

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ

Τμήμα Επιστημών της Αγωγής

**Ο ΕΠΑΓΩΓΙΚΟΣ ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΣΧΕΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ ΜΕ ΓΕΝΙΚΕΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΕΣ**

Διδακτορική Διατριβή στη Μαθηματική Παιδεία

Από την

Ελένη Παπαγεωργίου

Μάρτιος 2006

Ελένη Παπαγεωργίου

Η παρούσα διδακτορική διατριβή παρουσιάστηκε δημόσια και σε πενταμελή
εξεταστική επιτροπή και εγκρίθηκε στις 17 Μαρτίου 2006.
Αποτελεί μέρος των υποχρεώσεων του Τμήματος Επιστημών της Αγωγής για
απόκτηση διδακτορικού τίτλου στη Μαθηματική Παιδεία.

Ερευνητικός σύμβουλος: Κωνσταντίνος Χρίστου, Αναπληρωτής Καθηγητής,
Τμήμα Επιστημών της Αγωγής, Πανεπιστήμιο Κύπρου

Συμβουλευτική Επιτροπή: Γεώργιος Φιλίππου, Καθηγητής, Τμήμα Επιστημών
της Αγωγής, Πανεπιστήμιο Κύπρου
Αθανάσιος Γαγάτσης, Καθηγητής, Τμήμα Επιστημών
της Αγωγής, Πανεπιστήμιο Κύπρου

.....
Κωνσταντίνος Χρίστου

.....
Γεώργιος Φιλίππου

.....
Αθανάσιος Γαγάτσης

Εξεταστική Επιτροπή:

- Αθανάσιος Γαγάτσης (Πρόεδρος)
Καθηγητής, Τμήμα Επιστημών της Αγωγής, Πανεπιστήμιο Κύπρου
- Γεώργιος Φιλίππου
Καθηγητής, Τμήμα Επιστημών της Αγωγής, Πανεπιστήμιο Κύπρου
- Θεοδόσιος Ζαχαριάδης
Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μαθηματικών, Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο
Αθηνών
- Δέσποινα Πόταρη
Αναπληρώτρια Καθηγήτρια, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης,
Πανεπιστήμιο Πατρών
- Κωνσταντίνος Χρίστου
Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Επιστημών της Αγωγής, Πανεπιστήμιο Κύπρου

Ευχαριστίες

Ολοκληρώνοντας τη διατριβή νιώθω έντονα τα συναισθήματα, όπως αυτά διαμορφώνονταν και διαφοροποιούνταν σε κάθε στάδιο ανάπτυξής της, να ξεδιπλώνονται μέσα από τις σελίδες κάθε κεφαλαίου. Απογοήτευση, αδυναμία, έλλειψη αυτοπεποίθησης, αλλά και πρόκληση, χαρά της ανακάλυψης, ανακούφιση. Συναισθήματα τα οποία διαδέχονταν το ένα το άλλο ή κάλυπταν το ένα το άλλο, όπως τουλάχιστον έχω νιώσει εγώ στα διάφορα στάδια ανάπτυξης της εργασίας αυτής. Σύμμαχοι μου στην προσπάθεια πραγμάτωσης της διατριβής σημαντικοί και αξιόλογοι άνθρωποι. Ο ερευνητικός μου σύμβουλος, σύμβουλοι ακαδημαϊκοί, ο σύζυγός μου, τα παιδιά μου, η αδελφή μου και οι γονείς μου αποτελούν τους βασικούς κρίκους της αλυσίδας των ανθρώπων που έχουν συνεισφέρει σημαντικά και ουσιαστικά στη διεκπεραίωση της ερευνητικής μου εργασίας. Τους οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ.

Ως μεταπτυχιακή φοιτήτρια έχω βιώσει τον τρόπο δουλειάς ενός ερευνητή μαθητεύοντας δίπλα στον Αναπληρωτή Καθηγητή Κωνσταντίνο Χρίστου και έχω εισπράξει από αυτόν γνώση από τη γνώση και τις εμπειρίες του. Μου έχει προσφέρει αμέτρητη υποστήριξη στην προσπάθειά μου αυτή και παράλληλα αποτελούσε την πηγή από την οποία μπορούσα να αντλήσω το θάρρος να συνεχίσω κάθε φορά που τα εμπόδια ξεπερνούσαν απρόσμενα. Μπορεί η συνεργασία μαζί του σε επαγγελματικά πλαίσια να είχε ως αποτέλεσμα την ολοκλήρωση μιας διδακτορικής διατριβής. Η εμπιστοσύνη όμως που μου έδειξε ότι μπορούσα να τα καταφέρω και να ολοκληρώσω το έργο αυτό, παρά τις δυσκολίες που συνάντησα, είχε ως αποτέλεσμα την ενδυνάμωση της αυτοπεποίθησής μου, την ανάπτυξη της κριτικής μου ικανότητας και την ανακάλυψη των δυνατοτήτων μου. Έμαθα ότι οι στόχοι επιτυγχάνονται μόνο με τη συστηματική δουλειά και την προσδοκία της επίτευξής τους. Για όλα αυτά, τον ευχαριστώ πολύ.

Ευχαριστώ, επίσης, τους Καθηγητές Γιώργο Φιλίππου και Αθανάσιο Γαγάτση για τις πολύτιμες συμβουλές τους, οι οποίες συνέβαλαν ιδιαίτερα στην ανάπτυξη της κριτικής μου σκέψης για την προσέγγιση του θέματος. Η ενθάρρυνση και η καθοδήγηση που μου πρόσφεραν καθ' όλη τη διάρκεια ανάπτυξης της

διατριβής αποτελούσαν σημαντικά κίνητρα για την ολοκλήρωσή της. Εκτιμώ το γεγονός ότι αφιέρωναν αρκετό από τον πολύτιμο χρόνο τους όποτε το ζητούσα, για να συζητήσουμε και να επιλύσουμε τυχόν προβλήματα που συναντούσα σε όλα τα στάδια ανάπτυξης της εργασίας.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες απευθύνω στον Αναπληρωτή Καθηγητή Θεοδόσιο Ζαχαριάδη και στην Αναπληρώτρια Καθηγήτρια Δέσποινα Πόταρη, για τις σημαντικές και ουσιαστικές εισηγήσεις τους για τη βελτίωση της διατριβής αυτής. Η συζήτηση μαζί τους μου πρόσφερε απαντήσεις σε πολλά ερωτήματα που προκλήθηκαν και παράλληλα έλυσε αρκετά από τα προβλήματα που συνάντησα, ιδιαίτερα στο στάδιο της εξαγωγής των συμπερασμάτων της εργασίας.

Η ολοκλήρωση της εργασίας θα ήταν αδύνατη χωρίς την ουσιαστική βοήθεια των εκπαιδευτικών και των μαθητών που συμμετείχαν στην έρευνα. Τους ευχαριστώ που πρόθυμα με δέχτηκαν στην τάξη τους και αφιέρωσαν σημαντικό από το διδακτικό τους χρόνο για να διεκπεραιωθεί το ερευνητικό στάδιο της εργασίας.

Συνοδοιπόροι στο έργο μου αυτό ο σύζυγός μου, οι γονείς μου και η αδελφή μου. Με όπλα τους την υπομονή και την ενθάρρυνση ήταν πάντα δίπλα μου, κάνοντας ό,τι είναι δυνατόν για να πετύχω το στόχο. Μοιράστηκαν μαζί μου την απογοήτευση και την αγωνία, αλλά και την επιθυμία μου να ολοκληρώσω τη διατριβή. Ένιωσαν ότι η επιθυμία μου αυτή ήταν πολύ δυνατή, για να επιτρέψουν να με νικήσει οποιοδήποτε εμπόδιο. Τους ευχαριστώ για τη δύναμη ψυχής που μου χάρισαν.

Στον Άγγελο και στον Αντώνη

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο επαγωγικός συλλογισμός αποτέλεσε επίμαχο θέμα μελέτης ερευνητών διάφορων περιοχών λόγω της σημαντικότητάς της σχέσης του με την ανθρώπινη διάνοηση. Έχει κατά καιρούς επιβεβαιωθεί ότι συμπεριλαμβάνεται στους παράγοντες που καθορίζουν τη νοημοσύνη (Spearman, 1923; Thurstone, 1938; Cattell, 1963; Carroll, 1993) και θεωρείται ότι συμβάλλει στη μάθηση και στη μεταφορά της (Csapó, 1997; Halpen, 1992).

Στην εργασία αυτή επιχειρήθηκε η ανάπτυξη κατάλληλων συνθηκών εκπαίδευσης στο πλαίσιο των Μαθηματικών για την ενίσχυση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού, καθώς έχει αναγνωριστεί ως ένας από τους σημαντικότερους παράγοντες μάθησης των μαθηματικών εννοιών (Haverty, Koedinger, Klahr, & Alibali, 2000) και ως μια στρατηγική επίλυσης μαθηματικού προβλήματος (Cañadas & Castro, 2005a, 2005b; Steen, 1988). Θεωρώντας ως βάση μια πολυδιάστατη γενική θεωρία για τον επαγωγικό συλλογισμό, η εργασία επικεντρώθηκε στην εφαρμογή της θεωρίας αυτής στο εξειδικευμένο πεδίο των Μαθηματικών με απώτερο σκοπό τον καθορισμό του ρυθμού ανάπτυξης του επαγωγικού συλλογισμού μέσα από μαθηματικό περιεχόμενο και τη διερεύνηση των αλληλεπιδράσεών του με ικανότητες γενικού πεδίου.

Η συγκεκριμένη γενική επαγωγική θεωρία που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία αναπτύχθηκε από τον Klauer (Klauer & Phye, 1994) και συνδυάζει τη ψυχολογική και την παιδαγωγική πτυχή του επαγωγικού συλλογισμού ως ανώτερου επιπέδου γενική γνωστική ικανότητα και ως εργαλείο για την επίλυση προβλήματος. Περιλαμβάνει έναν αναλυτικό ορισμό για τον επαγωγικό συλλογισμό και διαχειρίζεται επαγωγικά προβλήματα γενικού πεδίου με αναφορά στην εννοιολογική δομή τους και στις γνωστικές λειτουργίες που απαιτούνται για τη λύση τους. Η σύζευξη της ψυχομετρικής, της γνωστικής, της εξελικτικής και της παιδαγωγικής διάστασης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού που μελετά η θεωρία αποτέλεσε πρόκληση για τη διερεύνηση της λειτουργικότητάς της στο εξειδικευμένο περιεχόμενο των Μαθηματικών, καθώς ο έλεγχος της εγκυρότητάς της περιορίστηκε σε πεδία ανεξάρτητα από συγκεκριμένο γνωστικό θεματικό περιεχόμενο.

Σε πρώτη φάση η εργασία αποσκοπούσε στην επιβεβαίωση δομικών μοντέλων που περιγράφουν τη γενική επαγωγική θεωρία του Klauer στο θεματικό πλαίσιο των Μαθηματικών. Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στην κατασκευή ενός έγκυρου εργαλείου αξιολόγησης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά. Δεύτερος στόχος ήταν η ανάπτυξη ενός συστηματικού εκπαιδευτικού προγράμματος για την ενίσχυση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στο γνωστικό πεδίο των Μαθηματικών, το οποίο να εξυπηρετεί τη δυνατότητα μεταφοράς του επαγωγικού συλλογισμού από τα Μαθηματικά σε άλλα γενικά πεδία. Στα πλαίσια αυτά, η έρευνα επικεντρώθηκε στο βαθμό και στο ρυθμό ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά που μπορούσε να επιφέρει το πρόγραμμα εκπαίδευσης σε μαθητές ηλικίας 11 ως 12 ετών. Τέλος, η εργασία στόχευε στη διερεύνηση των σχέσεων της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά με τις γενικές ικανότητες της μνήμης και της επεξεργασίας πληροφοριών καθώς και με τη γενική γνωστική ικανότητα, με απώτερο σκοπό τον καθορισμό των αλληλεπιδράσεων του επαγωγικού συλλογισμού με τις τρεις γενικές ικανότητες.

Τα αποτελέσματα που έχουν προκύψει δείχνουν ότι η γενική επαγωγική θεωρία που αναπτύχθηκε από τον Klauer μπορεί να θεωρηθεί λειτουργικά έγκυρη στο μαθηματικό πλαίσιο στο οποίο εξετάστηκε. Συνεπώς, τα μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού, μπορούν σύμφωνα με τη θεωρία, να ταξινομηθούν σε έξι στενά αλληλοσυσχετιζόμενες κατηγορίες με αναφορά στις ιδιότητες ή στις σχέσεις που περιλαμβάνονται στα δεδομένα τους και στις γνωστικές λειτουργίες που απαιτούνται για τη λύση τους. Οι έξι διαφορετικοί τύποι των μαθηματικών επαγωγικών προβλημάτων μπορούν να συνθέσουν δύο κύριες κατηγορίες ανάλογα με τις πτυχές των αντικειμένων των προβλημάτων που συγκρίνονται κατά τη διαδικασία εφαρμογής του επαγωγικού συλλογισμού, δηλαδή αν ο επαγωγικός συλλογισμός διαχειρίζεται ιδιότητες των αντικειμένων ή σχέσεις ανάμεσα στα αντικείμενα. Επιπλέον, οι έξι αναλυτικοί τύποι προβλημάτων μπορούν να συσχετιστούν με τρόπο που να δημιουργούνται τρεις βασικές κατηγορίες προβλημάτων με αναφορά στο είδος της γνωστικής λειτουργίας που απαιτούν για τη λύση τους. Συγκεκριμένα, έχει δημιουργηθεί μια κατηγορία με προβλήματα που απαιτούν για τη λύση τους την ανακάλυψη ομοιοτήτων ανάμεσα στις ιδιότητες ή στις σχέσεις των αντικειμένων που περιλαμβάνουν, μια δεύτερη κατηγορία με

προβλήματα που απαιτούν για τη λύση τους την ανακάλυψη διαφορών στις ιδιότητες ή στις σχέσεις των αντικειμένων που περιλαμβάνουν και μια τρίτη κατηγορία με προβλήματα που απαιτούν για τη λύση τους την ταυτόχρονη ανακάλυψη ομοιοτήτων και διαφορών στις ιδιότητες ή στις σχέσεις των αντικειμένων τους.

Διερευνώντας το ρυθμό ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά σε συνδυασμό με τον έλεγχο της αποτελεσματικότητας του εκπαιδευτικού προγράμματος που σχεδιάστηκε για την ανάπτυξη του επαγωγικού συλλογισμού στο θεματικό περιεχόμενο των Μαθηματικών, έχει διαφανεί ότι η ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού μπορεί να αναπτυχθεί σε σημαντικό βαθμό και η βελτίωση αυτή μπορεί να διατηρείται με την πάροδο του χρόνου, καθώς ο ρυθμός ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά ακολουθεί μη γραμμική συνάρτηση με τιμή κλίσης θετική. Για τη σημαντική βελτίωση του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά έχει συνεισφέρει ουσιαστικά το εκπαιδευτικό πρόγραμμα που σχεδιάστηκε με βάση τη χρήση πρότυπων παραδειγμάτων και την εξάσκηση γνωστικών και μεταγνωστικών διαδικασιών επεξεργασίας πληροφοριών. Επιπρόσθετα, η εφαρμογή του συγκεκριμένου διδακτικού προγράμματος ανάπτυξης του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, το οποίο στηρίχτηκε στην παραδειγματική θεωρία, έχει διευκολύνει σε σημαντικό βαθμό τη μεταφορά της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού από τα Μαθηματικά στην ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών και σε μικρότερο βαθμό στη μνημονική ικανότητα και στη γενική γνωστική ικανότητα των μαθητών.

Στα αποτελέσματα της συγκεκριμένης έρευνας δεν παρατηρήθηκαν σημαντικό βαθμού αλληλεπιδράσεις μεταξύ της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού και της γενικής γνωστικής ικανότητας ή της μνημονικής ικανότητας. Αντίθετα, σημειώθηκε σημαντική αλληλεπίδραση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά και της ικανότητας επεξεργασίας των πληροφοριών των μαθητών ηλικίας 11 ως 12 ετών. Η σημαντική αυτή αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο ικανοτήτων ήταν αναμενόμενη, αφενός γιατί το περιβάλλον στο οποίο αναπτύχθηκε η ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού προέβλεπε την εξάσκηση διαδικασιών επεξεργασίας πληροφοριών και αφετέρου γιατί ο επαγωγικός συλλογισμός χαρακτηρίζεται από γνωστικές και μεταγνωστικές διαδικασίες

επεξεργασίας πληροφοριών όπως είναι οι «από κάτω προς τα πάνω» και οι «από πάνω προς τα κάτω».

Σε γενικά πλαίσια η έρευνα έχει δείξει ότι ο επαγωγικός συλλογισμός μπορεί να εξασκηθεί στα πλαίσια της εκπαίδευσης των παιδιών στο σχολείο, μέσα από τα εξειδικευμένα γνωστικά αντικείμενα που περιλαμβάνονται στο αναλυτικό πρόγραμμα. Για να γίνει όμως αυτό απαιτείται η εφαρμογή εξειδικευμένων εκπαιδευτικών προγραμμάτων τα οποία να δίνουν έμφαση στη διάκριση της εννοιολογικής και της διαδικαστικής δομής των επαγωγικών προβλημάτων και να ενθαρρύνουν την επίλυση των προβλημάτων αυτών με τη χρήση των «από κάτω προς τα πάνω» και των «από πάνω προς τα κάτω» διαδικασιών. Έτσι, η παρούσα εργασία, αποτελεί το έναυσμα για την προώθηση σχεδιασμού εκπαιδευτικών προγραμμάτων προσανατολισμένα στο κάθε ειδικό γνωστικό περιεχόμενο του αναλυτικού προγράμματος του σχολείου τα οποία θα στοχεύουν στην ανάπτυξη του επαγωγικού συλλογισμού εντός του κάθε ειδικού θεματικού πλαισίου.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Σελίδα

Κατάλογος Σχημάτων

Κατάλογος Πινάκων

Κατάλογος Διαγραμμάτων

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΕΡΕΥΝΑ

1

Εισαγωγή

Το πρόβλημα και ο σκοπός της έρευνας

15

Σημασία του θέματος

17

Περιορισμοί της έρευνας

21

Δομή της εργασίας

23

ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΤΗΣ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

Εισαγωγή

27

Ορισμός επαγωγικού συλλογισμού

29

Η εξελικτική μελέτη του επαγωγικού συλλογισμού

32

Η μελέτη της επαγωγής στα πλαίσια της Θεωρίας Επεξεργασίας Πληροφοριών

35

Ο επαγωγικός συλλογισμός και η μνήμη

72

Ο επαγωγικός συλλογισμός στα πλαίσια μιας ενοποιημένης ψυχολογικής θεωρίας

76

Ο επαγωγικός συλλογισμός και η θεωρία της μεταφοράς

93

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ	Σελίδα
Εισαγωγή	119
Δείγμα	120
Διαδικασία	121
Έργα	125
Το παρεμβατικό πρόγραμμα διδασκαλίας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά	144
Υποθέσεις της έρευνας	199
Στατιστική ανάλυση	207
ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ-ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
Εισαγωγή	212
Έλεγχος ισοδυναμίας πειραματικής ομάδας και ομάδας ελέγχου μαθητών	214
Επαλήθευση των υποθέσεων της έρευνας	216
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	
Εισαγωγή	287
Η επαγωγική θεωρία του Klauer στο πεδίο των Μαθηματικών	289
Η ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά	293
Αλληλεπιδράσεις και σχέσεις ανάμεσα στις ικανότητες του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, της μνήμης, της επεξεργασίας πληροφοριών και της γενικής γνωστικής ικανότητας	300
Εισηγήσεις για μελλοντική έρευνα	307
ΑΝΑΦΟΡΕΣ	
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

	Σελίδα
1α. Παράδειγμα λεκτικού έργου τύπου Stroop με συμβατό ερέθισμα	136
1β. Παράδειγμα λεκτικού έργου τύπου Stroop με μη συμβατό ερέθισμα	136
2α. Παράδειγμα αριθμητικού έργου τύπου Stroop με συμβατό ερέθισμα	137
2β. Παράδειγμα αριθμητικού έργου τύπου Stroop με μη συμβατό ερέθισμα	137
3α. Παράδειγμα εικονικού έργου τύπου Stroop με συμβατό ερέθισμα	138
3β. Παράδειγμα εικονικού έργου τύπου Stroop με μη συμβατό ερέθισμα	138
4 Παράδειγμα Εικονικού Έργου για την Εξέταση της Βραχυπρόθεσμης Μνήμης	142

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

	Σελίδα
1. Τύποι επαγωγικών προβλημάτων	102
2. Παραδείγματα προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά που περιλήφθηκαν στο δοκίμιο	130
3. Το Λεκτικό Έργο Εξέτασης της Βραχυπρόθεσμης Μνήμης	140
4. Το Αριθμητικό Έργο Εξέτασης της Βραχυπρόθεσμης Μνήμης	141
5. Οι επιδόσεις των μαθητών της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου στις ικανότητες επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, στη γενική γνωστική ικανότητα, στη μνήμη και στην ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών	215
6. Συσχετίσεις των μετρήσεων των μαθηματικών προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού	219
7. Δείκτες Επιβεβαιωτικής Ανάλυσης για το Μοντέλο των Γνωστικών Λειτουργιών για τις Υποομάδες του Δείγματος	238
8. Γενικοί Τύποι Δομικών Εξισώσεων Μέσων Όρων	247
9. Οι Εξισώσεις της Δομικής Ανάλυσης Μέσων Όρων για τις Έξι Ομάδες Προβλημάτων Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά	249
10. Ο Ρυθμός Ανάπτυξης των Μαθητών σε Κάθε Κατηγορία Προβλημάτων Επαγωγικού Συλλογισμού	259

- | | |
|--|-----|
| 11. Δείκτες Καταλληλότητας των Μοντέλων Ανάπτυξης της Ικανότητας Επαγωγικού Συλλογισμού με Παράγοντα Πρόβλεψης της Γενική Γνωστική Ικανότητα | 269 |
| 12. Δείκτες Καταλληλότητας των Μοντέλων Ανάπτυξης της Ικανότητας Επαγωγικού Συλλογισμού με Παράγοντα Πρόβλεψης την Ικανότητα της Μνήμης | 273 |
| 13. Δείκτες Καταλληλότητας των Μοντέλων Ανάπτυξης της Ικανότητας Επαγωγικού Συλλογισμού με Παράγοντα Πρόβλεψης την Ικανότητα Επεξεργασίας Πληροφοριών | 278 |
| 14. Δείκτες Καταλληλότητας των Μοντέλων Ανάπτυξης της Ικανότητας Επίλυσης Προβλημάτων Γενικής Γνωστικής Ανάπτυξης με Παράγοντα Πρόβλεψης την Ικανότητα Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά | 283 |

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

	Σελίδα
1. Είδη εμπειρικών κανόνων	42
2. Εφαρμογή των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών σε σχήματα ομάδας και σειράς	71
3. Η παραδειγματική μεταφορά ενός «παραδείγματος»	96
4. Η παραδειγματική μεταφορά αλληλοσυσχετιζόμενων «παραδειγμάτων»	96
5. Ορισμός επαγωγικού συλλογισμού	99
6. Γενική δομή προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης	103
7α. Απλός πίνακας για την εφαρμογή της οικοδόμησης συστήματος	105
7β. Πίνακας επέκτασης για την εφαρμογή της οικοδόμησης συστήματος	105
8. Η γενεαλογία των έργων επαγωγικού συλλογισμού	107
9. Εννοιολογικός χάρτης ταξινόμησης μαθηματικών προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού σε προβλήματα ομάδας και σειράς	158
10. Εννοιολογικός χάρτης ταξινόμησης των προβλημάτων ομάδας σε προβλήματα γενίκευσης και διάκρισης και των προβλημάτων σειράς σε προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων και διαφοροποίησης σχέσεων	160

11.	Εννοιολογικός χάρτης ταξινόμησης των προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού με αναφορά στην εννοιολογική τους δομή	165
12.	Εννοιολογικός χάρτης ταξινόμησης των προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού με αναφορά στη διαδικαστική τους δομή I	169
13.	Εννοιολογικός χάρτης ταξινόμησης των προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού με αναφορά στη διαδικαστική τους δομή II	170
14.	Λογικό διάγραμμα εφαρμογής των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών στη λύση προβλημάτων γενίκευσης	174
15.	Λογικό διάγραμμα εφαρμογής των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών στα προβλήματα που απαιτούν ανακάλυψη ομοιότητας	176
16.	Λογικό διάγραμμα εφαρμογής των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών στην επίλυση προβλημάτων ανακάλυψης ομοιότητας και ανακάλυψης διαφορών σε ιδιότητες	181
17.	Λογικό διάγραμμα εφαρμογής των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών στα προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού	186
18.	Μοντέλο επαγωγικού συλλογισμού I – Τύποι προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά	200
19.	Μοντέλο επαγωγικού συλλογισμού II – Γνωστικές λειτουργίες που απαιτούνται για τη λύση προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά	201
20.	Το μοντέλο δομικών μέσων όρων	203
21.	Το μοντέλο ανάπτυξης	204

22.	Το μοντέλο ανάπτυξης με παράγοντες πρόβλεψης τη γενική γνωστική ικανότητα και τις ικανότητες της μνήμης και της επεξεργασίας πληροφοριών	206
23.	Το μοντέλο ανάπτυξης με παράγοντα πρόβλεψης την ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά	208
24.	Το μοντέλο που αναφέρεται στους τύπους προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά για όλο το δείγμα των μαθητών	223
25.	Το μοντέλο που αναφέρεται στους τύπους προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά για την πειραματική ομάδα και την ομάδα ελέγχου των μαθητών	227
26.	Το μοντέλο που αναφέρεται στους τύπους προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά για την ομάδα των αγοριών και την ομάδα των κοριτσιών του δείγματος	231
27.	Το μοντέλο που αναφέρεται στα είδη γνωστικών λειτουργιών λύσης προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά για όλο το δείγμα μαθητών	235
28.	Το μοντέλο που αναφέρεται στα είδη γνωστικών λειτουργιών λύσης προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά για την πειραματική ομάδα και την ομάδα ελέγχου των μαθητών	240
29.	Το μοντέλο που αναφέρεται στα είδη γνωστικών λειτουργιών λύσης προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά για την ομάδα των αγοριών και την ομάδα των κοριτσιών	243

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΕΡΕΥΝΑ

Εισαγωγή

Ο επαγωγικός συλλογισμός αποτελεί μια από τις σημαντικότερες διαδικασίες της ανθρώπινης σκέψης, αφού εμπλέκεται σε πολλές σημαντικές γνωστικές λειτουργίες, όπως είναι η αντίληψη, η κατηγοριοποίηση, η κατανόηση, η λύση προβλήματος, η λήψη αποφάσεων, η μάθηση και η κοινωνική κατανόηση (Rips, 1990: Cummins, 1992). Γενικά, ο επαγωγικός συλλογισμός ορίζεται ως η διαδικασία η οποία οδηγεί στην εξαγωγή γενικών συμπερασμάτων ή κανόνων από ειδικές περιπτώσεις (Demetriou, Doise, & van Lieshout, 1988: NCTM, 2000). Επομένως, καθιστά δυνατή την ικανότητα της γενίκευσης, της οποίας ο ρόλος είναι καθοριστικός για την κατανόηση των Μαθηματικών και την κατανόηση του κόσμου (Ευκλείδη, 1983: Klauer, Willmes, & Phye, 2002).

Η αναλυτική μελέτη του επαγωγικού συλλογισμού έχει τις ρίζες της στο πλαίσιο της φιλοσοφίας του Αριστοτέλη για τη Λογική (Rescher, 1980). Οι προσπάθειες των φιλοσόφων να χαρακτηρίσουν την επαγωγική συμπερασματική διαδικασία επεκτάθηκαν για αιώνες, στηριζόμενοι σε συντακτικές προσεγγίσεις με βάση τους κανόνες της τυπικής Λογικής. Οι προσεγγίσεις αυτές αγνοούσαν το είδος των γεγονότων για τα οποία τα άτομα προσπαθούσαν να εξαγάγουν συμπεράσματα, τους σκοπούς τους οποίους εξυπηρετούσαν τα συμπεράσματα αυτά και γενικά το πώς πραγματικά σκέφτονται οι άνθρωποι (Holland, Holyoak, Nisbett, & Thagard, 1986).

