξει και τι έχει κάνει μέχρι τώρα.

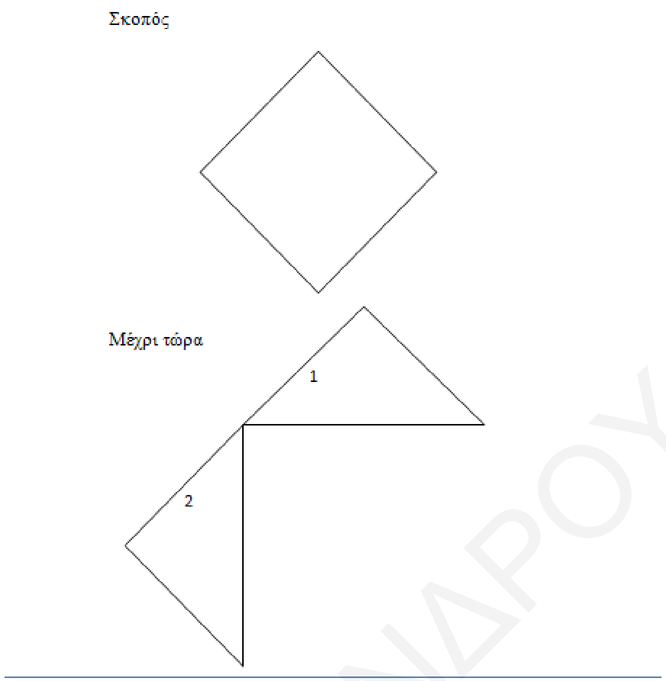
Στόχοι	Δραστηριότητες	Χειρονομίες	Εικόνα σχημάτων
Περιστροφή προς τα δεξιά (σύνθεση δύο σχημάτων με διαχωριστικές γραμμές)	**<u>Δραστηριότητα 1</u>** **1. Προβολή σχεδίων (στο βιντεοπροβολέα) και τι έχει φτιάξει μέχρι τώρα στο φανελοπίνακα.** **2. Πρόβλεψη** Τα παιδιά αναφέρουν τι πρέπει να κάνει η Μπέλα Κορδέλα για να μπορέσει να πετύχει τα σχέδια για τα καπέλα της. • Τι πρέπει να κάνει η Μπέλα Κορδέλα με αυτά τα σχήματα για να φτιάξει το καπέλο της; (Αναμένεται να αναφέρουν τα παιδιά ότι θα πρέπει να περιστρέψουμε (αναμενουμε τη λέξη «γέρνω», «στρίβω», τους συμπληρώνουμε ως εξής να το γείρει ή να το στρίψει, δηλαδή να περιστραφεί) το ένα σχήμα προς τα δεξιά (αποδεκτό και το δεξιά κάτω) μέχρι να ενωθούν		Σκοπός  Μέχρι τώρα 

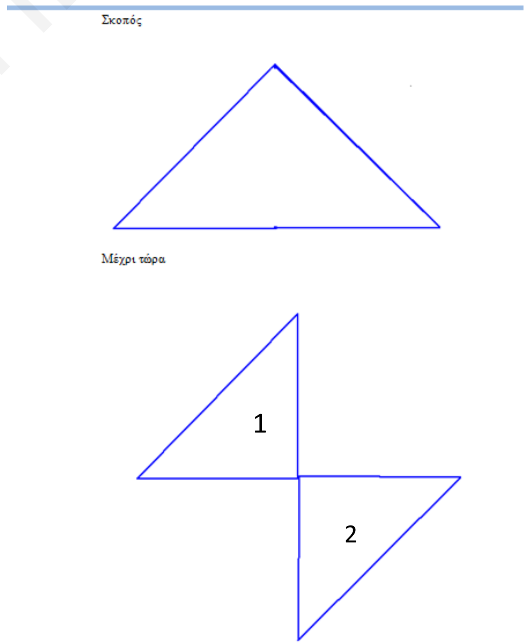
	και τα δύο σχήματα.) Επισημαίνεται ότι μόνο ένα από τα δύο σχήματα μπορεί να μετακινήσει. 3. **Προβολή βίντεο:** Προβάλλεται το βιντεο δραστηριόητα 1 και η εκ/κος λέει στα παιδιά τα εξής: «Δείτε ένα βίντεο που μπορεί να σας ενδιαφέρει». 4. **Εκτέλεση Πρόβλεψης:** Τα παιδιά εκτελούν την πρόβλεψη τους, με τα σχήματα από το κινέζικο τετράγωνο που τους έχουν δοθεί στο μαγνητικό πινακάκι τους. 5. **Συζήτηση στην ολομέλεια:** Ένα παιδί από κάθε ομάδα (ΕΠΙΛΕΚΤΙΚΑ) παρουσιάζει το σχήμα και αναφέρει πώς το έφτιαξε. **6. Έλεγχος** Τοποθετούμε τα σχήματα στο φανελοπίνακα και καλούμε ένα παιδί να εκτελέσει την περιστροφή.	 	

Περιστροφή προς τα αριστερά (Σύνθεση δύο σχημάτων με και χωρίς διαχωριστικές γραμμές)	<u>**Δραστηριότητα 2**</u> 1. **Προβάλλονται με το βιντεοπροβολέα ο τελικός σκοπός του σχήματος και τα υποσχήματα στο φανελοπίνακα** 8. **Πρόβλεψη:** Η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά κάνουν προβλέψεις για το πώς πρέπει να μετακινήσουμε τα σχήματα (ένα κομμάτι κάθε φορά). • Τι πρέπει να κάνει η Μπέλα Κορδέλα για να φτιάξει αυτό το καπέλο; • Ποιο σχήμα πρέπει να περιστρέψει; *Αναμένεται τα παιδιά να αναφέρουν την περιστροφή προς τα αριστερά (πάλι δίνουμε έμφαση στο να επεκτείνουμε το μαθηματικό λεξιλόγιο των παιδιών γέρνω (ή στρίβω)-περιστρέφω).* 2. **Προβολή Βίντεο** «Δείτε ένα βίντεο που μπορεί να σας ενδιαφέρει». (δραστηριότητα 2). 3. **Εκτελεση πρόβλεψης:** Καλούμε τα παιδιά να εφαρμόσουν την πρόβλεψη τους με τα σχήματα που έχουν τώρα στο πινακάκι τους. 4. **Συζήτηση στην Ολομέλεια:** Αφού τελειώσουν παρουσιάζουν στην ολομέλεια τα έργα τους (ΕΠΙΛΕΚΤΙΚΑ). 5. **Έλεγχος** Καλείται ένα παιδί να εκτελέσει την περιστροφή με τα υποσχήματα (υποσχήματα 1 και 2) στο φανελοπίνακα.	 	**Μέχρι τώρα**  **Σκοπός** 

Επέκταση

Προβάλλονται τα πιο κάτω σχήματα σταδιακά (έργο 1-έργο 2). Ταυτόχρονα τοποθετούνται στο φανελοπίνακα τα υποσχήματα όπως φαίνονται πιο κάτω (μέχρι τώρα). Καλούμε κάθε φορά τα παιδιά να μας υποδείξουν πώς πρέπει να περιστρέψουμε τα υποσχήματα. Καλείται κάθε φορά ένα παιδί να εκτελέσει την πρόβλεψη στο φανελοπίνακα και να γίνει έλεγχος.



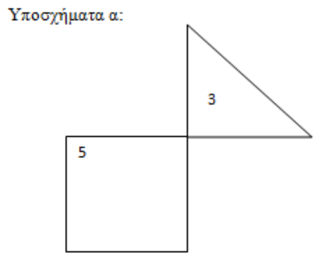
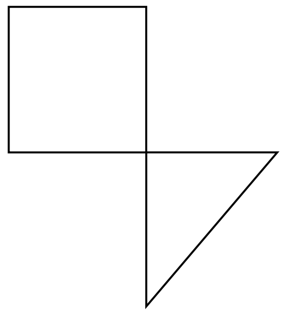


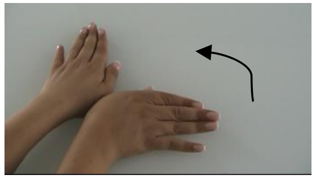
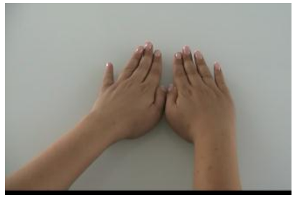
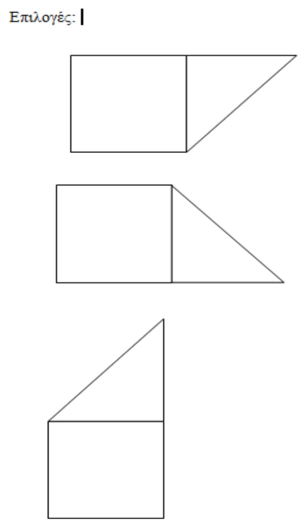
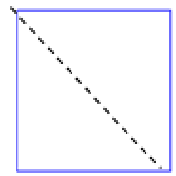
ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 2Β

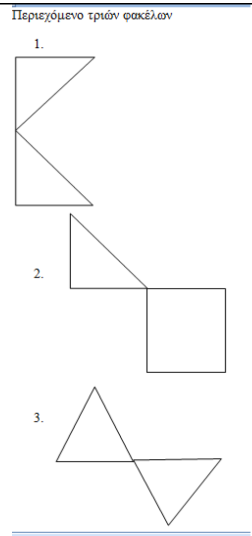
Τίτλος μαθήματος: Σύνθεση και Ανάλυση δύο σχημάτων (με και χωρίς διαχωριστικές γραμμές) με περιστροφή

Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 2Β, Ψηφιακός Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 2Β, Κινέζικο Τετράγωνο (tangrams)

<u>**Πρόκληση Ενδιαφέροντος:**</u> Η εκπαιδευτικός εμφανίζεται με τη φιγούρα της Μπέλας Κορδέλας μέσα από το κουκλοθέατρο και αναφέρει στα παιδιά ότι χρειάζεται τη βοήθεια τους για μία ακόμη αποστολή.

Στόχοι	Δραστηριότητες	Χειρονομίες	Εικόνα σχημάτων
Εκτέλεση οδηγιών για σύνθεση σχημάτων χρησιμοποιώντας την περιστροφή	<u>**Δραστηριότητα 1**</u> 1. **Προβολή υποσχημάτων** Η εκπαιδευτικός προβάλλει στα παιδιά τα υποσχήματα α στο φανελοπίνακα. Τους λέει ότι η Μπέλα Κορδέλα έχει συγχύσει τα τελικά σχέδια για τα δύο καπέλα που έχει αναλάβει με άλλα σχέδια (τα οποία και αυτά προβάλλονται ως επιλογές στον προβολέα). Αλλά έχει ένα πολύτιμο βίντεο που θα την βοηθήσει βρει ποια σχέδια ανήκουν στα κομμάτια του κάθε καπέλου. Το βίντεο αυτό θα μας δείξει πώς να μετακινήσουμε τα κομμάτια για να φτιάξουμε το καπέλο. 2. **Προβολή Βίντεο** Η εκπαιδευτικός προβάλλει το βίντεο (δραστηριότητα 1). 3. **Πρόβλεψη** Τα παιδιά καλούνται να επιλέξουν τη σωστή επιλογή μετά από το βίντεο που έχουν παρακολουθήσει.	 	 

	• «Ποια από τις τρεις επιλογές που βλέπετε είναι η σωστή»; (επιλογή 1) • Ποια νομίζεις είναι η σωστή επιλογή; • Τι ακριβώς μας είπε το βίντεο ότι πρέπει να κάνουμε; 4. **Εκτέλεση Πρόβλεψης** Για έλεγχο καλείται ένα παιδί να εκτελέσει την κίνηση που άκουσε στο βίντεο με τα υποσχήματα στο φανελοπίνακα. **<u>Δραστηριότητα 1β</u>** Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία για τα υποσχήματα β (περιστροφή προς τα αριστερά πάνω-σωστή επιλογή 2-δραστηριότητα 1β)	 	
Ανάλυση σχημάτων με διαχωριστικές γραμμές-Περιστροφή (αντίστροφες χειρονομίες)	**<u>Δραστηριότητα 2</u>** 1. **Μήνυμα –Προβολή Σχεδίων και υποσχημάτων** Η εκπαιδευτικός αναφέρει στα παιδιά ότι θα παίξουν ένα παιχνίδι. Κάθε φορά θα τους δείχνει ένα σχήμα και αυτοί θα πρέπει να ψαρέψουν τα κομματάκια (επιλογές-προβάλλονται μέσω του προβολέα και είναι τοποθετημένα κάτω για να τα ψαρέψουν) που θα πάρουν εάν το κόψουν. **2. Πρόβλεψη** Γίνεται συζήτηση και καλείται ένα παιδί να επιλέξει (ψαρέψει) ποια επιλογή		Σχήμα 1 

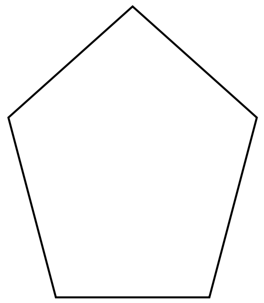
	θεωρεί σωστή. Ενθαρρύνουμε τα παιδιά να μας εξηγήσουν - Τι νομίζετε θα συμβεί εάν κόψουμε το σχήμα εκεί που δείχνει η διακεκομμένη γραμμή»; - Πόσα κομματάκια νομίζετε θα πάρουμε εάν το κόψουμε στη διακεκομμένη γραμμή; - Τι σχήμα θα έχουν αυτά τα δύο κομματάκια; - Αυτά τα κομματάκια θα είναι ενωμένα; - Θυμηθείτε ότι κάθε φορά μόνο ένα σχήμα περιστρέφεται; Προς τα πού νομίζετε θα περιστραφεί; Δεξιά ή αριστερά; **3. Κοπή Σχήματος** Τα παιδιά καλούνται να κόψουν το σχήμα εκεί που είναι οι διακεκομμένες γραμμές. Αφού το κόψουν η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να τα τοποθετήσουν στο πινακάκι τους, όπως είναι το καπέλο στο φανελοπίνακα . *«Τοποθετήστε τα κομματάκια τώρα που έχετε όπως είναι το καπέλο (η εκ/κος περνά από κάθε ζευγάρι και βλέπει εάν τα κομμάτια είναι τοποθετημένα όπως προβάλλονται στο φανελοπίνακα»* -Τελικά ποια είναι η σωστή επιλογή; -Τα κομμάτια που μας δείχνει ο βιντεοπροβολέας είναι ενωμένα όπως αυτά που είναι στο πινακάκι σας; -Τι νομίζετε ότι έχει συμβεί άραγε;(αναμένεται να αναφέρουν ότι απομακρύνθηκε το ένα κομμάτι από το άλλο). Εφόσον η Μπελα Κορδέλα μας είπε ότι μόνο ένα σχήμα μπορει κάθε φορά να περιστέφεται, τι ακριβώς νομίζετε έχει συμβεί; (αναμένεται να αναφέρουν ότι το ένα κομμάτι περιστράφηκε προς αριστερά). **4. Προβολή χειρονομίας στο βίντεο** Ηεκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να δουν την αντίστοιχη χειρονομία που προβάλλεται στο βίντεο (δραστηριότητα 2) λέγοντας τους ότι θα δουν κάτι	 	

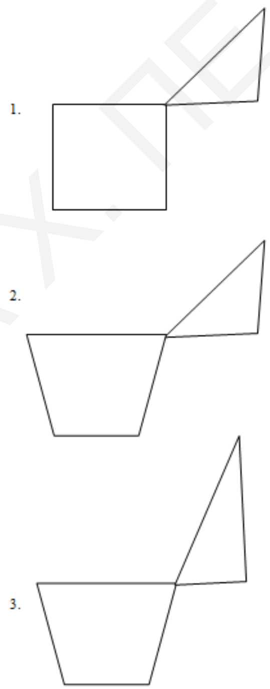
	που τους ενδιαφέρει. **6.Εκτέλεση περιστροφής στα υποσχήματα** Η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να εφαρμόσουν αυτό που άκουσαν και είδαν στα σχήματα στο πινακάκι τους για να βρουν τη σωστή επιλογή (επιλογή 1) Γίνεται παρουσίαση μερικών έργων. Τους καλούμε ξανά να μας εξηγήσουν τι ακριβώς έχουν κάνει. **7. Έλεγχος στην ολομέλεια** Έπειτα τοποθετούνται στο φανελοπίνακα τα υποσχήματα 1 και 2 και όπως είναι το καπέλο και καλείται ένα παιδί να εκτελέσει την περιστροφή και στην ολομέλεια. Προτού προβεί στην εκτέλεση ενθαρρύνεται το παιδί να διατυπώσει τι πρόκειται να κάνει.		