Μετά από τη φιλοσοφία, η διερεύνηση της επαγωγικής διαδικασίας επεκτάθηκε στο χώρο της ψυχολογίας και της τεχνητής νοημοσύνης, χωρίς όμως ουσιαστικά να ξεφύγει από τον τυπικό συντακτικό της χαρακτήρα (Holland κ.ά., 1986). Στο πλαίσιο της ψυχομετρικής ψυχολογίας η μελέτη της επαγωγής οδήγησε στο συμπέρασμα ότι ο επαγωγικός συλλογισμός συνιστά μια ουσιαστική πτυχή της διανοητικής λειτουργίας, αφού έχει αναγνωριστεί και συμπεριληφθεί ανάμεσα στους παράγοντες που καθορίζουν τη νοημοσύνη (Spearman, 1923: Thurstone, 1938: Cattell, 1963: Carroll, 1993). Επαγωγικά έργα, όπως είναι τα έργα ταξινόμησης, οι αναλογίες, οι σειρές και οι πίνακες περιλήφθηκαν στα τεστ νοημοσύνης, επιβεβαιώνοντας τη σπουδαιότητα της συνεισφοράς του επαγωγικού συλλογισμού στη μέτρησή της (Klauer κ.ά., 2002: Goldman & Pellegrino, 1984: Sternberg & Gardner, 1983: Van de Vijver, 1991).

Παρά την επικρατούσα συντακτική προσέγγιση στη μελέτη της επαγωγής, άλλες ερευνητικές προσπάθειες αντιμετώπισαν την επαγωγική διαδικασία σε περιβάλλον το οποίο θεωρούσε στόχους και λύση προβλήματος. Έτσι, η Θεωρία Επεξεργασίας Πληροφοριών, στο χώρο της γνωστικής ψυχολογίας, επιχείρησε να ορίσει τις διαδικασίες που εμπλέκονται στην επίλυση επαγωγικών προβλημάτων. Αναγνωρίστηκαν δύο τύποι διαδικασιών που χαρακτηρίζουν τον επαγωγικό συλλογισμό, οι διαδικασίες «από κάτω προς τα πάνω» (Sternberg & Gardner, 1983) και οι διαδικασίες «από πάνω προς τα κάτω» (Nisbett, 1993). Οι δύο τύποι διαδικασιών θεωρούνται σημαντικοί στην επαγωγή, γιατί την καθιστούν θεμελιώδη στην οργάνωση της επεξεργασίας των πληροφοριών και της αναδιάταξης της αναπαράστασης της γνώσης (De Koning & Hamers, 1999: Holyoak & Nisbett, 1988).

Οι δύο τύποι των διαδικασιών μελετήθηκαν σε περιβάλλον λύσης προβλήματος, για το λόγο ότι οι άνθρωποι δεν χρησιμοποιούν συχνά τους συντακτικούς κανόνες της τυπικής Λογικής όταν προσπαθούν να λύσουν προβλήματα. Βασίζονται κυρίως σε «πραγματιστικά συλλογιστικά σχήματα», τα οποία αναφέρονται ως συστάδες συμπερασματικών κανόνων που χαρακτηρίζουν στόχους προβλημάτων και σχέσεις ανάμεσα σε αντικείμενα ή γεγονότα. Σε αντίθεση με τους κανόνες της τυπικής Λογικής, οι συμπερασματικοί κανόνες που συνιστούν τα «πραγματιστικά συλλογιστικά σχήματα» δεν είναι ανεξάρτητοι από κάποιο περιεχόμενο, παρά το γεγονός ότι είναι αφηρημένοι και δεν σχετίζονται αποκλειστικά με εξειδικευμένα πεδία περιεχομένου (Holland κ.ά., 1986).

Σε εκπαιδευτικά πλαίσια ο επαγωγικός συλλογισμός έχει συμπεριληφθεί ανάμεσα στους βασικότερους στόχους της εκπαίδευσης, αφού έχει αποδειχθεί ότι αποτελεί κεντρική πτυχή της διανοητικής λειτουργίας και κατέχει το ρόλο κλειδί στη μάθηση και στη μεταφορά της μάθησης (Csapó, 1997; Halpen, 1992). Η έρευνα έχει δείξει ότι η ενίσχυση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού συμβάλλει στη βελτίωση της δηλωτικής γνώσης (Klauer, 1996) και τονίζει τη σπουδαιότητα του επαγωγικού συλλογισμού στη λύση προβλήματος, στη μάθηση και στην ανάπτυξη μεταγνωστικών δεξιοτήτων (Bisanz, Bisanz, & Korpan, 1994; Pellegrino & Glaser, 1982; Holland κ.ά., 1986; Curtis & Reigeluth, 1984). Συγκεκριμένα, ο Klauer (1996) παραθέτοντας στοιχεία από εργασίες διάφορων ερευνητών αναφέρει χαρακτηριστικά ότι η επίλυση προβλήματος απαιτεί την εξαγωγή κανόνων, δηλαδή τη χρήση του επαγωγικού συλλογισμού.

Στη Μαθηματική Εκπαίδευση ο επαγωγικός συλλογισμός έχει θεωρηθεί ως η ανώτερου επιπέδου συλλογιστική διαδικασία που συμβάλλει στην επίλυση προβλήματος και στην οικοδόμηση και την κατανόηση μαθηματικών εννοιών. Ο

Polya (1967) αναφέρει χαρακτηριστικά ότι ο επαγωγικός συλλογισμός είναι ο συνήθης συλλογισμός που επιτρέπει την απόκτηση επιστημονικής γνώσης και στη διδασκαλία των Μαθηματικών θεωρείται ως μια μέθοδος για την ανακάλυψη ιδιοτήτων από φαινόμενα και την εύρεση των κανονικοτήτων με τρόπο που να βασίζεται στη λογική. Για το λόγο αυτό, ο επαγωγικός συλλογισμός στα Μαθηματικά έχει οριστεί ως η συλλογιστική διαδικασία η οποία αρχίζει από τις ειδικές περιπτώσεις και καταλήγει στη γενίκευση από τις περιπτώσεις αυτές.

Πορίσματα ερευνών στο χώρο της Μαθηματικής Εκπαίδευσης τονίζουν ότι οι διδακτικές προσεγγίσεις που περιλαμβάνουν την εφαρμογή του επαγωγικού συλλογισμού ως μέσο για τη διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών είναι πιο αποτελεσματικές, συγκριτικά με τις τυπικές παραδοσιακές προσεγγίσεις που βασίζονται στην εκμάθηση των ορισμών και των θεωρημάτων. Αυτό συμβαίνει, καθώς ο επαγωγικός συλλογισμός συνεισφέρει στην εννοιολογική κατανόηση των εννοιών (Koedinger & Anderson, 1998). Στο πεδίο της Άλγεβρας η έρευνα έχει δείξει τη σημαντικότητα της συμβολής του επαγωγικού συλλογισμού στην οικοδόμηση και στην κατανόηση της έννοιας της μεταβλητής, καθώς οι σύγχρονες προσεγγίσεις για την εισαγωγή της στοιχειώδους άλγεβρας περιλαμβάνουν τη διαδικασία της γενίκευσης από μοτίβα και πίνακες δεδομένων (Pegg & Redden, 1990; Orton & Orton, 1994; MacGregor & Stacey, 1993; MacGregor, 1991; Herscovics, 1989). Παρατηρήθηκε, επίσης, ότι οι διδακτικές προσεγγίσεις που εφαρμόζονται για την εξαγωγή των αλγεβρικών εκφράσεων από αριθμητικές διαδικασίες είναι πιο αποτελεσματικές όταν βασίζονται στον επαγωγικό συλλογισμό (Koedinger & Anderson, 1998), για το λόγο ότι ο επαγωγικός συλλογισμός ως διαδικασία εφαρμόζεται πολύ συχνά με φυσικό τρόπο από τους περισσότερους μαθητές (Polya, 1967). Στο θέμα των εξισώσεων ο Cummins (1992) παρατήρησε ότι

η προσέγγιση που περιλαμβάνει ανακάλυψη δομικών ομοιοτήτων ανάμεσα στα προβλήματα μέσω της επαγωγικής διαδικασίας βελτιώνει την εννοιολογική κατανόηση των μαθητών για τις εξισώσεις και συμβάλλει στην ενίσχυση της ικανότητας κατασκευής εξισώσεων από λεκτικά προβλήματα. Επιπλέον, η εφαρμογή διδακτικών προσεγγίσεων που βασίζονται στα λυμένα παραδείγματα και αποσκοπούν στη γενίκευση διαδικασιών επίλυσης προβλημάτων καθιστούν τον επαγωγικό συλλογισμό θεμελιώδη στη μάθηση και στη μεταφορά της. Έρευνα των Zhu και Simon (1987) έχει δείξει ότι οι μαθητές αποκτούν την ικανότητα να μεταφέρουν αυτά που μαθαίνουν σε διάφορες άλλες καταστάσεις, όταν γενικεύουν διαδικασίες που παρατηρούν από λυμένα παραδείγματα προβλημάτων. Μέσα από τα λυμένα παραδείγματα οι μαθητές ανακαλύπτουν πώς και πότε να εφαρμόζουν καθεμιά από τις μεθόδους λύσης προβλήματος και αυτό τους καθιστά ικανότερους λύτες προβλημάτων. Επομένως, ο επαγωγικός συλλογισμός είναι μια σημαντική διαδικασία για διερεύνηση και γενίκευση, η οποία οδηγεί στην απόκτηση βαθύτερης κατανόησης της μαθηματικής γνώσης (Haverty, Koedinger, Klahr, & Alibali, 2000).

Στα πλαίσια διερεύνησης των στρατηγικών επίλυσης προβλημάτων στα Μαθηματικά, η έρευνα αναφέρει τη συχνή χρήση του επαγωγικού συλλογισμού ως μια στρατηγική επίλυσης προβλημάτων που απαιτούν την εξαγωγή μιας γενίκευσης και την αιτιολόγησή της (Garcia-Cruz & Martinon, 1997: Taplin, 1995: Orton & Orton, 1994: MacGregor & Stacey, 1993: Robertson & Taplin, 1994). Σε προβλήματα που απαιτούν τον καθορισμό συνάρτησης παρατηρήθηκε ότι τα άτομα συνηθίζουν να εφαρμόζουν τον επαγωγικό συλλογισμό όταν αναζητούν τον τύπο μιας συνάρτησης που περιγράφει ένα σύνολο αριθμητικών δεδομένων (Huesmann & Cheng, 1973: Gerwin & Newsted, 1977: Qin & Simon, 1990). Αυτό, σύμφωνα με τους ερευνητές, είναι αναμενόμενο, καθώς τα προβλήματα της μορφής αυτής

απαιτούν αναγνώριση ομοιοτήτων και διαφορών στις σχέσεις που περιλαμβάνονται μεταξύ δύο διαδοχικών ζευγών αριθμών. Επιπλέον, τα προβλήματα αναζήτησης συνάρτησης είναι αντιπροσωπευτικά για τον επαγωγικό συλλογισμό στα Μαθηματικά, καθώς θεωρούνται θεμελιώδη σε πολλές περιοχές, όπως είναι η γεωμετρία, η συνδυαστική, κτλ (Qin & Simon, 1990: Haverty κ.ά., 2000).

Επίσης, παρατηρήθηκε ότι η εφαρμογή του επαγωγικού συλλογισμού ως μια στρατηγική επίλυσης προβλήματος συμβαίνει μέσω της ανακάλυψης και της χρήσης μοτίβων από τη μελέτη των ειδικών περιπτώσεων (Cañadas & Castro, 2005a, 2005b: Steen, 1988: Haverty κ.ά., 2000: Redden, 1994: Stacey, 1989: García-Cruz & Martínón, 1998). Οι Cañadas και Castro (2005a), ζητώντας από μαθητές γυμνασίου να αιτιολογήσουν το αποτέλεσμα που προκύπτει από την πρόσθεση δύο άρτιων φυσικών αριθμών, έχουν δείξει ότι οι μαθητές αυτών των εκπαιδευτικών επιπέδων συνηθίζουν να διερευνούν για μοτίβα ή να κάνουν προβλέψεις για την εμφάνιση μοτίβων, στην προσπάθειά τους να επιλύσουν προβλήματα του τύπου αυτού. Ο Haverty και οι συνεργάτες του (Haverty κ.ά., 2000), μελετώντας τις συμπεριφορές μαθητών σε πρόβλημα που απαιτούσε την ανακάλυψη μαθηματικού τύπου από δεδομένα τα οποία αντιστοιχούσαν στις μεταβλητές x και y , παρατήρησαν ότι οι μαθητές που έλυσαν επιτυχώς το πρόβλημα εφάρμοσαν συνηθισμένες στρατηγικές λύσης, οι οποίες σχετίζονται με τη μελέτη των ειδικών περιπτώσεων που περιλαμβάνει το πρόβλημα. Μια από τις συνήθεις στρατηγικές που χρησιμοποιήθηκαν από τους μαθητές ήταν η στρατηγική «περιορισμένης ή τοπικής υπόθεσης» (local hypothesis strategy), κατά την οποία διατύπωναν μια «περιορισμένη» υπόθεση η οποία ίσχυε για μια μεμονομένη περίπτωση δεδομένων και στη συνέχεια εξετάζαν κατά πόσο μπορεί να ισχύει η υπόθεση αυτή σε άλλες περιπτώσεις δεδομένων. Άλλη συνήθης στρατηγική που εφάρμοσαν επιτυχώς οι

μαθητές ήταν η «στρατηγική του άγνωστου» (the pursuit strategy). Στη στρατηγική αυτή οι μαθητές έβρισκαν αρχικά για τις μεταβλητές x και y ένα μοτίβο εκφράζοντας το με την ποσότητα Q . Στη συνέχεια προσπαθούσαν να κατανοήσουν τον τύπο χρησιμοποιώντας το Q και αποφάσιζαν κατά πόσο το Q είναι ακριβές ή όχι για τον άγνωστο.

Πορίσματα άλλων ερευνών αναφέρουν ότι η πιο συνήθης στρατηγική που χρησιμοποιούν οι μαθητές για τη διαχείριση των ειδικών περιπτώσεων είναι η οργάνωση των δεδομένων των ειδικών περιπτώσεων σε καταλόγους δεδομένων ή πίνακες (Allen, 2001). Επιπρόσθετα, φαίνεται ότι οι μαθητές διαχειρίζονται συχνότερα τις ειδικές περιπτώσεις των δεδομένων για την εξαγωγή γενικεύσεων, όταν αυτές παρουσιάζονται σε αριθμητικό πλαίσιο παρά σε εικονική αναπαράσταση. Συνηθίζουν να μεταφράζουν σε πίνακα τιμών τα δεδομένα που παρουσιάζονται εικονικά για να χρησιμοποιήσουν στη συνέχεια τις τιμές του πίνακα για τη λύση του προβλήματος, την επιβεβαίωση και την επεξήγηση της λύσης (Linchevski, L., Olivier, A., Sasman, M. C., & Liebenberg, R., 1998; Sasman, M. C., Linchevski, L., & Olivier, A., 1999).

Διερευνώντας τα επίπεδα ανάπτυξης της ικανότητας γενίκευσης μοτίβων ο Stacey (1989) αναγνώρισε κάποιες μεθόδους επίλυσης που χρησιμοποιούν οι μαθητές όταν επιλύουν προβλήματα που περιλαμβάνουν γραμμικά μοτίβα. Επίσης, ο Redden (1994) με τη χρήση της ταξινομίας SOLO καθόρισε δύο ιεραρχίες ανάπτυξης που αφορούν τον τρόπο με τον οποίο οι μαθητές διαχειρίζονται τα δεδομένα ερωτήσεων και τον τρόπο που παρουσιάζουν τα δεδομένα αυτά σε μια αλγεβρική έκφραση γενίκευσης. Οι García-Cruz και Martín (1998) έχουν προτείνει ένα πλαίσιο τριών επιπέδων γενίκευσης με βάση τους τρόπους που χρησιμοποίησαν οι μαθητές κατά τη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων γενίκευσης

που αναφέρονται σε γραμμικά μοτίβα. Τα επίπεδα αυτά χαρακτηρίζουν τη γνωστική συμπεριφορά των μαθητών και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη διάκριση ανάμεσα στη διαδικαστική δραστηριότητα, στη διαδικαστική κατανόηση και στην εννοιολογική κατανόηση (Zazkis & Campbell, 1996). Στο πρώτο επίπεδο, το οποίο χαρακτηρίζει τη διαδικαστική δραστηριότητα, αναφέρεται μόνο η χρήση της πρόσθεσης της σταθερής διαφοράς, δηλαδή οι μαθητές επεκτείνουν μια αριθμητική ακολουθία προσθέτοντας συνεχώς τη σταθερή διαφορά στο γνωστό όρο (π.χ. $f(10)=f(1)+d+\dots+d$ ή $f(10)=f(9)+d$). Οι μαθητές που βρίσκονται στο δεύτερο επίπεδο έχουν την ικανότητα να γενικεύουν μόνο στο συγκεκριμένο πρόβλημα που τους δίνεται, εφαρμόζοντας τον κανόνα που προκύπτει μετά από υπολογισμούς που εφαρμόζουν στα δεδομένα του προβλήματος. Παρόλα αυτά δεν μπορούν να μεταφέρουν τη στρατηγική αυτή σε παρόμοιο πρόβλημα,. Συγκεκριμένα, οι μαθητές του σταδίου αυτού εξετάζουν σταδιακά την εγκυρότητα του κανόνα που ανακαλύπτουν μέσα από τα δεδομένα του προβλήματος, ο οποίος περιλαμβάνει μεταβλητά και μη-μεταβλητά στοιχεία. Για το λόγο αυτό, η διαδικασία της γενίκευσης μπορεί να θεωρηθεί ως τοπική και περιλαμβάνει διαδικαστική κατανόηση. Οι μαθητές του τρίτου επιπέδου γενικεύουν εφαρμόζοντας μια συγκεκριμένη στρατηγική. Συγκεκριμένα, οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν ως αντικείμενο τον κανόνα που ανακάλυψαν σε ένα πρόβλημα ως ένα ερέθισμα για δράση, δηλαδή μπορούν να εφαρμόζουν ή να μεταφέρουν τη στρατηγική που ανακάλυψαν σε κάποιο πρόβλημα σε άλλα παρόμοια προβλήματα. Η ικανότητα των μαθητών να μεταφέρουν τη στρατηγική τους σε παρόμοια προβλήματα δηλώνει εννοιολογική κατανόηση.

Η σωστή εφαρμογή της διαδικασίας του επαγωγικού συλλογισμού στην επίλυση προβλημάτων, σύμφωνα με τον Polya (1967) απαιτεί την εκτέλεση

τεσσάρων βημάτων: (α) εμπειρίες με τις ειδικές περιπτώσεις που πρόκειται να γενικευθούν, (β) διατύπωση και τυποποίηση μιας εικασίας, (γ) απόδειξη της εικασίας και (δ) επιβεβαίωση της εικασίας με νέες ειδικές περιπτώσεις. Σε αυτά τα πλαίσια της εμπειρικής επαγωγής από ένα πεπερασμένο αριθμό διακριτών περιπτώσεων, ο Reid (2002) περιγράφει αυτά τα στάδια ως την παρατήρηση ενός μοτίβου, τη διατύπωση της εικασίας με περιθώρια αμφιβολίας ότι το μοτίβο αυτό εφαρμόζεται γενικά, την εξέταση της εικασίας και τη γενίκευση της εικασίας. Οι Cañadas και Castro (2005b) βασιζόμενοι στις εργασίες του Polya και του Reid έχουν αναλύσει περαιτέρω τα στάδια που περιγράφουν τη διαδικασία του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά. Συγκεκριμένα, ζητώντας από τους μαθητές να βρουν το μέγιστο αριθμό κλειστών περιοχών που μπορεί να προκύψει σε ένα επίπεδο σχεδιάζοντας ευθείες γραμμές, έχουν παρατηρήσει ότι οι περισσότεροι μαθητές εργάζονται με τις ειδικές περιπτώσεις του προβλήματος και επιπλέον εφαρμόζουν επτά στάδια κατά τη διαδικασία επίλυσης του προβλήματος: (α) την παρατήρηση των ειδικών περιπτώσεων, (β) την οργάνωση των ειδικών περιπτώσεων, (γ) τη διερεύνηση και την πρόβλεψη μοτίβων, (δ) τη διατύπωση εικασίας, (ε) τον έλεγχο της εγκυρότητας της εικασίας, (στ) τη γενίκευση της εικασίας και (ζ) την αιτιολόγηση γενικών εικασιών, ώστε να είναι αποδεκτές και πειστικές.

Η ικανότητα ανακάλυψης και χρήσης των μοτίβων αποτελούν τη βάση για την ανάπτυξη της ικανότητας χρήσης της επαγωγής ως μια από τις τυπικές μεθόδους απόδειξης των θεωρημάτων στα Μαθηματικά, τονίζοντας τη σημαντικότητα της συνεισφοράς του επαγωγικού συλλογισμού στην κατανόηση των τυπικών μεθόδων απόδειξης. Η συσχέτιση των μοτίβων με τις συναρτήσεις στα προβλήματα που απαιτούν την ανακάλυψη του νιοστού όρου μιας ακολουθίας ή του τύπου του αθροίσματος των n όρων μιας ακολουθίας διευκολύνουν την κατανόηση των

βημάτων σε μια διαδικασία απόδειξης με την τυπική μέθοδο της επαγωγής.

Συγκεκριμένα, η συστηματοποίηση των όρων μιας ακολουθίας σε πίνακα και η συμπλήρωση του πίνακα με τους επόμενους όρους της ακολουθίας προσφέρει ένα σημαντικό διδακτικό εργαλείο κατανόησης της εξέλιξης μιας ακολουθίας (Wakefield, 2003: Allen, 2001). Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι οι σύνθετες σχέσεις που περιλαμβάνονται στους όρους μιας ακολουθίας επιμερίζονται καθώς το πρόβλημα απλοποιείται όταν παρουσιάζεται κατά στάδια. Κατ'επέκταση, εμφανίζονται απλοποιημένα μοτίβα που οδηγούν στην ανακάλυψη του γενικού κανόνα της ακολουθίας. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αναφέρεται η έκφραση του Newton $\alpha + \beta(n-1) + \frac{1}{2!}c(n-1)(n-2) + \dots + \frac{1}{m!}k(n-1)(n-2)\dots(n-m)$, (α =πρώτος όρος ακολουθίας, β = πρώτος όρος της ακολουθίας των πρώτων διαφορών, c =πρώτος όρος της ακολουθίας των δεύτερων διαφορών, κ.ο.κ και k =η σταθερά της μιστής διαφοράς) για τις γραμμικές ακολουθίες, η οποία μπορεί να κατανοηθεί εύκολα με την παρατήρηση των μοτίβων που προκύπτουν για το νιοστό όρο γραμμικών ακολουθιών των οποίων τα δεδομένα έχουν συστηματοποιηθεί σε πίνακα (v -στός= $\alpha + \beta(v-1)$, α = πρώτος όρος της ακολουθίας, β =διαφορά μεταξύ δύο διαδοχικών όρων και v =σειρά του όρου) (Wakefield, 2003). Δικαιολογημένα οι Neubert και Binko (1992) έχουν συνδέσει τον επαγωγικό συλλογισμό στα Μαθηματικά με την αναγνώριση μοτίβων και την εφαρμογή τους στη Θεωρία Αριθμών. Εξάλλου, σύμφωνα με τον Keith (1994), τα Μαθηματικά θεωρούνται ως η επιστήμη των μοτίβων.

Επίσης, η χρήση του επαγωγικού συλλογισμού ως ένα αρχικό στάδιο για την κατανόηση και τη χρήση της τυπικής μεθόδου της επαγωγής εξυπηρετεί στην κατανόηση της εγκυρότητάς της ως μέθοδος απόδειξης καθώς έχει ένα ψηλού επιπέδου αφαιρετικό χαρακτήρα. Η γενίκευση δεδομένων που παρουσιάζονται σε

πίνακα έχει φανεί ότι είναι πιο αποδοτική στην κατανόηση των συναρτήσεων και στην εύρεση της γενικής σχέσης που περιγράφει μια συνάρτηση (Allen, 2001). Επιπλέον, εμποδίζει τα παιδιά να θεωρήσουν ως δεδομένο το προϊόν της απόδειξης, κάτι το οποίο συμβαίνει όταν μαθαίνουν μηχανικά τον αλγόριθμο της επαγωγής (Baker, 1996).

Σε γενικές γραμμές, τα ευρήματα των ερευνών που αναπτύχθηκαν στο χώρο των Μαθηματικών για το επαγωγικό συλλογισμό επιβεβαιώνουν την άποψη του Polya ότι ο επαγωγικός συλλογισμός εμφανίζεται με φυσικό άδηλο ή έκδηλο τρόπο στους μαθητές δημοτικού και γυμνασίου, καθώς εφευρίσκουν τρόπους επίλυσης προβλημάτων που απαιτούν τη διαδικασία του επαγωγικού συλλογισμού, προσανατολίζοντας κυρίως τις στρατηγικές που εφαρμόζουν στη μελέτη των ειδικών περιπτώσεων ειδικά σε θέματα γεωμετρίας και άλγεβρας. Οι μαθητές των ηλικιών αυτών έχουν την ικανότητα να διατυπώνουν εικασίες, να τις εξετάζουν και να τις αιτιολογούν όταν εργάζονται με ειδικές περιπτώσεις (Cañadas & Castro, 2005a, 2005b; Cañadas, 2002; Haverty κ.ά., 2000; Lampert, 1990; Healy & Hoyles, 1998; Allen, 2001; Koedinger & Anderson, 1989, 1990, 1998).

Ως εκ τούτου, η ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού αποτέλεσε σημαντικό συστατικό των Αναλυτικών Προγραμμάτων των Μαθηματικών διάφορων χωρών (NCTM, 1989, 2000: Mathematics in the National Curriculum, 1989; Australian Education Council, 1991; Serra, 1989). Συγκεκριμένα, ο επαγωγικός συλλογισμός έχει περιληφθεί στα Αναλυτικά Προγράμματα των Μαθηματικών ως μια από τις βασικότερες στρατηγικές λύσης προβλήματος και εφαρμόζεται σε δραστηριότητες που απαιτούν ικανότητες που επηρεάζουν την ανάπτυξη δεξιοτήτων λύσης προβλήματος και τη μάθηση γενικότερα. Για το λόγο αυτό, στα Αναλυτικά Προγράμματα Μαθηματικών περιλαμβάνονται στόχοι

διερεύνησης και ανακάλυψης γενικών κανόνων. Επιπλέον, προβλέπονται δραστηριότητες που εμπλέκουν ενεργά τα παιδιά σε διαδικασίες, όπως είναι η εξερεύνηση, η παρατήρηση, η διατύπωση και ο έλεγχος υποθέσεων. Γενικά τα Αναλυτικά Προγράμματα των Μαθηματικών προσανατολίζουν τις διδακτικές δραστηριότητες προς την ανάπτυξη της ικανότητας της περιγραφής, της σύγκρισης, της ομαδοποίησης και της συσχέτισης αντικειμένων, της ανάπτυξης και της αξιολόγησης γενικεύσεων (NCTM, 1989, 2000: Mathematics in the National Curriculum, 1989). Στα πλαίσια της απόδειξης, ενθαρρύνουν τη χρήση του επαγωγικού συλλογισμού ως τη βάση για την κατανόηση των τυπικών μεθόδων απόδειξης της τέλει επαγωγής και της εις άτοπον απαγωγής που χρησιμοποιούνται για την απόδειξη θεωρημάτων και προτάσεων στα Μαθηματικά (Cañadas και Castro (2005b).

Επίσης, στα Αναλυτικά Προγράμματα των Μαθηματικών δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στην ανάπτυξη της αναλογικής σκέψης, για το λόγο ότι η αναλογία ως ένας μηχανισμός της επαγωγικής διαδικασίας εφαρμόζεται από τα παιδιά είτε για τη διερεύνηση υποθέσεων σχετικά με μια άγνωστη κατάσταση είτε για την εκτέλεση πράξεων και την επιλογή τεχνικών στη λύση προβλήματος (Halford, 1993: Goswami, 1992: Bejar, Chaffin, & Embretson, 1991: Polya, 1948). Η σωστή εφαρμογή της αναλογίας στις διαδικασίες εφαρμογής κανόνων, ανακάλυψης μοτίβων, κατασκευής πινάκων, σειροθέτησης και ταξινόμησης εγγυάται την επιτυχία στη λύση μαθηματικών προβλημάτων (Csapó, 1997: Goldman & Pellegrino, 1984: Sternberg & Gardner, 1983). Για αυτό, η συνειδητοποίηση της σημασίας και της σπουδαιότητας της αναλογικής σκέψης και της σωστής εφαρμογής της αποτελεί έναν από τους σημαντικότερους στόχους των Αναλυτικών Προγραμμάτων των Μαθηματικών. Γενικά, οι εκτεταμένες μελέτες που έγιναν σε θέματα σχετικά με τις

αναλογίες, τη συμπλήρωση ακολουθιών, την απλή και την πολλαπλή ταξινόμηση και την ανάλυση πινάκων επιβεβαιώνουν τη σπουδαιότητα του επαγωγικού συλλογισμού στις γνωστικές και διανοητικές δραστηριότητες που διδάσκονται στο σχολείο (Stepich & Newby, 1988: Newby & Stepich, 1987: Curtis, 1988: Goldman & Pellegrino, 1984).