Επέκταση (Ανάλυση σχημάτων χωρίς διαχωριστικές γραμμές)

Τοποθετείται το σχήμα που πρόκειται να κοπεί στο φανελοπίνακα. Προβάλλονται οι επιλογές και καλούμε τα παιδιά να επιλέξουν (ψαρέψουν) τώρα την ορθή επιλογή. Έπειτα γίνεται η κοπή του σχήματος από την εκπαιδευτικο και τοποθετούνται τα σχήματα ενωμένα όπως ήταν αρχικά στο μαγνητικό πίνακα. Καλούμε τα παιδιά να μας πουν πώς πρέπει να περιστρέψουμε το υποσχήμα για να ταιριάζει στη σωστή επιλογή. Ακολούθως καλείται ένα παιδί για έλεγχο της πρόβλεψης να εκτελέσει την περιστροφή.

.





ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 3

Τίτλος μαθήματος: Ελεύθερες Δραστηριότητες για τη συναρμολόγηση γεωμετρικών συνθέσεων

Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 3 με το Κινέζικο Τετράγωνο (tangrams) και τα Σχήματα Μοτίβου (Patternblock)

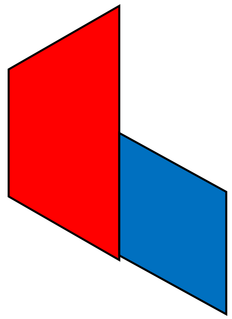
Στόχοι	Δραστηριότητα
Να συνθέτουν τετράγωνο χρησιμοποιώντας 2 και περισσότερα υποσχήματα	**<u>Δραστηριότητα 1</u>** Τα παιδιά σε ζευγάρια χρησιμοποιώντας 2 και περισσότερα κομμάτια από το υλικό Κινέζικο Τετράγωνο (tangrams) θα κληθούν να φτιάξουν τετράγωνα έχοντας μπροστά τους την εικόνα ενός τετραγώνου.
Να φτιάχνουν γεωμετρικές συνθέσεις με όσα υποσχήματα επιθυμούν **Να περιγράφουν γεωμετρικές συνθέσεις**	**<u>Δραστηριότητα 2</u>** Τα παιδιά βρίσκονται σε ζευγάρια Α, Β έχοντας ένα διαχωριστικό εμπόδιο ανάμεσα τους. Ο Α αναπτύσσει μια γεωμετρική σύνθεση με τη χρήση patternblocks την οποία καλείται να περιγράψει στον Β για να μπορέσει να τη δημιουργήσει και αυτός με τη σειρά του. Αφού απομακρυνθεί το διαχωριστικό τα παιδιά συγκρίνουν της συνθέσεις τους. Το παιχνίδι επαναλαμβάνεται με αντιστροφή ρόλων.

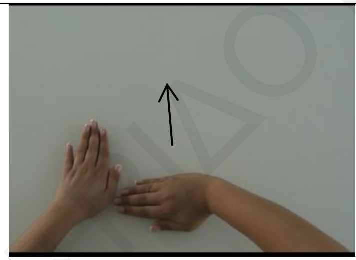
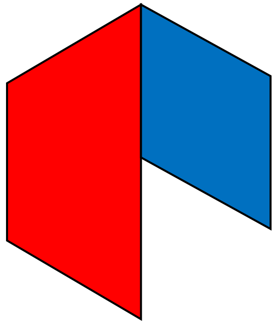
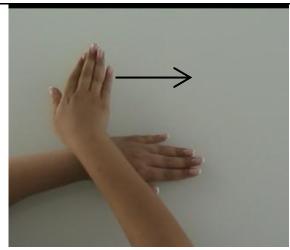
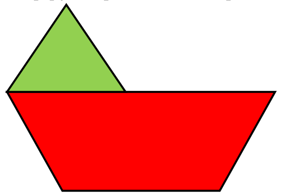
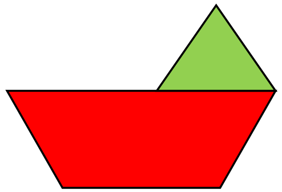
ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 4

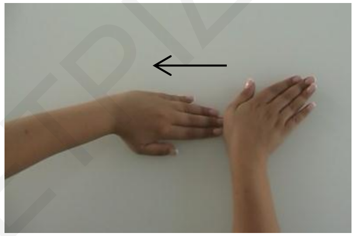
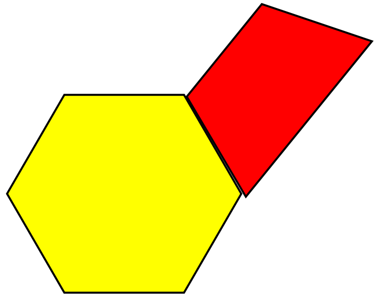
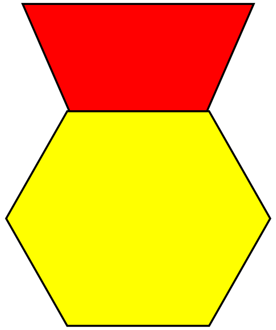
Τίτλος μαθήματος: Αναδιοργάνωση (reconfiguration) γεωμετρικής σύνθεσης δύο ή τριών σχημάτων με μετατόπιση και περιστροφή

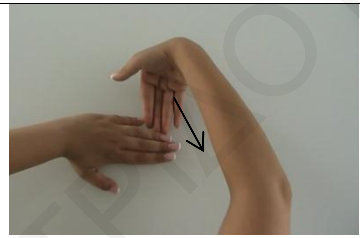
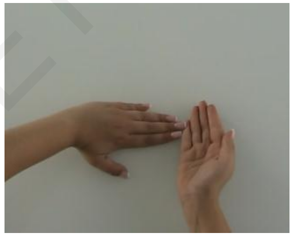
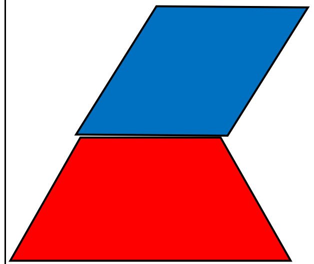
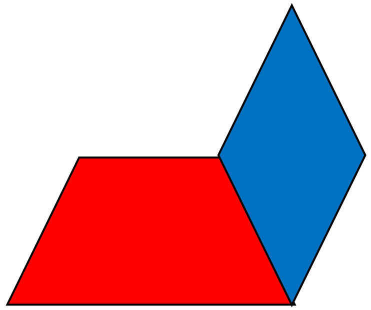
Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 4, Ψηφιακός Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 4, Σχήματα Μοτίβου (Pattern block)

<u>**Πρόκληση Ενδιαφέροντος:**</u> Η εκπαιδευτικός καλεί ένα παιδί να έρθει στο μαγνητικό πίνακα της τάξης και να πάρει 2 συγκεκριμένα σχήματα μοτίβου (οποιαδήποτε επιθυμείτε) και να φτιάξει με αυτά οτιδήποτε θέλει (π.χ. ένα ανθρωπάκι). Αφού το φτιάξει καλούμε τα υπόλοιπα παιδιά να το φτιάξουν σε ζευγάρια στα πινακάκια τους. Στη συνέχεια καλούμε το παιδί να κάνει μία αλλαγή χωρίς να σηκώσει σχήμα από τον πίνακα, μετακινώντας μόνο ένα από τα δύο σχήματα και να τον δουν τα υπόλοιπα παιδιά. Έπειτα τον καλούμε να επεξηγήσει στα υπόλοιπα παιδιά την αλλαγή για να την κάνουν κι αυτά. Τέλος γίνεται σύγκριση των συνθέσεων των υπολοίπων παιδιών και του ιδίου για έλεγχο.

Στόχοι	**Δραστηριότητες**	**Χειρονομίες**	**Εικόνα σχημάτων**
Αναδιοργάνωση σχήματος με 2 υποσχήματα-Μετατόπιση	<u>**Δραστηριότητα 1**</u> **1. Προβολή αρχικής σύνθεσης στο μαγνητικό πίνακα** Η εκπαιδευτικό κατασκευάζει τη γεωμετρική σύνθεση στο μαγνητικό πίνακα της τάξης 2. **Κατασκευή σύνθεσης από τα παιδιά** Καλούμε τα παιδιά να φτιάξουν την πιο πάνω σύνθεση σε ζευγάρια με τα σχήματα που έχουν στη διάθεση τους. Έπειτα παρουσιάζουν τα έργα τους. 3. **Προβολή τελικής σύνθεσης** Η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να τοποθετήσουν τις συνθέσεις τους κάτω και προβάλλει την πιο κάτω φιγούρα. **4. Εντοπισμός γεωμετρικού μετασχηματισμού από τα παιδιά** Καλούμε τα παιδιά να εντοπίσουν την αλλαγή που έχει συμβεί στη σύνθεση (μετατόπιση μπλε σχήματος προς τα πάνω μέχρι να φτάσει στο τέλος του κόκκινου σχήματος) και να μας την αναφέρουν.		**Αρχική σύνθεση** 

	5. Προβολή βίντεο χειρονομίας **6. Εφαρμογή μετατόπισης στη γεωμετρική σύνθεση τους στο μαγνητικό τους πινακάκι** **7. Έλεγχος** Για έλεγχο καλούμε ένα παιδί να εφαρμόσει τη μετατόπιση στη γεωμετρική σύνθεση που βρίσκεται στο μαγνητικό πίνακα της τάξης. Ενθαρρύνουμε το παιδί να μας εξηγήσει την ενέργεια του.	 	**Τελικό σχήμα** **(μετά από μετατόπιση)** 
	<u>**Δραστηριότητα 1- Επέκταση**</u> **Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία και για το διπλανό σχήμα στην ολομέλεια** *(μετατόπιση του αριστερού σχήματος από τα αριστερά προς τα δεξιά μέχρι να φτάσει το τέλος του κόκκινου σχήματος)*.	 	**Αρχική σύνθεση**  **Τελική σύνθεση** **(μετά από μετατόπιση)** 

Αναδιοργάνωση σχήματος με 2 υποσχήματα-Περιστροφή	<u>**Δραστηριότητα 2**</u> **1. Προβολή αρχικής σύνθεσης στο μαγνητικό πίνακα** Η εκπαιδευτικό κατασκευάζει τη γεωμετρική σύνθεση στο μαγνητικό πίνακα της τάξης 2. **Κατασκευή σύνθεσης από τα παιδιά** Καλούμε τα παιδιά να φτιάξουν την πιο πάνω σύνθεση σε ζευγάρια με τα σχήματα που έχουν στη διάθεση τους. Έπειτα παρουσιάζουν τα έργα τους. 3. **Προβολή τελικής σύνθεσης** Η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να τοποθετήσουν τις συνθέσεις τους κάτω και προβάλλει την πιο κάτω φιγούρα. **4. Εντοπισμός γεωμετρικού μετασχηματισμού από τα παιδιά** Καλούμε τα παιδιά να εντοπίσουν την αλλαγή που έχει συμβεί στη σύνθεση (περιστροφή κόκκινου σχήματος προς τα αριστερά μέχρι να ενωθεί ξανά με το κίτρινο σχήμα) και να μας την αναφέρουν. **5. Προβολή βίντεο χειρονομίας** **6. Εφαρμογή μετατόπισης στη γεωμετρική σύνθεση τους στο μαγνητικό τους πινακάκι** **7. Έλεγχος** Για έλεγχο καλούμε ένα παιδί να εφαρμόσει τη μετατόπιση στη γεωμετρική σύνθεση που βρίσκεται στο μαγνητικό πίνακα της τάξης. Ενθαρρύνουμε το παιδί να μας εξηγήσει την ενέργεια του.	 	**Αρχική σύνθεση**  **Τελική σύνθεση** 

	<u>**Δραστηριότητα 2- Επέκταση**</u> **Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία και για το διπλανό σχήμα στην ολομέλεια και όχι σε ζευγαράκια** *(Περιστρέφω το μπλε σχήμα προς τα δεξιά μέχρι να ενωθεί ξανά με το κόκκινο σχήμα).*	 	**Αρχική σύνθεση**  **Τελική σύνθεση** 

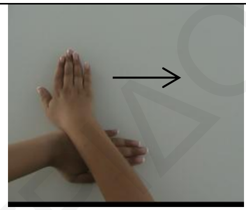
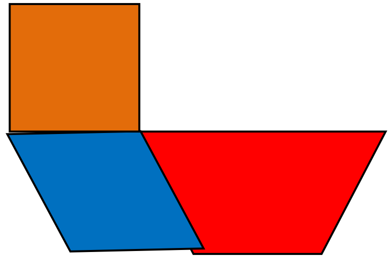
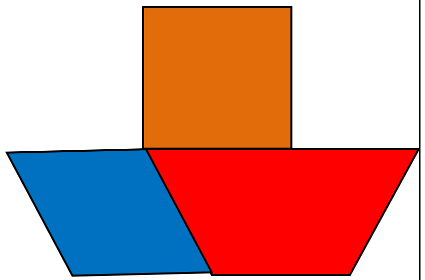
<table>
<tr>
<td>Αναδιοργάνωση σχήματος με 3 υποσχήματα-Μετατόπιση</td>
<td><u>Δραστηριότητα 3</u>

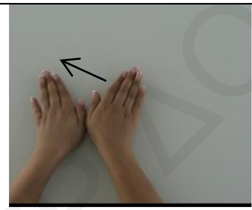
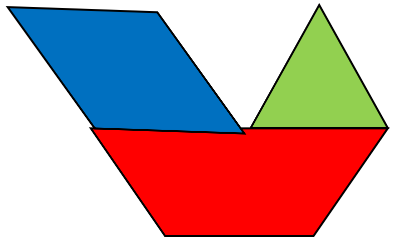
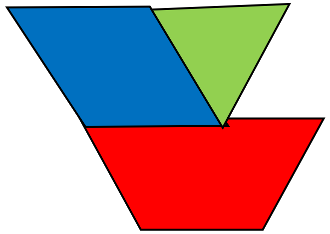
1. Προβολή αρχικής σύνθεσης στο μαγνητικό πίνακα
Η εκπαιδευτικό κατασκευάζει τη γεωμετρική σύνθεση στο μαγνητικό πίνακα της τάξης

2. Εντοπισμός γεωμετρικού μετασχηματισμού από τα παιδιά
Καλούμε τα παιδιά να εντοπίσουν την αλλαγή που έχει συμβεί στη σύνθεση (μετακινούμε το πορτοκαλί σχήμα προς τα δεξιά. Όταν φύγει ολόκληρο από το μπλε σχήμα, σταματούμε) και να μας την αναφέρουν.

3. Προβολή βίντεο χειρονομίας

4. Εφαρμογή μετατόπισης στη γεωμετρική σύνθεση τους στο μαγνητικό τους πινακάκι

5. Έλεγχος
Για έλεγχο καλούμε ένα παιδί να εφαρμόσει τη μετατόπιση στη γεωμετρική σύνθεση που βρίσκεται στο μαγνητικό πίνακα της τάξης. Ενθαρρύνουμε το παιδί να μας εξηγήσει την ενέργεια του.</td>
<td>
</td>
<td>Αρχική γεωμετρική σύνθεση

Τελική γεωμετρική σύνθεση
</td>
</tr>
</table>

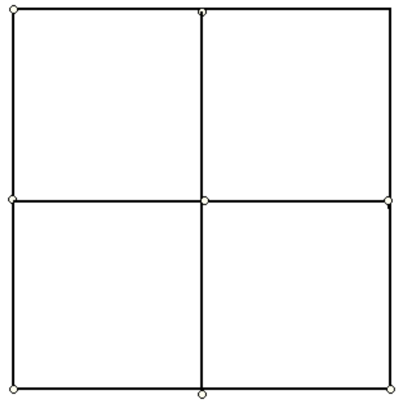
Αναδιοργάνωση σχήματος με 3 υποσχήματα-Περιστροφή	**<u>Δραστηριότητα 3- Επέκταση</u>** **Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία και για το διπλανό σχήμα στην ολομέλεια και όχι σε ζευγάρια.** *(περιστρέφουμε το πράσινο σχήμα προς τα αριστερά μέχρι να ενωθεί με το μπλε σχήμα)***.**	 	**Αρχική γεωμετρική σύνθεση**  **Τελική γεωμετρική σύνθεση** 

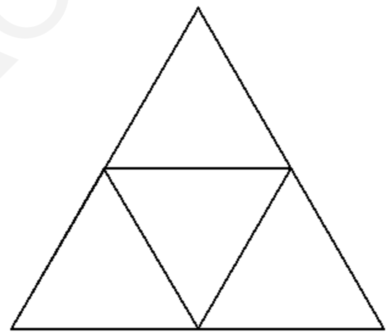
ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 5

Τίτλος μαθήματος: Αντιληπτική διάκριση απλών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις

Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 5, Ψηφιακός Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 5, Διαφάνειες Εργασίας

<u>Πρόκληση Ενδιαφέροντος:</u> Η εκπαιδευτικός εμφανίζεται με μια φιγούρα του Μάγου Αστρούλη και λεει στα παιδιά ότι έχει αναλάβει τρεις αποστολές σήμερα για να λύσει. Η πρώτη αποστολή είναι να απαντήσει στην ερώτηση: Πόσα τετράγωνα βλέπεις σε αυτό το σχήμα; Όμως δυσκολεύεται πολύ και ζητάει τη βοήθεια μας.