Στον ευρύτερο ερευνητικό χώρο συζητήθηκε έντονα η ανάπτυξη και η μεταφορά της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού σε διάφορα πεδία και γενικότερα η σχέση της με την ανάπτυξη της νοημοσύνης (Klauer, 1988a, 1988b: Roth van der Werf, Resing, & Slenders, 2002: Tomic, 1995: Glaser & Pellegrino, 1982). Σε γενικές γραμμές υποστηρίζεται η άποψη ότι η ικανότητα επαγωγικού συλλογισμού μπορεί να αναπτυχθεί μέσω κατάλληλης εκπαίδευσης. Στα πλαίσια της Θεωρίας Επεξεργασίας Πληροφοριών ο Sternberg (1977, 1999) τονίζει ότι οι διαδικασίες επαγωγικού συλλογισμού μπορούν να εξασκηθούν, ενώ ο Curtis (1988) στο πλαίσιο της εκπαίδευσης θεωρεί ότι η ανάπτυξη της ικανότητας επαγωγικού συλλογισμού μπορεί να συμβεί κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας στην τάξη. Επιπλέον, αναφέρεται ότι μια επιτυχής εκπαίδευση στον επαγωγικό συλλογισμό έχει ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη της ρέουσας νοημοσύνης. Παρόλα αυτά, στα πλαίσια της κριτικής της αποτελεσματικότητας διδακτικών προγραμμάτων για την εκπαίδευση του επαγωγικού συλλογισμού, αναφέρεται ότι η ανάπτυξη της ρέουσας νοημοσύνης δεν προϋποθέτει απαραίτητα την επιτυχή ανάπτυξη του επαγωγικού συλλογισμού (Klauer, 1999).

Με βάση την άποψη ότι η ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού αναπτύσσεται μέσα από τη διδασκαλία ο Klauer έχει προτείνει ειδικά διδακτικά προγράμματα, τα οποία στοχεύουν στην ανάπτυξη επαγωγικών διαδικασιών μέσω πρότυπων παραδειγμάτων ανεξάρτητων από συγκεκριμένο θεματικό περιεχόμενο

(Klauer & Phye, 1994). Παράλληλα, θεωρεί ότι η εκπαίδευση του επαγωγικού συλλογισμού μέσω πρότυπων παραδειγμάτων ανεξάρτητων από συγκεκριμένο γνωστικό περιεχόμενο και αναλογικών έργων διαφορετικών πεδίων, συμβάλλει στη μεταφορά της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού από ένα πεδίο σε άλλα εξειδικευμένα πεδία. Σύμφωνα με τον Klauer (1999), ο βαθμός μεταφοράς της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού αυξάνεται ανάλογα με το βαθμό ομοιότητας των χαρακτηριστικών των νέων έργων και των έργων που χρησιμοποιούνται στη φάση της εκπαίδευσης. Γενικότερα όμως, δε φαίνεται να υπάρχει σαφής άποψη σχετικά με τα κριτήρια αξιολόγησης του βαθμού μεταφοράς της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού. Σε ερευνητικό επίπεδο προβληματίζει η δυνατότητα μεταφοράς της ικανότητας αυτής σε πεδία διαφορετικά από το πεδίο ανάπτυξής της (Tomic, 1995). Αναφέρεται ωστόσο, ότι είναι δυνατή η εφαρμογή της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού σε μεγάλο βαθμό σε έργα διαφορετικού περιεχομένου από τα έργα εκπαίδευσης στο ίδιο γνωστικό πεδίο και σε μικρότερο βαθμό σε έργα τα οποία ανήκουν σε εντελώς διαφορετικό πεδίο από το πεδίο εκπαίδευσης (Tomic, 1995).

Συμπερασματικά, πολλές πτυχές του επαγωγικού συλλογισμού έχουν μελετηθεί υπό το πρίσμα πολλών παραγόντων. Καθορίστηκε η σπουδαιότητα του ρόλου του στην ανάπτυξη της διανοητικής λειτουργίας και εντοπίστηκαν επαγωγικές διαδικασίες και μηχανισμοί που όταν εφαρμοστούν σωστά συμβάλλουν στη μάθηση και στη μεταφορά της σε εξειδικευμένα γνωστικά πεδία (Klauer & Phye, 1994). Με δεδομένη τη σημαντικότητα του ρόλου της επαγωγικής διαδικασίας στην ανάπτυξη εξειδικευμένων γνωστικών πεδίων, από εκπαιδευτικής πλευράς θεωρείται σημαντική μια πολυδιάστατη διερεύνηση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού εντός των διαφορετικών θεματικών περιοχών του αναλυτικού προγράμματος. Με αυτό τον

τρόπο θα διευκρινιστούν συμπεριφορές που σχετίζονται με το ρυθμό ανάπτυξης του επαγωγικού συλλογισμού στα διάφορα γνωστικά πεδία και θα καθοριστούν σχέσεις και αλληλεπιδράσεις μεταξύ των διαφορετικών γνωστικών πεδίων με αναφορά στην ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού. Παράλληλα, θεωρώντας την άποψη ότι η μάθηση είναι μια πολύπλοκη διαδικασία η οποία συνίσταται από διάφορες πτυχές της εξελικτικής, της γνωστικής και της ψυχομετρικής ψυχολογίας και ότι η ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού συμβάλλει στην ανάπτυξη της μάθησης γενικότερα, κρίνεται σκόπιμη μια εκτεταμένη μελέτη του θέματος στα πλαίσια μιας θεωρίας η οποία συσχετίζει τη γνωστική, την εξελικτική και την ψυχομετρική διάσταση της νοητικής ανάπτυξης.

Το Πρόβλημα και ο Σκοπός της Έρευνας

Έχοντας ως γενικότερο πλαίσιο αναφοράς την εξέλιξη της επαγωγικής διαδικασίας σε περιβάλλον λύσης προβλήματος, η παρούσα εργασία επικεντρώνεται στην ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στο πεδίο των Μαθηματικών. Συγκεκριμένα, αποσκοπείται η ανάπτυξη κατάλληλου διδακτικού προγράμματος με μαθηματικό περιεχόμενο για την ενίσχυση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού και τη χρήση του ως εργαλείο επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων. Παράλληλα, επιδιώκεται ο έλεγχος της αποτελεσματικότητας του διδακτικού προγράμματος και ο καθορισμός του ρυθμού ανάπτυξης του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά παιδιών πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης. Διερευνώνται, επίσης, σχέσεις και αλληλεπιδράσεις που πιθανόν να αναπτύσσονται μεταξύ της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού, της γενικής γνωστικής ικανότητας και των ικανοτήτων της μνήμης και της επεξεργασίας πληροφοριών. Απώτερος στόχος

θεωρείται η οικοδόμηση ενός δυναμικού μοντέλου το οποίο να περιγράφει τις σχέσεις και τις αλληλεπιδράσεις που πιθανόν να υπάρχουν μεταξύ των τεσσάρων ικανοτήτων στα παιδιά ηλικίας 11-12 ετών.

Ερευνητικά Ερωτήματα

Με βάση το σκοπό της παρούσας ερευνητικής εργασίας επιδιώκεται η απάντηση των πιο κάτω ερωτημάτων:

1. Σε ποιο βαθμό μπορεί να επιβεβαιωθεί το μοντέλο το οποίο προτείνεται από τον Klauer για τον επαγωγικό συλλογισμό;
2. Ποια είναι η επίδραση ενός συστηματικού εκπαιδευτικού προγράμματος στην ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά;
3. Ποιος είναι ο ρυθμός ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, της γενικής γνωστικής ικανότητας, της μνημονικής ικανότητας και της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών των παιδιών ηλικίας 11 ως 12 ετών;
4. Ποιες σχέσεις ή αλληλεπιδράσεις διέπουν τις ικανότητες του επαγωγικού συλλογισμού, της επεξεργασίας πληροφοριών, της μνήμης και της γενικής γνωστικής ικανότητας, όταν ο επαγωγικός συλλογισμός αναπτυχθεί στο περιεχόμενο των Μαθηματικών; Συγκεκριμένα,
(α) Σε ποιο βαθμό η ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά επηρεάζεται από τις ικανότητες της μνήμης, της επεξεργασίας πληροφοριών και από τη γενική γνωστική ικανότητα των παιδιών;

(β) Σε ποιο βαθμό η ενίσχυση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά μπορεί να επηρεάσει το ρυθμό ανάπτυξης της γενικής γνωστικής ικανότητας, της μνημονικής ικανότητας και της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών των παιδιών ηλικίας 11 ως 12 ετών;

Σημασία του Θέματος

Γενικά, η ερευνητική δραστηριότητα έχει αντιμετωπίσει την επαγωγική διαδικασία ως ικανότητα γενικού πεδίου και συχνά εκτυλίσσεται σε περιβάλλον που θεωρεί ότι οι διαδικασίες σκέψης θα πρέπει να αναπτύσσονται μέσα από αφηρημένο περιεχόμενο ή ανεξάρτητα από θεματικό περιεχόμενο (Klauer, 1999). Οι υποστηρικτές της άποψης αυτής τονίζουν ότι οι διαδικασίες σκέψης που αναπτύσσονται ανεξάρτητα από θεματικό περιεχόμενο δεν παραμένουν σχετικές με συγκεκριμένες καταστάσεις. Έτσι, μπορούν να μεταφέρονται πιο αποτελεσματικά σε οποιοδήποτε γνωστικό πεδίο σκέψης (Csapó, 1999: Klauer, 1999). Παρόλα αυτά, πολύ λίγα στοιχεία υπάρχουν σχετικά με την αποτελεσματικότητα των προγραμμάτων ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού που υιοθετούν την άποψη αυτή (Csapó, 1999). Αντίθετα, τονίζεται η σημαντικότητα της εκπαίδευσης των δεξιοτήτων σκέψης μέσα από κάποιο θεματικό περιεχόμενο του αναλυτικού προγράμματος (Verschaffel, 1999: Chanquoy, 1999: Perkins, 1987: Swartz, 1987: Carfield & Ceci, 1992), «...ώστε να υπάρχουν πληροφορίες περιεχομένου για να επεξεργάζονται οι δεξιότητες που πρόκειται να εξασκηθούν» (Csapó, 1999, σελ. 39).

Στη βιβλιογραφία δεν έχει δοθεί ιδιαίτερη έμφαση στην ανάπτυξη της επαγωγικής ικανότητας μέσα από κάποιο συγκεκριμένο θεματικό περιεχόμενο του

αναλυτικού προγράμματος. Συνεπώς, η ιδιαίτερη σημασία της εργασίας αυτής εστιάζεται στο γεγονός ότι μελετά τη διαδικασία ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού μέσα από το εξειδικευμένο πεδίο των Μαθηματικών, το οποίο χαρακτηρίζεται από στρατηγικές λύσης προβλήματος και διαδικασίες επεξεργασίας πληροφοριών. Ο βασικός λόγος επιλογής του πεδίου των Μαθηματικών ως το πεδίο ενίσχυσης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού είναι η στενή σχέση που συνδέει τον επαγωγικό συλλογισμό με τα Μαθηματικά. Η σχέση αυτή συνοψίζεται στην άποψη ότι η ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης εξαρτάται άμεσα από την ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού (Csapó, 1997: Goldman & Pellegrino, 1984). Αυτό συμβαίνει, γιατί η ενίσχυση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού συνεπάγεται την ανάπτυξη ικανοτήτων που περιλαμβάνονται στα Μαθηματικά, όπως είναι η γενίκευση, η ταξινόμηση, η ανακάλυψη ομοιοτήτων και διαφορών ανάμεσα σε ιδιότητες και σχέσεις. Επιπλέον, η ανάπτυξη των ικανοτήτων αυτών συμβάλλει στην ανάπτυξη στρατηγικών λύσης προβλήματος και της μάθησης γενικότερα (Klauer & Phye, 1994).

Ο περιορισμός των ορίων του πλαισίου μελέτης της ανάπτυξης του επαγωγικού συλλογισμού σε ένα εξειδικευμένο πεδίο, όπως είναι τα Μαθηματικά, έχει καταστήσει δυνατή την εξέταση του βαθμού μεταφοράς του από ένα ειδικό πεδίο σε άλλα εξειδικευμένα ή γενικά γνωστικά πεδία και κατ' επέκταση τη διαπίστωση σχέσεων και αλληλεπιδράσεων με άλλα πεδία. Σύμφωνα με τον Csapó (1999), ο επαγωγικός συλλογισμός ως γενική δεξιότητα έχει τη δυνατότητα να ελευθερώνεται από το συγκεκριμένο περιεχόμενο στο οποίο αναπτύσσεται και να γενικεύεται στα διάφορα πεδία. Ως εκ τούτου, η μελέτη της δυνατότητας αλληλεπίδρασης του επαγωγικού συλλογισμού με άλλες γενικές ή εξειδικευμένες ικανότητες έχει συμβάλει στον εντοπισμό των κατάλληλων συνθηκών στις οποίες οι

αλληλεπιδράσεις αυτές μπορούν να είναι θετικές και να συμβαίνουν στο μέγιστο βαθμό. Αυτό έχει ως επακόλουθο τη δυνατότητα οργάνωσης κατάλληλων διδακτικών προσεγγίσεων και έργων για τη βελτίωση, τόσο της μαθηματικής ικανότητας όσο και της μάθησης γενικότερα (Csapó, 1999).

Η σημαντικότητα διεξαγωγής της εργασίας αυτής περιγράφεται επιπλέον στην αλλαγή της φύσης της γνώσης που μπορεί να επιφέρει, μέσω του διδακτικού προγράμματος που περιλαμβάνει. Η αρχιτεκτονική του διδακτικού προγράμματος, όπως αυτό έχει σχεδιαστεί για την επίτευξη των στόχων της έρευνας, συνδυάζει άρρηκτα το μαθηματικό περιεχόμενο με τις επαγωγικές διαδικασίες λύσης και τις μεταγνωστικές στρατηγικές που εμπλέκονται στην επίλυση των προβλημάτων που περιλαμβάνουν το περιεχόμενο αυτό. Δεδομένης της άποψης ότι η ανθρώπινη νόηση δεν είναι ένα σταθερό και αμετάβλητο σύστημα και ότι μια συστηματική εκπαίδευση μπορεί να επιφέρει γνωστική αλλαγή (Demetriou, Efklides, & Gustafson, 1992), η εφαρμογή του συγκεκριμένου διδακτικού προγράμματος έχει επιφέρει αλλαγή στη φύση της γνώσης που σχετίζεται με τη λύση μαθηματικών προβλημάτων. Συγκεκριμένα, η ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά μέσω του διδακτικού προγράμματος φαίνεται ότι έχει ως συνέπεια την ανάπτυξη της ικανότητας επίλυσης προβλήματος στα Μαθηματικά, εφόσον το διδακτικό πρόγραμμα αποσκοπούσε στην επιτυχή χρήση του επαγωγικού συλλογισμού ως εργαλείο επίλυσης μαθηματικών επαγωγικών προβλημάτων (Klauer & Phe, 1994).

Παράλληλα, μετά από την εφαρμογή του διδακτικού προγράμματος ανάπτυξης του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, παρατηρήθηκαν σημαντικές γνωστικές αλλαγές σε γενικά πεδία, ενισχύοντας την άποψη των Demetriou και Raftopoulos (1999) που αναφέρουν ότι μια αλλαγή που συμβαίνει σε

ένα στοιχείο ενός συστήματος του γνωστικού οικοδομήματος προκαλεί αλυσιδωτές αλλαγές και στα υπόλοιπα συστήματα. Συγκεκριμένα, η ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά έχει επιφέρει αλλαγές στη γενική γνωστική ικανότητα και στην ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών, επιβεβαιώνοντας την άποψη του Csapó (1999) που χαρακτηριστικά αναφέρει ότι ο επαγωγικός συλλογισμός μπορεί να ελευθερώνεται από το περιεχόμενο στο οποίο αναπτύσσεται και να μεταφέρεται σε άλλες γενικές ικανότητες.

Η μελέτη της ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στην κρίσιμη ηλικία των 11-12 ετών θεωρείται ουσιαστική για την αποκάλυψη των δυνατοτήτων των γνωστικών διαδικασιών που συμβαίνουν στο μυαλό, γιατί στην ηλικία αυτή θεωρείται ότι το παιδί κατακτά το στάδιο των τυπικών-αφηρημένων λειτουργιών (Demetriou & Raftopoulos, 1999). Η ταχύτητα και ο έλεγχος επεξεργασίας του συστήματος επεξεργασίας πληροφοριών αυξάνονται με ραγδαίο ρυθμό κατά τη χρονική περίοδο 9-11 ετών, με αποτέλεσμα οι αλλαγές που συμβαίνουν να έχουν ως άμεση συνέπεια τη βελτίωση της αυτορρύθμισης και του αυτοελέγχου του ατόμου στην ηλικία αυτή (Demetriou, Efklides, & Platsidou, 1993: Demetriou & Raftopoulos, 1999). Συνεπώς, με την επίτευξη του γενικού σκοπού της παρούσας έρευνας, που αναφέρεται στην ανάπτυξη της επαγωγικής ικανότητας των παιδιών ηλικίας 11-12 ετών, έχει καθοριστεί ο βαθμός στον οποίο τα παιδιά αυτής της ηλικίας εφαρμόζουν τις διάφορες γνωστικές διαδικασίες που απαιτούνται στη λύση επαγωγικών προβλημάτων. Επιπλέον, η εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος ανάπτυξης του επαγωγικού συλλογισμού στα παιδιά της ηλικίας αυτής έχει επηρεάσει τις ικανότητες των διαδικασιών σύγκρισης και ελέγχου στο βαθμό στον οποίο έχουν συμβάλει στη βαθύτερη κατανόηση των τρόπων διασύνδεσης των διάφορων στοιχείων της γνώσης (De Koning & Hamers, 1999).

Περιορισμοί της Έρευνας

Η έρευνα εξετάζει το ρυθμό και το βαθμό ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά και τις πιθανές σχέσεις και αλληλεπιδράσεις της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού με γενικές ικανότητες, όπως είναι η μνημονική ικανότητα, η ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών και η γενική γνωστική ικανότητα των παιδιών. Για την επίτευξη του σκοπού αυτού έχει κριθεί απαραίτητη η οργάνωση ενός κατάλληλου συστηματικού προγράμματος εκπαίδευσης της επαγωγικής ικανότητας στο θεματικό περιεχόμενο των Μαθηματικών. Αυτό, σύμφωνα με τους De Koning και Hamers (1999), είχε ως επακόλουθο ο πυρήνας του συγκεκριμένου διδακτικού προγράμματος να σχετίζεται σε μεγαλύτερο βαθμό με στόχους περιεχομένου, παρά με γενικότερους στόχους ανάπτυξης δεξιοτήτων σκέψης και στρατηγικών. Έτσι, οι μαθητές είχαν να αντιμετωπίσουν το περιεχόμενο των Μαθηματικών σε συνδυασμό με τις γνωστικές και μεταγνωστικές διαδικασίες που περιλαμβάνονταν στο παρεμβατικό πρόγραμμα. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα την εμφάνιση δυσκολιών στη διαδικασία εφαρμογής του επαγωγικού συλλογισμού ως εργαλείο επίλυσης προβλήματος στους μαθητές που δεν είχαν κατανοήσει πλήρως τις μαθηματικές έννοιες που περιλάμβαναν τα προβλήματα του προγράμματος. Συνέπεια αυτού η μη ακριβής διαπίστωση του επιπέδου ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού των μαθητών ως γενική δεξιότητα, η οποία οφείλεται σε εξωγενείς παράγοντες όπως είναι η μη εξοικείωση με τις έννοιες περιεχομένου, παρά στην ίδια την επαγωγική διαδικασία. Έτσι, ο ρυθμός ανάπτυξης της επαγωγικής ικανότητας στο πλαίσιο των Μαθηματικών έχει διαφοροποιηθεί στους διάφορους τύπους προβλημάτων ανάλογα με το βαθμό πολυπλοκότητας των προβλημάτων και την οικειότητα των μαθητών με

το μαθηματικό περιεχόμενο που περιλάμβαναν. Συνεπώς, η ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού στο γνωστικό πεδίο των Μαθηματικών έχει περισσότερες απαιτήσεις συγκριτικά με την ανάπτυξή του σε πλαίσιο ανεξάρτητο από περιεχόμενο γιατί φορτώνει τους μαθητές με επιπλέον έργο, εφόσον έχουν να μάθουν ταυτόχρονα περιεχόμενο και δεξιότητες (Case, 1985). Κατ' επέκταση, ο ρυθμός και ο βαθμός στον οποίο μπορούν να συμμεταβάλλονται οι ικανότητες της μνήμης, της επεξεργασίας πληροφοριών, του επαγωγικού συλλογισμού και της γενικής γνωστικής ικανότητας έχει επηρεαστεί έμμεσα από το ίδιο το γνωστικό περιεχόμενο στο οποίο η ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού έχει αναπτυχθεί. Επομένως, η ερευνητική αυτή προσπάθεια επιτρέπει την εξαγωγή περιορισμένων συμπερασμάτων σχετικά με το βαθμό και το ρυθμό συμμεταβολής ή αλληλεπίδρασης των τεσσάρων ικανοτήτων, δεδομένου του βαθμού δυσκολίας του μαθηματικού περιεχομένου.

Παράλληλα, η συμπερίληψη των μεταγνωστικών διαδικασιών στην οργάνωση του παρεμβατικού προγράμματος, αν και θεωρείται αναγκαία και απαραίτητη για την επίτευξη των στόχων της έρευνας, αποτελεί ταυτόχρονα έναν περιορισμό στην εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με τους στόχους του προγράμματος. Συγκεκριμένα, παρουσιάζεται ο περιορισμός ακριβούς διαπίστωσης κατά πόσον μια πιθανή θετική επίδραση του επαγωγικού συλλογισμού που έχει επέλθει στις γενικές ικανότητες οφείλεται στην ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού μέσα από το συγκεκριμένο περιεχόμενο των μαθηματικών προβλημάτων και των στρατηγικών που απαιτούν ή στην ανάπτυξη των γενικότερων «από πάνω προς τα κάτω» μεταγνωστικών διαδικασιών που περιλαμβάνονταν στο συγκεκριμένο παρεμβατικό πρόγραμμα.

Η προσπέλαση των πιο πάνω περιορισμών είναι εφικτή με την οργάνωση και την παράλληλη εφαρμογή αντίστοιχων παρεμβατικών προγραμμάτων ανάπτυξης του επαγωγικού συλλογισμού, τα οποία να έχουν ως βάση διαφορετικό θεματικό περιεχόμενο του αναλυτικού προγράμματος. Ωστόσο, η καταλληλότερη προσέγγιση του θέματος θα ήταν ίσως η οργάνωση και η εφαρμογή παρεμβατικών προγραμμάτων με διαφορετικό θεματικό περιεχόμενο και ενός γενικότερου παρεμβατικού προγράμματος σε δομικά όμοιες ομάδες υποκειμένων, χωρίς συγκεκριμένο θεματικό περιεχόμενο του αναλυτικού προγράμματος. Η οργάνωση και η ανάπτυξη αυτών των προγραμμάτων σε συνδυασμό με την παρούσα ερευνητική εργασία θα συντελούσαν σε μια ολοκληρωμένη μελέτη σχετικά με την ανάπτυξη της επαγωγικής διαδικασίας σε εκπαιδευτικά πλαίσια, εντός του αναλυτικού προγράμματος. Η συγκεκριμένη ερευνητική εργασία θα μπορούσε να αποτελέσει την αφετηρία για την ανάπτυξη ενός ευρύτερου ολοκληρωμένου προγράμματος ενίσχυσης του επαγωγικού συλλογισμού μέσα από τα μαθήματα που οι μαθητές διδάσκονται στο σχολείο.

Δομή της Εργασίας

Η παρούσα εργασία, η οποία περιλαμβάνει το σχεδιασμό, την οργάνωση, την εφαρμογή και την ολοκλήρωση μιας ερευνητικής προσπάθειας, ολοκληρώνεται σε πέντε κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο έχουν παρουσιαστεί κάποια εισαγωγικά στοιχεία σχετικά με τον επαγωγικό συλλογισμό, όπως αυτά αναφέρονται στη βιβλιογραφία, ενώ έχουν περιγραφεί αναλυτικά ο σκοπός της έρευνας και η σημαντικότητα διεξαγωγής της. Επιπλέον, έχουν αναφερθεί σημαντικά στοιχεία τα

οποία πιθανόν να περιορίσουν την εξαγωγή γενικότερων συμπερασμάτων, ή να προκαλέσουν νέα ερωτήματα.

Στο δεύτερο κεφάλαιο της εργασίας παρουσιάζεται εκτεταμένα η ανασκόπηση της βιβλιογραφίας που σχετίζεται με τις βασικές πτυχές που μελετώνται. Αρχικά ορίζεται ο επαγωγικός συλλογισμός και γίνεται μια σύντομη αναφορά στην ιστορική εξέλιξη της επαγωγικής διαδικασίας. Ακολουθεί η μελέτη της επαγωγής στο χώρο της Ψυχολογίας, όπου περιγράφεται ένα πραγματιστικό πλαίσιο ανάπτυξης του επαγωγικού συλλογισμού. Αναλύονται οι μηχανισμοί που ενεργοποιούνται στην επαγωγική διαδικασία και περιγράφονται οι επαγωγικές γνωστικές και μεταγνωστικές διαδικασίες που μελετήθηκαν στα πλαίσια της Θεωρίας Επεξεργασίας Πληροφοριών. Παρουσιάζεται συνοπτικά η σχέση του επαγωγικού συλλογισμού με την ικανότητα της μνήμης, ενώ στη συνέχεια γίνεται ιδιαίτερη αναφορά στη θεωρία του Βιωματικού Δομισμού, η οποία είναι μια νέο-πιαζετιανή γνωστική θεωρία που συνδυάζει γνωστικές, ψυχομετρικές και εξελικτικές θεωρίες, στην προσπάθειά της να περιγράψει και να επεξηγήσει την αρχιτεκτονική της ανθρώπινης διάνοησης. Παράλληλα, γίνεται μια προσπάθεια αναγνώρισης των καταστάσεων εφαρμογής της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα πλαίσια της θεωρίας αυτής. Ακολούθως παρουσιάζεται η θεωρία της μεταφοράς και περιγράφεται η γενική επαγωγική θεωρία της παραδειγματικής μεταφοράς του Klauer. Το δεύτερο κεφάλαιο ολοκληρώνεται με την αναλυτική περιγραφή ενός συγκεκριμένου εκπαιδευτικού προγράμματος ενίσχυσης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού, το οποίο αναπτύχθηκε από τον Klauer και τους συνεργάτες του (Klauer & Pbye, 1994), στα πλαίσια ελέγχου της εγκυρότητας της επαγωγικής θεωρίας παραδειγματικής μεταφοράς.

Το περιεχόμενο του τρίτου κεφαλαίου περιλαμβάνει το σχεδιασμό της έρευνας που διεξήχθη στα πλαίσια υλοποίησης των στόχων της παρούσας εργασίας. Μετά από μια σύντομη εισαγωγή, καταγράφονται όλα τα στοιχεία τα οποία σχετίζονται με τη μεθοδολογία που ακολουθήθηκε για τη διεξαγωγή της έρευνας. Συγκεκριμένα, παρουσιάζεται το δείγμα που χρησιμοποιήθηκε στην έρευνα και η διαδικασία ανάπτυξής της και περιγράφονται αναλυτικά τα έργα που χρησιμοποιήθηκαν για τη μέτρηση των ικανοτήτων του επαγωγικού συλλογισμού, της μνήμης, της επεξεργασίας πληροφοριών και της γενικής γνωστικής ικανότητας. Ακολουθεί μια εκτεταμένη παρουσίαση του συστηματικού παρεμβατικού προγράμματος που εφαρμόστηκε για την ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά. Συγκεκριμένα, αναλύονται τα στοιχεία που συνθέτουν την αρχιτεκτονική του παρεμβατικού προγράμματος και περιγράφονται αναλυτικά όλες οι διδασκαλίες που εφαρμόστηκαν για την επίτευξη των στόχων του. Το κεφάλαιο αυτό ολοκληρώνεται με την αναλυτική περιγραφή των υποθέσεων της έρευνας και το είδος της στατιστικής ανάλυσης που εφαρμόστηκε για την εξέταση των υποθέσεων.

Στο τέταρτο κεφάλαιο περιγράφονται τα αποτελέσματα που έχουν προκύψει από τις στατιστικές αναλύσεις που διενεργήθηκαν για τον έλεγχο των υποθέσεων και την απάντηση των ερωτημάτων που έχουν τεθεί στην έρευνα αυτή. Τα αποτελέσματα περιγράφονται αναλυτικά και λεπτομερώς και παρουσιάζονται σε συνάφεια με τις υποθέσεις της έρευνας.

Τα συμπεράσματα που πηγάζουν από τη μελέτη των αποτελεσμάτων αναφέρονται στο πέμπτο κεφάλαιο, ενώ γίνεται προσπάθεια θεμελίωσης των συμπερασμάτων αυτών με αναφορά στη βασική βιβλιογραφία που σχετίζεται με το υπό μελέτη θέμα. Επιπλέον, στο κεφάλαιο αυτό κρίνεται σημαντική η αναφορά

ιδεών για την ανάπτυξη περαιτέρω έρευνας σχετικής με τον επαγωγικό συλλογισμό στα Μαθηματικά, όπως επίσης και εισηγήσεων για πιθανό μετασχηματισμό της παρούσας εργασίας, ώστε να εξυπηρετεί στην απάντηση επιπλέον ερωτημάτων.

Ελένη Παπαγεωργίου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΤΗΣ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

Εισαγωγή

Ο επαγωγικός συλλογισμός ανήκει στις γενικές δεξιότητες, οι οποίες είναι ανεξάρτητες από κάποιο συγκεκριμένο πεδίο. Παρόλα αυτά, μπορεί να συνδυαστεί με κάποιο πλαίσιο και να προσεγγιστεί μέσα από συγκεκριμένο περιεχόμενο, χωρίς όμως να απομονώνεται στο περιεχόμενο αυτό (Csapó, 1999). Τα γενικά δομικά χαρακτηριστικά του επαγωγικού συλλογισμού προσφέρουν τη δυνατότητα να ελευθερώνεται από το περιεχόμενο στο οποίο αναπτύσσεται και να γενικεύεται διαμέσου των πεδίων (Csapó, 1999).

Η φύση της δομής και των διαδικασιών που εμπλέκονται κατά την εφαρμογή του επαγωγικού συλλογισμού μελετήθηκαν εκτεταμένα υπό το πρίσμα διάφορων ψυχολογικών θεωριών. Στα πλαίσια της Θεωρίας Επεξεργασίας Πληροφοριών έγινε προσπάθεια να καθοριστεί ένα συγκεκριμένο σύστημα επεξεργασίας, στο οποίο ο επαγωγικός συλλογισμός μπορεί να λειτουργεί με αναφορά στους στόχους του συστήματος. Αναγνωρίστηκαν οι επαγωγικοί μηχανισμοί που ενεργοποιούνται κατά την εφαρμογή του (Holland κ.ά., 1986) και οι επαγωγικές γνωστικές και μεταγνωστικές διαδικασίες που εφαρμόζουν οι άνθρωποι όταν λύνουν επαγωγικά προβλήματα (Nisbett, 1993; Sternberg & Gardner, 1983). Από την εξελικτική διάσταση της μελέτης του επαγωγικού συλλογισμού, εντοπίστηκε η εφαρμογή του από το στάδιο της βρεφικής ηλικίας και μελετήθηκε η χρήση των σχετικών με την επαγωγή διαδικασιών στις διάφορες ηλικίες ατόμων (De Loache, Miller &

Pierroutsakos, 1998: Wagner, Winner, Cicchetti & Gardner, 1981: Goswami, 1992).

Στο χώρο της ψυχομετρικής ψυχολογίας ο επαγωγικός συλλογισμός αναγνωρίστηκε ως ένας από τους παράγοντες που καθορίζουν τη γενική νοημοσύνη (Spearman, 1923: Thurstone, 1938: Cattell, 1963: Carroll, 1993).

Η ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού αποτελεί συνισταμένη της ανάλυσης και της αναγνώρισης της δομής του, όπως επίσης και της ικανότητας μεταφοράς του σε πεδία διαφορετικά από το πεδίο ανάπτυξής του. Για να επιτευχθεί η ικανότητα μεταφοράς του επαγωγικού συλλογισμού, θα πρέπει να εντοπιστούν τα είδη γνωστικών αλλαγών που μπορεί να συμβαίνουν κατά την εφαρμογή του και να αναπτυχθούν οι σχετικοί μηχανισμοί και στρατηγικές που επιφέρουν τη μεταφορά αυτή. Συνεπώς, είναι αναγκαία η μελέτη του επαγωγικού συλλογισμού στα πλαίσια μιας ενοποιημένης ψυχολογικής θεωρίας, η οποία θα προσφέρει τη δυνατότητα μελέτης των γνωστικών αλλαγών που πιθανόν να επιφέρει ο επαγωγικός συλλογισμός σε όλα τα επίπεδα της ανθρώπινης διάνοησης. Επιπλέον, η εξέταση του θέματος σε μια ενοποιημένη γνωστική θεωρία θα καταστήσει δυνατή τη μελέτη των επαγωγικών μηχανισμών, καθώς αυτοί επεξεργάζονται πληροφορίες με διαφορετικό περιεχόμενο και κώδικες αναπαράστασης και ενεργοποιούν διαδικασίες που προκαλούν γνωστικές αλλαγές, οι οποίες μεταφέρονται εντός και διαμέσου διαφορετικών πεδίων περιεχομένου.

Στην εργασία αυτή επιχειρείται ο καθορισμός ενός τέτοιου ενοποιημένου πλαισίου μελέτης του επαγωγικού συλλογισμού με ιδιαίτερη έμφαση στα είδη γνωστικής αλλαγής που πιθανόν να επιφέρει η ανάπτυξή του στο πεδίο των Μαθηματικών. Έτσι, στο κεφάλαιο αυτό, μετά από την παρουσίαση του ορισμού και μιας σύντομης περιγραφής της εξελικτικής μελέτης του επαγωγικού συλλογισμού, περιγράφεται ένα μοντέλο μελέτης της επαγωγικής διαδικασίας όπως

αναπτύχθηκε στα πλαίσια της Θεωρίας Επεξεργασίας Πληροφοριών με αναφορά στους μηχανισμούς τροποποίησης της γνώσης, ώστε να καταστεί δυνατή η τεκμηρίωση του συγκεκριμένου πλαισίου μελέτης του επαγωγικού συλλογισμού. Ακολούθως γίνεται μια αναλυτική αναφορά στη θεωρία Βιωματικού Δομισμού του Δημητρίου και των συνεργατών του, η οποία αποτελεί μια ενοποιημένη θεωρία γνωστικής ανάπτυξης που δίνει ιδιαίτερη έμφαση στους τύπους γνωστικών αλλαγών και στους μηχανισμούς τους (Demetriou, 1993; Demetriou κ.ά, 1993; Demetriou, Christou, Spanoudes & Platsidou, 2002a). Ουσιαστικά, οι τύποι των γνωστικών αλλαγών σχετίζονται με την ικανότητα μεταφοράς και το εύρος της. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται μια επαγωγική θεωρία παραδειγματικής μεταφοράς που έχει αναπτυχθεί από τον Klauer και μελετά το βαθμό και το εύρος στο οποίο μπορεί να μεταφερθεί η ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού σε εξειδικευμένες και γενικές ικανότητες, μετά από την εφαρμογή κατάλληλης εκπαίδευσης (Klauer & Phye, 1994).

Ορισμός Επαγωγικού Συλλογισμού

Ο επαγωγικός συλλογισμός είναι μια διαδικασία σκέψης η οποία επιτρέπει τη διαμόρφωση γενικών κανόνων, ιδεών ή εννοιών από την παρατήρηση και την ανάλυση ειδικών περιπτώσεων (Haverty κ.ά., 2000). Σε γενικά πλαίσια, περιγράφεται ως η διαδικασία εύρεσης γενικού συμπεράσματος ή κανόνα μετά από πολλές παρατηρήσεις των αντικειμένων που συγκρίνονται, ώστε να ανακαλυφθούν οι ομοιότητες ή/και οι διαφορές τους (Holyoak & Nisbett, 1988; Pellegrino & Glaser, 1982). Αποσκοπεί στην ανίχνευση γενικεύσεων και κανονικοτήτων από τη γνώση που εμπεριέχεται σε συγκεκριμένες δεδομένες καταστάσεις (Klauer κ.ά., 2002;

Holland κ.ά., 1986), ή αποτελεί πρόβλεψη νέων πιθανών καταστάσεων και αποτελεσμάτων (Tomic, 1995).

Η διαδικασία του επαγωγικού συλλογισμού, η οποία μπορεί να αρχίζει από το ειδικό και να καταλήγει στο γενικό ή από το ειδικό στο ειδικό, δεν οδηγεί απαραίτητα σε αναγκαίο, αλλά μόνο σε πιθανό συμπέρασμα. Έτσι, σύμφωνα με το Holland και τους συνεργάτες του, «...ο επαγωγικός συλλογισμός εκτείνει τη γνώση ενόψει της αβεβαιότητας» (Holland κ.ά., 1986, σελ.1). Για το λόγο αυτό θεωρείται πιο ελεύθερος τύπος από άλλα είδη συλλογισμού, γιατί δεν σχεδιάστηκε για να παραγάγει μαθηματική βεβαιότητα. Ως διαδικασία εύρεσης κανόνα ή γενικού συμπεράσματος περικλείει τον κίνδυνο της υπεργενίκευσης και κατ' επέκταση την εξαγωγή μη έγκυρων συμπερασμάτων (Klauer, 1999). Αυτό συμβαίνει, όταν η γνώση στην οποία αναφέρεται ο κανόνας ή η γενίκευση επεκταθεί πέρα από την άμεση εμπειρία στη μη παρατηρήσιμη καθολικότητα των αντικειμένων ή γεγονότων. Τότε, το γενικό συμπέρασμα ή ο κανόνας που έχει προκύψει χάνει την εγκυρότητά του και ο επαγωγικός συλλογισμός μετατρέπεται σε μια γενική επαγωγική συμπερασματολογία από την οποία συχνά προκύπτουν λανθασμένα συμπεράσματα (Klauer κ.ά., 2002). Ουσιαστικό κριτήριο διάκρισης του επαγωγικού συλλογισμού από τη γενική επαγωγική συμπερασματολογία αποτελεί η έκταση της γνώσης στην οποία αναφέρεται η γενίκευση ή η κανονικότητα. Συνοπτικά, ο επαγωγικός συλλογισμός περιορίζει τις γενικεύσεις στο πλήθος των άμεσα παρατηρούμενων αντικειμένων σε αντίθεση με την επαγωγική συμπερασματολογία, η οποία εκτείνεται στην καθολικότητα των αντικειμένων (Klauer, 1999).

Είναι φανερό ότι ο επαγωγικός συλλογισμός μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι άμεσα καθοδηγούμενος από την εμπειρία (Holland κ.ά.,1986), αφού περιλαμβάνει την επεξεργασία πληροφοριών που προσφέρονται κυρίως από την αντίληψη και τις

εμπειρίες του ατόμου με σκοπό την οργάνωσή τους σε πιο αφηρημένα σχήματα. Για το λόγο αυτό, η επαγωγική διαδικασία θεωρείται διαδικασία αφαιρετικού συλλογισμού.

Ο επαγωγικός συλλογισμός μπορεί να περιλαμβάνει οποιοδήποτε είδος αναπαράστασης, όπως είναι οι νοητικές εικόνες και οι προτάσεις μιας γλώσσας. Βασίζεται στην εννοιολογική ομοιότητα και στην ομοιότητα με βάση την αντίληψη. Η μελέτη του επαγωγικού συλλογισμού από εξελικτική διάσταση έχει δείξει ότι οι δύο τύποι ομοιότητας (εννοιολογική ομοιότητα, ομοιότητα με βάση την αντίληψη) μπορούν να λειτουργήσουν ως βάσεις για την ανακάλυψη επαγωγικών συμπερασμάτων ακόμα και στη βρεφική ηλικία (Gelman & Coley, 1990: Becker & Ward, 1991: Landau, Smith & Jones, 1988). Η ομοιότητα με βάση την αντίληψη θεωρείται ως ο πιο εύκολα εμφανής τύπος ομοιότητας και έτσι μπορεί να αποτελέσει τη βάση για τους πρώιμους τύπους επαγωγικού συλλογισμού. Παρόλα αυτά, εμπειρικά δεδομένα έχουν δείξει ότι και η εννοιολογική ομοιότητα μπορεί να αποτελέσει επιλογή των παιδιών μικρής ηλικίας για την εξαγωγή των συμπερασμάτων τους. Τα παιδιά, για παράδειγμα, μέχρι την ηλικία των 3 ως 4 χρόνων έχουν την ικανότητα να οργανώνουν τη γνώση τους για τον κόσμο σε λεπτομερείς κατηγορίες, τις οποίες χρησιμοποιούν ως βάση για να εξαγάγουν πιο ισχυρά συμπεράσματα (Gelman & Markman, 1987: Keil, 1989). Εμπειρικά στοιχεία αναφέρουν ότι η αύξηση της γνώσης και της εμπειρίας είναι δυνατό να συμβάλουν στην ανάπτυξη της ικανότητας εξαγωγής συμπερασμάτων με βάση την εννοιολογική ομοιότητα (Demetriou κ.ά., 1988).

Η Εξελικτική Μελέτη του Επαγωγικού Συλλογισμού

Ο επαγωγικός συλλογισμός μελετήθηκε εκτεταμένα σε διάφορα αντικείμενα, όπως η φιλοσοφία, η ψυχολογία και η τεχνητή νοημοσύνη (Holland κ.ά., 1986). Αντιμετωπίστηκε ως η διαδικασία η οποία σχετίζεται άμεσα με τη Λογική και επομένως μπορεί να περιγραφεί με τους συντακτικούς κανόνες της τυπικής Λογικής. Για τους φιλοσόφους του 19^{ου} αιώνα, όπως ο Mill, η Λογική σήμαινε τη γενική μελέτη του συλλογισμού με τη χρήση μη τυπικών μεθόδων. Με την επίδραση, όμως, των μελετών των φιλοσόφων Gottlob Frege και Bertrand Russell για την παραγωγική διαδικασία (αναφορά στους Holland κ.ά., 1986) έγιναν προσπάθειες εφαρμογής της παραγωγικής αυστηρότητας στον επαγωγικό συλλογισμό. Στα πλαίσια αυτά, ο Carnap (1950) προσπάθησε να χρησιμοποιήσει το φορμαλισμό της νέας θεωρίας για τη Λογική και τις Πιθανότητες, εφαρμόζοντας στην επαγωγή τις ιδέες που εφάρμοσαν οι Frege και Russell για την παραγωγή. Πιο βελτιωμένες προσπάθειες της ίδιας προσέγγισης χρησιμοποιήθηκαν αργότερα από διάφορους μελετητές. Συγκεκριμένα, έγιναν προσπάθειες να εφαρμοστεί ο τυπικός μηχανισμός της θεωρίας πιθανοτήτων του Bayes (Bayesian probability theory) και η θεωρία λήψης απόφασης στο χαρακτηρισμό επαγωγικών συμπερασμάτων (Carnap & Jeffrey, 1971: Salmon, 1967: Kyburg, 1974: Levi, 1980: Horwich, 1982). Η εφαρμογή της προσέγγισης του Carnap και των βελτιωμένων παραλλαγών της είχε ως συνέπεια την πρόκληση διάφορων παραδόξων, όπως το παράδοξο του Hempel (1965) και το παράδοξο του Goodman (1965). Το παράδοξο του Goodman σχετίζεται με την ιδέα της συντακτικής μελέτης του επαγωγικού συλλογισμού όπως αναπτύχθηκε από τον Carnap. Παράλληλα, το παράδοξο του Hempel σχετίζεται με

την προσπάθεια να αποδοθεί ένας τυπικός χαρακτήρας στους τρόπους με τους οποίους η γενίκευση μπορεί να επιβεβαιωθεί από τα παραδείγματά της.

Στο χώρο της ψυχολογίας και συγκεκριμένα της πειραματικής ψυχολογίας, οι μιχεβιοριστές ψυχολόγοι, από την εποχή του Watson στα μέσα της δεκαετίας του 1930, υπέθεταν ότι οι νόμοι που προκαλούσαν τις αντιδράσεις στους οργανισμούς θα ήταν ανεξάρτητοι από τη φύση του ερεθίσματος, την ποιότητα της ενίσχυσης ή τον οργανισμό στον οποίο θα εφαρμόζονταν. Όπως φάνηκε αργότερα οι υποθέσεις αυτές αποδείκνυον εντελώς λανθασμένες. Σε κατοπινό στάδιο η περισσότερη δουλειά για τον επαγωγικό συλλογισμό επικεντρώθηκε στη μάθηση τεχνητών κατηγοριών μέσα σε τεχνητά πλαίσια, χωρίς να λαμβάνεται ουσιαστικά η επίδραση του κοινωνικού πλαισίου και του τρόπου σκέψης των ατόμων σε αυτά τα τεχνητά πλαίσια (Holland κ.ά., 1986).

Από τις αρχές του 20^{ου} αιώνα ο επαγωγικός συλλογισμός αποτέλεσε κύριο θέμα μελέτης της ψυχομετρικής ψυχολογίας. Συγκεκριμένα, έχει αναγνωριστεί και συμπεριληφθεί ανάμεσα στους παράγοντες που καθορίζουν τη νοημοσύνη είτε ως ο παράγοντας που αναφέρεται στη γενική νοημοσύνη g (Spearman, 1923) είτε ως ο παράγοντας «συλλογισμός» που περιλαμβάνεται ανάμεσα στην πολλαπλή νοημοσύνη και προκύπτει από το συνδυασμό επαγωγικών και παραγωγικών τεστ (Thurstone, 1938). Σε μεταγενέστερο στάδιο, οι επαγωγικές διαδικασίες χρησιμοποιήθηκαν για τη διάκριση ανάμεσα στη ρέουσα και την αποκρυσταλλωμένη νοημοσύνη. Σύμφωνα με τον Cattell (1963), οι επαγωγικές διαδικασίες αποτέλεσαν το βασικό συστατικό για τον καθορισμό ενός παράγοντα που σχετίζεται άμεσα με τη ρέουσα νοημοσύνη, ενώ η αποκρυσταλλωμένη νοημοσύνη προκύπτει από το συνδυασμό της ρέουσας νοημοσύνης και της εκπαίδευσης. Η επιβεβαίωση της θεωρίας του Cattell σχετικά με τη ρέουσα και την

αποκρυσταλλωμένη νοημοσύνη έγινε αργότερα από άλλους ερευνητές, οι οποίοι κατέληξαν επίσης στο συμπέρασμα ότι οι επαγωγικές διαδικασίες παίζουν ουσιαστικό ρόλο στη ρέουσα νοημοσύνη (Gustafson, 1984: Undheim & Gustafson, 1987: Horn, 1985). Η θεωρία των τριών στρωμάτων που αναπτύχθηκε από τον Carroll (1993) σχετικά με τη νοημοσύνη τοποθετεί τον επαγωγικό συλλογισμό στους σύνθετους συλλογισμούς που περιλαμβάνονται στη γενική νοημοσύνη ή g, η οποία καταλαμβάνει το ανώτερο στρώμα της ιεραρχίας.

Στο πεδίο της τεχνητής νοημοσύνης, το οποίο θεωρείται ως το νεώτερο πεδίο το οποίο ασχολήθηκε με τον επαγωγικό συλλογισμό, οι ερευνητές επιχείρησαν να ελέγξουν την εγκυρότητα και την πληρότητα θεωρητικών συστημάτων για την επαγωγική σκέψη. Στην προσπάθειά τους αυτή κατασκεύασαν προγράμματα για ηλεκτρονικούς υπολογιστές, τα οποία προσομοίωναν όλες τις θεωρητικές υποθέσεις (Ernst & Newell, 1969: Kotovsky & Simon, 1973). Αν αυτά τα προγράμματα κατάφεραν να «μιμούνται» την ανθρώπινη συμπεριφορά στην εφαρμογή επαγωγικών διαδικασιών, τότε οι υποθέσεις ενισχύονταν και εκλαμβάνονταν ως αποδεκτή αναπαράσταση της ανθρώπινης συμπεριφοράς. Οι αλγόριθμοι που προτάθηκαν παρήγαγαν γενικεύσεις από διάφορα δεδομένα, χωρίς όμως να αναφέρονται στην προηγούμενη γνώση ή στους στόχους ενός οργανισμού (Langley, Bradshaw & Simon, 1983: Dietterich & Michalski, 1983: Mitchell, 1979).

Στους τρεις διαφορετικούς χώρους της φιλοσοφίας, της ψυχολογίας και της τεχνητής νοημοσύνης υπήρξαν ερευνητές οι οποίοι αντιμετώπισαν την επαγωγική διαδικασία στα πλαίσια λύσης προβλήματος. Για παράδειγμα, φιλόσοφοι των επιστημών όπως είναι ο Kuhn (1970) και ο Laudan (1977), εξετάζοντας την πρακτική επίλυσης προβλήματος από επιστήμονες, υποστήριξαν ότι το συμπέρασμα στις επιστημονικές θεωρίες θα πρέπει να γίνεται κατανοητό στο πλαίσιο της λύσης

προβλήματος. Γνωστικοί ψυχολόγοι, όπως ο Tolman (1932, 1948, 1959), ο Lewin (1935) και ο Brunswik (1952), είχαν ενδιαφερθεί για τους τρόπους που οι άνθρωποι και άλλοι οργανισμοί αναπτύσσουν προβλέψεις για πραγματικά περιβάλλοντα. Σε πιο πρόσφατες εργασίες έγινε προσπάθεια να μελετηθεί η σχέση ανάμεσα στη συμπεριφορά λύσης προβλήματος που είναι προσανατολισμένη σε στόχους και στην εξαγωγή νέων κανόνων (Anderson, 1983: Mitchell, 1982, 1983: Rosenbloom & Newell, 1986). Παράλληλα, σε ένα πραγματιστικό πλαίσιο μελέτης της επαγωγής ο Johnson-Laird (1983) τόνισε το ρόλο των «νοητικών μοντέλων» στην εξαγωγή συμπερασμάτων, ενώ ο Schank (1982) είχε εισηγηθεί τρόπους με τους οποίους το πλαίσιο στο οποίο αποκτάται η γνώση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να οργανώσει τη μνήμη συνειρμικά, ώστε να ευκολύνονται τα επακόλουθα συμπεράσματα.

Η Μελέτη της Επαγωγής στα Πλαίσια της Θεωρίας Επεξεργασίας Πληροφοριών

Ένα Πραγματιστικό Πλαίσιο Μελέτης της Επαγωγής

Για το Holland και τους συνεργάτες του (1986) θεωρήθηκε σημαντικός ο καθορισμός ενός κατάλληλου συστήματος επεξεργασίας που θα μπορούσε να τοποθετήσει τον επαγωγικό συλλογισμό σε πλαίσιο, το οποίο χαρακτηρίζεται από λύση προβλήματος και διακατέχεται από τους στόχους του γνωστικού συστήματος. Κίνητρο στην προσπάθεια αυτή αποτέλεσαν οι περιορισμοί που παρουσιάστηκαν στις διάφορες περιοχές όπου μελετήθηκε ο επαγωγικός συλλογισμός με τυπικές συντακτικές προσεγγίσεις αφενός και αφετέρου, η προσπάθεια να συνδεθούν και να ολοκληρωθούν οι απόψεις που εκφράζονται μέσα από προηγούμενα ευρήματα.

Η άποψη ότι ο επαγωγικός συλλογισμός σχετίζεται με δραστηριότητες λύσης προβλήματος και βασίζεται στην ανατροφοδότηση σχετικά με την επιτυχία ή την αποτυχία των προβλέψεων που δημιουργούνται από το γνωστικό σύστημα, αποτέλεσε τη βασική προϋπόθεση για τον καθορισμό του κατάλληλου συστήματος επεξεργασίας. Παράλληλα, θεωρήθηκε ότι κυρίαρχο ρόλο στο πλαίσιο κατέχουν οι στόχοι του γνωστικού συστήματος, οι οποίοι καθοδηγούν την επαγωγική διαδικασία με τρόπο που να οδηγεί στην επίτευξη των στόχων αυτών. Η προϋπόθεση ότι ο επαγωγικός συλλογισμός συμβαίνει σε περιβάλλον λύσης προβλήματος συνεπάγεται ότι η εξαγωγή των συμπερασμάτων περιορίζεται μόνο στις αναπαραστάσεις που είναι ενεργοποιημένες, δηλαδή στις αναπαραστάσεις που χαρακτηρίζουν τρέχουσες πτυχές του περιβάλλοντος.

Τη βάση για την ανάπτυξη του πλαισίου αυτού αποτέλεσε ο καθορισμός των περιορισμών που θα επιβεβαιώνουν ότι τα συμπεράσματα τα οποία προκύπτουν από ένα γνωστικό σύστημα θα τείνουν να είναι λογικά και σχετικά με τους στόχους του συστήματος. Η λογικότητα των συμπερασμάτων θεωρείται με αναφορά στην τρέχουσα ενεργοποιημένη γνώση του συστήματος. Για το λόγο αυτό, ο επαγωγικός συλλογισμός θεωρείται ότι είναι εξαρτώμενος από το συγκεκριμένο πλαίσιο στο οποίο αναπτύσσεται και καθοδηγείται από την προηγούμενη γνώση, η οποία ενεργοποιείται ανάλογα με τους στόχους του συστήματος. Για το Holland και τους συνεργάτες του, η μελέτη του επαγωγικού συλλογισμού ανάγεται στη μελέτη των τρόπων με τους οποίους η γνώση τροποποιείται καθ' όλη τη διάρκεια της χρήσης της.

Το προτεινόμενο πλαίσιο μελέτης του επαγωγικού συλλογισμού περιγράφεται ως μια δομή που περιλαμβάνει ένα γνωστικό σύστημα το οποίο αναπαριστά τον κόσμο με τον οποίο αλληλεπιδρά χρησιμοποιώντας νοητικά

μοντέλα. Τα νοητικά μοντέλα είναι οικοδομημένα από κανόνες και είναι οργανωμένα σε προκαθορισμένες ιεραρχίες. Επιπλέον, αποτελούν δυναμικές αναπαραστάσεις εξειδικευμένων καταστάσεων του περιβάλλοντος στο γνωστικό σύστημα. Υπάρχουν μόνο ως άδηλα μοντέλα και αντιστοιχούν στην οργανωμένη πολυπρόσωπη περιγραφή της τρέχουσας κατάστασης του περιβάλλοντος και των προβλέψεων που προκύπτουν από αυτή. Έχουν την ικανότητα να δραστηριοποιούνται αμέσως μετά την οικοδόμησή τους από το γνωστικό σύστημα, για να παραγάγουν προβλέψεις για το περιβάλλον και αναθεωρούνται όταν αποκτούνται επιπρόσθετες πληροφορίες στις καταστάσεις που αναπαριστούν (Gentner & Stevens, 1983; Johnson-Laird, 1983). Παράλληλα, μπορούν να προσαρμόζονται στις ικανότητες επεξεργασίας του γνωστικού συστήματος, καθιστώντας το σύστημα ικανό να δημιουργεί προβλέψεις ακόμα και αν οι γνώσεις για το περιβάλλον δεν είναι ολοκληρωμένες.

Οι κανόνες που συνιστούν τα νοητικά μοντέλα ονομάζονται κανόνες «συνθήκης-δράσης» και είναι της μορφής «AN TOTE», όπου το μέρος AN δηλώνει τη συνθήκη και το μέρος TOTE δηλώνει τη δράση. Το μέρος «συνθήκη» αποτελεί το κριτήριο για τη σύσταση των κανόνων σε κατηγορίες. Επιπλέον, οι κανόνες περιέχουν τις σχέσεις που απαιτούνται για να οργανωθούν οι κατηγορίες σε δομές, ώστε να είναι ικανές να παρέχουν συσχετίσεις και προβλέψεις. Οι συσχετισμοί και οι σχέσεις πρόβλεψης καθορίζονται από το μέρος «δράση» των κανόνων.