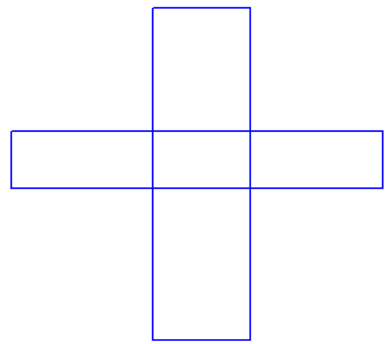
Στόχοι	Δραστηριότητες	Εικόνα σχημάτων
Αναγνώριση εμφανών και μη εμφανών γεωμετρικών σχημάτων	**<u>Δραστηριότητα 1</u>** 1. **Προβολή Σχήματος α στην ολομέλεια** 2. Τα παιδιά καλούνται σε ζευγάρια να συζητήσουν, να μετρήσουν τα τετράγωνα που έχουν βρει στο συγκεκριμένο σχήμα(α). (Σωστή Απάντηση =5) 3. **Επαλήθευση: Γίνεται** επαλήθευση των απαντήσεων των παιδιών στην ολομέλεια στο φανελοπίνακα με τη χρήση 2 διαφανειών κομμένων σε ένα μικρό τετράγωνο και ένα μεγάλο τετράγωνο. Καλούμε ένα παιδί να μας υποδείξει πόσα τετράγωνα βλέπει. Όταν μετρούν τα μικρά τετράγωνα που το αποτελούν, τα παιδιά μπορούν να επανατοποθετούν το μικρό τετράγωνο σε διαφάνεια πάνω στο μεγάλο τετράγωνο.	 **(α)**

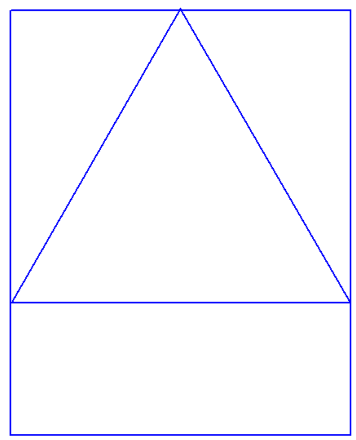
<table>
<tr>
<td></td>
<td>Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία και με το τρίγωνο (Σωστή απάντηση: 5 τρίγωνα: 1 μεγάλο και 4 μικρά).</td>
<td>
(β)</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td><u>Επέκταση</u>

1. Προβολή σχήματος (γ) στην ολομέλεια

2. Συζήτηση στην ολομέλεια
Καλούμε τα παιδιά στην ολομέλεια να μας αναφέρουν πόσα ορθογώνια βλέπουν.

3. Επαλήθευση
Υπάρχουν κομμένα όλα τα δυνατά ορθογώνια που μπορεί κανείς να διακρίνει σε αυτό το σταυρό σε διαφάνεια και κάθε φορά κοντά στο σταυρό στο φανελοπίνακα παρουσιάζεται ένα από αυτά τα ορθογώνια. Τα παιδιά ρωτούνται τα εξής για το συγκεκριμένο ορθογώνιο:

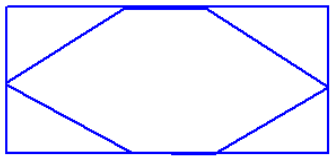
• Πώς μπορώ να βάλω αυτό το σχήμα ώστε να ταιριάζει πάνω στο σταυρό;
Τα παιδιά αρχικά περιγράφουν και μετά δοκιμάζουν πρακτικά τις διαφορετικές τοποθετήσεις του συγκεκριμένου ορθογωνίου πάνω στο σταυρό.</td>
<td>
(γ)</td>
</tr>
</table>

	Ακολουθεί η ίδια διαδικασία για όλες τις μορφές ορθογωνίων που μπορεί να διακρίνει κανείς στο σταυρό (Σωστή Απάντηση 11)	
	Η εκπαιδευτικός διαβάζει στα παιδιά το μήνυμα για την επόμενη αποστολή. Το μήνυμα εμπεριέχει τις οδηγίες για την επόμενη δραστηριότητα. «Αγαπημένα μου παιδιά συγχαρητήρια για την αποστολή που έχετε εκτελέσει με τόση μεγάλη επιτυχία. Όμως σας περιμένει ακόμη μία μεγάλη αποστολή.Η ιστορία της Έλλης και της Νεφέλης».	
Κατασκευή συνθέσεων γεωμετρικών σχημάτων με διάφορους τρόπους	**Δραστηριότητα 2** **Παρουσίαση ιστορίας και σχήματος** Παρουσιάζεται στα παιδιά μέσω του προβολέα (Βίντεο) η εξής ιστορία: Η Έλλη και η Νεφέλη χτες επισκέφτηκαν το Γυαλιστερό Κουμπί αλλά κάτι φοβερό συνέβηκε. Χάλασε ο μαγικός καθρέφτης. Τότε αποφάσισαν να σχεδιάσουν διάφορα σχήματα. Όμως τα μαγικά της Οδού Χρυσόσκονης δεν σταμάτησαν να υπάρχουν πάνω στα κορίτσια. Ξέρετε τι έκαναν; Έφτιαξαν το ίδιο σχήμα αλλά με διαφορετικό τρόπο. Η Έλλη έφτιαξε το σχέδιο (παρουσιάζεται στο φανελοπίνακα) χρησιμοποιώντας μόνο δύο σχήματα και η Νεφέλη με τέσσερα σχήματα. Μπορείτε να μαντέψετε ποια σχήματα σχεδίασε το κάθε κορίτσι. **Συζήτηση στην ολομέλεια για τα σχήματα της Έλλης** Αρχικά καλούμε τα παιδιά να φανταστούν ότι είναι η Έλλη και να βρουν τα δύο διαφορετικά σχήματα που χρησιμοποίησε η Έλλη.	

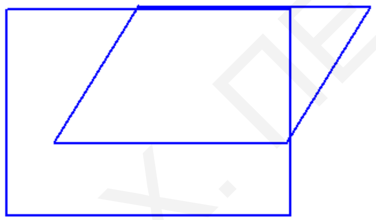
	Έλεγχος Για έλεγχο παρουσιάζονται 2 διαφάνειες χρωματιστές (διαφορετικού χρώματος), η μία σε σχήμα τρίγωνου και η άλλη τετράγωνου. Για κάθε σχήμα που θα αναφέρουν τοποθετούμε την αντίστοιχη διαφάνεια Γίνονται οι πιο κάτω ερωτήσεις: - Τι πρέπει να κάνω για να φτιάξω το σχέδιο της Έλλης; Για παράδειγμα τοποθετούμε το τρίγωνο πάνω στο τετράγωνο. Αν δεν προτείνουν και την αντίστροφη λύση, η εκπαιδευτικός ρωτά: - Υπάρχει και άλλος τρόπος να τα τοποθετήσω για να πάρω το σχέδιο της Έλλης; (το τετράγωνο πάνω στο τρίγωνο). Η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να παρατηρήσουν τι συμβαίνει στο σημείο που το ένα σχήμα είναι πάνω στο άλλο.	
	Συζήτηση στην ολομέλεια για τα σχήματα της Νεφέλης Έπειτα καλεί τα παιδιά να φανταστούν ότι είναι η Νεφέλη και έτσι θα πρέπει να φτιάξουν το ίδιο σχέδιο με τέσσερα σχήματα. Τους καλεί να υποθέσουν ποια σχήματα σχεδίασε; **Έλεγχος** Κάθε φορά στο κάθε σχήμα που ακούμε τοποθετούμε τα χρωματιστά σχήματα – διαφανειών στο σχήμα που αντιστοιχεί. Αφού αναφερθούν όλα τα σχήματα γίνονται οι εξής ερωτήσεις: • Τι παρατηρείτε; • Σας δυσκόλεψε κάτι; Γιατί όχι; (γιατί τα σχήματα παρόλο που είναι ενωμένα, δεν	

	είναι το ένα πάνω στο άλλο)	
Αναγνώριση εμφανών και μη εμφανών υποσχημάτων σε συνθέσεις γεωμετρικών σχημάτων	**Δραστηριότητα 3** Παιχνίδι τόμπολα: Δίνονται κάρτες στα παιδιά με 4 σύνθετα σχήματα. Η κληρωτίδα εμφανίζει διάφορα σχήματα. Τα παιδιά κάθε φορά χρωματίζουν το σχήμα στην κάρτα τους. Αυτός που θα καταφέρει να χρωματίσει ένα από τα μικρότερα απλά σχήματα του σύνθετου σχήματος και στα 4 σχήματα που έχει στη διάθεση του είναι ο νικητής. Προσοχή! Κάθε υπόσχημα θα πρέπει να εμφανίζεται με το προσανατολισμό που δείχνει το έντυπο με τα σχήματα της κληρωτίδας που έχετε στη διάθεση σας. Κάθε φορά το παιδί που εντοπίζει στην κάρτα του το υποσχημα αναφέρει ποιο είναι και τη θέση του.	

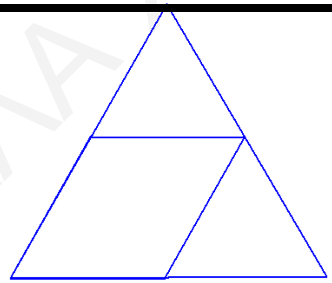
ΚΑΡΤΑ 1



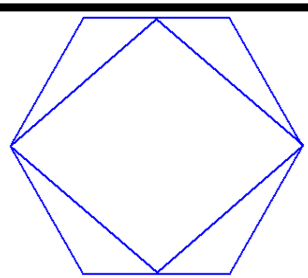
1.



2.



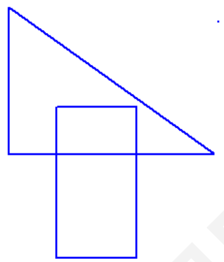
3.



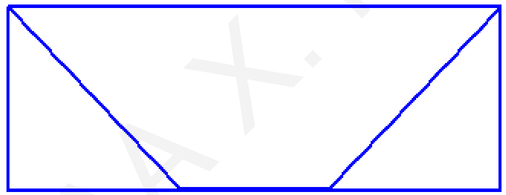
4.

ΚΑΡΤΑ 2

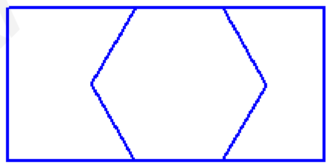
1.



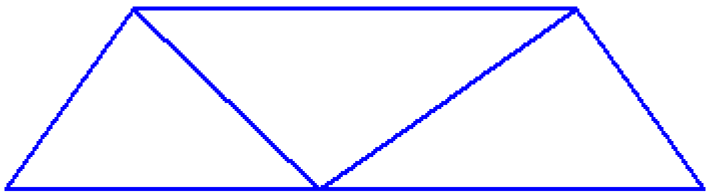
2.



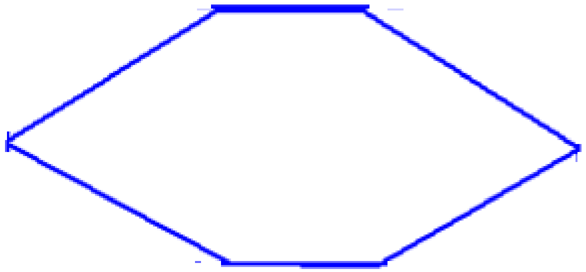
3.



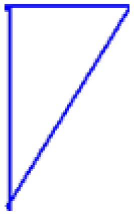
4.



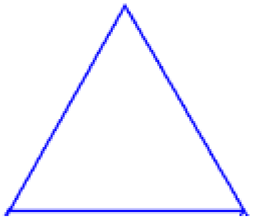
ΣΧΗΜΑΤΑ ΚΛΗΡΩΤΙΔΑΣ



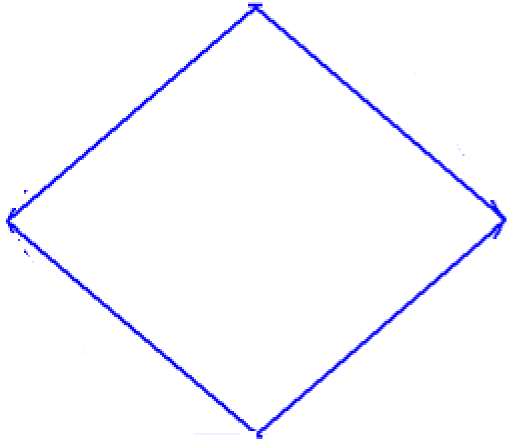
(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 1 της κάρτας 1)



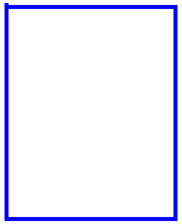
(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 2 της κάρτας 1)



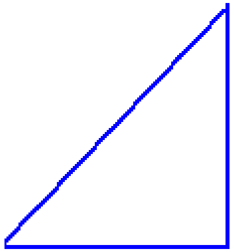
(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 3 της κάρτας 1-αντιστοιχεί και στα 2 τρίγωνα που σχηματίζονται)



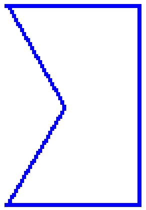
(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 4 της κάρτας 1)



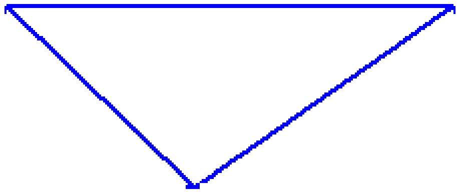
(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 1 της κάρτας 2)



(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 2 της κάρτας 2)



(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 3 της κάρτας 2)



(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 4 της κάρτας 2)

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ

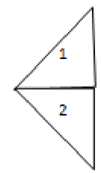
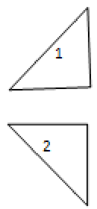
Υλικό Παρεμβατικού Προγράμματος Πειραματικής Ομάδας 3
(ΠΟ3: χωρίς χειρονομίες)

ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 1Α

Τίτλος μαθήματος: Σύνθεση δυο σχημάτων (με ή χωρίς διαχωριστικές γραμμές) με μετατόπιση

Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 1Α, Ψηφιακός Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 1Α, Μέλισσα-ρομπότ (bee-bot), Κινέζικο Τετράγωνο (tangrams), μαγνητικά πινακάκια εργασίας.

<u>Πρόκληση Ενδιαφέροντος:</u> Κρύβουμε τη φιγούρα του Μάγου Αστρούλη και καλούμε τα παιδιά να ρυθμίσουν τη μέλισσα-ρομπότ (bee-bot) για να την εντοπίσει.. Η εκπαιδευτικός αρχίζει την αφήγηση του παραμυθιού «*ο Μάγος Αστρούλης στο Μαγικό Μαγαζί»,* το οποίο προβάλλεται μέσω του προβολέα. Διακόπτει την αφήγηση στη σελίδα 5 και ανακοινώνει στα παιδιά ότι ο Μάγος Αστρούλης ζητά τη βοήθεια μας. Αναφέρει στα παιδιά ότι τους έστειλε πώς πρέπει να μοιάζουν οι ομπρέλες του και τι έχει ετοιμάσει μέχρι τώρα.

Στόχοι	**Δραστηριότητες**	**Εικόνα σχημάτων**
Σύνθεση σχημάτων με 2 υποσχήματα με διαχωριστικές γραμμές **Μετατόπιση από πάνω προς τα κάτω**	**<u>Δραστηριότητα 1</u>** 1. **Προβολή σχεδίων (σχήματα 1 και 2-μέχρι τώρα) Μάγου Αστρούλη από τις ομπρέλες** 2. **Υποβολή ερωτήσεων** • Τι πρέπει να κάνει ο Μάγος Αστρούλης με αυτά τα σχήματα για να φτιάξει την ομπρέλα του; (Αναμένεται ότι τα παιδιά θα πουν να μετακινήσουν τα σχήματα). • Εάν όμως ο Μάγος Αστρούλης κάθε φορά μόνο ένα σχήμα έχει να μετακινήσει τι πρέπει να κάνει; (μετατόπιση του πάνω σχήματος από πάνω προς τα κάτω μέχρι να ακουμπήσει στο κάτω	Σκοπός (τελικό σχήμα)  Μέχρι τώρα 

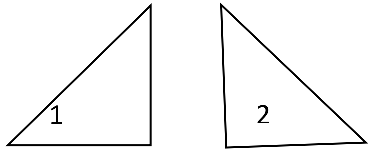
(αντίστροφα)	σχήμα –είναι αποδεκτό και το αντίστροφο) 3. **Εκτέλεση πρόβλεψης:** Εκτέλεση προβλέψεων με τα σχήματα από το κινέζικο τετράγωνο στο πινακάκι (σε ζευγάρια) 4. **Συζήτηση στην ολομέλεια** Ενα παιδί από κάθε ομάδα παρουσιάζει το σχήμα και αναφέρει πώς το έφτιαξε. Γίνονται οι εξής ερωτήσεις: • Πώς έφτιαξες το σχήμα; • Ποιο κομμάτι μετακίνησες; • Πώς το μετακίνησες; (προς πάνω ή προς κάτω) 5. **Έλεγχος στο φανελοπίνακα** Τοποθετούνται τα σχήματα 1 και 2 στο φανελοπίνακα όπως ήταν αρχικά και καλείται ένα παιδί να εκτελέσει την πρόβλεψη. Καλούμε τα παιδιά να συγκρίνουν τη σύνθεση τους με αυτή που γίνεται στην ολομέλεια για έλεγχο. **ΕΝΘΑΡΡΥΝΣΗ ΓΙΑ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ ΜΕ ΑΝΤΙΘΕΤΗ ΦΟΡΑ (από κάτω προς τα πάνω)**	

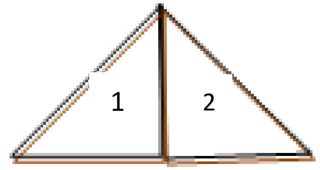
<table>
<tr>
<td>Σύνθεση σχημάτων με δυο σχήματα με διαχωριστικές γραμμές

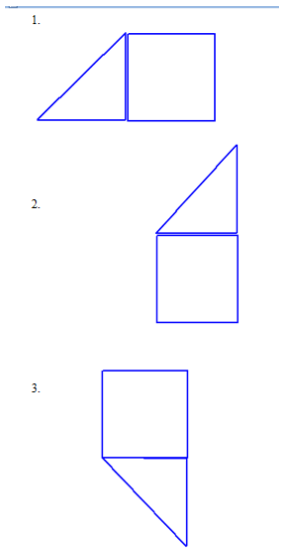
Μετατόπιση από δεξιά προς τα αριστερά (ή αντίστροφα)</td>
<td><u>Δραστηριότητα 2</u>
1. Προβολή σχεδίων (σχήματα 1 και 2-μέχρι τώρα) Μάγου Αστρούλη από τις ομπρέλες

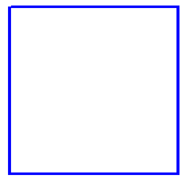
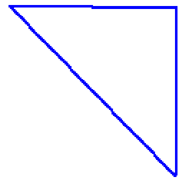
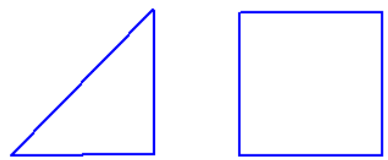
2. Υποβολή ερωτήσεων
- Τι πρέπει να κάνει ο Μάγος Αστρούλης με αυτά τα σχήματα για να φτιάξει την ομπρέλα; (Αναμένεται ότι τα παιδιά θα πουν να μετακινήσουν τα σχήματα).
- Εάν όμως ο Μάγος Αστρούλης κάθε φορά μόνο ένα σχήμα έχει να μετακινήσει τι πρέπει να κάνει;
(Αναμένεται να αναφέρουν τα παιδιά ότι θα πρέπει να μετακινήσουμε το σχήμα που βρίσκεται στα δεξιά προς τα αριστερά ή αντίστροφα μέχρι να ενωθεί με το άλλο σχήμα)

3. Εκτέλεση πρόβλεψης:
Εκτέλεση προβλέψεων με τα σχήματα από το κινέζικο τετράγωνο στο πινακάκι (σε ζευγάρια)

4. Συζήτηση στην ολομέλεια
Ένα παιδί από κάθε ομάδα παρουσιάζει το σχήμα και αναφέρει πώς το έφτιαξε.
• έμφαση στην αναπαραγωγή της χειρονομίας της μετατόπισης προτού εκτελέσουμε τη δραστηριότητα στην ολομέλεια. Γίνονται οι εξής ερωτήσεις:
5. Πώς έφτιαξες το σχήμα;
6. Ποιο κομμάτι μετακίνησες;</td>
<td>

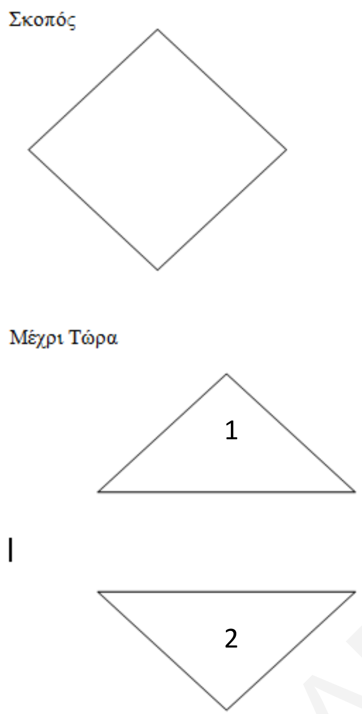
Σκοπός

</td>
</tr>
</table>

	7. Πώς το μετακίνησες; (προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά) **5. Έλεγχος στο φανελοπίνακα** Η εκπαιδευτικός τοποθετεί τα σχήματα 1 και 2 στο φανελοπίνακα όπως ήταν αρχικά και καλεί ένα παιδί να εκτελέσει την πρόβλεψη. Καλούμε τα παιδιά να συγκρίνουν τη σύνθεση τους με αυτή που γίνεται στην ολομέλεια για έλεγχο. **ΕΝΘΑΡΡΥΝΣΗ ΓΙΑ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΜΕ ΑΝΤΙΘΕΤΗ ΦΟΡΑ**	
Σύνθεση ακολουθώντας οδηγίες	**<u>Δραστηριότητα 3</u>** **1. Προβολή υποσχήματος α** Η εκπαιδευτικός προβάλλει στα παιδιά τα υποσχήματα α στο φανελοπίνακα. Τους λεει ότι ο Μάγος Αστρούλης έχει συγχύσει τα τελικά σχέδια για τις δύο ομπρέλες που έχει αναλάβει με άλλα σχέδια. Αλλά έχει ένα πολύτιμο γράμμα που θα μας δείξει πώς να μετακινήσουμε τα κομμάτια για να φτιάξουμε την ομπρέλα. Η εκπαιδευτικός διαβάζει το γράμμα (*Αγαπητά μου παιδιά για να βρείτε την ομπρέλα θα πρέπει να μετακινήσετε το σχήμα 1 απο κάτω προς τα πάνω μέχρι να ενωθεί με το σχήμα 5*). 2. **Πρόβλεψη:** Δείχνει μέσω του βιντεοπροβολέα τις τρεις επιλογές και καλεί τα παιδιά να επιλέξουν τη σωστή επιλογή. «Ποια από τις τρεις επιλογές που βλέπετε είναι η σωστή»; (η σωστή επιλογή είναι η 3)	Επιλογές 

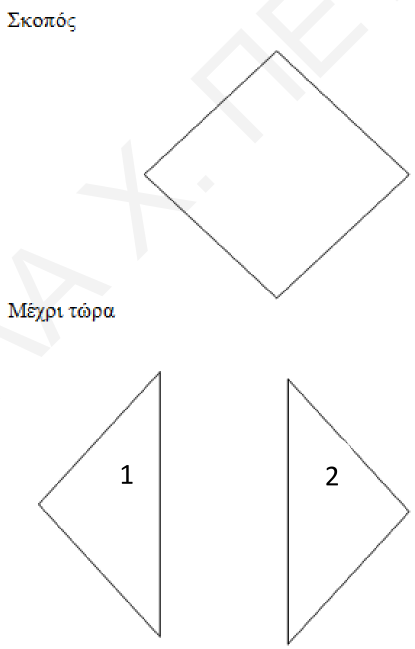
	3. Εκτέλεση Πρόβλεψης Για έλεγχο καλείται ένα παιδί να εκτελέσει την κίνηση που άκουσε στο βίντεο με τα υποσχήματα στο φανελοπίνακα. ***Επανάληψη της πιο πάνω διαδικασίας για το υπόσχημα β.*** (*Αγαπητά μου παιδιά για να βρείτε την ομπρέλα θα πρέπει να μετακινήσετε το σχήμα 1 από τα αριστερά προς τα δεξιά μέχρι να ενωθεί με το σχήμα 5*)	Υποσχήματα α   Υποσχήματα β 

Επέκταση

Προβάλλονται τα πιο κάτω σχήματα σταδιακά(έργο 1-έργο 2). Ταυτόχρονα τοποθετούνται στο φανελοπίνακα τα σχήματα όπως φαίνονται πιο κάτω(μέχρι τώρα). Καλούμε κάθε φορά τα παιδιά να μας υποδείξουν πώς πρέπει να μετακινήσουμε τα υποσχήματα. Καλείται κάθε φορά ένα παιδί να εκτελέσει την πρόβλεψη και να γίνει έλεγχος.



Έργο 1



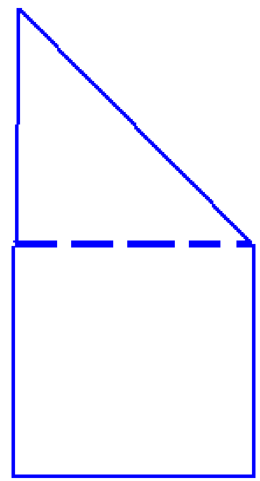
Έργο 2

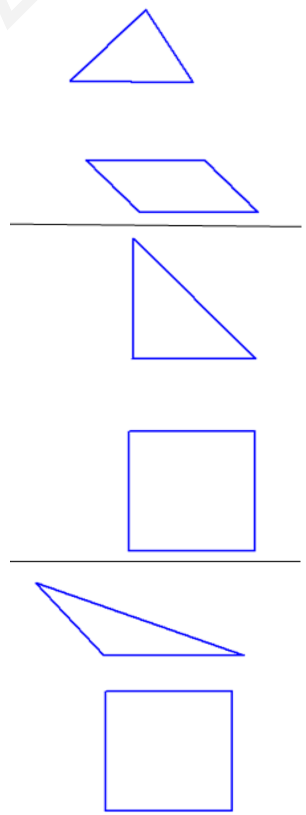
ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 1Β

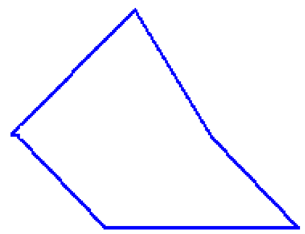
Τίτλος μαθήματος: Ανάλυση δύο σχημάτων (με ή χωρίς διαχωριστικές γραμμές) με μετατόπιση και επαναφορά σχημάτων

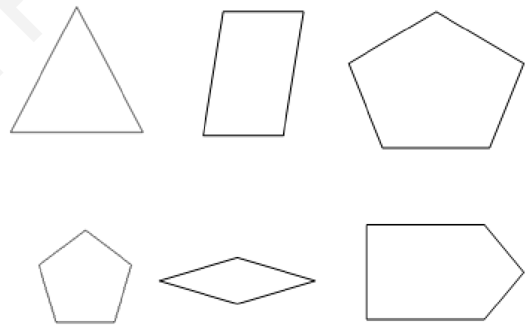
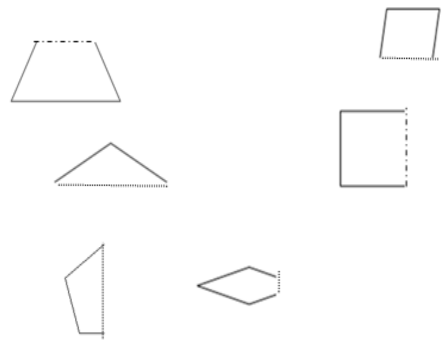
Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 1Β, Ψηφιακός Φάκελος Σχέδιου Μαθήματος 1Β

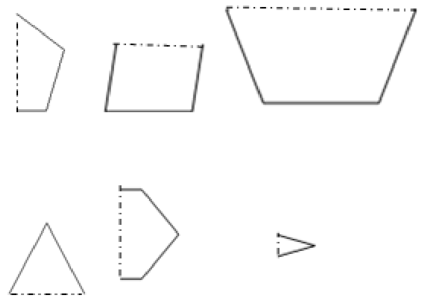
<u>Πρόκληση Ενδιαφέροντος:</u> Η εκπαιδευτικός λέει στα παιδιά ότι έχουν ένα μήνυμα από το Μάγο Αστρούλη. Χρησιμοποιώντας μια φιγούρα του Μάγου Αστρούλη λέει τα εξής: «Αγαπημένα μου παιδιά αντιμετωπίζω ακόμη ένα πρόβλημα και χρειάζομαι την πολύτιμη βοήθεια σας τώρα που καταφέρνετε όλα αυτά τα μαγικά με τα χεράκια σας. Μου έχουν λείψει τα σχήματα που χρησιμοποιώ για τις κατασκευές μου και αποφάσισα τώρα να σπάσω μερικές ομπρέλες που δεν θέλω για να χρησιμοποιήσω τα σχήματα τους

Στόχοι	Δραστηριότητες	Εικόνα σχημάτων
Ανάλυση σχημάτων με και χωρίς διαχωριστικές , με μετατόπιση	**<u>Δραστηριότητα 1</u>** **1. Προβολή σχήματος** Προβολή σχήματος για διάσπαση στο φανελοπίνακα **2. Πρόβλεψη** Η εκπαιδευτικός καλεί τα δύο παιδιά να της πουν και να αναπαραστήσουν με τα χέρια τι θα συμβεί αν κόψουν το σχήμα εκεί που δείχνει η διακεκομμένη γραμμή. - Τι νομίζετε θα συμβεί εάν κόψουμε το σχήμα εκεί που δείχνει η διακεκομμένη γραμμή»; - Πόσα κομματάκια νομίζετε θα πάρουμε εάν το κόψουμε στη διακεκομμένη	 **Σχήμα που πρόκειται να αποσυνθέσουμε**

<table>
<tr>
<td></td>
<td>γραμμή;
- Τι σχήμα θα έχουν αυτά τα δύο κομματάκια;
- Αυτά τα κομματάκια θα είναι ενωμένα;
-Θυμηθείτε ότι κάθε φορά μόνο ένα σχήμα μετακινείται; Προς τα πού νομίζετε θα μετακινηθεί; Πάνω , κάτω , δεξιά ή αριστερά;
3. Προβολή Επιλογών Προτείνονται 3 επιλογές μέσω του προβολέα και τοκάθε ζευγαράκι επιλέγει τα σχήματα που θα προκύψουν.
4. Εκτέλεση –Κόψιμο σχήματος
Δίνεται το σχήμα και τα παιδιά καλούνται να κόψουν το σχήμα εκεί που είναι οι διακεκομμένες γραμμές. Αφού το κόψουν η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να τα τοποθετήσουν μπροστά τους όπως είναι το σχήμα που δείχνει ο φανελοπίνακας.
- Τοποθετήστε τα κομματάκια τώρα που έχετε όπως είναι το σχήμα.
- Τελικά ποια είναι η σωστή επιλογή;
- Τα κομμάτια που είναι στις εικόνες που ψηφίσατε (προβάλλονται και μέσω του βιντεοπροβολέα) είναι ενωμένα όπως αυτά που έχετε;
-Τι νομίζετε ότι έχει συμβεί άραγε; (αναμένεται να αναφέρουν ότι απομακρύνθηκε το ένα κομμάτι από το άλλο). Εφόσον ο μάγος Αστρούλης μας είπε ότι μόνο ένα σχήμα μπορεί κάθε φορά να μετακινείται, τι ακριβώς νομίζετε έχει συμβεί; (αναμένεται να αναφέρουν ότι το ένα κομμάτι μετακινήθηκε προς τα πάνω ή το άλλο προς τα κάτω).</td>
<td>Επιλογές
</td>
</tr>
</table>

	7.Εκτέλεση ενέργειας στα υποσχήματα τους Η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να εφαρμόσουν αυτό που άκουσαν και είδαν στα σχήματα τους. (Μπορούν να γίνουν με σειρά και οι δύο μετασχηματισμοί, μετατόπιση από ενωμένα προς τα πάνω και μετατόπιση από ενωμένα προς τα κάτω). **8. Έλεγχος** Τοποθετούνται και στον φανελοπίνακα τα δύο σχήματα που προέκυψαν και καλείται ένα παιδί να εκτελέσει την ενέργεια. .Ακολούθως, καλούνται τα παιδιά να συγκρίνουν τα σχήματα τους και να διορθώσουν τυχόν λάθη τους.	
	Επέκταση: Η εκ/κος καλεί τα παιδιά να αναφέρουν ποια κομμάτια θα έχει στη διάθεση του ο Μάγος Αστρούλης αν σπάσει και το πιο κάτω σχήμα (προβάλλεται στο φανελοπίνακα, βλέπε δίπλα) Τους προβάλλει στον προβολέα τις ίδιες επιλογές για να κάνουν την πρόβλεψη τους. Έπειτα, η εκπαιδευτικός το κόβει. Καλεί τα παιδιά να της αναφέρουν πώς πρέπει να μετακινήσει τα κομμάτια (λεκτικά και με χειρονομίες) για να ταιριάζουν στη σωστή επιλογή. Τέλος, εκτελεί τη μετατόπιση που αναφέρουν τα παιδιά και εντοπίζουν τη σωστή επιλογή.	