Οι κανόνες μπορούν να αναπαριστάνουν διαχρονικές και συγχρονικές σχέσεις. Οι διαχρονικοί κανόνες, οι οποίοι αναπαριστούν τις διαχρονικές σχέσεις ουσιαστικά δείχνουν χρονικές μεταβάσεις ανάμεσα σε περιβαλλοντικές καταστάσεις, όπως για παράδειγμα τις σχέσεις ανάμεσα στις τρέχουσες και στις αναμενόμενες

καταστάσεις. Οι συγχρονικοί κανόνες, οι οποίοι αναπαριστούν τις συγχρονικές σχέσεις, χρησιμοποιούνται κυρίως για την κατηγοριοποίηση των στοιχείων μιας κατάστασης προβληματισμού. Τα δύο είδη κανόνων δρουν μαζί για την παραγωγή συμπερασμάτων και λύσεων των προβλημάτων, αφού η λύση προβλήματος περιλαμβάνει διαχρονική έρευνα και συγχρονική ανακατηγοριοποίηση των στοιχείων.

Οι ιεραρχικές ταξινομήσεις των προβλέψεων που προκύπτουν από μια κατηγορία κανόνων δημιουργούν τις προκαθορισμένες ιεραρχίες, οι οποίες θεωρούνται ως ένας τρόπος αναπαράστασης των γενικεύσεων που σχετίζονται με τη μοντελοποίηση του κόσμου αλλά και των εξαιρέσεων των γενικεύσεων. Αυτό συμβαίνει, γιατί οι προκαθορισμένες ιεραρχίες έχουν την ικανότητα να αναπαριστούν την ομοιομορφία και τη διαφοροποίηση που υπάρχει στο περιβάλλον.

Η Επαγωγική Διαδικασία στην Απεικόνιση του Περιβάλλοντος

Ένα νοητικό μοντέλο αποτελεί την αναπαράσταση κάποιου τμήματος του περιβάλλοντος στο γνωστικό σύστημα. Το περιβάλλον συνήθως περιγράφεται από ένα σύνολο καταστάσεων και μια συνάρτηση μεταβολής που καθορίζει πώς οι καταστάσεις αλλάζουν με το χρόνο. Επομένως, θεωρώντας ως S το σύνολο των καταστάσεων του περιβάλλοντος, O το σύνολο των παραγόμενων του γνωστικού συστήματος που ενεργεί στο περιβάλλον και T τη συνάρτηση μεταβολής του περιβάλλοντος, σύμφωνα με τους ορισμούς, η κατάσταση του περιβάλλοντος $S(t+1)$ σε χρόνο $(t+1)$ δίνεται από την $T[S(t), O(t)]$, όπου $O(t)$ είναι το παραγόμενο του γνωστικού συστήματος σε χρόνο t και $S(t)$ είναι η κατάσταση του περιβάλλοντος σε χρόνο t (Holland κ.ά., 1986).

Δεδομένης της πολυπλοκότητας του πραγματικού περιβάλλοντος και των περιορισμών των γνωστικών συστημάτων, τα νοητικά μοντέλα δεν μπορούν να είναι ισόμορφα με το περιβάλλον, δηλαδή δεν μπορούμε να αναμένουμε να υπάρχει μια μοναδική κατάσταση του κόσμου που θα αντιστοιχεί σε μια μοναδική κατάσταση του μοντέλου. Για το λόγο αυτό, το γνωστικό σύστημα τείνει να οικοδομεί διάφορα απλοποιημένα μοντέλα τα οποία είναι επαρκή για την επίτευξη συγκεκριμένων στόχων. Τα μοντέλα αυτά βασίζονται σε κατηγορίες που έχουν συσταθεί από τη συνάθροιση περιβαλλοντικών καταστάσεων. Επειδή η αντιστοιχία των στοιχείων του κόσμου στα στοιχεία του νοητικού μοντέλου είναι ένα-προς-πολλά, τα μοντέλα αυτά ονομάζονται ομομορφισμοί. Στην περίπτωση του ομομορφισμού εμφανίζονται απλοί ανιχνευτές $d_1, d_2, d_3, \dots, d_i$ που κωδικοποιούν ιδιότητες των καταστάσεων του κόσμου και μια συνάρτηση κατηγοριοποίησης P , η οποία καθορίζεται σε σχέση με τις ιδιότητες που έχουν ανιχνευθεί. Η συνάρτηση P αντιστοιχεί σύνολα των καταστάσεων του κόσμου σε μικρότερο αριθμό καταστάσεων του μοντέλου. Έτσι, οι ανιχνευτές χωρίζουν τον κόσμο σε ισοδύναμες τάξεις, ενώ τα αντικείμενα τα οποία δεν μπορούν οι ανιχνευτές να τα διακρίνουν μεταξύ τους τα μεταχειρίζονται ως ισοδύναμα. Στη συνέχεια, εμφανίζεται μια συνάρτηση μεταβολής T' , η οποία μιμείται τη συνάρτηση μεταβολής T που λειτουργεί στον κόσμο. Επομένως, η συνάρτηση μεταβολής T' του μοντέλου θα περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο οι κατηγορίες των καταστάσεων του περιβάλλοντος σε συνδυασμό με τις κατηγορίες δράσης οδηγούν σε κατηγορίες επακόλουθων καταστάσεων.

Επειδή σε ένα πολύπλοκο περιβάλλον πρακτικά ένα μοντέλο δεν μπορεί να είναι απόλυτα έγκυρο, το μοντέλο επιδέχεται συνεχείς αναθεωρήσεις δημιουργώντας κάθε φορά νέα συνάρτηση μεταβολής. Ο βασικός στόχος της διαδικασίας αυτής είναι να οικοδομεί κάθε φορά τέτοιες συναρτήσεις που να πλησιάζουν στην επίτευξη

του στόχου, που είναι οι επιτυχείς προβλέψεις για τις μελλοντικές καταστάσεις του περιβάλλοντος. Το τελικό μοντέλο που προκύπτει από τις συνεχείς αναθεωρήσεις αποτελείται από στρωματοποιημένα σύνολα συναρτήσεων μεταβολής και ονομάζεται ημιμορφισμός. Σε έναν ημιμορφισμό το πάνω στρώμα του μοντέλου μαζί με τις μεγάλες του κατηγορίες παρέχει αναμενόμενες καταστάσεις, οι οποίες μπορούν να περιγράψουν με τον καλύτερο δυνατό τρόπο την τρέχουσα κατάσταση ενόσω δεν υπάρχουν επιπρόσθετες πληροφορίες ή δεν έρχονται σε αντίθεση με πιο εξειδικευμένες πληροφορίες. Οι αναμενόμενες καταστάσεις θα χρησιμοποιηθούν για προβλέψεις, εκτός και αν εμφανιστεί οποιαδήποτε ασυνήθιστη κατηγορία. Στην περίπτωση μιας τέτοιας εξαίρεσης επικαλείται ένα χαμηλότερο επίπεδο του μοντέλου, όπου καθορίζεται μια διαφορετική συνάρτηση μεταβολής για να συμπεριλάβει την εξαίρεση.

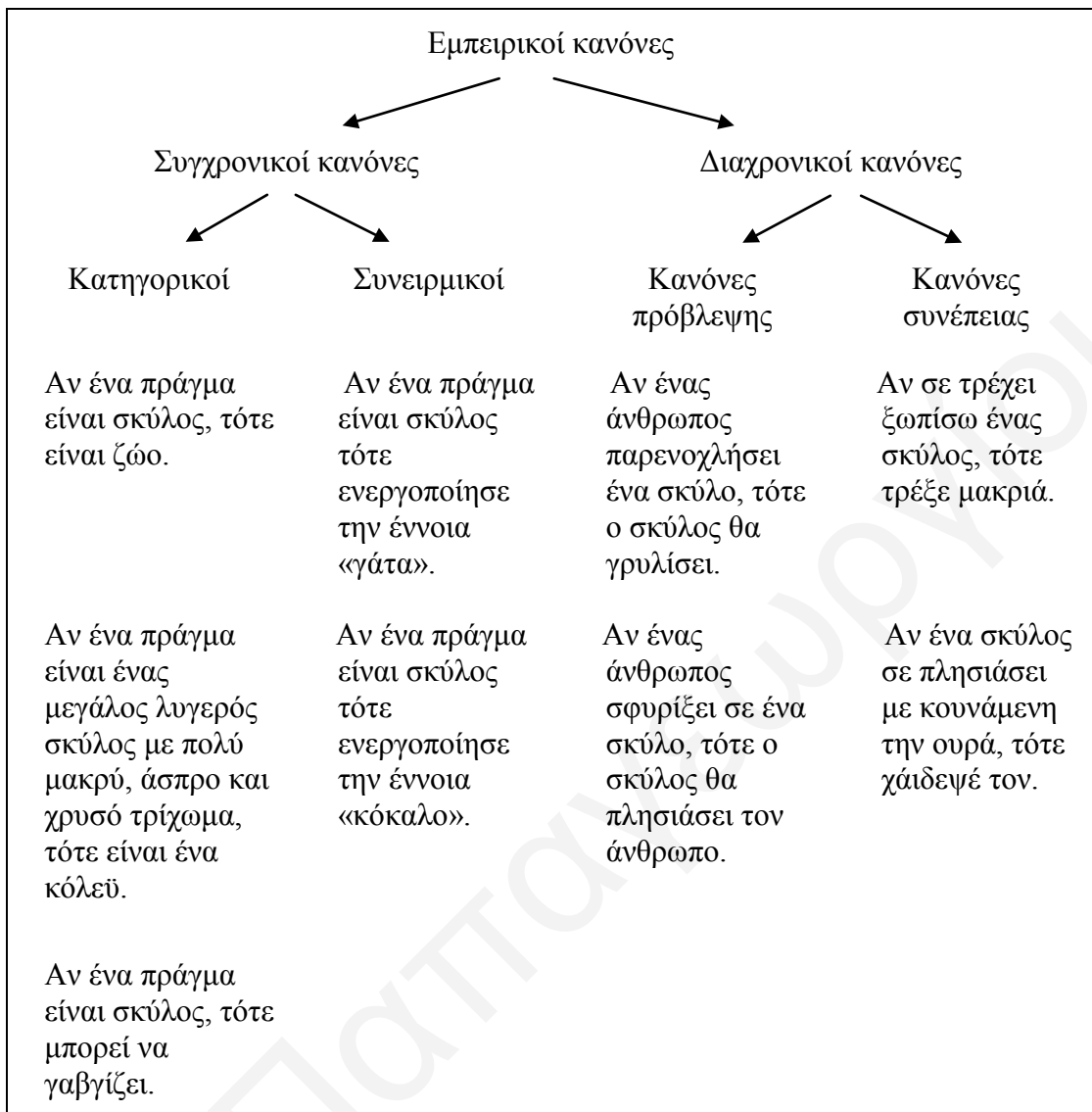
Οι βασικές μονάδες οικοδόμησης των ημιμορφισμών σε ένα επαγωγικό σύστημα θεωρούνται οι κανόνες «συνθήκης-δράσης». Η εφαρμογή των κανόνων αυτών έχει ως αποτέλεσμα τη μορφοποίηση και την τροποποίηση της αναπαράστασης του περιβάλλοντος. Οι κανόνες αυτοί είναι της μορφής «ΑΝ (συνθήκη 1, συνθήκη 2, συνθήκη 3,..... συνθήκη ν), ΤΟΤΕ (δράση)» και η ικανοποίηση των συνθηκών τους εξαρτάται από το βαθμό ταύτισης των συνθηκών των κανόνων με τις πληροφορίες που διατηρούνται ενεργοποιημένες στη μνήμη. Οι ενεργοποιημένες πληροφορίες αντιστοιχούν στη δηλωτική γνώση που πρόσφατα έχει τύχει επεξεργασίας από το ίδιο το σύστημα. Οι πληροφορίες αυτές μπορούν να εισέλθουν άμεσα στον επεξεργαστή κανόνων είτε από εισόδους που σχετίζονται με την αντίληψη είτε από άλλους κανόνες είτε από την αποθήκη γνώσης που περιέχει δηλωτική γνώση. Οι δράσεις που περιγράφονται στο μέρος «δράση» των κανόνων που ήδη έχουν ταυτιστεί καθορίζουν τι ακριβώς θα κάνει το σύστημα. Αυτό σημαίνει

ότι οι κανόνες συγχωνεύουν διαδικαστικές πληροφορίες. Οι τρεις κύριοι τύποι διαδικαστικής γνώσης θεωρούνται οι εμπειρικοί κανόνες, οι συμπερασματικοί κανόνες και οι αρχές λειτουργίας του συστήματος.

Εμπειρικοί κανόνες. Οι κανόνες του τύπου αυτού περιγράφουν το περιβάλλον και τις πιθανές επόμενες καταστάσεις του, έχοντας ως ουσιαστική λειτουργία τους τη μοντελοποίηση του κόσμου. Διαχωρίζονται σε συγχρονικούς και διαχρονικούς κανόνες (Διάγραμμα 1). Οι συγχρονικοί κανόνες είναι υποκειμενικά άχρονι και αναπαριστούν τις πληροφορίες που απεικονίζονται σε ένα σημασιολογικό δίκτυο (Fahlman, 1979). Βασικά παρέχουν ανακατηγοριοποιήσεις των ατόμων και των κατηγοριών, όπως επίσης και συσχετίσεις ανάμεσα στα άτομα και στις κατηγορίες.

Οι συγχρονικοί κανόνες διακρίνονται σε κατηγορικούς και συνειρμικούς. Οι κατηγορικοί κανόνες παρέχουν πληροφορίες για τις ιεραρχικές σχέσεις των κατηγοριών και προσφέρουν τη βάση για τον καθορισμό μελών των κατηγοριών, την αναταξινόμηση εννοιών και τον προσδιορισμό ιδιοτήτων στις έννοιες. Οι συνειρμικοί κανόνες σχετίζουν έννοιες που δεν έχουν ιεραρχικές σχέσεις με το να επιτρέπουν σε μια έννοια να υπενθυμίσει το σύστημα για μια άλλη έννοια, ενεργοποιώντας τη στη μνήμη. Αυτή η λειτουργία είναι σημαντική για την ικανότητα του συστήματος να σκέφτεται αναλογικά.

Οι διαχρονικοί κανόνες καθορίζουν τον τρόπο με τον οποίο το περιβάλλον αναμένεται να αλλάξει με το χρόνο. Οι κανόνες αυτοί διαχωρίζονται στους κανόνες πρόβλεψης, οι οποίοι ουσιαστικά λένε στο σύστημα τι να αναμένει στο μέλλον και στους κανόνες συνέπειας, οι οποίοι προκαλούν το σύστημα να ενεργήσει στο περιβάλλον.



Διάγραμμα 1. Είδη εμπειρικών κανόνων.

Συμπερασματικοί κανόνες. Οι συμπερασματικοί κανόνες παρέχουν διαδικασίες οι οποίες είναι σχετικά ανεξάρτητες πεδίου με σκοπό την μεταβολή της γενικής βάσης της γνώσης. Η βασική λειτουργία των συμπερασματικών κανόνων είναι να παραγάγουν καλύτερους εμπειρικούς κανόνες, για αυτό θεωρούνται πιο αφηρημένοι από τους εμπειρικούς. Το πεδίο εφαρμογής τους δεν είναι περιορισμένο σε συγκεκριμένο πεδίο περιεχομένου, ούτε περιορίζεται από συγκεκριμένες συνθήκες. Έτσι, υπάρχουν συμπερασματικοί κανόνες που αναφέρονται σε σχέσεις, αλλά και συμπερασματικοί κανόνες που δίνουν έμφαση στο συλλογισμό σχετικά με

τις κανονικότητες. Στη βιβλιογραφία αναφέρονται τέσσερα διαφορετικά είδη συμπερασματικών κανόνων: οι κανόνες εξειδίκευσης, οι μη συνήθεις κανόνες, οι στρατηγικές του νόμου των μεγάλων αριθμών και τα σχήματα ρύθμισης (Holland κ.ά., 1986).

Οι κανόνες εξειδίκευσης δημιουργούνται από το γνωστικό σύστημα στις περιπτώσεις που παρουσιάζονται αποτυχημένες προβλέψεις, οι οποίες είναι βασισμένες σε δυνατούς κανόνες. Ένας κανόνας εξειδίκευσης περιλαμβάνει τη νέα ιδιότητα, η οποία σχετίζεται με την αποτυχία στις συνθήκες του κανόνα και στο μη αναμενόμενο αποτέλεσμα που παρατηρείται, καθώς και με τη δράση του κανόνα.

Οι μη συνήθεις κανόνες δημιουργούνται στις περιπτώσεις όπου μια κατάσταση έχει μια ιδιότητα η οποία δεν αναμένεται από το σύστημα. Τότε, το σύστημα προτρέπει να είναι έτοιμο να χρησιμοποιήσει την ιδιότητα αυτή στη συνθήκη ενός νέου κανόνα στην περίπτωση που η δημιουργία του κανόνα προκαλείται άμεσα με την εμφάνιση της κατάστασης.

Η στρατηγική του νόμου των μεγάλων αριθμών αναφέρεται στη δημιουργία ενός κανόνα ο οποίος δείχνει ότι η κατανομή μιας ιδιότητας που παρουσιάζεται προσεγγιστικά από ένα δείγμα αναφέρεται στον πληθυσμό από τον οποίο προήλθε το δείγμα. (Δηλαδή, αν το Σ είναι ένα δείγμα το οποίο παρουσιάζει προσεγγιστικά την κατανομή της ιδιότητας Π κάποιου πληθυσμού, τότε το σύστημα προτρέπει να δημιουργήσει έναν κανόνα που να δείχνει ότι η κατανομή αυτή αναφέρεται στον πληθυσμό.) Η ισχύς του κανόνα αυτού ποικίλει ανάλογα με το μέγεθος του δείγματος.

Τα σχήματα ρύθμισης περιγράφουν μοτίβα κανονιστικής συμπεριφοράς που αναφέρονται στους τρόπους με τους οποίους οι άνθρωποι λύνουν προβλήματα καθημερινής ζωής. Έτσι, το γνωστικό σύστημα δημιουργεί τον κανόνα «Αν δεν

θέλεις να κάνεις Y, τότε δεν μπορείς να κάνεις X» στην περίπτωση που υπάρχει ο κανόνας «Αν θέλεις να κάνεις X, τότε θα πρέπει πρώτα να κάνεις Y».

Στην επιστημονική κοινότητα οι απόψεις για την ύπαρξη ή μη των συμπερασματικών κανόνων δίστανται. Μερικοί θεωρητικοί επιστήμονες ισχυρίζονται ότι δεν υπάρχουν συμπερασματικοί κανόνες. Συμφωνούν στην άποψη ότι οι άνθρωποι δεν κατέχουν αφαιρετικούς συμπερασματικούς κανόνες, αλλά μάλλον σκέφτονται είτε συγκρίνοντας παρούσες εμπειρίες με μνήμες προηγούμενων συγκεκριμένων εμπειριών είτε εφαρμόζοντας ακραίους εμπειρικούς κανόνες εξειδικευμένου πεδίου (D' Andrade, 1982; Griggs & Cox, 1982). Άλλοι επιστήμονες θεωρούν ότι οι άνθρωποι κατέχουν μια μεγάλη ποικιλία αφαιρετικών συμπερασματικών κανόνων, οι οποίοι συγκροτούν πραγματιστικά συλλογιστικά σχήματα (Holland κ.ά., 1986).

Λειτουργικές αρχές. Οι αρχές αυτές θεωρούνται ως το έμφυτο σύστημα διαχείρισης διαδικασιών. Μερικές λειτουργικές αρχές ξεχωρίζουν για τη σπουδαιότητα του ρόλου τους στη λειτουργία του γνωστικού συστήματος. Στις βασικές λειτουργικές αρχές συγκαταλέγονται αυτές που περιλαμβάνουν: (α) τις διαδικασίες για την ανάκληση των σχετικών εμπειρικών κανόνων για την αναπαράσταση του περιβάλλοντος, (β) το σύστημα διάταξης μέσω του οποίου καθορίζονται οι κανόνες που θα συναγωνιστούν για να οικοδομήσουν μια αναπαράσταση της πραγματικότητας και να κάνουν προβλέψεις για μελλοντικές πραγματικότητες και (γ) τις διαδικασίες που αρχίζουν τις ενέργειες στο περιβάλλον. Άλλες λειτουργικές αρχές επικαλούνται μερικές από τις διαδικασίες μεταβολής της γνώσης. Αυτές οι διαδικασίες δημιουργούν νέες γνωστικές δομές και αξιολογούν τις υπάρχουσες.

Η πραγματοποίηση ενός ημιμορφισμού με βάση τους κανόνες εξαρτάται από τη στενή σχέση ανάμεσα στα δύο είδη των εμπειρικών κανόνων αφενός και των δύο βασικών συναρτήσεων του μοντέλου, αφετέρου. Συγκεκριμένα, οι συγχρονικοί εμπειρικοί κανόνες και ειδικότερα οι κατηγορικοί συγχρονικοί κανόνες αποτελούν τα στοιχεία με τα οποία οικοδομείται η συνάρτηση κατηγοριοποίησης P , η οποία συσχετίζει καταστάσεις του περιβάλλοντος με κατηγορίες του μοντέλου. Οι διαχρονικοί εμπειρικοί κανόνες και πιο συγκεκριμένα οι κανόνες πρόβλεψης αποτελούν τα στοιχεία με τα οποία οικοδομούνται οι συναρτήσεις μεταβολής του μοντέλου. Επομένως, οι δύο τύποι συναρτήσεων μπορούν να θεωρηθούν ως σύνολα από κανόνες, καθιστώντας έτσι δυνατή μια διαδικαστική περιγραφή του ημιμορφισμού. Σε γενικές γραμμές, η σπονδυλική στήλη ενός ημιμορφισμού μπορεί να θεωρηθεί μια προκαθορισμένη ιεραρχία, η οποία μπορεί να αναπαρασταθεί από κατηγορικούς συγχρονικούς κανόνες. Παράλληλα, οι συνειρμικοί συγχρονικοί κανόνες συμπληρώνουν τον ημιμορφισμό δηλώνοντας τις πραγματικές σημαντικές σχέσεις. Οι διαχρονικοί κανόνες πρόβλεψης δείχνουν τις επόμενες καταστάσεις του περιβάλλοντος και οι διαχρονικοί κανόνες συνέπειας υποβάλλουν στο σύστημα τι να κάνει, αν το περιβάλλον εισέρθει σε μια ειδική κατάσταση. Η θεώρηση των ημιμορφισμών ως σύνολα κανόνων θεωρείται σημαντική, γιατί προσφέρει τα μέσα με τα οποία οι κανόνες αλληλεπιδρούν για να παρέχουν συγχρονικές και διαχρονικές σχέσεις.

Η σημαντικότητα της θεώρησης ενός μοντέλου ως ημιμορφισμός έγκειται στο γεγονός ότι η ιεραρχική δομή ενός ημιμορφισμού επιτρέπει στο γνωστικό σύστημα να κάνει προσεγγιστικές προβλέψεις με βάση την ασυμπλήρωτη γνώση του περιβάλλοντος. Επιπρόσθετα, καθώς το μοντέλο αναθεωρείται, οι κανόνες που αντιπροσωπεύουν χρήσιμες πιθανολογικές κανονικότητες μπορούν να διατηρηθούν

ως προκαθορισμένες. Η επιτυχία ενός ημιμορφικού μοντέλου είναι ουσιαστικά περιορισμένη από τις κατηγορίες που είναι διαθέσιμες για την κωδικοποίηση του περιβάλλοντος. Οι κατηγορίες εξαρτώνται από τους ανιχνευτές οι οποίοι κωδικοποιούν ιδιότητες του κόσμου. Χωρίς ένα σύνολο ανιχνευτών οι οποίοι να είναι επαρκείς για την κωδικοποίηση μιας ιδιότητας δεν μπορεί να καταστεί δυνατή η διαφοροποίηση άλλων κατηγοριών σε σχέση με την κωδικοποιημένη ιδιότητα. Καθώς νέες ιδιότητες κωδικοποιούνται και νέες κατηγορίες γίνονται διαθέσιμες, η προβλεπτική δύναμη του μοντέλου έχει τη δυνατότητα να αυξάνεται.

Η οικοδόμηση ενός ημιμορφισμού περιλαμβάνει τη γενίκευση, όπως επίσης και την εξειδίκευση. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι η οικοδόμηση του μοντέλου καθοδηγείται από την ανάγκη για περισσότερη ακρίβεια πρόβλεψης, η οποία ευνοεί την πρόσθεση επιπλέον εξειδικευμένων κανόνων και από την ανάγκη για επαρκή πρόβλεψη, η οποία ευνοεί την πρόσθεση γενικών κανόνων για να αντικαταστήσουν ένα μεγάλο αριθμό εξειδικευμένων κανόνων.

Συνθήκες Καθιέρωσης των Ικανότερων Κανόνων

Οι κανόνες αναγνωρίζονται από το γνωστικό σύστημα ως ικανοί να αναπαραστήσουν το περιβάλλον μετά από ένα συναγωνισμό μεταξύ τους. Το αποτέλεσμα του συναγωνισμού αυτού καθορίζεται από τέσσερις βασικούς παράγοντες: την ταύτιση, τη δύναμη, την εξειδίκευση και την υποστήριξη. Ο παράγοντας της ταύτισης αναφέρεται στο βαθμό στον οποίο μια συνθήκη του κανόνα συνθήκη-δράση ταυτίζεται με την τρέχουσα κατάσταση. Δηλαδή, ελέγχεται κατά πόσο αντιστοιχούν τα εξέχοντα χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος στα χαρακτηριστικά που είναι κωδικοποιημένα στη συνθήκη του κανόνα. Η ταύτιση αποτελεί το μοναδικό εισιτήριο συμμετοχής κάθε κανόνα στο συναγωνισμό. Το

κριτήριο της ταύτισης ουσιαστικά περιορίζει την ιδέα της παράλληλης ενεργοποίησης των κανόνων.

Παρόλα αυτά, η ταύτιση της συνθήκης του κανόνα με καταστάσεις του περιβάλλοντος δεν αρκεί για να κερδίσει ο κανόνας το συναγωνισμό. Αν η συνθήκη του κανόνα ταυτίζεται με δύο γεγονότα του περιβάλλοντος, τότε ενεργοποιείται ο παράγοντας της δύναμης. Ο παράγοντας αυτός είναι μια αριθμητική μέτρηση που δείχνει το βαθμό επιτυχίας της προσπάθειας του κανόνα να αναπαραστήσει στο παρελθόν τις διάφορες καταστάσεις του περιβάλλοντος.

Η εξειδίκευση αποτελεί τον τρίτο βασικό παράγοντα που καθορίζει την επιτυχία ενός κανόνα στο συναγωνισμό. Η εξειδίκευση αναφέρεται στο βαθμό πληρότητας του κανόνα σχετικά με την περιγραφή της τρέχουσας κατάστασης. Ένα γνωστικό σύστημα δείχνει έντονη προτίμηση στους πιο εξειδικευμένους κανόνες, για το λόγο ότι η εξειδίκευση αποτελεί ουσιώδες συστατικό στην εφαρμογή μιας προκαθορισμένης ιεραρχίας.

Ο τέταρτος παράγοντας που καθορίζει την τύχη ενός κανόνα στο συναγωνισμό είναι ο βαθμός υποστήριξης που λαμβάνει ο κανόνας από άλλους κανόνες. Η υποστήριξη είναι μια μέτρηση που δείχνει πόσο καλά προσθέτονται διάφορα χαρακτηριστικά της υπό μελέτη κατάστασης, με σκοπό να υποβάλουν ότι ο κανόνας είναι σχετικός.

Σε γενικές γραμμές, ο συναγωνισμός προτιμά κανόνες οι οποίοι:

(α) παρέχουν μια περιγραφή της τρέχουσας κατάστασης (ταύτιση), (β) έχουν ιστορία χρήσης στο παρελθόν για τη χρησιμότητα τους στο σύστημα (δύναμη), (γ) δείχνουν το μεγαλύτερο βαθμό πληρότητας στην περιγραφή (εξειδίκευση) και (δ) έχουν τη μεγαλύτερη συμβατότητα με άλλες τρέχουσες ενεργοποιημένες πληροφορίες (υποστήριξη).