Επαναφορά σχημάτων **(Restoration)**	**Δραστηριότητα 2** Η εκπαιδευτικός αναφέρει στα παιδιά ότι μόλις έλαβε ένα μήνυμα στο φωνοκιβώτιο της από τη μάγισσα Φωφώ (ηχογραφημένο μήνυμα-messagefwfw). *«Νομίζετε ότι η αποστολή σας έχει τελειώσει. Με θύμωσε απίστευτά ο Μάγος Αστρούλης που όλα τα θέλει έτοιμα και πήρα κάποια από τα σχέδια του για ομπρέλες και τα έσκισα. Για να τον βοηθήσετε θα πρέπει να παίξετε ένα παιχνίδι».* **Οδηγίες παιχνιδιού:** Παίρνουμε ένα ζάρι όπου σε κάθε έδρα είναι τοποθετημένο ένα αποκομμένο κομμάτι- με αυτοκόλλητο. Τοποθετούμε στο πάτωμα ένα χαρτόνι-χαλί που είναι χωρισμένο σε 6 τετράγωνα. Κάθε τετράγωνο εμπεριέχει ένα σκισμένο σχήμα. Παράλληλα προβάλλουμε με το βιντεοπροβολέα όλα τα σχήματα ολόκληρα. Κάθε παιδί ρίχνει το ζάρι και προσπαθεί να μαντέψει σε ποιο σχήμα στο χαλί αντιστοιχεί η έδρα του ζαριού. Κάθε φορά γίνεται συζήτηση για το πώς κατέληξαν στην απάντηση και για το πιο σχήμα πρόκειται να κτίσουν. Για έλεγχο καλούμε τα παιδιά να μας αναφέρουν τι πρέπει να κάνουμε. Αναμένεται να αναφέρουν τη μετακίνηση του ενός κομματιού στο άλλο μέχρι να ενωθούν. Αρχικά τους καλούμε να το αναπαραστήσουν με τα χέρια τους και έπειτα ξεκολλάμε το κομμάτι από την έδρα και προσπαθούμε να το εφαρμόσουμε για να επιβεβαιώσουμε ή να απορρίψουμε την πρόβλεψη μας.	**Σχήματα που θα φτιάξουν με το παιχνίδι**  **Σχήματα που υπάρχουν στις έξι έδρες του ζαριού** 

	Οδηγίες που θα δοθούν στα παιδιά: «Πάνω στο χαλί βρίσκονται τα σκισμένα σχήματα του Μάγου Αστρούλη. Η μάγισσα Φωφώ μας έστειλε τα κομμάτια που έχει σκίσει, τα οποία βρίσκονται στο ζάρι. Κάθε φορά θα έρχεται ένα παιδί θα ρίχνει το ζάρι και θα λεει σε ποιο σχήμα στο χαλί αντιστοιχεί το κομμάτι. Μετά για να δούμε εάν έχει μαντέψει σωστά θα πρέπει να το ξεκολλάει και να το κολλάει στο σκισμένο σχήμα στο χαλί όπως νομίζει. Για δική σας βοήθεια θα σας δείχνω με το βιντεοπροβολέα πώς έμοιαζαν τα σχήματα προτού σκιστούν.» Καλούμε κάθε φορά ένα παιδί ρίχνει το ζάρι και του υποβάλλουμε τις εξής ερωτήσεις: • Σε ποιο σκισμένο σχήμα αντιστοιχεί το κομμάτι που έχεις φέρει; • Τι σε κάνει να πιστεύεις ότι είναι αυτό; • Ποιο σχήμα από αυτά που δείχνει ο βιντεοπροβολέας νομίζεις θα φτιάξεις εάν το ενώσεις; • Πάρε το κομμάτι τώρα από το ζάρι και κόλλησε το στο κομμάτι που νομίζεις για να δούμε εάν έχεις μαντέψει σωστά. • Είσαι σωστός; Ποιο σχήμα έχεις φτιάξει; (Σε περίπτωση λάθους αφήνουμε το παιδί να προσπαθήσει ξανά. Τον ρωτούμε γιατί νομίζει είναι λάθος; Τον καλούμε να παρατηρήσει ξανά τα σχήματα στο χαλί).	**Σχήματα που υπάρχουν στο χαλί** 

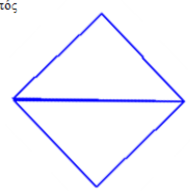
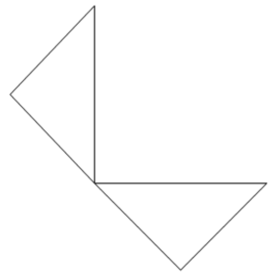
ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 2Α

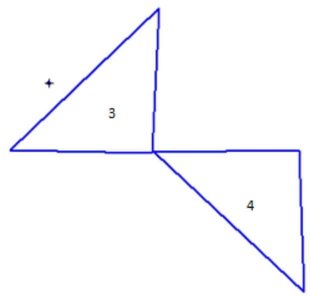
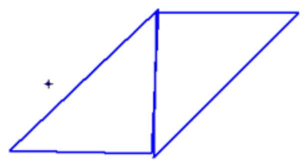
Τίτλος μαθήματος: Σύνθεση 2 σχημάτων (με ή χωρίς διαχωριστικές γραμμές) με περιστροφή

Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 2Α, Ψηφιακός Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 2Α, μέλισσα-ρομπότ (bee-bot), Κινέζικο Τετράγωνο (tangrams), μαγνητικά πινακάκια εργασίας.

<u>Πρόκληση Ενδιαφέροντος:</u> Κρύβουμε τη φιγούρα της Μπέλας Κορδέλας και καλούμε τα παιδιά να ρυθμίσουν τη μελισσούλα (bee-bot) για να τη βρει.

Η εκπαιδευτικός αρχίζει να αφηγείται το παραμύθι η Μπέλα Κορδέλα στο Καπελάδικο μέχρι τη σελίδα 3. Καλεί τα παιδιά να συνεργαστούν με την Έλλη και τη Νεφέλη για να βοηθήσουν την Μπέλα Κορδέλα. Τους δείχνει τα σχέδια από τα παράξενα καπέλα που θέλει να φτιάξει και τι έχει κάνει μέχρι τώρα.

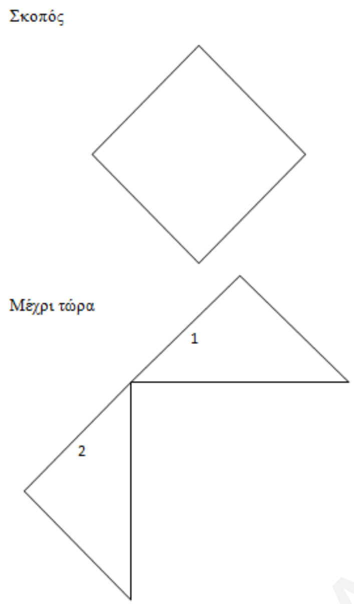
Στόχοι	**Δραστηριότητες**	**Εικόνα σχημάτων**
Περιστροφή προς τα δεξιά (σύνθεση δύο σχημάτων με διαχωριστικές γραμμές)	**<u>Δραστηριότητα 1</u>** **1. Προβολή σχεδίων (στο βιντεοπροβολέα) και τι έχει φτιάξει μέχρι τώρα στο φανελοπίνακα.** **2. Πρόβλεψη** Τα παιδιά αναφέρουν τι πρέπει να κάνει η Μπέλα Κορδέλα για να μπορέσει να πετύχει τα σχέδια για τα καπέλα της. • Τι πρέπει να κάνει η Μπέλα Κορδέλα με αυτά τα σχήματα για να φτιάξει το καπέλο της; (Αναμένεται να αναφέρουν τα παιδιά ότι θα πρέπει να περιστρέψουμε(αναμενουμε τη λέξη «γέρνω», «στρίβω», τους συμπληρώνουμε ως εξής να το γείρει ή να το στρίψει, δηλαδή να περιστραφεί) το ένα σχήμα προς τα δεξιά (αποδεκτό και το δεξιά κάτω) μέχρι να ενωθούν και τα δύο σχήματα.) Επισημαίνεται ότι μόνο ένα από τα δύο σχήματα μπορεί να μετακινήσει.	Σκοπός  Μέχρι τώρα 

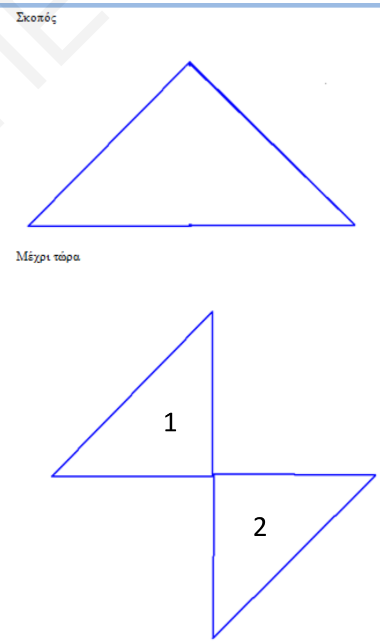
	3. **Εκτέλεση Πρόβλεψης:** Τα παιδιά εκτελούν την πρόβλεψη τους, με τα σχήματα από το κινέζικο τετράγωνο που τους έχουν δοθεί στο μαγνητικό πινακάκι τους. 4. **Συζήτηση στην ολομέλεια:** Ένα παιδί από κάθε ομάδα (ΕΠΙΛΕΚΤΙΚΑ) παρουσιάζει το σχήμα και αναφέρει πώς το έφτιαξε. **5. Έλεγχος** Τοποθετούμε τα σχήματα στο φανελοπίνακα και καλούμε ένα παιδί να εκτελέσει την περιστροφή.	
Περιστροφή προς τα αριστερά (Σύνθεση δύο σχημάτων με και χωρίς διαχωριστικές γραμμές)	<u>**Δραστηριότητα 2**</u> 1. **Προβάλλονται με το βιντεοπροβολέα ο τελικός σκοπός του σχήματος και τα υποσχήματα στο φανελοπίνακα** 2. **Πρόβλεψη:** Η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να αναπαραστήσουν με τα χέρια τους τι πρέπει να κάνουν, λέγοντας κάθε φορά τι κάνουν. • Τι πρέπει να κάνει η Μπέλα Κορδέλα για να φτιάξει αυτό το καπέλο; • Ποιο σχήμα πρέπει να περιστρέψει; *Αναμένεται τα παιδιά να αναφέρουν την περιστροφή προς τα αριστερά (πάλι δίνουμε έμφαση στο να επεκτείνουμε το μαθηματικό λεξιλόγιο των παιδιών γέρνω(ή στρίβω)-περιστρέφω).* 3. **Εκτελεση πρόβλεψης:** Καλούμε τα παιδιά να εφαρμόσουν την πρόβλεψη τους με τα σχήματα που έχουν τώρα στο πινακάκι τους. 4. **Συζήτηση στην Ολομέλεια:** Αφού τελειώσουν παρουσιάζουν στην ολομέλεια τα έργα τους (ΕΠΙΛΕΚΤΙΚΑ). 5. **Έλεγχος**	Μέχρι τώρα  Σκοπός 

	Καλείται ένα παιδί να εκτελέσει την περιστροφή με τα υποσχήματα (υποσχήματα 1 και 2) στο φανελοπίνακα.	

Επέκταση

Προβάλλονται τα πιο κάτω σχήματα σταδιακά(έργο 1-έργο 2) κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας 1 και 2 αντίστοιχα. Ταυτόχρονα τοποθετούνται στο φανελοπίνακα τα υποσχήματα όπως φαίνονται πιο κάτω(μέχρι τώρα). Καλούμε κάθε φορά τα παιδιά να μας υποδείξουν πώς πρέπει να περιστρέψουμε τα υποσχήματα. Καλείται κάθε φορά ένα παιδί να εκτελέσει την πρόβλεψη στο φανελοπίνακα και να γίνει έλεγχος.



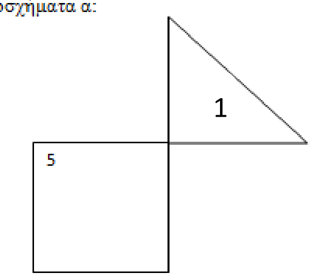
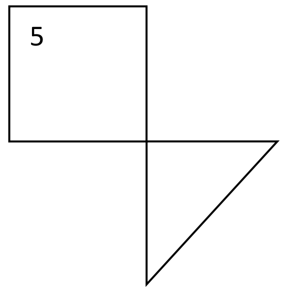


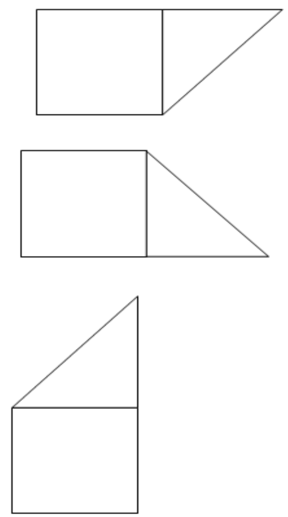
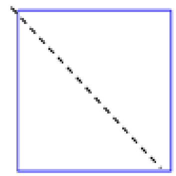
ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 2Β

Τίτλος μαθήματος: Σύνθεση και Ανάλυση δύο σχημάτων (με και χωρίς διαχωριστικές γραμμές) με περιστροφή

Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 2Β, Ψηφιακός Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 2Β, Κινέζικο Τετράγωνο (tangrams)

<u>Πρόκληση Ενδιαφέροντος:</u> Η εκπαιδευτικός εμφανίζεται με τη φιγούρα της Μπέλας Κορδέλας μέσα από το κουκλοθέατρο και αναφέρει στα παιδιά ότι χρειάζεται τη βοήθεια τους για μία ακόμη αποστολή.