Συμπεριφορά του Γνωστικού Συστήματος στις Αποτυχίες Πρόβλεψης

Στη βιβλιογραφία αναφέρονται διαφορετικές συμπεριφορές ενός επαγωγικού συστήματος στις περιπτώσεις που ένα μοντέλο αποτυγχάνει στις προβλέψεις του για καταστάσεις του περιβάλλοντος. Αν το μοντέλο είναι ολοκληρωτικά μη έγκυρο σε σχέση με τα μέρη του περιβάλλοντος που σκοπεύει να προβλέψει, τότε το γνωστικό σύστημα θα προσπαθήσει να ανακατηγοριοποιήσει το περιβάλλον, δηλαδή να βρει μια νέα συνάρτηση κατηγοριοποίησης P' και στη συνέχεια να οικοδομήσει μια νέα συνάρτηση μεταβολής. Το γνωστικό σύστημα εφαρμόζει συνήθως αυτή τη συμπεριφορά, γιατί θεωρεί ως αιτία της αποτυχίας στις προβλέψεις είτε την αρχική συνάρτηση κατηγοριοποίησης P είτε τη συνάρτηση μεταβολής του μοντέλου T' . Το φαινόμενο αυτό συνήθως συναντάται στα πρώτα στάδια μιας διαδικασίας μάθησης όπου οι αποτυχίες στις προβλέψεις ενός μοντέλου είναι πάρα πολλές.

Αν το μοντέλο κάνει μερικές αποτυχημένες προβλέψεις, τότε το γνωστικό σύστημα προσπαθεί να διατηρήσει τις κατηγορίες όπως οικοδομήθηκαν από το μοντέλο κάνοντας ειδικές τροποποιήσεις, ώστε να προσαρμόζονται στη συνάρτηση μεταβολής οι καταστάσεις που αποτελούν τις συστηματικές εξαιρέσεις. Συγκεκριμένα, στο μοντέλο μπορεί να δημιουργηθεί μια πιο εξειδικευμένη κατηγορία η οποία θα περιλαμβάνει τις συστηματικές εξαιρέσεις. Συνεπώς, μια εξειδικευμένη κατηγορία σε συνδυασμό με μια αντίστοιχη εξειδίκευση της συνάρτησης μεταβολής μπορούν να καταστήσουν ικανές τις εξαιρέσεις να προσαρμοστούν στο μοντέλο.

Στην περίπτωση που τα λάθη δεν είναι συστηματικά σε κάποιες λανθασμένες προβλέψεις του μοντέλου, το γνωστικό σύστημα μπορεί να αποδεχθεί μια πιθανολογική συνάρτηση μεταβολής προσπαθώντας απλώς να εκτιμήσει το βαθμό αβεβαιότητας που σχετίζεται με τη συνάρτηση μεταβολής του μοντέλου T' . Η

συγκεκριμένη περίπτωση χαρακτηρίζει συνήθως ένα αργό στάδιο μάθησης, όπου είναι δύσκολη η οικοδόμηση πιο εξειδικευμένων κατηγοριών για την καλύτερη πρόβλεψη της συνάρτησης μεταβολής για τις εξαιρούμενες καταστάσεις.

Γενικά, οι συμπεριφορές του επαγωγικού συστήματος όπως έχουν αναφερθεί δεν είναι απόλυτες, ούτε εμφανίζονται αποκλειστικά με αυτή τη σειρά στις περιπτώσεις όπου το μοντέλο αποτυγχάνει στις προβλέψεις του για καταστάσεις του περιβάλλοντος. Το γνωστικό σύστημα μπορεί να συμπεριφερθεί με διαφορετικούς τρόπους στις διάφορες αποτυχίες πρόβλεψης του μοντέλου, για το λόγο ότι η γνώση για τις διάφορες πτυχές του περιβάλλοντος μπορεί να διαφοροποιηθεί σε οποιαδήποτε στιγμή.

Οι Επαγωγικοί Μηχανισμοί

Ο επαγωγικός συλλογισμός είναι μια δραστηριότητα προσανατολισμένη σε πρόβλημα και συμβαίνει με σκοπό την επίτευξη των εξειδικευμένων στόχων του συστήματος. Η επίτευξη των στόχων του συστήματος σχετίζεται άμεσα με τη δημιουργία και την τροποποίηση των γνωστικών δομών. Σε ένα σύστημα το οποίο είναι βασισμένο σε κανόνες, αυτό μπορεί να γίνει κατορθωτό με την αναθεώρηση των υπαρχόντων κανόνων και τη δημιουργία νέων κανόνων. Επομένως, για να κατορθώσουν οι μηχανισμοί του επαγωγικού συλλογισμού να πραγματοποιήσουν τους στόχους του γνωστικού συστήματος θα πρέπει αρχικά να αξιολογήσουν τους κανόνες του συστήματος ως εργαλεία για την επίτευξη του στόχου, βελτιώνοντάς τους όπου είναι δυνατόν και διαλέγοντας τους καλύτερους για την εφαρμογή. Ακολούθως, οι μηχανισμοί θα πρέπει να δημιουργήσουν χρήσιμους νέους κανόνες που να είναι ικανοί να αποσπών και να εκμεταλλεύονται κανονικότητες στην

πράξη. Τέλος, οι μηχανισμοί θα πρέπει να οργανώσουν τους κανόνες σε συστάδες και να συσχετίσουν κανόνες, ώστε να μπορέσουν να δημιουργήσουν μεγαλύτερες γνωστικές δομές που θα οδηγούν σε αποτελεσματική μοντελοποίηση του περιβάλλοντος. Η υλοποίηση των έργων αυτών εξαρτάται άμεσα από την ανατροφοδότηση που παίρνουν οι επαγωγικοί μηχανισμοί για τις προβλέψεις που σχετίζονται με το περιβάλλον.

Στους επαγωγικούς μηχανισμούς που προβαίνουν στην υλοποίηση των πιο πάνω έργων και γενικότερα στην τροποποίηση της γνώσης περιλαμβάνονται η γενίκευση, η εξειδίκευση, ο μηχανισμός σύνδεσης σχετικών κανόνων, ο μηχανισμός μορφοποίησης κατηγοριών και η αναλογία. Οι μηχανισμοί αυτοί διαφοροποιούνται όσον αφορά την πολυπλοκότητά τους. Η μορφοποίηση κατηγοριών θεωρείται μια σχετικά πολύπλοκη μορφή γενίκευσης, γιατί περιλαμβάνει τη δημιουργία νέων κανόνων, αλλά και την οργάνωση υπάρχοντων κανόνων σε συστάδες, όπως επίσης και αναθεώρηση της ισχύς τους. Η αναλογία θεωρείται ίσως ο πιο σύνθετος τύπος διαδικασίας τροποποίησης της γνώσης, γιατί συνήθως περιλαμβάνει γενίκευση και εξειδίκευση και εξαρτάται από την εφαρμογή ή τη μορφοποίηση διάφορων κατηγοριών. Γενικά, είναι φανερό ότι όλα τα επαγωγικά συμπεράσματα μπορούν να θεωρηθούν είτε ως γενικεύσεις είτε ως εξειδικεύσεις.

Γενίκευση

Στη μελέτη του μηχανισμού της γενίκευσης σημαντικό είναι να καθοριστούν οι παράγοντες που συνεισφέρουν περισσότερο στην εξαγωγή μιας χρήσιμης ενδεχομένως γενίκευσης. Ουσιαστικά, το βασικό ερώτημα σχετίζεται με τους τρόπους με τους οποίους προβαίνουμε σε γενικεύσεις, αλλά και με τους τρόπους με τους οποίους καθορίζουμε την επάρκεια των παραδειγμάτων, ώστε η γενίκευση που

θα παραχθεί από αυτά να είναι αποδεκτή. Ερευνητικά πορίσματα στο πεδίο της ψυχολογίας σχετικά με τις γενικεύσεις στις οποίες προβαίνουν οι άνθρωποι αναφέρουν δύο βασικά συστατικά τα οποία αξιολογούν την αποδοχή μιας γενίκευσης του τύπου «Όλα τα Α είναι Β». Το πρώτο συστατικό αναφέρεται στο πλήθος των παραδειγμάτων τύπου Α που φαίνεται ότι είναι και τύπου Β. Το δεύτερο συστατικό αφορά την προαπαιτούμενη γνώση που κατέχει ένας οργανισμός σχετικά με τις στατιστικές ιδιότητες που πρόκειται να γενικευθούν για έναν πληθυσμό. Αν τα Α και Β είναι γνωστά ως αμετάβλητα και η τυχαία διακύμανσή τους είναι μικρή, τότε η γενίκευση από λίγα παραδείγματα μπορεί να θεωρηθεί δικαιολογημένα αποδεκτή. Στην αντίθετη περίπτωση, όπου τα Α και Β έχουν μεγάλη μεταβλητότητα, η γενίκευση μπορεί να συμβεί μόνο στην περίπτωση που υπάρχουν αρκετά επιβεβαιωμένα παραδείγματα.

Η μεταβλητότητα των γεγονότων ή των αντικειμένων σχετίζεται άμεσα με την τάξη στην οποία ανήκουν τα γεγονότα ή τα αντικείμενα. Έτσι, όταν οι άνθρωποι πιστεύουν ότι το είδος των αντικειμένων είναι πολύ ευμετάβλητο σε σχέση με το είδος της ιδιότητας που πρόκειται να γενικευθεί, τότε δεν μπορούν να οδηγηθούν σε κάποιο συμπέρασμα που να αναφέρει ότι διάφορα παραδείγματα κάποιας υποομάδας έχουν μια δεδομένη ιδιότητα. Αντίθετα, αν οι άνθρωποι θεωρούν ότι ένα συγκεκριμένο είδος αντικειμένων είναι αμετάβλητο σε σχέση με ένα είδος ιδιότητας, τότε αρκεί ένα μόνο παράδειγμα για να επιβεβαιώσει μια γενίκευση. Αποτελέσματα εμπειρικών ερευνών έχουν δείξει ότι οι άνθρωποι έχουν την ικανότητα να αξιολογούν το βαθμό της μεταβλητότητας με μεγάλη ακρίβεια για πολλές ιδιότητες και χρησιμοποιούν τη μεταβλητότητα αυτή για την παραγωγή γενικεύσεων (Nisbett, Krantz, Jepson, & Kunda, 1983). Οι γενικεύσεις στις οποίες προβαίνουν οι άνθρωποι διαφοροποιούνται όσον αφορά την ισχύ τους, ανάλογα με την ομοιογένεια που

υπάρχει στις καταστάσεις από τις οποίες θα προκύψει η γενίκευση. Η δύναμη μιας γενίκευσης μπορούμε να θεωρήσουμε ότι βρίσκεται σε ένα συνεχές και μεταβάλλεται ανάλογα με το βαθμό ομοιογένειας των καταστάσεων που εμπλέκονται. Δεδομένης μιας ομοιογένειας στις καταστάσεις, οι άνθρωποι είναι δυνατόν να οδηγηθούν σε μια πολύ δυνατή γενίκευση από μια μόνο κατάσταση. Αντίθετα, σε μια δεδομένη ανομοιογένεια δεν μπορεί να προκύψει μια δυνατή γενίκευση, ακόμα και αν ο αριθμός των καταστάσεων είναι αρκετά μεγάλος.

Η πραγματιστική προσέγγιση της μελέτης της επαγωγικής διαδικασίας αντιμετωπίζει το θέμα της επιβεβαίωσης μιας γενίκευσης με τέτοιο τρόπο, ώστε να αποφεύγονται παράδοξα όπως του Hempel (1965). Σύμφωνα με την προσέγγιση αυτή, οι προτάσεις «Όλα τα A είναι B» και «Ό,τι δεν είναι B δεν είναι A» δεν μπορούν να θεωρηθούν ισοδύναμες, όπως θα συνέβαινε στην τυπική συντακτική γλώσσα του κατηγορικού λογισμού. Επομένως, οι δύο προτάσεις δεν αναμένεται να οδηγούν στο ίδιο συμπέρασμα. Έτσι, η ικανότητα μιας γενίκευσης να οδηγεί σε συμπέρασμα μπορεί να θεωρηθεί ως συνάρτηση του υπόβαθρου γνώσης που έχει το σύστημα για το είδος των πραγμάτων και των ιδιοτήτων που εμπλέκονται.

Επιπλέον, για την παραγωγή μιας γενίκευσης γεγονότων σημαντικό ρόλο έχει η αναγνώριση της «πιθανότητας εμφάνισης» των γεγονότων. Στις περιπτώσεις που δεν αναγνωρίζεται η επίδραση του παράγοντα «πιθανότητα εμφάνισης» μιας ιδιότητας στα αντικείμενα ή κάποιας συμπεριφοράς στα άτομα, οι άνθρωποι οδηγούνται στην παραγωγή ενός προδιαθετημένου συμπεράσματος. Το προδιαθετημένο συμπέρασμα είναι ένας διαχρονικός κανόνας που καθορίζει ότι μια δεδομένη κατάσταση του αντικειμένου ή του οργανισμού συσχετίζεται γενικά με μια δεδομένη «επόμενη κατάσταση». Αν τα άτομα αναγνωρίζουν τη σημαντικότητα του παράγοντα «πιθανότητα εμφάνισης» στον καθορισμό αυτού που συμβαίνει ή στο τι

παρατηρείται, τότε οι γενικεύσεις θα είναι λιγότερο δυνατές. Επιπλέον, η μη αναγνώριση του παράγοντα «πιθανότητα εμφάνισης» και του βαθμού μεταβλητότητας ανάμεσα στις διάφορες καταστάσεις που εμπλέκονται στη διαδικασία της γενίκευσης είναι δυνατό να οδηγήσουν σε υπεργενικεύσεις (Nisbett κ.ά., 1983). Παράλληλα, μια λανθασμένη αξιολόγηση της μεταβλητότητας των γεγονότων ή καταστάσεων οδηγεί στη διατήρηση στερεότυπων. Σύμφωνα με τους Quattrone και Jones (1980), «η τάση κάποιου παρατηρητή να γενικεύει από τη συμπεριφορά μιας συγκεκριμένης ομάδας ως ολότητα είναι ανάλογη με την αντίληψη του παρατηρητή σχετικά με την ομοιογένεια της ομάδας» (σελ. 141). Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι θεωρείται δεδομένος ένας μεγαλύτερος βαθμός ομοιογένειας σε ένα σύνολο ανθρώπων που τους έχει αποδοθεί μια ιδιότητα από ό,τι πραγματικά είναι. Επιπλέον, έχει παρατηρηθεί ότι οι άνθρωποι μπορούν να «αναγνωρίζουν τη γενική μεταβλητότητα μιας ομάδας ανθρώπων και την έκταση στην οποία διαφέρουν τα μέλη της μεταξύ τους όταν εξεταστούν από όλες τις διαστάσεις», όταν θεωρούν τις ομάδες αυτές οικείες (Quattrone & Jones, 1980, σελ. 141). Στις περιπτώσεις που οι άνθρωποι είναι λιγότερο οικείοι με κάποιες ομάδες, υποθέτουν ότι τα μέλη των ομάδων είναι σχετικά ομοιόμορφα.

Είναι φανερό ότι οι αξιολογήσεις των ανθρώπων για τη μεταβλητότητα και η τάση τους να γενικεύουν εξαρτώνται από την προηγούμενη τους γνώση και την εμπειρία τους. Αναμενόμενη συνέπεια του φαινομένου αυτού είναι η διαφοροποίηση του συλλογισμού των ανθρώπων για γεγονότα ή καταστάσεις διαφορετικών πεδίων. Σχετικά ερευνητικά αποτελέσματα έδειξαν ότι οι άνθρωποι είναι πιο πιθανόν να εφαρμόζουν στατιστικές αρχές στη λύση προβλημάτων που περιέχουν αντικειμενικές ιδιότητες, σε σχέση με τα προβλήματα τα οποία χαρακτηρίζονται από υποκειμενικές ιδιότητες. Προβλήματα με αντικειμενικές ιδιότητες θεωρούνται τα

προβλήματα στα οποία η συμπεριφορά ή η ιδιότητα μπορεί να αξιολογηθεί από αντικειμενικά μέσα τα οποία θα διευκολύνουν την αναγνώριση στατιστικών παραγόντων, όπως είναι η μεταβλητότητα και το τυχαίο. Προβλήματα με υποκειμενικές ιδιότητες θεωρούνται τα προβλήματα στα οποία η συμπεριφορά ή η ιδιότητα μπορεί να αξιολογηθεί με υποκειμενικά μέσα (Jepson, Krantz, & Nisbett, 1983; Fong, Krantz, & Nisbett, 1986). Τα πορίσματα των ερευνών αυτών ενισχύουν την άποψη ότι οι στρατηγικές επαγωγικού συλλογισμού πιθανόν να είναι πολύ διαφορετικές στα διαφορετικά πεδία περιεχομένου. Επομένως, θεωρείται αναμενόμενο ότι ο επαγωγικός συλλογισμός θα καθοδηγείται συχνά από συμπερασματικούς κανόνες που περιέχουν στατιστικές αρχές όταν οι συλλογισμοί των ανθρώπων αναφέρονται σε πεδία όπου οι ιδιότητες μπορούν εύκολα να αξιολογηθούν ανάλογα με τη μεταβλητότητα και το ρόλο που παίζει ο παράγοντας «πιθανότητα εμφάνισης» στην παραγωγή τους.

Παρόλα αυτά, ο Holland και οι συνεργάτες του (1986) θεωρούν ότι οι άνθρωποι δεν χρησιμοποιούν συνήθως αφηρημένα συμπερασματικά συστήματα, όπως είναι τα συστήματα των στατιστικών κανόνων, για να προβούν σε συμπεράσματα συνηθισμένων καθημερινών καταστάσεων και γεγονότων. Μάλλον, οι άνθρωποι καταλήγουν σε συμπεράσματα μέσω εμπειρικών κανόνων εξειδικευμένου πεδίου. Συγκεκριμένα, οι ερευνητές αναφέρουν ότι οι άνθρωποι χρησιμοποιούν συνήθως πραγματιστικά συλλογιστικά σχήματα, δηλαδή συστήματα κανόνων τα οποία έχουν την ικανότητα γενίκευσης και αφαίρεσης, αλλά παράλληλα μπορούν να καθοριστούν ανάλογα με τις τάξεις των στόχων και τους τύπους των σχέσεων που υπάρχουν ανάμεσα στις καταστάσεις ή στα γεγονότα. Τα σχήματα αυτά θεωρούνται ότι εφαρμόζονται σε μεγάλο εύρος πεδίων περιεχομένου και

μπορούν να διδαχθούν με σκοπό να μπορούν εύκολα να εφαρμόζονται στη λύση προβλημάτων καθημερινής ζωής (Cheng, 1985: Cheng & Holyoak, 1985).

Σε γενικές γραμμές, ένα επαγωγικό σύστημα θα πρέπει να επιλέγει τις προς γενίκευση καταστάσεις με βάση το είδος των γενικών συμπερασμάτων που αναμένονται. Τα συμπεράσματα αυτά θα πρέπει να συμβάλλουν σημαντικά σε μελλοντικές συμπεριφορές του συστήματος σε περιβάλλον λύσης προβλήματος. Επιπλέον, το σύστημα θα πρέπει να προβαίνει σε αποφάσεις σχετικές με το πλήθος των παραδειγμάτων και το βαθμό μεταβλητότητας και ικανότητας πρόβλεψης που απαιτούνται για την παραγωγή μιας ενδεχομένως χρήσιμης γενίκευσης. Για να οδηγήσουν οι αποφάσεις αυτές σε έγκυρες γενικεύσεις, θα πρέπει να είναι ακριβείς όσον αφορά την αναπαράσταση της μεταβλητότητας του περιβάλλοντος και του ρόλου που παίζει ο παράγοντας «πιθανότητα εμφάνισης». Επιπλέον, οι αποφάσεις θα πρέπει να είναι ακριβείς στην εφαρμογή σύνθετων συμπερασματικών κανόνων που σχετίζονται με το νόμο των μεγάλων αριθμών.

Οι περισσότερες γενικεύσεις γίνονται για αφηρημένες κατηγορίες, αλλά επίσης ενδιαφέρουσες είναι οι γενικεύσεις που γίνονται για άτομα. Οι γενικεύσεις για τις κατηγορίες εισαγάγουν μεταβλητές που εκτείνονται σε αντικείμενα ή ζώα, όπως π.χ. «Αν ο X είναι σκύλος, τότε ο X γαβγίζει». Οι γενικεύσεις για τα άτομα συνήθως εισαγάγουν μεταβλητές που εκτείνονται στο χρόνο και στις καταστάσεις, όπως π.χ. «Αν προσβάλεις το Φώτη οποιαδήποτε στιγμή t, τότε θα σε τιμωρήσει».

Γενικά η εφαρμογή του μηχανισμού της γενίκευσης παρέχει τη βάση για τη δημιουργία των προκαθορισμένων ιεραρχιών και αποσκοπεί στη γενίκευση υπάρχοντων κανόνων. Στη βιβλιογραφία αναφέρονται δύο βασικοί τύποι γενίκευσης, η γενίκευση απλοποίησης συνθήκης και η γενίκευση με βάση παράδειγμα (Holland κ.ά., 1986).

Γενίκευση απλοποίησης συνθήκης. Ο τύπος της γενίκευσης αυτής μετατρέπει έναν υπάρχοντα κανόνα σε πιο γενικό με το να αγνοεί ή να παραλείπει μέρη των συνθηκών του. Ο πιο στοιχειώδης τύπος της γενίκευσης απλοποίησης συνθήκης είναι η απλή διαγραφή ενός μέρους της συνθήκης του κανόνα. Μια άλλη παραλλαγή της γενίκευσης απλοποίησης συνθήκης προκύπτει από την τομή των συνθηκών δύο όμοιων κανόνων. Στην περίπτωση αυτή, οι απαιτήσεις των κανόνων που δεν ανήκουν στην τομή θεωρούνται ως λεπτομέρειες που θα πρέπει να αγνοηθούν.

Γενίκευση με βάση παράδειγμα. Το είδος αυτό της γενίκευσης προκύπτει όταν ένα μέρος ενός νέου κανόνα παράγεται από τη σύνδεση δύο ή περισσότερων χαρακτηριστικών γνωρισμάτων ενός παραδείγματος. Είναι ένας μηχανισμός που ουσιαστικά προσθέτει νέους κανόνες σε υπάρχουσες έννοιες. Η γενίκευση με βάση παράδειγμα θεωρήθηκε πολύ σημαντικό είδος γενίκευσης από την εποχή του Αριστοτέλη μέχρι τη σημερινή εποχή, όπου αποτέλεσε το επίκεντρο της μελέτης στο πεδίο της τεχνητής νοημοσύνης (Winston, 1975; Mitchell, 1977, 1979). Η ενεργοποίηση αυτού του τύπου γενίκευσης προκαλείται από μηνύματα τα οποία περιγράφουν παραδείγματα με όμοιες ιδιότητες. Οι νέοι μορφοποιημένοι κανόνες που προκύπτουν από τη διαδικασία αυτή θεωρούνται απλώς υποψήφιες γενικεύσεις που θα πρέπει να επιβιώσουν στο συναγωνισμό με άλλους κανόνες.

Εξειδίκευση

Η ανάγκη να υπάρχουν χρήσιμοι κανόνες για να μοντελοποιήσουν το περιβάλλον προωθεί το σύστημα να γενικεύσει, αλλά οι κανόνες μπορεί αργότερα να προκαλέσουν λανθασμένες προβλέψεις. Όταν ένας κανόνας αναγνωρίζεται ως η πηγή λανθασμένων προβλέψεων, η αποτυχία της πρόβλεψης είναι συχνά αποτέλεσμα μιας υπεργενίκευσης. Η συνθήκη του κανόνα ικανοποιείται από την

κατάσταση του περιβάλλοντος, αλλά το αποτέλεσμα της δράσης του κανόνα δεν είναι αυτό που προβλέπεται από το μοντέλο. Τεχνικά η συνθήκη του κανόνα μεταχειρίζεται την κατάσταση του περιβάλλοντος ως μέλος μιας εξειδικευμένης ισοδύναμης τάξης, αλλά η μεταφορά που επικαλείται από τον ημιμορφισμό δεν ικανοποιεί τις απαιτήσεις ενός ομομορφισμού, δηλαδή το μοντέλο δεν διατηρεί σχέσεις που υπάρχουν στον κόσμο. Τότε αναγκαστικά το σύστημα προβαίνει στη δημιουργία ενός κανόνα εξαίρεσης, ο οποίος θα ανακαθορίσει τον ημιμορφισμό. Ο νέος κανόνας θα προκύψει από έναν υπάρχοντα αυξάνοντας τη συνθήκη του υπάρχοντος κανόνα με επιπρόσθετες «μη συνήθεις» ιδιότητες του λανθασμένου πλαισίου και υποκαθιστώντας το μη αναμενόμενο αποτέλεσμα με τη δράση του νέου κανόνα.

Σύνδεση Σχετικών Μεταξύ τους Κανόνων

Σε ένα σύστημα το οποίο είναι βασισμένο σε κανόνες η διαχείριση των εννοιών ως συστάδες κανόνων εξαρτάται από την ύπαρξη αμοιβαίων αλληλεπιδράσεων ανάμεσα στους κανόνες. Η εμφάνιση των αλληλεπιδράσεων αυτών είναι αποτέλεσμα σύνδεσης κανόνων. Οι λειτουργικές αρχές που εξασφαλίζουν τη σύνδεση αυτή ωθούνται προς ενεργοποίηση όταν δυνατοί αποσυνδεδεμένοι κανόνες δραστηριοποιούνται στο ίδιο πλαίσιο ή με μια μικρή χρονική διαφορά. Κάτω από αυτή τη λειτουργική αρχή, η δραστηριοποίηση ενός δυνατού κανόνα στο πλαίσιο άλλων δυνατών κανόνων προκαλεί την ενεργοποίηση κανόνων-απογόνων οι οποίοι είναι στενά συνδεδεμένοι με τους κανόνες του πλαισίου. Σε ένα σύστημα στο οποίο μπορεί να υπάρχει παράλληλη ενεργοποίηση κανόνων οι κανόνες που δραστηριοποιούνται στο ίδιο πλαίσιο είναι συνήθως μεταξύ τους σχετικοί (συγχρονικές σχέσεις), ενώ οι κανόνες που δραστηριοποιούνται μετά

από μικρή χρονική διαφορά προκαλούν συχνά συνδέσμους αιτίας (διαχρονικές σχέσεις). Αυτό αιτιολογεί τη συγκεκριμένη συνθήκη που ωθεί την ενεργοποίηση της λειτουργικής αρχής.

Μορφοποίηση Κατηγοριών

Οι κατηγορίες είναι συστάδες αλληλοσυσχετιζόμενων κανόνων που προκύπτουν από επαγωγικούς μηχανισμούς. Δημιουργούνται και αναθεωρούνται συνεχώς στην προσπάθεια που καταβάλλουν τα συστήματα να επιτύχουν τους στόχους τους. Οι κατηγορίες, όπως επίσης οι έννοιες και τα σχήματα, μορφοποιούνται είτε με τις «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασίες ανακάλυψης και αναθεώρησης της συνδιακύμανσης στατιστικών παραμέτρων που αναπαριστούν την κατανομή των ιδιοτήτων είτε με τις «από πάνω προς τα κάτω διαδικασίες».

Η μορφοποίηση κατηγοριών μπορεί να αντιμετωπιστεί από δύο όψεις: (α) την ανίχνευση των στατιστικών πτυχών των κατανομών των ιδιοτήτων στις διάφορες κατηγορίες και (β) την αρχή επικέντρωσης στο δείγμα. Θεωρώντας την πρώτη όψη, έχει παρατηρηθεί ότι οι άνθρωποι έχουν μια ξεκάθαρη αναπαράσταση των κατανομών αυτών. Επιπλέον, οι κατανομές των ιδιοτήτων στις διάφορες κατηγορίες μορφοποιούνται με βάση τους πολύ γενικούς κανόνες για τη φύση των κατανομών των ιδιοτήτων. Μόλις μορφοποιηθούν οι άδηλες κατανομές ιδιοτήτων καθοδηγούν επακόλουθες αποφάσεις κατηγοριοποίησης και επακόλουθες γενικεύσεις για τα νέα παραδείγματα που παρατηρούνται σε μια κατηγορία.

Όσον αφορά τη δεύτερη όψη της μορφοποίησης κατηγοριών, έχει παρατηρηθεί ότι οι άνθρωποι στην προσπάθειά τους να μάθουν τις συστάδες των κανόνων που χαρακτηρίζουν μια κατηγορία ή έννοια επικεντρώνονται στα χαρακτηριστικά που περιέχονται σε κανόνες που έχουν αποδειχθεί ότι μπορούν να

κάνουν κατάλληλες προβλέψεις. Η στρατηγική επικέντρωσης στο δείγμα επιταχύνει τη μάθηση ανάλογα με το βαθμό στατιστικής συσχέτισης των χαρακτηριστικών των κανόνων (Holland κ.ά., 1986).