Στόχοι	Δραστηριότητες	Εικόνα σχημάτων
Εκτέλεση οδηγιών για σύνθεση σχημάτων χρησιμοποιώντας την περιστροφή	**<u>Δραστηριότητα 1</u>** 1. **Προβολή υποσχημάτων** Η εκπαιδευτικός προβάλλει στα παιδιά τα υποσχήματα α στο φανελοπίνακα. Τους λεει ότι η Μπέλα Κορδέλα έχει συγχύσει τα τελικά σχέδια για τα δύο καπέλα που έχει αναλάβει με άλλα σχέδια(τα οποία και αυτά προβάλλονται ως επιλογές στον προβολέα). Αλλά έχει ένα πολύτιμο βίντεο που θα την βοηθήσει βρει ποια σχέδια ανήκουν στα κομμάτια του κάθε καπέλου. Το βίντεο αυτό θα μας δείξει πώς να μετακινήσουμε τα κομμάτια για να φτιάξουμε το καπέλο. 2. **Πρόβλεψη** Τα παιδιά καλούνται να επιλέξουν τη σωστή επιλογή. • «Ποια από τις τρεις επιλογές που βλέπετε είναι η σωστή»;(επιλογή 1) Το κάθε παιδί λεει την επιλογή του λεκτικά Συγκεκριμένα η εκπαιδευτικός ρωτάει το κάθε ζευγάρι: **i.** Ποια νομίζεις είναι η σωστή επιλογή; **ii.** Τι ακριβώς μας είπε το γράμμα ότι πρέπει να κάνουμε; **iii.** Πώς να περιστρέψω το σχήμα;	Υποσχήματα α:  

	3. **Εκτέλεση Πρόβλεψης** Για έλεγχο καλείται ένα παιδί να εκτελέσει την κίνηση που άκουσε στο βίντεο με τα υποσχήματα στο φανελοπίνακα. **<u>Δραστηριότητα 1β</u>** Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία για τα υποσχήματα β (περιστροφή προς τα αριστερά πάνω-σωστή επιλογή 2-δραστηριότητα 1β)	Επιλογές: 
Ανάλυση σχημάτων με διαχωριστικές γραμμές-Περιστροφή(αντίστροφες χειρονομίες)	**<u>Δραστηριότητα 2</u>** 1. **Μήνυμα –Προβολή Σχεδίων και υποσχημάτων** Η εκπαιδευτικός αναφέρει στα παιδιά ότι θα παίξουν ένα παιχνίδι. Κάθε φορά θα τους δείχνει ένα σχήμα και αυτοί θα πρέπει να ψαρέψουν τα κομματάκια (επιλογές-προβάλλονται μέσω του προβολέα και είναι τοποθετημένα κάτω για να τα ψαρέψουν) που θα πάρουν εάν το κόψουν. . **2. Πρόβλεψη** Γίνεται συζήτηση και καλείται ένα παιδί να επιλέξει (ψαρέψει) ποια επιλογή θεωρεί σωστή.	Σχήμα 1 

Ενθαρρύνουμε τα παιδιά να μας εξηγήσουν με λόγια αλλά και με τα χέρια τους.

- Τι νομίζετε θα συμβεί εάν κόψουμε το σχήμα εκεί που δείχνει η διακεκομμένη γραμμή»;
- Πόσα κομματάκια νομίζετε θα πάρουμε εάν το κόψουμε στη διακεκομμένη γραμμή;
- Τι σχήμα θα έχουν αυτά τα δύο κομματάκια;
- Αυτά τα κομματάκια θα είναι ενωμένα;
- Θυμηθείτε ότι κάθε φορά μόνο ένα σχήμα περιστρέφεται; Προς τα πού νομίζετε θα περιστραφεί; Δεξιά ή αριστερά;

3. Κοπή Σχήματος

Τα παιδιά καλούνται να κόψουν το σχήμα εκεί που είναι οι διακεκομμένες γραμμές. Αφού το κόψουν η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να τα τοποθετήσουν στο πινακάκι τους, όπως είναι το καπέλο στο φανελοπίνακα .

«Τοποθετήστε τα κομματάκια τώρα που έχετε όπως είναι το καπέλο (η εκ/κος περνά από κάθε ζευγάρι και βλέπει εάν τα κομμάτια είναι τοποθετημένα όπως προβάλλονται στο φανελοπίνακα»

-Τελικά ποια είναι η σωστή επιλογή;

-Τα κομμάτια που μας δείχνει ο βιντεοπροβολέας είναι ενωμένα όπως αυτά που έχετε εσείς;

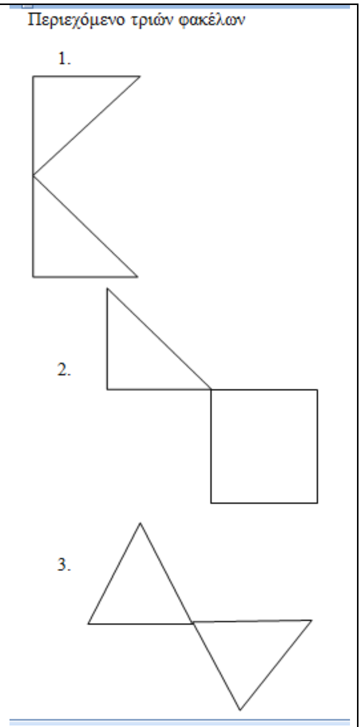
-Τι νομίζετε ότι έχει συμβεί άραγε;(αναμένεται να αναφέρουν ότι απομακρύνθηκε το ένα κομμάτι από το άλλο). Εφόσον μόνο ένα σχήμα μπορει κάθε φορά να περιστέφεται, τι ακριβώς νομίζετε έχει συμβεί; (αναμένεται να αναφέρουν ότι το ένα κομμάτι περιστράφηκε προς αριστερά).

4..Εκτέλεση περιστροφής στα υποσχήματα

Η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να εφαρμόσουν αυτό που άκουσαν και είδαν στα σχήματα τους για να βρουν τη σωστή επιλογή(επιλογή 1). Γίνεται παρουσίαση μερικών έργων. Τους καλούμε ξανά να μας εξηγήσουν τι ακριβώς έχουν κάνει.

5. Έλεγχος στην ολομέλεια

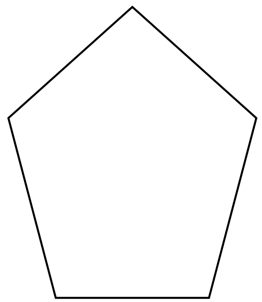
Έπειτα τοποθετούνται στο φανελοπίνακα τα υποσχήματα 1 και 2 και όπως είναι το καπέλο και καλείται ένα παιδί να εκτελέσει την περιστροφή και στην ολομέλεια.

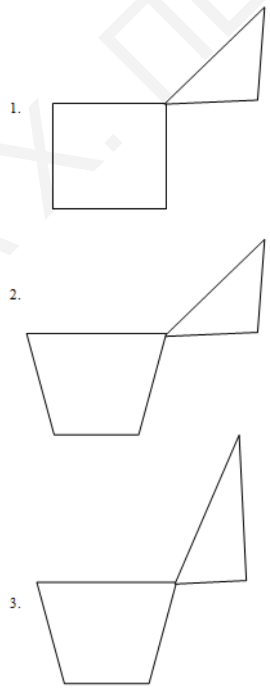


<u>Επέκταση (Ανάλυση σχημάτων χωρίς διαχωριστικές γραμμές):</u>

Τοποθετείται το σχήμα που πρόκειται να κοπεί στο φανελοπίνακα. Προβάλλονται οι επιλογές και καλούμε τα παιδιά να επιλέξουν(ψαρέψουν) τώρα την ορθή επιλογή. Έπειτα γίνεται η κοπή του σχήματος από την εκπαιδευτικο και τοποθετούνται τα σχήματα ενωμένα όπως ήταν αρχικά στο μαγνητικό πίνακα. Καλούμε τα παιδιά να μας δείξουν πώς πρέπει να περιστρέψουμε το υποσχήμα για να ταιριάζει στη σωστή επιλογή. Ακολούθως ένα παιδί για έλεγχο της πρόβλεψης εκτελεί την περιστροφή.

.





ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 3

Τίτλος μαθήματος: Ελεύθερες Δραστηριότητες γιατη συναρμολόγηση γεωμετρικών συνθέσεων

Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 3 με το Κινέζικο Τετράγωνο (tangrams) και τα Σχήματα Μοτίβου (Patternblock)

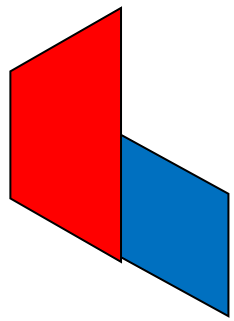
Στόχοι	Δραστηριότητα
Να συνθέτουν τετράγωνο χρησιμοποιώντας 2 και περισσότερα υποσχήματα	**<u>Δραστηριότητα 1</u>** Τα παιδιά σε ζευγάρια χρησιμοποιώντας 2 και περισσότερα κομμάτια από το υλικό Κινέζικο Τετράγωνο (tangrams) θα κληθούν να φτιάξουν τετράγωνα έχοντας μπροστά τους την εικόνα ενός τετραγώνου.
Να φτιάχνουν γεωμετρικές συνθέσεις με όσα υποσχήματα επιθυμούν **Να περιγράφουν γεωμετρικές συνθέσεις**	**<u>Δραστηριότητα 2</u>** Τα παιδιά βρίσκονται σε ζευγάρια Α, Β έχοντας ένα διαχωριστικό εμπόδιο ανάμεσα τους. Ο Α αναπτύσσει μια γεωμετρική σύνθεση με τη χρήση patternblocks την οποία καλείται να περιγράψει στον Β για να μπορέσει να τη δημιουργήσει και αυτός με τη σειρά του. Αφού απομακρυνθεί το διαχωριστικό τα παιδιά συγκρίνουν της συνθέσεις τους. Το παιχνίδι επαναλαμβάνεται με αντιστροφή ρόλων.

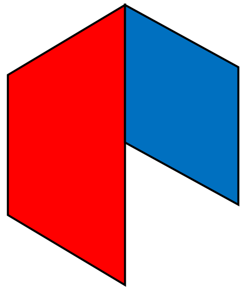
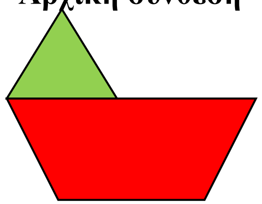
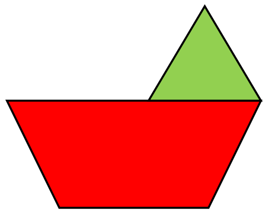
ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 4

Τίτλος μαθήματος: Αναδιοργάνωση (reconfiguration) γεωμετρικής σύνθεσης δύο ή τριών σχημάτων με μετατόπιση και περιστροφή

Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 4, Ψηφιακός Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 4, Σχήματα Μοτίβου (Patternblock)

<u>Πρόκληση Ενδιαφέροντος:</u> Η εκπαιδευτικός καλεί ένα παιδί να έρθει στο μαγνητικό πίνακα της τάξης και να πάρει 2 συγκεκριμένα σχήματα μοτίβου (οποιαδήποτε επιθυμείτε) και να φτιάξει με αυτά οτιδήποτε θέλει (π.χ. ένα ανθρωπάκι). Αφού το φτιάξει καλούμε τα υπόλοιπα παιδιά να το φτιάξουν σε ζευγάρια στα πινακάκια τους. Στη συνέχεια καλούμε το παιδί να κάνει μία αλλαγή χωρίς να σηκώσει σχήμα από τον πίνακα, μετακινώντας μόνο ένα από τα δύο σχήματα και να τον δουν τα υπόλοιπα παιδιά. Έπειτα τον καλούμε να επεξηγήσει στα υπόλοιπα παιδιά την αλλαγή για να την κάνουν κι αυτά. Τέλος γίνεται σύγκριση των συνθέσεων των υπολοίπων παιδιών και του ιδίου για έλεγχο.

Στόχοι	**Δραστηριότητες**	**Εικόνα σχημάτων**
Αναδιοργάνωση η σχήματος με 2 υποσχήματα-Μετατόπιση	**<u>Δραστηριότητα 1</u>** **1. Προβολή αρχικής σύνθεσης στο μαγνητικό πίνακα** Η εκπαιδευτικό κατασκευάζει τη γεωμετρική σύνθεση στο μαγνητικό πίνακα της τάξης 2. **Κατασκευή σύνθεσης από τα παιδιά** Καλούμε τα παιδιά να φτιάξουν την πιο πάνω σύνθεση σε ζευγάρια με τα σχήματα που έχουν στη διάθεση τους. Έπειτα παρουσιάζουν τα έργα τους. 3. **Προβολή τελικής σύνθεσης** Η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να τοποθετήσουν τις συνθέσεις τους κάτω και προβάλλει την πιο κάτω φιγούρα. **4. Εντοπισμός γεωμετρικού μετασχηματισμού από τα παιδιά** Καλούμε τα παιδιά να εντοπίσουν την αλλαγή που έχει συμβεί στη	**Αρχική σύνθεση** 

	σύνθεση(μετατόπιση μπλε σχήματος προς τα πάνω μέχρι να φτάσει στο τέλος του κόκκινου σχήματος) και να μας την αναφέρουν. **5. Εφαρμογή μετατόπισης στη γεωμετρική σύνθεση τους στο μαγνητικό τους πινακάκι** **6. Έλεγχος** Για έλεγχο καλούμε ένα παιδί να εφαρμόσει τη μετατόπιση στη γεωμετρική σύνθεση που βρίσκεται στο μαγνητικό πίνακα της τάξης. Ενθαρρύνουμε το παιδί να μας εξηγήσει την ενέργεια του.	**Τελικό σχήμα** **(μετά από μετατόπιση)** 
	<u>Δραστηριότητα 1- Επέκταση</u> **Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία και για το διπλανό σχήμα στην ολομέλεια** *(μετατόπιση του αριστερού σχήματος από τα αριστερά προς τα δεξιά μέχρι να φτάσει το τέλος του κόκκινου σχήματος)*.	**Αρχική σύνθεση**  **Τελική σύνθεση** **(μετά από μετατόπιση)** 

<table>
<tr>
<td>Αναδιοργάνωση σχήματος με 2 υποσχήματα-Περιστροφή</td>
<td>
<u>Δραστηριότητα 2</u>

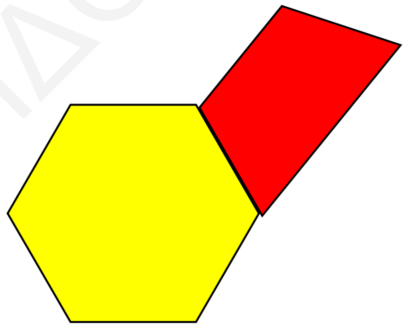
1. Προβολή αρχικής σύνθεσης στο μαγνητικό πίνακα
Η εκπαιδευτικό κατασκευάζει τη γεωμετρική σύνθεση στο μαγνητικό πίνακα της τάξης

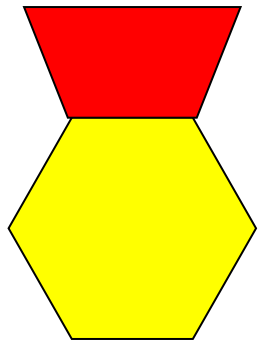
2. Κατασκευή σύνθεσης από τα παιδιά
Καλούμε τα παιδιά να φτιάξουν την πιο πάνω σύνθεση σε ζευγάρια με τα σχήματα που έχουν στη διάθεση τους. Έπειτα παρουσιάζουν τα έργα τους.

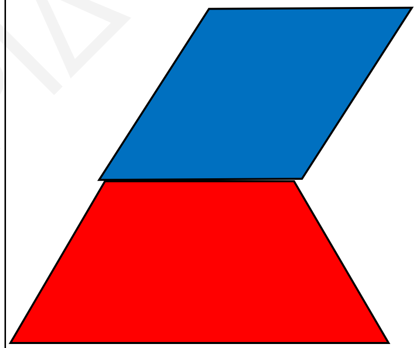
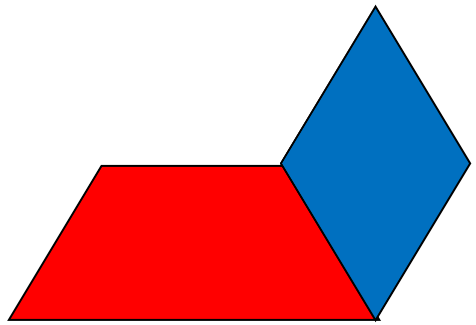
3. Προβολή τελικής σύνθεσης
Η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να τοποθετήσουν τις συνθέσεις τους κάτω και προβάλλει την πιο κάτω φιγούρα.