Η μορφοποίηση κατηγοριών είναι δυνατό να προκύψει από το συνδυασμό εννοιών. Μια έννοια είναι μια δομή δεδομένων που περιλαμβάνει συστάδες κανόνων που αφορούν μια συγκεκριμένη κατηγορία. Επομένως, η μορφοποίηση εννοιών θα έχει ως αποτέλεσμα τη μορφοποίηση κατηγοριών. Οι έννοιες μπορούν να μορφοποιηθούν με τις «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασίες με την αναγνώριση πολλαπλών κανόνων που έχουν όμοιες συνθήκες και διαφορετικές δράσεις, όπως επίσης και με τις «από πάνω προς τα κάτω» διαδικασίες με τη σύνδεση υπάρχουσων εννοιών. Η μορφοποίηση νέων εννοιών με την άμεση σύνδεση υπάρχουσων εννοιών μπορεί να θεωρηθεί ως ένας εκλεπτυσμένος τύπος εξειδίκευσης στην οποία οι «απόγονοι» είναι δύο κύριες κατηγορίες, όπως για παράδειγμα ένα κατοικίδιο ψάρι είναι και κατοικίδιο και ψάρι.

Ο συνδυασμός των εννοιών θα προσφέρει αφενός νέους κανόνες που θα χρησιμοποιηθούν για τη μοντελοποίηση νέων καταστάσεων και αφετέρου, θα προκαλέσει την οικοδόμηση μιας νέας έννοιας, η οποία θα έχει μερικούς από τους κανόνες που είναι επισυναπτόμενοι στις αρχικές έννοιες. Τυπικά, ο συνδυασμός εννοιών ωθείται προς ενεργοποίηση όταν οι κανόνες που επισυνάπτονται σε δύο ενεργοποιημένες έννοιες, οι οποίες έχουν κοινά παραδείγματα, παράγουν συγκρουόμενες προβλέψεις για τα παραδείγματα αυτά. Έτσι, η οικοδόμηση της νέας έννοιας που προκύπτει έχει νέους κανόνες με σκοπό να διευθετήσει τις προβλέψεις αυτές.

Σε όλες τις περιπτώσεις συνδυασμού εννοιών, εκτός από τις απλούστερες, απαιτείται ανάλυση των αντιθέσεων που υπάρχουν ανάμεσα στα χαρακτηριστικά ή

στους επισυναπτόμενους με τις έννοιες κανόνες. Ένας από τους πιο σημαντικούς προσδιορισμούς ανάλυσης των αντιθέσεων είναι ο βαθμός μεταβλητότητας που χαρακτηρίζει καθεμιά από τις αρχικές έννοιες σε σχέση με την ιδιότητα που διερευνάται. Όσο λιγότερο μεταβλητή είναι η αρχική έννοια σε σχέση με την ιδιότητα, τόσο πιο πολύ επηρεάζει την έννοια-απόγονο που θα προκύψει από το συνδυασμό.

Αναλογία

Η αναλογία είναι μια πολύπλοκη επαγωγική διαδικασία σύμφωνα με την οποία μεταφέρονται εμπειρίες από κάποια πεδία σε άλλα πεδία, τα οποία είναι λιγότερα οικεία στο γνωστικό σύστημα. Τυπικά, μπορεί να θεωρηθεί ως η διαδικασία η οποία χρησιμοποιεί έναν ημιμορφισμό κάποιου πεδίου με σκοπό την κατασκευή ενός άλλου ημιμορφισμού για ένα άλλο πεδίο. Θεωρείται ένας «από πάνω προς τα κάτω» μηχανισμός οικοδόμησης νοητικών μοντέλων. Στην πιο σύνθετη της μορφή αναφέρεται ως ένας μηχανισμός που ενοποιεί αποκλίνουσες πηγές γνώσης με σκοπό να μοντελοποιήσει μια νέα κατάσταση. Η εύρεση και η χρήση αναλογιών εξαρτάται από την κατάλληλη χρήση των συγχρονικών και των διαχρονικών κανόνων. Άμεση συνέπεια της χρήσης αναλογιών είναι η δημιουργία πιο αφηρημένων κατηγοριών ή σχημάτων που θα καθορίζουν αφηρημένες ιδιότητες, οι οποίες είναι κοινές στα συγκεκριμένα ανάλογα.

Σε καταστάσεις λύσης προβλήματος η αναλογία χρησιμοποιείται για τη δημιουργία νέων κανόνων οι οποίοι θα μπορούν να εφαρμόζονται σε ένα νέο πρόβλημα-στόχο. Η δημιουργία των νέων κανόνων επιτυγχάνεται μέσω της μεταφοράς της γνώσης από ένα πεδίο-πηγή, που είναι κατανοητό στο γνωστικό σύστημα, σε ένα νέο πρόβλημα-στόχο. Ο βαθμός στον οποίο μπορεί να

χρησιμοποιηθεί μια αναλογία εξαρτάται από την αναγνώριση και τη διαχείριση σημαντικών ομοιοτήτων ανάμεσα στο στόχο και την πηγή. Αυτό αντανakλά στο βαθμό στον οποίο μια αναλογία μπορεί να κάνει δύο έννοιες να φαίνονται πιο όμοιες από ότι ήταν προηγουμένως.

Η αναλογία διαφέρει από τα άλλα είδη επαγωγικών μηχανισμών στο γεγονός ότι είναι λιγότερο άμεσα επικεντρωμένη στην τρέχουσα κατάσταση προβλήματος. Αυτό συμβαίνει, γιατί η επίλυση ενός προβλήματος με την αναλογία απαιτεί την επικέντρωση σε πληροφορίες πέρα από το πρόβλημα, γεγονός που αναζητεί αρχικά μια σχετικά επαρκή πηγή αναλόγου. Μόλις καθοριστεί το σχετικό ανάλογο, απαιτείται το συγκεκριμένο υποσύνολο γνώσεων της πηγής που θα χρησιμοποιηθεί για την ανάπτυξη ενός μοντέλου της κατάστασης-στόχου.

Η δομή της αναλογίας. Πορίσματα διάφορων ερευνών αναφέρουν ότι μπορούν να βρεθούν αναλογίες ανάμεσα σε οντότητες με διαφορετικό βαθμό αρχικής ομοιότητας. Οι αναλογίες αυτές συνήθως αναγνωρίζονται από τη χρονική και τη χωρική γειτνίαση των αναλόγων (Anderson, Greeno, Kline, & Neves, 1981: Pirolli & Anderson, 1985). Επιπλέον, αναλογίες μπορούν να βρεθούν ανάμεσα σε έννοιες οι οποίες ανήκουν στο ίδιο πεδίο, αλλά επιφανειακά είναι πολύ διαφορετικές. Οι αναλογίες του τύπου αυτού χαρακτηρίζονται ως «ενδοπεδιακές» και βασίζονται στην αντίληψη των αφηρημένων, συστηματικών και πρακτικά σημαντικών ομοιοτήτων που εμπεριέχονται ανάμεσα στις πιο εμφανείς επιφανειακές διαφορές (Holland κ.ά., 1986). Ο ρόλος τους είναι σημαντικός στη δημιουργία και στην αρχική αιτιολόγηση επιστημονικών υποθέσεων. Για την αναγνώρισή τους απαιτείται επανα-ανάλυση των αναλόγων και δημιουργία νέων και πιο γενικών κανόνων, ώστε να αναγνωριστούν οι ομοιότητες που βρίσκονται κάτω από τις διαφορετικές επιφάνειες των αναλόγων. Ουσιαστικά, οι ενδοπεδιακές αναλογίες

απαιτούν τη δημιουργία νέων κατηγοριών που θα περιλάβουν τα κοινά όμοια στοιχεία των αναλόγων. Αναλογίες με αυτές τις απαιτήσεις μπορούν να προκύψουν και από επιφανειακά διαφορετικά ανάλογα τα οποία ανήκουν σε διαφορετικά πεδία. Στην περίπτωση αυτή οι αναλογίες που προκύπτουν ονομάζονται «διαπεδιακές» (Hofstadter, 1984).

Μηχανισμοί αναλογικής μεταφοράς. Η διαδικασία επίλυσης προβλήματος με αναλογία μπορεί εννοιολογικά να οργανωθεί σε τέσσερα βασικά στάδια: (1) την οικοδόμηση νοητικών αναπαραστάσεων της πηγής και του στόχου (κωδικοποίηση), (2) την επιλογή της πηγής ως ένα ενδεχομένως σχετικό ανάλογο με το στόχο, (3) την αντιστοιχία ανάμεσα στα συστατικά της πηγής και του στόχου (δηλαδή, αναγνώριση των συστατικών που παίζουν αντίστοιχους ρόλους στις δύο καταστάσεις), και (4) την επέκταση της αντιστοιχίας, ώστε να δημιουργηθούν κανόνες που μπορούν να εφαρμοστούν στο στόχο με σκοπό την επίτευξη της λύσης (μεταφορά της γνώσης στο στόχο μέσω της δημιουργίας νέων κανόνων). Αυτή είναι η γενική διαδικασία αναπαράστασης μιας κατάστασης προβληματισμού σε σχέση με τα βασικά της συστατικά (περιγραφή της αρχικής κατάστασης, της κατάστασης στόχου, των σχετικών λειτουργιών και των περιορισμών). Η κωδικοποίηση του προβλήματος θεωρείται καθοριστική στα συγκεκριμένα ανάλογα-πηγή που είναι δυνατό να θεωρηθούν σε κάθε περίπτωση εφαρμογής μιας αναλογίας. Παράλληλα, η κωδικοποίηση του προβλήματος θα ενεργοποιήσει τις βασικές διαδικασίες κατηγοριοποίησης και έρευνας που το σύστημα χρησιμοποιεί στην προσπάθειά του να επιτύχει τους στόχους του.

Η επιλογή του ανάλογου-πηγή μπορεί να θεωρηθεί ως το πρώτο βήμα χρήσης της αναλογίας καθεαυτής. Κατάλληλη θεωρείται μια πηγή η οποία μπορεί από μόνη της να μοντελοποιηθεί επιτυχώς και διατηρεί τις ιδιότητες αιτίας που είναι σχετικές

με μια επαρκή λύση του προβλήματος-στόχου. Εμπειρικά στοιχεία δείχνουν ότι τα υποψήφια ανάλογο-πηγής μπορούν να αναγνωριστούν με δύο βασικές διαδικασίες, το μετασχηματισμό του προβλήματος-στόχου και την ανάκληση σχετικών καταστάσεων που είναι αποθηκευμένες στη μνήμη.

Ο συστηματικός μετασχηματισμός του προβλήματος-στόχου μπορεί να δημιουργήσει ένα ανάλογο-πηγής το οποίο να σχετίζεται στενά με το στόχο και παράλληλα να διαφοροποιείται με έναν καθορισμένο τρόπο. Για παράδειγμα, μπορούν να δημιουργηθούν νέες καταστάσεις μετασχηματίζοντας μια σχετική ποσοτική διάσταση του προβλήματος-στόχου στην ελάχιστη ή στη μέγιστή της αξία (Polya, 1954; Clement, 1982). Η διαδικασία δημιουργίας ενός ανάλογου-πηγής καθοδηγείται από σχετικούς συγχρονικούς κανόνες που ενεργοποιούνται από συγκεκριμένες έννοιες, οι οποίες κατέχουν κεντρική θέση στο αρχικό μοντέλο του προβλήματος-στόχου.

Όταν ο μετασχηματισμός του προβλήματος-στόχου δεν επιτύχει στο να δημιουργήσει ανάλογο πηγής τα οποία να είναι σχετικά όμοια με το στόχο, τότε ανακαλείται από τη μνήμη μια γνωστή κατάσταση η οποία θα αποτελέσει την πηγή. Σύμφωνα με τον Clement (1982), όπως παρατηρήθηκε στις περιπτώσεις ενδοπεδικών αναλογιών, τα πιο ενδιαφέροντα παραδείγματα ανάκλησης αναλόγων-πηγής θεωρούνται εκείνα στα οποία η πηγή προκύπτει από πεδίο το οποίο φαίνεται να είναι πολύ απομακρυσμένο από το πεδίο του στόχου. Στις περιπτώσεις των ενδοπεδικών αναλογιών οι κοινές καταστάσεις είναι σχετικά αφηρημένες και οι διαφορές είναι πολύ έντονες. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την πρόκληση δυσκολιών σε ένα λύτη προβλήματος όταν προσπαθεί να ανακαλέσει ένα σχετικό ανάλογο-πηγής ή να παρατηρήσει τη σχετική με το πρόβλημα-στόχο συνάφεια που μπορεί να έχει ένα ανάλογο-πηγής που είναι αποθηκευμένο στη μνήμη (Gick & Holyoak, 1980).

Παρόλα αυτά, η παρατήρηση μιας σχετικής αναλογίας ανάμεσα σε διαφορετικά πεδία μπορεί να διευκολυνθεί μέσω κατάλληλης διδασκαλίας, κατά την οποία τα άτομα θα διδαχθούν να σκέφτονται για ένα πεδίο σε σχέση με ένα άλλο, εντελώς διαφορετικό. (Holland κ.ά., 1986).

Η διαδικασία λύσης προβλήματος με αναλογία ολοκληρώνεται με τον καθορισμό μιας κοινής αφηρημένης δομής που περιλαμβάνει τις αφηρημένες κοινές ιδιότητες πηγής και στόχου. Η κοινή αφηρημένη δομή, η οποία προκύπτει από τις αντιστοιχίες ανάμεσα στα επιμέρους στοιχεία του προβλήματος-πηγή και του προβλήματος-στόχου, μπορεί να θεωρηθεί ως ένα νοητικό σχήμα των προβλημάτων. Το σχήμα αυτό αναπαριστά μια αφηρημένη κατηγορία και τα συγκεκριμένα ανάλογα αποτελούν παραδείγματα της κατηγορίας αυτής. Ο βασικός μηχανισμός για την επαγωγή ενός αναλογικού νοητικού σχήματος περιλαμβάνει τον καθορισμό των συγκεκριμένων στοιχείων των δύο μοντέλων- προβλημάτων στα οποία ταυτίστηκαν οι συνθήκες των υπεύθυνων για τη μεταφορά κανόνων. Οι κανόνες αυτοί θεωρούνται ότι επιφέρουν τη μεταφορά από την αρχική κατάσταση προβληματισμού στην τελική κατάσταση επίτευξης του στόχου και επιπλέον επιτυγχάνουν μια επιτυχή αντιστοιχία στα συγκεκριμένα ανάλογα.

Διαδικασίες Επαγωγικού Συλλογισμού

Κάτω από το πρίσμα της Θεωρίας Επεξεργασίας Πληροφοριών ο επαγωγικός συλλογισμός θεωρήθηκε θεμελιώδης στη μεθοδική επεξεργασία πληροφοριών και στην αναδιάταξη της αναπαράστασης της γνώσης, ανεξάρτητα από τον κώδικα με τον οποίο η γνώση αναπαριστάται (De Koning & Hamers, 1999). Για το λόγο αυτό, επιχειρήθηκε η διαμόρφωση ενός έγκυρου θεωρητικού πλαισίου, που αφενός να

ορίζει τις γενικές διαδικασίες που εμπλέκονται στην επίλυση επαγωγικών προβλημάτων και αφετέρου να δίνει ικανοποιητικές απαντήσεις στο ερώτημα των ατομικών διαφορών (Pellegrino, 1985). Στα πλαίσια μιας ορθολογιστικής προσέγγισης η έρευνα προσπάθησε να αποκαλύψει τις επαγωγικές διαδικασίες, οι οποίες σχηματίζουν τη βάση για μια σύνθετη απορρόφηση της γνώσης. Δηλαδή, δόθηκε έμφαση στην ανάλυση των τρόπων με τους οποίους η γνώση απορροφάται, επεξεργάζεται και αναπαριστάται, καθώς και στις δυνατότητες εκπαίδευσης των τρόπων αυτών (De Koning & Hamers, 1999). Τα ερευνητικά πορίσματα αναφέρουν ότι η διαδικασία του επαγωγικού συλλογισμού χαρακτηρίζεται από δύο κύριους τύπους διαδικασιών, τις «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασίες και τις «από πάνω προς τα κάτω» διαδικασίες (Holyoak & Nisbett, 1988). Η διεργασία επεξεργασίας των πληροφοριών «από κάτω προς τα πάνω» περιλαμβάνει την ανίχνευση, τον εντοπισμό και την οργάνωση των πληροφοριών από τα αντικείμενα και τα γεγονότα (Κολιάδης, 2002). Για το λόγο αυτό, οι «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασίες ανήκουν στο γενικότερο τύπο των διαδικασιών «εκτέλεσης» (Bisanz κ.ά., 1994). Οι «από πάνω προς τα κάτω» διαδικασίες περιλαμβάνονται στις μεταγνωστικές στρατηγικές (Bisanz κ.ά., 1994), αφού συνδυάζουν την κεντρική νευροχημική επεξεργασία που συμβαίνει στις πληροφορίες με τις διεργασίες επεξεργασίας που προηγήθηκαν για την απόκτηση μιας ολοκληρωμένης αντίληψης (Κολιάδης, 2002).

«Από Κάτω Προς τα Πάνω» Διαδικασίες

Οι «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασίες διασφαλίζουν την ακριβή επεξεργασία των πληροφοριών και εγγυώνται τη μεθοδικότητα στην επεξεργασία και στην αναπαράσταση της γνώσης (De Koning & Hamers, 1999: Sternberg & Gardner, 1983). Σύμφωνα με τον Κολιάδη (2002), οι διαδικασίες αυτές

«...συνίστανται στην ανάλυση των βασικών χαρακτηριστικών του ερεθίσματος και στη συνακόλουθη σύνθεσή τους» (σελ. 204). Το χαρακτηριστικό τους γνώρισμα είναι ότι «...το αποτέλεσμα ενός κατώτερου βήματος επεξεργασίας ποτέ δεν επηρεάζεται από την δράση του ανώτερου βήματος» (Κωσταρίδου-Ευκλείδη, 1992, σελ 79). Παρόλα αυτά, η τελική μορφή και σύνθεση, όπως επίσης και το νόημα που θα προσδοθεί στο ανώτατο στάδιο σύνθεσης καθορίζονται από την ανάλυση και την επεξεργασία των επιμέρους στοιχείων. Κατά την εφαρμογή των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών το άτομο αναγνωρίζει και αντιλαμβάνεται τα αντικείμενα και τις μορφές, αφού προηγουμένως αναλύσει τα χαρακτηριστικά τους και στη συνέχεια τα επανασυνθέσει σε μια ολοκληρωμένη μορφή που έχει νόημα και σημασία. Επομένως, οι διαδικασίες αυτές περιλαμβάνονται στις αναλυτικο-συνθετικές επαγωγικές επεξεργασίες που κατευθύνονται από τα πληροφοριακά ερεθίσματα και ενεργοποιούνται και πραγματοποιούνται όταν προσφέρονται πολυάριθμα και ποικίλα ερεθίσματα (Κολιάδης, 2002).

Οι «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασίες προέκυψαν ως αποτέλεσμα της μελέτης των διάφορων τρόπων με τους οποίους οι άνθρωποι λύνουν αναλογίες. Συγκεκριμένα, ο Sternberg (1977) στηριζόμενος στους τρόπους με τους οποίους οι άνθρωποι λύνουν αναλογίες της μορφής « $a:\beta = \gamma:?$ » και χρησιμοποιώντας ως μεταφορά την επεξεργασία των πληροφοριών που συμβαίνει στον ηλεκτρονικό υπολογιστή, καθόρισε γενικά βήματα των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών. Με αναφορά στον τύπο της αναλογίας « $a:\beta = \gamma:?$ » τα γενικά βήματα καθορίζονται ως: (α) κωδικοποίηση των ιδιοτήτων των στοιχείων a και β του πρώτου λόγου, (β) εξαγωγή συμπεράσματος για τις σχέσεις ανάμεσα στις ιδιότητες των στοιχείων a και β του πρώτου λόγου, (γ) αντιστοιχία των στοιχείων a και γ , (δ) εφαρμογή της σχέσης που υπάρχει ανάμεσα στα στοιχεία a και β του πρώτου λόγου στα στοιχεία γ και $?$

του δεύτερου λόγου και τέλος (ε) έλεγχος της λύσης γ:δ με την έννοια της αιτιολόγησης. Οι διαδικασίες αυτές γενικότερα αναφέρονται ως «κωδικοποίηση», «αναφορά», «απάντηση» και «αιτιολόγηση» (Sternberg, 1985: Sternberg & Gardner, 1983). Για διδακτικούς σκοπούς οι διαδικασίες αυτές καθορίστηκαν αντίστοιχα ως «διερεύνηση για σχετικές ιδιότητες ή σχέσεις», «σύγκριση ομοιοτήτων ή ανομοιοτήτων των ιδιοτήτων ή των σχέσεων», «επίλυση του προβλήματος με βάση τη σύγκριση» και «έλεγχος της λύσης» (De Koning & Hamers, 1999: Hamers, De Koning, & Sijtsma, 1998).

«Από Πάνω Προς τα Κάτω» Διαδικασίες

Οι «από πάνω προς τα κάτω» διαδικασίες, ως μεταγνωστικές, έχουν πιο ενεργή οικοδομιστική λειτουργία με την έννοια της κατεύθυνσης και του ελέγχου των διαδικασιών «από κάτω προς τα πάνω». Θεωρούνται πολύ σημαντικές στη διαδικασία του επαγωγικού συλλογισμού, γιατί προσδίδουν τον πιθανολογικό του χαρακτήρα. Ερευνητές αναφέρουν ότι οι άνθρωποι, σε αντίθεση με τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές, χρησιμοποιούν τις «από πάνω προς τα κάτω» συντομεύσεις για να φτάσουν σε αξιόπιστη και έγκυρη γνώση (Holyoak & Nisbett, 1988: Nisbett, 1993).

Κατά την εφαρμογή των «από πάνω προς τα κάτω» διαδικασιών διενεργείται σύγκριση και ταύτιση των νέων πληροφοριακών ερεθισμάτων με ήδη υπάρχουσες εσωτερικές αναπαραστάσεις που σχετίζονται με τις νέες πληροφορίες.

Συγκεκριμένα, τα πληροφοριακά ερεθίσματα αφού αναλυθούν στα επιμέρους χαρακτηριστικά τους ενεργοποιούν τις έννοιες, τις γνώσεις, τις εσωτερικές αναπαραστάσεις, τα πρωτοτυπικά μοντέλα και γενικά τα γνωστικά σχήματα που είναι ήδη καταχωρημένα στη μακρόχρονη μνήμη του ατόμου, με σκοπό την

αντίληψη του αντικειμένου. Ο βαθμός αντίληψης ενός αντικειμένου σχετίζεται άμεσα με το βαθμό συμφωνίας ή ταύτισης του πληροφοριακού ερεθίσματος με το ήδη υπάρχων γνωστικό σχήμα του αντικειμένου στη μακρόχρονη μνήμη. Κατ' επέκταση, οι «από πάνω προς τα κάτω» διαδικασίες εξαρτώνται και κατευθύνονται από τις προϋπάρχουσες γνώσεις και εμπειρίες του ατόμου, καθώς επίσης και από το φυσικό και εννοιολογικό πλαίσιο όπου βρίσκονται τα πληροφοριακά ερεθίσματα.

Σε ερευνητικό επίπεδο μελετήθηκαν δύο πραγματιστικά επαγωγικά «από πάνω προς τα κάτω» συντομευμένα συλλογιστικά σχήματα, τα οποία βασίζονται σε στατιστικούς κανόνες (Nisbett κ.ά., 1983: Fong κ.ά., 1986). Το πρώτο σχήμα, το οποίο είναι βασισμένο στο νόμο των μεγάλων αριθμών, αποκαλύπτει ότι οι τιμές των παραμέτρων του δείγματος προσεγγίζουν τις τιμές του πληθυσμού ως συνάρτηση του μεγέθους του δείγματος. Το σχήμα αυτό εμποδίζει τους ανθρώπους να βλέπουν σχέσεις ανάμεσα σε στοιχεία όταν οι σχέσεις αυτές βασικά δεν εμφανίζονται πάντα. Ουσιαστικά, το σχήμα αυτό μορφοποιεί τη βάση για τη «στρατηγική της αντιπροσωπευτικότητας» (Holland κ.ά., 1986). Το δεύτερο σχήμα βασίζεται στην παλινδρόμηση ή στο μηχανισμό της επανάληψης. Αναπαριστά τις καταστάσεις εκείνες όπου οι ακραίες τιμές δεν βρίσκονται πια κατά τη διάρκεια επαναλαμβανόμενων παρατηρήσεων των ίδιων ή παρόμοιων στοιχείων. Το σχήμα αυτό ρυθμίζει τη «διαθέσιμη στρατηγική» (Holland, κ.ά., 1986), η οποία συσχετίζει στοιχεία μεταξύ τους με βάση την παρουσία ευδιάκριτων ή/και εύκολα αναγνωρίσιμων ιδιοτήτων.

Το κοινό αυτών των δύο σχημάτων παρουσιάζεται στο γεγονός ότι ο χαρακτήρας γενίκευσης του επαγωγικού συλλογισμού (με τη μέθοδο της συμφωνίας) πρέπει να συνοδεύεται από τη διάκριση της ιδιότητας (με τη μέθοδο της διαφοράς), η οποία ελέγχει τη μεταβλητότητα στη γνώση. Η ταξινόμηση αναφορικά με τον

περιορισμό ενός μέρους της υπό συνθήκη πρότασης θα πρέπει να βρίσκεται σε ισορροπία με τη διάκριση που σχετίζεται με την πρόσθεση περιορισμών σε μια πρόταση συνθήκης ή δράσης (Holland κ.ά., 1986). Αυτή η διαδικασία διασφαλίζει την ισορροπία ανάμεσα στο τι μπορεί να επεξηγήσει η γνώση που έχει αναπαραστασθεί και σε ποια σημεία η αναπαράσταση θα πρέπει να τροποποιηθεί (De Koning & Hamers, 1999).

Αυτές οι ανεξάρτητες πεδίου μεταγνωστικές διαδικασίες που είναι βασισμένες στα σχήματα φαίνεται να παίζουν σημαντικό ρόλο στην επεξεργασία των πληροφοριών. Έρευνες στους ενήλικες έχουν αποκαλύψει τη σπουδαιότητα των δύο αυτών σχημάτων και την εφαρμογή τους μετά από εκπαίδευση (Nisbett κ.ά., 1983; Fong κ.ά., 1986). Αντίθετα, ερευνητικά πορίσματα των Keil και Batterman (1984) αναφέρουν ότι τα μικρά παιδιά δεν εφαρμόζουν τα σχήματα αυτά, που ουσιαστικά δείχνουν με βεβαιότητα τις πραγματικές συνδέσεις που γίνονται αντιληπτές από τα άτομα.