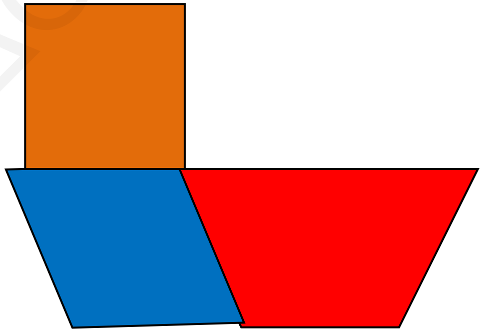
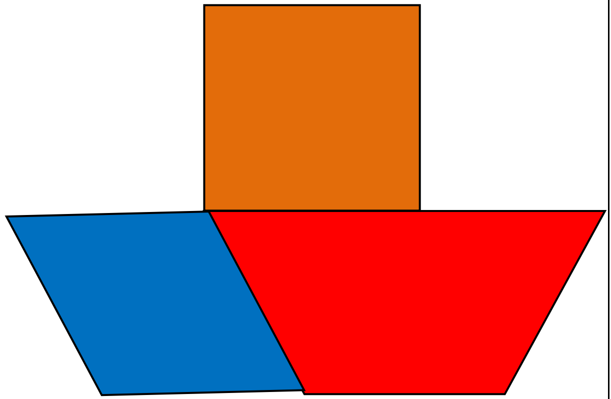
4. Εντοπισμός γεωμετρικού μετασχηματισμού από τα παιδιά
Καλούμε τα παιδιά να εντοπίσουν την αλλαγή που έχει συμβεί στη σύνθεση (περιστροφή κόκκινου σχήματος προς τα αριστερά μέχρι να ενωθεί ξανά με το κίτρινο σχήμα) και να μας την αναφέρουν.

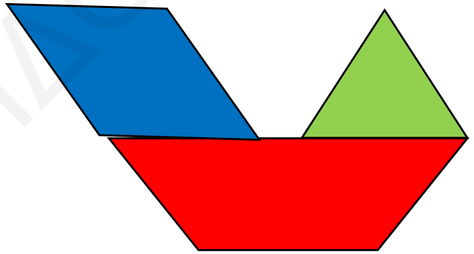
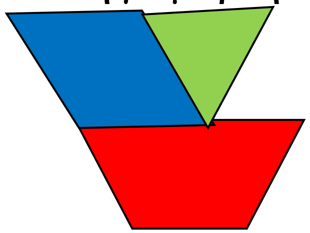
5. Εφαρμογή μετατόπισης στη γεωμετρική σύνθεση τους στο μαγνητικό τους πινακάκι

6. Έλεγχος
Για έλεγχο καλούμε ένα παιδί να εφαρμόσει τη μετατόπιση στη γεωμετρική σύνθεση που βρίσκεται στο μαγνητικό πίνακα της τάξης. Ενθαρρύνουμε το παιδί να μας εξηγήσει την ενέργεια του.
</td>
<td>
Αρχική σύνθεση


Τελική σύνθεση

</td>
</tr>
</table>

	<u>**Δραστηριότητα 2- Επέκταση**</u> **Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία και για το διπλανό σχήμα στην ολομέλεια και όχι σε ζευγαράκια** *(Περιστρέφω το μπλε σχήμα προς τα δεξιά μέχρι να ενωθεί ξανά με το κόκκινο σχήμα).*	**Αρχική σύνθεση**  **Τελική σύνθεση** 

Αναδιοργάνωση σχήματος με 3 υποσχήματα-Μετατόπιση	**<u>Δραστηριότητα 3</u>** 1. **Προβολή αρχικής σύνθεσης στο μαγνητικό πίνακα** Η εκπαιδευτικό κατασκευάζει τη γεωμετρική σύνθεση στο μαγνητικό πίνακα της τάξης 2. **Εντοπισμός γεωμετρικού μετασχηματισμού από τα παιδιά** Καλούμε τα παιδιά να εντοπίσουν την αλλαγή που έχει συμβεί στη σύνθεση(μετακινούμε το πορτοκαλί σχήμα προς τα δεξιά. Όταν φύγει ολόκληρο από το μπλε σχήμα, σταματούμε) και να μας την αναφέρουν. 3. **Εφαρμογή μετατόπισης στη γεωμετρική σύνθεση τους στο μαγνητικό τους πινακάκι** 4. **Έλεγχος** Για έλεγχο καλούμε ένα παιδί να εφαρμόσει τη μετατόπιση στη γεωμετρική σύνθεση που βρίσκεται στο μαγνητικό πίνακα της τάξης. Ενθαρρύνουμε το παιδί να μας εξηγήσει την ενέργεια του.	**Αρχική γεωμετρική σύνθεση**  **Τελική γεωμετρική σύνθεση** 

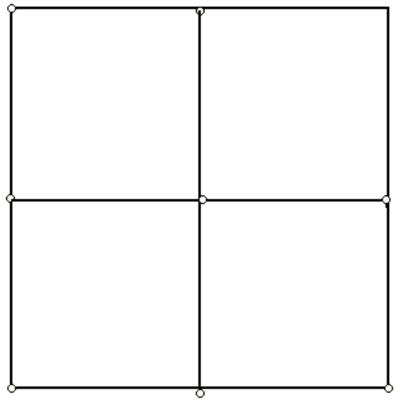
Αναδιοργάνωση σχήματος με 3 υποσχήματα- Περιστροφή	<u>**Δραστηριότητα 3- Επέκταση**</u> **Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία και για το διπλανό σχήμα στην ολομέλεια και όχι σε ζευγάρια.** *(περιστρέφουμε το πράσινο σχήμα προς τα αριστερά μέχρι να ενωθεί με το μπλε σχήμα)***.**	**Αρχική γεωμετρική σύνθεση**  **Τελική γεωμετρική σύνθεση** 

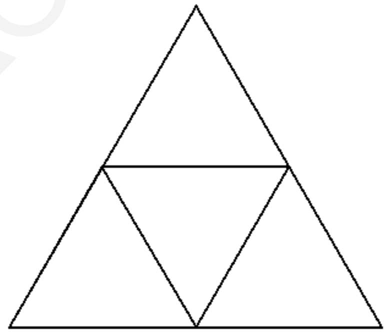
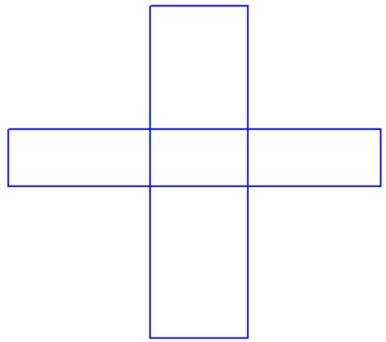
ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 5

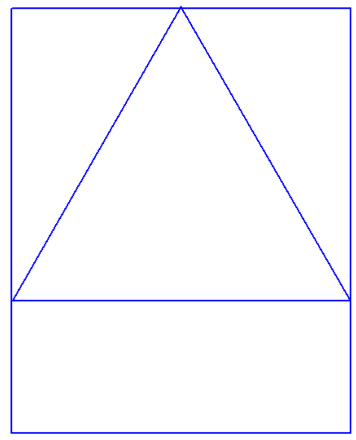
Τίτλος μαθήματος: Αντιληπτική διάκριση απλών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις

Μέσα και υλικά: Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 5, Ψηφιακός Φάκελος Σχεδίου Μαθήματος 5, Διαφάνειες Εργασίας

<u>Πρόκληση Ενδιαφέροντος:</u> Η εκπαιδευτικός εμφανίζεται με μια φιγούρα του Μάγου Αστρούλη και λεει στα παιδιά ότι έχει αναλάβει τρεις αποστολές σήμερα για να λύσει. Η πρώτη αποστολή είναι να απαντήσει στην ερώτηση: Πόσα τετράγωνα βλέπεις σε αυτό το σχήμα; Όμως δυσκολεύεται πολύ και ζητάει τη βοήθεια μας.

Στόχοι	Δραστηριότητες	Εικόνα σχημάτων
Αναγνώριση εμφανών και μη εμφανών γεωμετρικών σχημάτων	**<u>Δραστηριότητα 1</u>** 1. **Προβολή Σχήματος α στην ολομέλεια** 2. Τα παιδιά καλούνται σε ζευγάρια να συζητήσουν, να μετρήσουν τα τετράγωνα που έχουν βρει στο συγκεκριμένο σχήμα(α). (Σωστή Απάντηση =5) 3. **Επαλήθευση: Γίνεται** επαλήθευση των απαντήσεων των παιδιών στην ολομέλεια στο φανελοπίνακα με τη χρήση 2 διαφανειών κομμένων σε ένα μικρό τετράγωνο και ένα μεγάλο τετράγωνο. Καλούμε ένα παιδί να μας υποδείξει πόσα τετράγωνα βλέπει. Όταν μετρούν τα μικρά τετράγωνα που το αποτελούν, τα παιδιά μπορούν να επανατοποθετούν το μικρό τετράγωνο σε διαφάνεια πάνω στο μεγάλο τετράγωνο.	 **(α)**

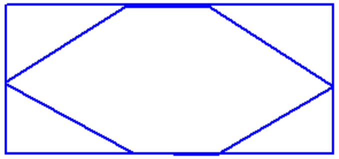
	Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία και με το τρίγωνο (Σωστή απάντηση: 5 τρίγωνα: 1 μεγάλο και 4 μικρά).	 **(β)**
	<u>Επέκταση</u> 1. **Προβολή σχήματος (γ) στην ολομέλεια** 2. **Συζήτηση στην ολομέλεια** Καλούμε τα παιδιά στην ολομέλεια να μας αναφέρουν πόσα ορθογώνια βλέπουν. 3. **Επαλήθευση** Υπάρχουν κομμένα όλα τα δυνατά ορθογώνια που μπορεί κανείς να διακρίνει σε αυτό το σταυρό σε διαφάνεια και κάθε φορά κοντά στο σταυρό στο φανελοπίνακα παρουσιάζεται ένα από αυτά τα ορθογώνια. Τα παιδιά ρωτούνται τα εξής για το συγκεκριμένο ορθογώνιο: • Πώς μπορώ να βάλω αυτό το σχήμα ώστε να ταιριάζει πάνω στο σταυρό; Τα παιδιά αρχικά περιγράφουν και μετά δοκιμάζουν πρακτικά τις διαφορετικές τοποθετήσεις του συγκεκριμένου ορθογωνίου πάνω στο σταυρό.	 (γ)

	Ακολουθεί η ίδια διαδικασία για όλες τις μορφές ορθογωνίων που μπορεί να διακρίνει κανείς στο σταυρό (Σωστή Απάντηση 11)	
	Η εκπαιδευτικός διαβάζει στα παιδιά το μήνυμα για την επόμενη αποστολή. Το μήνυμα εμπεριέχει τις οδηγίες για την επόμενη δραστηριότητα. «Αγαπημένα μου παιδιά συγχαρητήρια για την αποστολή που έχετε εκτελέσει με τόση μεγάλη επιτυχία. Όμως σας περιμένει ακόμη μία μεγάλη αποστολή.Η ιστορία της Έλλης και της Νεφέλης».	
Κατασκευή συνθέσεων γεωμετρικών σχημάτων με διάφορους τρόπους	**Δραστηριότητα 2** **Παρουσίαση ιστορίας και σχήματος** Παρουσιάζεται στα παιδιά μέσω του προβολέα (Βίντεο) η εξής ιστορία: Η Έλλη και η Νεφέλη χτες επισκέφτηκαν το Γυαλιστερό Κουμπί αλλά κάτι φοβερό συνέβηκε. Χάλασε ο μαγικός καθρέφτης. Τότε αποφάσισαν να σχεδιάσουν διάφορα σχήματα. Όμως τα μαγικά της Οδού Χρυσόσκονης δεν σταμάτησαν να υπάρχουν πάνω στα κορίτσια. Ξέρετε τι έκαναν; Έφτιαξαν το ίδιο σχήμα αλλά με διαφορετικό τρόπο. Η Έλλη έφτιαξε το σχέδιο (παρουσιάζεται στο φανελοπίνακα) χρησιμοποιώντας μόνο δύο σχήματα και η Νεφέλη με τέσσερα σχήματα. Μπορείτε να μαντέψετε ποια σχήματα σχεδίασε το κάθε κορίτσι. **Συζήτηση στην ολομέλεια για τα σχήματα της Έλλης** Αρχικά καλούμε τα παιδιά να φανταστούν ότι είναι η Έλλη και να βρουν τα δύο διαφορετικά σχήματα που χρησιμοποίησε η Έλλη. **Έλεγχος**	

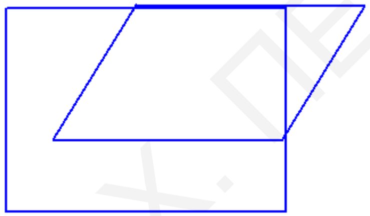
	Για έλεγχο παρουσιάζονται 2 διαφάνειες χρωματιστές (διαφορετικού χρώματος), η μία σε σχήμα τρίγωνου και η άλλη τετράγωνου. Για κάθε σχήμα που θα αναφέρουν τοποθετούμε την αντίστοιχη διαφάνεια Γίνονται οι πιο κάτω ερωτήσεις: - Τι πρέπει να κάνω για να φτιάξω το σχέδιο της Έλλης; Για παράδειγμα τοποθετούμε το τρίγωνο πάνω στο τετράγωνο. Αν δεν προτείνουν και την αντίστροφη λύση, η εκπαιδευτικός ρωτά: - Υπάρχει και άλλος τρόπος να τα τοποθετήσω για να πάρω το σχέδιο της Έλλης; (το τετράγωνο πάνω στο τρίγωνο). Η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να παρατηρήσουν τι συμβαίνει στο σημείο που το ένα σχήμα είναι πάνω στο άλλο.	
	Συζήτηση στην ολομέλεια για τα σχήματα της Νεφέλης Έπειτα καλεί τα παιδιά να φανταστούν ότι είναι η Νεφέλη και έτσι θα πρέπει να φτιάξουν το ίδιο σχέδιο με τέσσερα σχήματα. Τους καλεί να υποθέσουν ποια σχήματα σχεδίασε; **Έλεγχος** Κάθε φορά στο κάθε σχήμα που ακούμε τοποθετούμε τα χρωματιστά σχήματα – διαφανειών στο σχήμα που αντιστοιχεί. Αφού αναφερθούν όλα τα σχήματα γίνονται οι εξής ερωτήσεις: • Τι παρατηρείτε; • Σας δυσκόλεψε κάτι; Γιατί όχι; (γιατί τα σχήματα παρόλο που είναι ενωμένα, δεν είναι το ένα πάνω στο άλλο)	

Αναγνώριση εμφανών και μη εμφανών υποσχημάτων σε συνθέσεις γεωμετρικών σχημάτων	**Δραστηριότητα 3** Παιχνίδι τόμπολα: Δίνονται κάρτες στα παιδιά με 4 σύνθετα σχήματα. Η κληρωτίδα εμφανίζει διάφορα σχήματα. Τα παιδιά κάθε φορά χρωματίζουν το σχήμα στην κάρτα τους. Αυτός που θα καταφέρει να χρωματίσει ένα από τα μικρότερα απλά σχήματα του σύνθετου σχήματος και στα 4 σχήματα που έχει στη διάθεση του είναι ο νικητής. Προσοχή! Κάθε υπόσχημα θα πρέπει να εμφανίζεται με το προσανατολισμό που δείχνει το έντυπο με τα σχήματα της κληρωτίδας που έχετε στη διάθεση σας. Κάθε φορά το παιδί που εντοπίζει στην κάρτα του το υποσχήμα αναφέρει ποιο είναι και τη θέση του.	

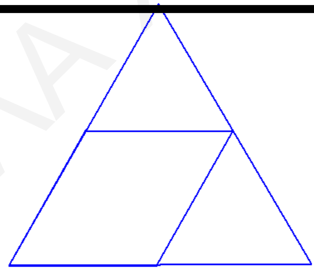
ΚΑΡΤΑ 1



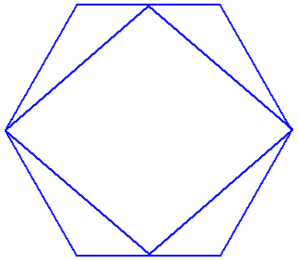
1.



2.



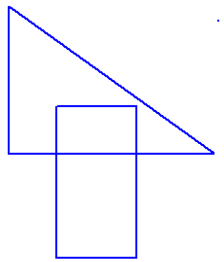
3.



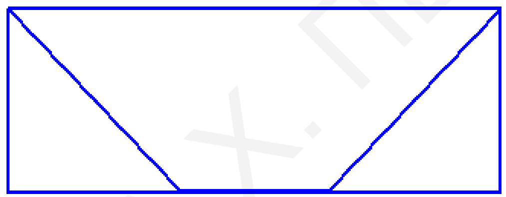
4.

ΚΑΡΤΑ 2

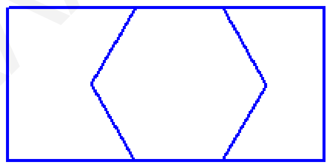
1.



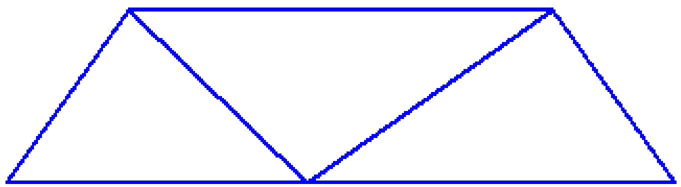
2.



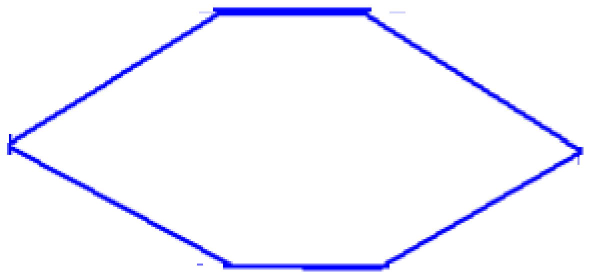
3.



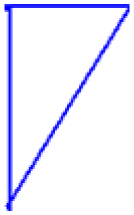
4.



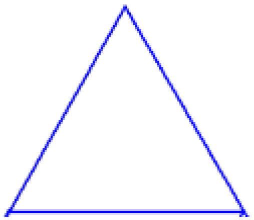
ΣΧΗΜΑΤΑ ΚΛΗΡΩΤΙΔΑΣ



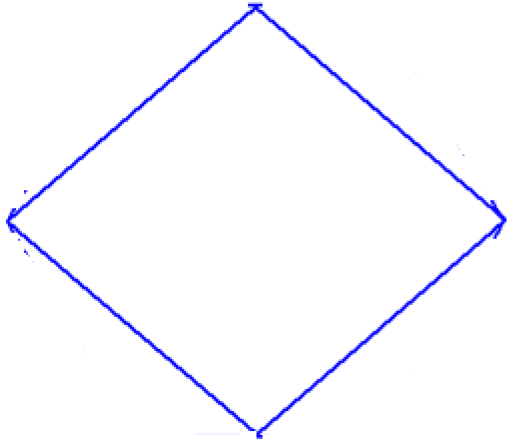
(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 1 της κάρτας 1)



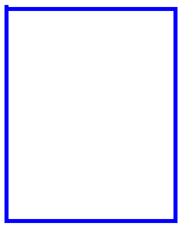
(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 2 της κάρτας 1)



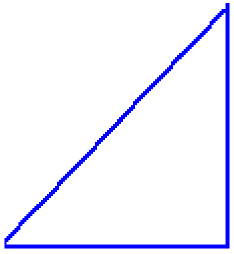
(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 3 της κάρτας 1-αντιστοιχεί και στα 2 τρίγωνα που σχηματίζονται)



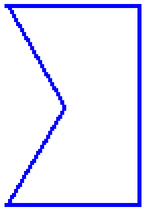
(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 4 της κάρτας 1)

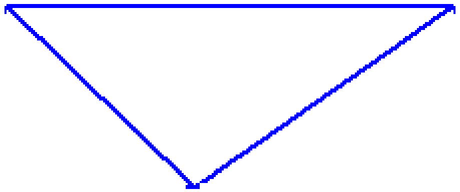


(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 1 της κάρτας 2)



(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 2 της κάρτας 2)


(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 3 της κάρτας 2)


(το σχήμα αυτό αντιστοιχεί στο σχήμα 4 της κάρτας 2)

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε

Πίνακες Ποσοτικής Ανάλυσης

Πίνακας Ε.1

Συσχετίσεις μεταξύ της Επίδοσης των Παιδιών του Δείγματος στις Μεταβλητές του Δοκιμίου της Αντιληπτική Σύλληψης του Σχήματος στη Γεωμετρία

	J1t	J1s	J1re	J3t	J3s	J3re	S1t	S1s	S1re	S2ro
J1t	1									
J1s	**.139****	1								
J1re	**.214****	**.216****	1							
J3t	**.177****	**.067**	**.045**	1						
J3s	**.232****	**.284****	**.340****	**.080**	1					
J3re	**.281****	**.227****	**.164****	**.150****	**.223****	1				
S1t	.268**	.222**	.167**	.145**	.230**	.122*	1			
S1s	.165**	.149**	.188**	.129*	.193**	.112*	**.313****	1		
S1re	.165**	.130*	.201**	.169**	.099	.091	**.113***	**.037**	1	
S2ro	.160**	.147**	.277**	.152**	.114*	.139**	**.258****	**.234****	**.222****	1
S2hm	.081	.022	.071	.062	.021	.014	-.026	-.030	.106*	-.029
S2pm	.041	.126*	.165**	.051	.165**	.099	.168**	.057	.201**	.145**
S2tm_a	.095	.092	.170**	.096	.134**	.040	.218**	.058	.109*	.168**
S2tm_b	.037	.121*	.143**	.054	.142**	.051	.114*	.066	.022	.119*
S2tm_c	.002	.036	.142**	.088	.082	.044	.184**	.112*	.100	.105*
D1t	.171**	.064	.172**	.144**	.148**	.142**	.127*	.149**	.131*	.111*
D1s	.191**	.281**	.265**	.216**	.229**	.238**	.286**	.307**	.140**	.179**
D1re	.218**	.249**	.324**	.147**	.207**	.285**	.216**	.186**	.191**	.204**

$^{**}p< 0.01$, $^{*}p< 0.05$

Πίνακας Ε.1 (συνέχεια)

	S2hm	S2pm	S2tm_a	S2tm_b	S2tm_c	D1t	D1s	D1re
S2hm	1							
S2pm	**.163****	1						
S2tm_a	**.152****	**.473****	1					
S2tm_b	**.079**	**.337****	**.397****	1				
S2tm_c	**.123***	**.410****	**.438****	**.335****	1			
D1t	.036	.105*	.088	.040	.083	1		
D1s	.058	.154**	.144**	.127*	.123*	**.174****	1	
D1re	-.013	.136**	.132*	.095	.077	**.176****	**.309****	1

$^{**}p< 0.01$, $^{*}p< 0.05$

Πίνακας Ε.2

Συγκρίσεις μεταξύ των Επιδόσεων των Υποκειμένων με τη Γενική Ικανότητα Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος, στις Τρείς Πειραματικές Ομάδες και στην Ομάδα Ελέγχου, κατά την Πρώτη Μέτρηση

Εξαρτημένη Μεταβλητή	Ομάδες (Χ)	Ομάδες (Ψ)	Post – hoc significance
Γενική Ικανότητα Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος	ΠΟ1	ΠΟ2	.42
		ΠΟ3	1.00
		ΟΕ	.94
	ΠΟ2	ΠΟ1	.42
		ΠΟ3	.42
		ΟΕ	.17
	ΠΟ3	ΠΟ1	.89
		ΠΟ2	1.00
		ΟΕ	.42
	ΟΕ	ΠΟ1	.94
		ΠΟ2	.17
		ΠΟ3	.89

Πίνακας Ε.3

Συγκρίσεις μεταξύ των Επιδόσεων των Υποκειμένων στους Τέσσερις Παράγοντες Πρώτης Τάξης του Μοντέλου Αντιληπτικής σύλληψης, στις Τρείς Πειραματικές Ομάδες και στην Ομάδα Ελέγχου, κατά τη Πρώτη Μέτρηση

Εξαρτημένη Μεταβλητή	Ομάδες (Χ)	Ομάδες (Ψ)	Post – hoc significance
Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται (J)	ΠΟ1	ΠΟ2	.91
		ΠΟ3	.43
		ΟΕ	.03
	ΠΟ2	ΠΟ1	.91
		ΠΟ3	.35
		ΟΕ	.02
	ΠΟ3	ΠΟ1	.43
		ΠΟ2	.35
		ΟΕ	.13
	ΟΕ	ΠΟ1	.03
		ΠΟ2	.02
		ΠΟ3	.13
Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (S)	ΠΟ1	ΠΟ2	.52
		ΠΟ3	.38
		ΟΕ	.61
	ΠΟ2	ΠΟ1	.52
		ΠΟ3	.09
		ΟΕ	.93
	ΠΟ3	ΠΟ1	.38
		ΠΟ2	.09
		ΟΕ	.15

	ΟΕ	ΠΟ1	.61
		ΠΟ2	.93
		ΠΟ3	.15
Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (M)	ΠΟ1	ΠΟ2	.01
		ΠΟ3	.28
		ΟΕ	.35
	ΠΟ2	ΠΟ1	.01
		ΠΟ3	.14
		ΟΕ	.12
	ΠΟ3	ΠΟ1	.28
		ΠΟ2	.14
		ΟΕ	.92
	ΟΕ	ΠΟ1	.35
		ΠΟ2	.12
		ΠΟ3	.92
Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων (D)	ΠΟ1	ΠΟ2	.08
		ΠΟ3	.19
		ΟΕ	.03
	ΠΟ2	ΠΟ1	.08
		ΠΟ3	.61
		ΟΕ	.00
	ΠΟ3	ΠΟ1	.19
		ΠΟ2	.61
		ΟΕ	.00
	ΟΕ	ΠΟ1	.03
		ΠΟ2	.00
		ΠΟ3	.00

Πίνακας Ε.4

Συγκρίσεις μεταξύ των Επιδόσεων των Υποκειμένων με τη Γενική Ικανότητα Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος, στις Τρείς Πειραματικές Ομάδες και στην Ομάδα Ελέγχου, κατά τη Δεύτερη Μέτρηση

Εξαρτημένη Μεταβλητή	Ομάδες (Χ)	Ομάδες (Ψ)	Post – hoc significance
Γενική Ικανότητα Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος	ΠΟ1	ΠΟ2	.56
		ΠΟ3	.51
		ΟΕ	.00
	ΠΟ2	ΠΟ1	.56
		ΠΟ3	.95
		ΟΕ	.00
	ΠΟ3	ΠΟ1	.51
		ΠΟ2	.95
		ΟΕ	.00
	ΟΕ	ΠΟ1	.00
		ΠΟ2	.00
		ΠΟ3	.00

Πίνακας Ε.5

Συγκρίσεις μεταξύ των Επιδόσεων των Υποκειμένων στους Τέσσερις Παράγοντες Πρώτης Τάξης του Μοντέλου Αντιληπτικής σύλληψης, στις Τρείς Πειραματικές Ομάδες και στην Ομάδα Ελέγχου, κατά τη Δεύτερη Μέτρηση

Εξαρτημένη Μεταβλητή	Ομάδες (Χ)	Ομάδες (Ψ)	Post – hoc significance
Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται (J)	ΠΟ1	ΠΟ2	.99
		ΠΟ3	.28
		ΟΕ	.66
	ΠΟ2	ΠΟ1	.99
		ΠΟ3	25
		ΟΕ	.64
	ΠΟ3	ΠΟ1	.28
		ΠΟ2	.25
		ΟΕ	.59
	ΟΕ	ΠΟ1	.66
		ΠΟ2	.64
		ΠΟ3	.59
Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (S)	ΠΟ1	ΠΟ2	.48
		ΠΟ3	.81
		ΟΕ	.18
	ΠΟ2	ΠΟ1	.48
		ΠΟ3	.31
		ΟΕ	.49
	ΠΟ3	ΠΟ1	.81
		ΠΟ2	.31
		ΟΕ	.11
	ΟΕ	ΠΟ1	.18
		ΠΟ2	.49
		ΠΟ3	.11
Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (Μ)	ΠΟ1	ΠΟ2	42
		ΠΟ3	.049
		ΟΕ	.00
	ΠΟ2	ΠΟ1	.42
		ΠΟ3	.23
		ΟΕ	.00
	ΠΟ3	ΠΟ1	.049
		ΠΟ2	.23
		ΟΕ	.00
	ΟΕ	ΠΟ1	.00
		ΠΟ2	.00
		ΠΟ3	.00
Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων (D)	ΠΟ1	ΠΟ2	32
		ΠΟ3	.86
		ΟΕ	.38
	ΠΟ2	ΠΟ1	.32
		ΠΟ3	.21
		ΟΕ	.07
	ΠΟ3	ΠΟ1	.86

		ΠΟ2	.21
		ΟΕ	.45
	ΟΕ	ΠΟ1	.38
		ΠΟ2	.07
		ΠΟ3	.45

Πίνακας Ε.6

Συγκρίσεις μεταξύ των Επιδόσεων των Υποκειμένων με τη Γενική Ικανότητα Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος, στις Τρείς Πειραματικές Ομάδες και στην Ομάδα Ελέγχου, κατά την Τρίτη Μέτρηση με Αναφορά στην Πρώτη Μέτρηση

Εξαρτημένη Μεταβλητή	Ομάδες (Χ)	Ομάδες (Ψ)	Post – hoc significance
Γενική Ικανότητα Αντιληπτικής Σύλληψης του Γεωμετρικού Σχήματος	ΠΟ1	ΠΟ2	.13
		ΠΟ3	.27
		ΟΕ	.00
	ΠΟ2	ΠΟ1	.13
		ΠΟ3	.65
		ΟΕ	.00
	ΠΟ3	ΠΟ1	.27
		ΠΟ2	.65
		ΟΕ	.00
	ΟΕ	ΠΟ1	.00
		ΠΟ2	.00
		ΠΟ3	.00

Πίνακας Ε.7

Συγκρίσεις μεταξύ των Επιδόσεων των Υποκειμένων στους Τέσσερις Παράγοντες Πρώτης Τάξης του Μοντέλου Αντιληπτικής σύλληψης, στις Τρείς Πειραματικές Ομάδες και στην Ομάδα Ελέγχου, κατά την Τρίτη Μέτρηση με Αναφορά στη Πρώτη Μέτρηση

Εξαρτημένη Μεταβλητή	Ομάδες (Χ)	Ομάδες (Ψ)	Post – hoc significance
Αναγνώριση Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Δεν Επικαλύπτονται (J)	ΠΟ1	ΠΟ2	.18
		ΠΟ3	.61
		ΟΕ	.01
	ΠΟ2	ΠΟ1	.19
		ΠΟ3	.38
		ΟΕ	.17
	ΠΟ3	ΠΟ1	.61
		ΠΟ2	.38
		ΟΕ	.03
	ΟΕ	ΠΟ1	.01
		ΠΟ2	.17
		ΠΟ3	03
Αναγνώριση Αρχικών Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (S)	ΠΟ1	ΠΟ2	.46
		ΠΟ3	.24
		ΟΕ	.03

	ΠΟ2	ΠΟ1	.46
		ΠΟ3	.66
		ΟΕ	.13
	ΠΟ3	ΠΟ1	.24
		ΠΟ2	.66
		ΟΕ	.25
	ΟΕ	ΠΟ1	.03
		ΠΟ2	.13
		ΠΟ3	.25
Αναγνώριση Δευτέρας Τάξης Δομών Σχημάτων σε Γεωμετρικές Συνθέσεις όπου τα Σχήματα Επικαλύπτονται (M)	ΠΟ1	ΠΟ2	.10
		ΠΟ3	.30
		ΟΕ	.00
	ΠΟ2	ΠΟ1	.10
		ΠΟ3	.49
		ΟΕ	.00
	ΠΟ3	ΠΟ1	.30
		ΠΟ2	.49
		ΟΕ	.00
	ΟΕ	ΠΟ1	.00
		ΠΟ2	.00
		ΠΟ3	.00
Αναγνώριση Σχημάτων σε Συλλογή Διακριτών Σχημάτων (D)	ΠΟ1	ΠΟ2	.12
		ΠΟ3	.04
		ΟΕ	.37
	ΠΟ2	ΠΟ1	.12
		ΠΟ3	.67
		ΟΕ	.59
	ΠΟ3	ΠΟ1	.04
		ΠΟ2	.67
		ΟΕ	.35
	ΟΕ	ΠΟ1	.37
		ΠΟ2	.59
		ΠΟ3	.35