Η ανάπτυξη των συγκεκριμένων σχημάτων από τα παιδιά συμβάλλει στην κατανόησή τους όσον αφορά τους τρόπους διασύνδεσης των διάφορων στοιχείων της γνώσης (De Koning & Hamers, 1999). Για το λόγο αυτό τονίζεται ότι τα παιδιά πρέπει να αναπτύξουν τα συγκεκριμένα σχήματα και να μάθουν να τα χρησιμοποιούν. Πρώτο βήμα στην προσπάθεια αυτή θεωρείται ότι τα παιδιά θα πρέπει να εντοπίζουν το σχήμα δόμησης ομάδας και το σχήμα δόμησης σειράς (Halford, 1993; Nisbett, 1993). Το σχήμα δόμησης ομάδας αναφέρεται στην αναγνώριση ομάδας στοιχείων τα οποία διέπονται από κοινές ιδιότητες και για αυτό εκφράζεται σε κατηγορική κλίμακα. Το σχήμα δόμησης σειράς αναφέρεται στη συμπλήρωση κάποιου στοιχείου μιας σειράς, αφού αναγνωριστεί η σχέση που διέπει τα στοιχεία της σειράς. Έτσι, το σχήμα δόμησης σειράς εκφράζεται σε διατακτική ή

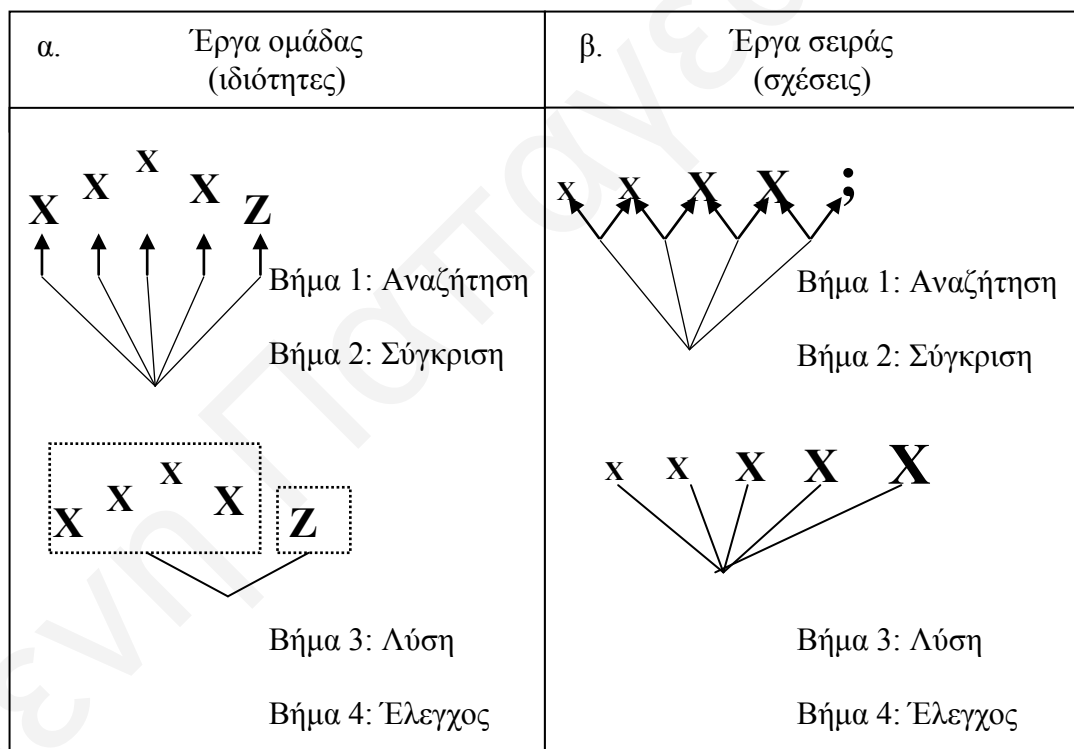
συσχετιστική κλίμακα. Γενικά, το σχήμα δόμησης ομάδας κατευθύνει τις διαδικασίες ταξινόμησης και το σχήμα δόμησης σειράς κατευθύνει τις διαδικασίες σειροθέτησης (De Koning & Hamers, 1999).

Λαμβάνοντας υπόψη τον ορισμό του επαγωγικού συλλογισμού ως διαδικασία εύρεσης γενικού συμπεράσματος ή κανόνα μετά από πολλές παρατηρήσεις των αντικειμένων που συγκρίνονται, ώστε να ανακαλυφθούν οι ομοιότητες ή/και οι διαφορές τους (Holyoak & Nisbett, 1988: Pellegrino & Glaser, 1982), οι δομές ομάδας και σειράς μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως αφετηρία για τη διδασκαλία του επαγωγικού συλλογισμού στα παιδιά (De Koning & Hamers, 1999). Συγκεκριμένα, διάφορα προγράμματα εκπαίδευσης του επαγωγικού συλλογισμού έχουν περιλάβει στην αρχιτεκτονική τους την εφαρμογή των σχημάτων δόμησης ομάδας και δόμησης σειράς ως μέσα για την ανάπτυξη του επαγωγικού συλλογισμού (Klauer, 1989b: De Koning, Hamers, Sijtsma, & Vermmer, 2002: Hamers κ.ά., 1998: De Koning & Hamers, 1999).

Οι «από πάνω προς τα κάτω» και οι «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασίες θεωρούνται ότι έχουν συμπληρωματικούς ρόλους, αφού οι «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασίες λειτουργούν σε καθένα από τα νοητικά σχήματα δομής. Συγκεκριμένα, στο σχήμα δόμησης ομάδας οι «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασίες αναφέρονται στην παρατήρηση των στοιχείων ενός συνόλου και στη σύγκριση των στοιχείων, ώστε να βρεθούν ομοιότητες ή/και διαφορές ανάμεσα στις ιδιότητές τους. Στη συνέχεια, επισημαίνονται οι ομοιότητες ή/και οι διαφορές και οικοδομείται μια ομάδα με τα στοιχεία που περιέχουν την ίδια ιδιότητα. Αυτό δηλώνει και τη λύση του προβλήματος, ενώ η διαδικασία ολοκληρώνεται με τον έλεγχο της λύσης που βρέθηκε. Στη συγκεκριμένη περίπτωση της δόμησης ομάδας, τα στοιχεία που

ανήκουν στο αρχικό σύνολο χαρακτηρίζονται από ιδιότητες, για αυτό και η διάταξή τους δεν παίζει οποιοδήποτε ρόλο στη διαδικασία (Διάγραμμα 2α).

Στο σχήμα δόμησης σειράς τα στοιχεία βρίσκονται σε μια διάταξη η οποία περιγράφεται από κάποια σχέση. Κατά την εφαρμογή των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών γίνεται διερεύνηση των σχέσεων που υπάρχουν ανάμεσα στη διάταξη των στοιχείων. Στη συνέχεια, γίνονται συγκρίσεις ανάμεσα σε όλες τις επιμέρους σχέσεις, για να ανακαλυφθεί ο κανόνας. Ακολουθεί η εφαρμογή του κανόνα, ώστε να συμπληρωθεί το επόμενο στοιχείο της σειράς. Η διαδικασία ολοκληρώνεται με τον έλεγχο της λύσης, δηλαδή με την επαλήθευση του κανόνα (Διάγραμμα 2β).



Διάγραμμα 2. Εφαρμογή των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών σε σχήματα ομάδας και σειράς.

Ο Επαγωγικός Συλλογισμός και η Μνήμη

Η σχέση του επαγωγικού συλλογισμού με τη μνήμη έχει έμμεσα προσδιοριστεί μέσω εμπειρικής έρευνας που διενεργήθηκε για τον καθορισμό σχέσεων και αλληλεπιδράσεων της εργαζόμενης μνήμης με τη ρέουσα νοημοσύνη. Επαγωγικά έργα αποτέλεσαν το εργαλείο μέτρησης της ρέουσας νοημοσύνης σε έρευνες που σχεδιάστηκαν στο χώρο της ψυχολογίας για τον καθορισμό αλληλεπιδράσεων και σχέσεων ανάμεσα στα διάφορα συστατικά της ανθρώπινης διανόησης. Συγκεκριμένα, οι πίνακες Raven, όπως επίσης έργα ακολουθιών, ταξινόμησης και πινάκων χρησιμοποιήθηκαν για τη διερεύνηση αλληλεπιδράσεων ανάμεσα στη βραχυπρόθεσμη μνήμη, στην εργαζόμενη μνήμη, στην ταχύτητα επεξεργασίας και στη ρέουσα νοημοσύνη (Engle, Tuholski, Laughlin, & Conway, 1999; Conway, Cowan, Bunting, Therriault, & Minkoff, 2002).

Επιπρόσθετα, πολλές ερευνητικές εργασίες επικεντρώθηκαν στην αναγνώριση των γνωστικών διαδικασιών που χρησιμοποιούν οι άνθρωποι στη λύση επαγωγικών γεωμετρικών έργων αναλογίας (Bethell-Fox, Lohman, & Snow, 1984; Carpenter, Just, & Shell, 1990), καθώς και στην ανακάλυψη παραγόντων πολυπλοκότητας των επαγωγικών έργων. Οι περισσότερες εργασίες που ασχολήθηκαν με τους παράγοντες πολυπλοκότητας των επαγωγικών έργων επικεντρώθηκαν κυρίως στην επίδραση του είδους και του βαθμού πολυπλοκότητας των προβλημάτων στη χωρητικότητα της εργαζόμενης μνήμης.

Σύμφωνα με το Baddeley, η εργαζόμενη μνήμη συνίσταται από ένα τριμερές σύστημα το οποίο αποτελείται από το κεντρικό εκτελεστικό σύστημα και ένα σύνολο υποσυστημάτων, με κυριότερα το φωνολογικό και το οπτικο-χωρικό (Baddeley & Hitch, 1974; Baddeley, 1986, 1992, 1997). Το φωνολογικό

υποσύστημα σχετίζεται με την επεξεργασία και τη σύντομη συγκράτηση των λεκτικών πληροφοριών, δηλαδή των πληροφοριών που παρουσιάζουν φωνολογικά ή αρθρωτικά στοιχεία. Το οπτικο-χωρικό υποσύστημα σχετίζεται με την επεξεργασία και τη συγκράτηση μόνο των οπτικο-χωρικών στοιχείων των προσλαμβανόμενων πληροφοριών, δηλαδή το σχήμα, το μέγεθος, το χρώμα, κτλ (Matlin, 1998).

Επιπλέον, το οπτικο-χωρικό υποσύστημα έχει την ικανότητα να επεξεργάζεται και να συγκρατεί λεκτικές πληροφορίες που έχουν κωδικοποιηθεί ως νοητικές οπτικές εικόνες (Κολιάδης, 2002). Το κεντρικό εκτελεστικό σύστημα είναι ένας ενεργητικός γνωστικός μηχανισμός με γενικές αρμοδιότητες, ο οποίος μπορεί να διαχειριστεί τις περισσότερες μορφές πληροφορίας καθώς και τα διαφορετικά υποσυστήματα.

Συνιστά ένα ιεραρχικά δομημένο κεντρικό σύστημα επεξεργασίας των πληροφοριών που εισέρχονται από όλα τα αισθητήρια όργανα. Μέσω της διαδικασίας ελέγχου της προσοχής έχει τη δυνατότητα να κατανέμει και να ενσωματώνει τις πληροφορίες που προέρχονται από τα άλλα υποσυστήματα αλλά και από τη μακροπρόθεσμη μνήμη, ανεξάρτητα από τη διαφορετικότητα της φύσης των πληροφοριών. Επιπλέον, έχει τη δυνατότητα να επιλέγει εκείνες τις κατάλληλες στρατηγικές που θεωρούνται αποφασιστικές στην εκμάθηση πολύ σύνθετων και απαιτητικών γνωστικών διαδικασιών, όπως είναι η επίλυση προβλήματος (Matlin, 1998). Ουσιαστικά, το κεντρικό εκτελεστικό σύστημα παρόλο που φαίνεται να έχει περιορισμένο χώρο για τη διαχείριση πολλών πληροφοριών ταυτόχρονα σε μια χρονική στιγμή, εντούτοις έχει τη δυνατότητα να συντονίζει και να ελέγχει τα υποσυστήματα και να συντονίζει τις πληροφορίες της εργαζόμενης και της μακροπρόθεσμης μνήμης. Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των υποσυστημάτων και του κεντρικού επεξεργαστή του τριμερούς μνημονικού συστήματος εξυπηρετούν τη ρύθμιση και τη διευκόλυνση της

αρτιότερης επεξεργασίας και συσχέτισης των πληροφοριών για μακρόχρονη συγκράτηση στη μνήμη (Κολιάδης, 2002).

Είναι φανερό ότι τα συστήματα που συγκροτούν την εργαζόμενη μνήμη επηρεάζονται από το είδος και το βαθμό πολυπλοκότητας των στοιχείων που περιλαμβάνουν τα διάφορα ερεθίσματα. Αποτελέσματα ερευνών που σχετίζονται με τον καθορισμό των τύπων πολυπλοκότητας σε επαγωγικά έργα αναφέρουν ότι, στους παράγοντες πολυπλοκότητας των έργων περιλαμβάνονται το πλήθος των στοιχείων, το πλήθος των μετασχηματισμών ή των κανόνων, ο τύπος των κανόνων και η οργάνωση με βάση την αντίληψη (Primi, 2001). Καθένας από τους παράγοντες αυτούς έχει διαφορετικές απαιτήσεις από τα συστήματα που συγκροτούν την εργαζόμενη μνήμη.

Συγκεκριμένα, έρευνες που αναφέρονται σε γεωμετρικά έργα αναλογιών έδειξαν ότι η αύξηση του πλήθους και των μετασχηματισμών των στοιχείων που περιλαμβάνονται στα έργα αυτά αυξάνουν το χρόνο επεξεργασίας των πληροφοριών, εφόσον αυξάνεται η ποσότητα των πληροφοριών που θα πρέπει να επεξεργαστούν στην εργαζόμενη μνήμη (Mulholland, Pellegrino, & Glaser, 1980). Αυτό συμβαίνει, για το λόγο ότι η λύση των έργων απαιτεί εκτέλεση σειριακών λειτουργιών ή πράξεων στις αποθηκευμένες πληροφορίες και επιπλέον, αποθήκευση των αποτελεσμάτων και της σειράς με την οποία εκτελέστηκαν οι λειτουργίες. Παρόμοια αποτελέσματα έχουν προκύψει μετά από λεπτομερή ανάλυση των πινάκων Raven που έγινε από τον Carpenter και τους συνεργάτες του (1990). Τα αποτελέσματα της ανάλυσης έχουν δείξει ότι έργα Raven που έχουν περισσότερους κανόνες θεωρούνται πιο σύνθετα. Ως εκ τούτου, απαιτούν περισσότερη χωρητικότητα από την εργαζόμενη μνήμη, εφόσον η επίλυση των έργων αυτών απαιτεί αρχικά την ανακάλυψη ενός κανόνα και στη συνέχεια τη διατήρηση του κανόνα στη μνήμη,

καθώς το άτομο επεξεργάζεται τις πληροφορίες του προβλήματος για την ανακάλυψη ενός δεύτερου κανόνα κ.ο.κ.

Διαφορετικές απαιτήσεις από την εργαζόμενη μνήμη έχουν, επίσης, οι τύποι των κανόνων που περιλαμβάνονται σε επαγωγικά έργα, καθώς και η μορφή αναπαράστασης των επαγωγικών έργων, η οποία επηρεάζει τη διαδικασία ελέγχου της προσοχής (Carpenter κ.ά., 1990: Whiteley & Schneider, 1981: Embertson, 1998: Green & Kleuver, 1992). Για παράδειγμα, η εμφάνιση μιας επιπλέον ιδιότητας ανάμεσα σε γειτονικά στοιχεία, η πρόσθεση ή η αφαίρεση στοιχείων από ένα επαγωγικό έργο αναλογίας διαφοροποιούν το βαθμό πολυπλοκότητας του έργου και κατ'επέκταση διαφοροποιούν την ποσότητα των πληροφοριών που θα πρέπει να επεξεργαστούν στην εργαζόμενη μνήμη. Επίσης, γεωμετρικά έργα αναλογιών απαιτούν μεγαλύτερο βαθμό επιλεκτικής κωδικοποίησης σε σχέση με τα λεκτικά έργα αναλογιών, για το λόγο ότι περιλαμβάνουν ιδιότητες που θα πρέπει να αγνοηθούν στη συμπερασματική διαδικασία.

Η οργάνωση με βάση την αντίληψη σχετίζεται με την αντίφαση που πιθανόν να υπάρξει ανάμεσα στις εννοιολογικές ομαδοποιήσεις και στις ομαδοποιήσεις που μπορεί να γίνουν με βάση την αντίληψη, όπως επίσης και με το πλήθος των παραπλανητικών υποδείξεων ή στοιχείων που μπορεί να περιλαμβάνονται σε ένα επαγωγικό έργο. Οι παράγοντες της μορφής αυτής αυξάνουν ή ελαττώνουν την πολυπλοκότητα ενός προβλήματος (Primi & Rosado, 1995). Ερευνητικές εργασίες που χρησιμοποίησαν μη λεκτικά έργα, όπως είναι οι πίνακες Raven, έδειξαν ότι κατά τη διαδικασία επίλυσης των έργων αυτών αυξάνεται η πιθανότητα μορφοποίησης άσχετων ομάδων στοιχείων, αυξάνονται οι απαιτήσεις από τη διαδικασία της επιλεκτικής κωδικοποίησης της εργαζόμενης μνήμης και οι απαιτήσεις του οπτικού συστατικού της εργαζόμενης μνήμης (Primi, 2001).

Γενικά, αναφέρεται ότι η οργάνωση με βάση την αντίληψη αποτελεί τον παράγοντα με τη μεγαλύτερη επίδραση στη χωρητικότητα της εργαζόμενης μνήμης, ενώ δεύτερος στη σειρά ακολουθεί ο παράγοντας που αναφέρεται στην ποσότητα των πληροφοριών και σχετίζεται με το πλήθος των σχημάτων ή των κανόνων (Primi, 2001). Κατ'επέκταση, η διαδικασία του επαγωγικού συλλογισμού μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι πιο στενά συσχετιζόμενη με το κεντρικό εκτελεστικό σύστημα της εργαζόμενης μνήμης, το οποίο σύμφωνα με τον Baddeley (1986) σχετίζεται με τη διαδικασία ελέγχου της προσοχής και την επιλεκτική κωδικοποίηση.

Ο Επαγωγικός Συλλογισμός στα Πλαίσια Μιας Ενοποιημένης Ψυχολογικής Θεωρίας

Η Θεωρία του Βιωματικού Δομισμού

Ο Βιωματικός Δομισμός αποτελεί μια από τις νεο-πιαζετιανές θεωρίες, η οποία αναπτύχθηκε με σκοπό να περιγράψει και να επεξηγήσει την αρχιτεκτονική και την ανάπτυξη της ανθρώπινης νόησης και τις ατομικές διαφορές. Προτάθηκε από το Δημητρίου και τους συνεργάτες του και αποτελεί μια προσπάθεια ενοποίησης της θεωρίας του Piaget, νεο-πιαζετιανών θεωριών γνωστικής ανάπτυξης, της Θεωρίας Επεξεργασίας Πληροφοριών και των ψυχομετρικών θεωριών (Demetriou, 1993: 1998a, 1998b: Demetriou κ.ά., 1993: Demetriou & Efklides, 1994: Demetriou & Kazi, 2001: Demetriou & Valanides, 1998: Demetriou κ.ά., 2002a).

Ο Βιωματικός Δομισμός θεωρεί ότι η ανθρώπινη νόηση οργανώνεται σε τρία θεμελιώδη επίπεδα. Τα δύο επίπεδα θεωρούνται επίπεδα γνώσης, ενώ το τρίτο επίπεδο αναφέρεται σε ένα γενικό σύστημα επεξεργασίας το οποίο καθορίζει τη

δραστηριοποίηση και την αλληλεπίδραση ανάμεσα στα δύο επίπεδα γνώσης (Demetriou, κ.ά., 2002a: Demetriou & Raftopoulos, 1999). Στο πρώτο επίπεδο γνώσης εντοπίζεται ένα σύνολο Εξειδικευμένων Δομικών Συστημάτων, τα οποία είναι προσανατολισμένα στο περιβάλλον και εξειδικεύονται στην αναπαράσταση και στην επεξεργασία ποικίλων τύπων σχέσεων του περιβάλλοντος. Στο δεύτερο επίπεδο γνώσης εντοπίζεται το Υπεργνωστικό Σύστημα, το οποίο αναφέρεται σε συστήματα που αφορούν τον αυτοέλεγχο, την αυτορύθμιση και την αυτοαναπαράσταση. Το λειτουργικό γενικό σύστημα επεξεργασίας περιέχει γενικές διαδικασίες και λειτουργίες που καθορίζουν τις δυνατότητες επεξεργασίας σε μια δεδομένη χρονική στιγμή. Συνεπώς, το επίπεδο αυτό επηρεάζει σημαντικά τη λειτουργία των συστημάτων που περιέχονται στα άλλα δύο επίπεδα γνώσης (Demetriou κ.ά., 2002a).

Εξειδικευμένα Δομικά Συστήματα

Τα συστήματα αυτά προσλαμβάνουν πληροφορίες από το περιβάλλον, τις επεξεργάζονται και το προϊόν της επεξεργασίας απευθύνεται στο περιβάλλον (Demetriou & Raftopoulos, 1999). Μέσω των συστημάτων αυτών το άτομο τείνει να οργανώνει τις αλληλεπιδράσεις του με ποικίλες μορφές του περιβάλλοντος με τρόπο που να διατηρεί τις ιδιαιτερότητες της κάθε μορφής (Demetriou, 1993: Demetriou κ.ά., 1993).

Τα εξειδικευμένα δομικά συστήματα καλούνται βιωματικά γιατί:

(α) αντανακλούν τον τρόπο με τον οποίο τα άτομα οργανώνουν την εμπειρία που αντλούν από την αλληλεπίδρασή τους με τις διάφορες απόψεις του κόσμου και (β) τα άτομα πρέπει να αισθάνονται, να βιώνουν και συχνά να γνωρίζουν τις δομές αυτές ως διαφορετικές. Οι δομές αυτές μπορούν επίσης να ανιχνευθούν και να

προσδιοριστούν πειραματικά, γιατί καθορίζουν τους τρόπους με τους οποίους τα άτομα κωδικοποιούν, αναπαριστούν, επεξεργάζονται και λύνουν προβλήματα.

Εμπειρικές έρευνες έχουν αποκαλύψει επτά τέτοια συστήματα: (α) το κατηγορικό το οποίο διαχειρίζεται σχέσεις ομοιότητας και διαφορών, (β) το ποσοτικό το οποίο διαχειρίζεται ποσοτικές μεταβολές και σχέσεις του περιβάλλοντος, (γ) το αιτιώδες που χειρίζεται σχέσεις αιτιότητας, (δ) το χωρικό το οποίο επεξεργάζεται πληροφορίες σχετικές με τις νοερές αναπαραστάσεις του περιβάλλοντος και με τον προσανατολισμό στο χώρο, (ε) το συλλογιστικό που ελέγχει την ορθότητα και την εγκυρότητα της ροής των πληροφοριών στο περιβάλλον και σε συστήματα αναπαράστασης που σχετίζονται με το περιβάλλον, (στ) το κοινωνικό σύστημα που σχετίζεται με την κατανόηση κοινωνικών σχέσεων και αλληλεπιδράσεων και (ζ) και το εικονικό σύστημα το οποίο διαχειρίζεται τις διάφορες εικονικές αναπαραστάσεις του περιβάλλοντος ή της σκέψης (Demetriou & Efklides, 1985, 1989: Demetriou, κ.ά., 1993: Kargopoulos & Demetriou, 1998: Shayer, Demetriou, & Pervez, 1988: Demetriou & Raftopoulos, 1999).

Τα συστήματα αυτά παρουσιάζουν διαφορετικές τυπικές ιδιότητες όσον αφορά την αναπαράσταση των δεδομένων του προβλήματος, τον καθορισμό των μονάδων πληροφοριών που οικοδομούν το πρόβλημα και τον καθορισμό των λειτουργιών που πρέπει να εφαρμοστούν στις μονάδες αυτές (Demetriou & Raftopoulos, 1999). Έτσι, κάθε σύστημα περιλαμβάνει ένα χαρακτηριστικό σύνολο λειτουργιών και διαδικασιών που είναι κατάλληλο για την επεξεργασία των σχέσεων που χαρακτηρίζουν κάθε πεδίο εφαρμογής του συστήματος. Επιπλέον, κάθε εξειδικευμένο δομικό σύστημα παρουσιάζει προτίμηση σε ένα συμβολικό σύστημα που θεωρεί το καταλληλότερο για την αναπαράσταση των σχέσεων του (Demetriou κ.ά., 2002a). Γενικά, καθένα από τα εξειδικευμένα δομικά συστήματα θεωρείται ως

μια δυναμική, πολυεπίπεδη και πολυδιάστατη οντότητα, η οποία περιλαμβάνει τρεις τύπους στοιχείων ή συστατικών: (α) τα μόνιμα στοιχεία πυρήνα ή επεξεργαστές πυρήνα, οι οποίοι συνδυάζουν τις σχέσεις και τα στοιχεία που καθορίζουν ένα πεδίο εξειδικευμένου δομικού συστήματος, (β) κανόνες, δεξιότητες επεξεργασίας και λειτουργίες που αναπτύσσονται ως αποτέλεσμα της εφαρμογής των επεξεργαστών πυρήνα στο περιβάλλον και (γ) προϊόντα προηγούμενης επεξεργασίας των στοιχείων του πυρήνα, των κανόνων και των δεξιοτήτων επεξεργασίας που περιλαμβάνονται στο σύστημα (Demetriou & Raftopoulos, 1999).

Το Υπεργνωστικό Σύστημα

Το υπεργνωστικό σύστημα θεωρείται ο διαμεσολαβητής μεταξύ της νόησης και της πραγματικότητας, μεταξύ των εξειδικευμένων δομικών συστημάτων και των γνωστικών λειτουργιών και μεταξύ του συστήματος επεξεργασίας και των εξειδικευμένων δομικών συστημάτων. Είναι ιεραρχικά δομημένο και αποτελείται από το εργαζόμενο υπεργνωστικό και το μακροπρόθεσμο υπεργνωστικό σύστημα. Το εργαζόμενο υπεργνωστικό αναφέρεται στις διαδικασίες αυτοελέγχου και αυτορύθμισης που σχετίζονται με την επιλογή των διαδικασιών σχεδιασμού και λύσης προβλήματος και με την αξιολόγηση των διαδικασιών αυτών σε ένα επίπεδο μικρο-ανάπτυξης. Το μακροπρόθεσμο υπεργνωστικό αναφέρεται στους γενικούς μηχανισμούς αυτογνωσίας και αυτοδιαχείρισης σε ένα επίπεδο μακρο-ανάπτυξης (Demetriou, 1993; Demetriou κ.ά., 1993). Περιλαμβάνει ένα γενικό μοντέλο της νόησης, περιγραφές και στρατηγικές που σχετίζονται με την αποτελεσματική χρήση των ικανοτήτων και των διαδικασιών που περιλαμβάνονται στα άλλα επίπεδα της νόησης και τη γνωστική αυτοεικόνα (Demetriou & Efklides, 1989; Demetriou κ.ά., 1993; Demetriou & Kazi, 2001).

Το Σύστημα Επεξεργασίας

Το σύστημα επεξεργασίας στη θεωρία του Βιωματικού Δομισμού καθορίζεται με αναφορά σε τρεις διαστάσεις: την ταχύτητα επεξεργασίας, τον έλεγχο επεξεργασίας και την αποθήκευση. Η ταχύτητα επεξεργασίας αναφέρεται στη μέγιστη ταχύτητα κατά την οποία μια νοητική ενέργεια μπορεί να εκτελεστεί αποτελεσματικά. Ο έλεγχος επεξεργασίας αναφέρεται στη μέγιστη αποτελεσματικότητα με την οποία μπορεί να ληφθεί μια απόφαση για την ορθή εκτέλεση μιας νοητικής ενέργειας με βάση τα δεδομένα της στιγμής που λαμβάνεται η απόφαση. Η αποθήκευση αναφέρεται στο μέγιστο αριθμό μονάδων πληροφοριών ή νοητικών ενεργειών που μπορεί ταυτόχρονα το μυαλό να επεξεργαστεί αποτελεσματικά (Demetriou κ.ά. 2002a; Demetriou & Raftopoulos, 1999; Demetriou κ.ά., 1993).

Το σύστημα επεξεργασίας εκλαμβάνεται ως ένα δυναμικό πεδίο το οποίο πάντα καταλαμβάνεται από στοιχεία τα οποία προέρχονται από τα άλλα δύο ιεραρχικά επίπεδα γνώσης με αναλογίες που μεταβάλλονται από στιγμή σε στιγμή. Συγκεκριμένα, τα στοιχεία εισδοχής στο σύστημα αυτό είναι πληροφορίες σχετικές με το περιβάλλον, δεξιότητες και διαδικασίες που σχετίζονται με ένα εξειδικευμένο δομικό σύστημα, καθώς και διαδικασίες διαχείρισης και ελέγχου που σχετίζονται με το υπεργνωστικό σύστημα.

Γνωστική Αλλαγή

Σύμφωνα με τη θεωρία του Βιωματικού Δομισμού, μια αλλαγή η οποία μπορεί να συμβεί σε οποιοδήποτε από τα επίπεδα της νόησης θα επηρεάσει όλα τα υπόλοιπα. Αυτό συμβαίνει για το λόγο ότι τα τρία επίπεδα είναι λειτουργικά συσχετιζόμενα μεταξύ τους. Στη θεωρία αναφέρονται τρία είδη αλλαγών τα οποία

σχετίζονται με την πηγή προέλευσης της αλλαγής: (α) αλλαγές εντός των γνωστικών δομών, (β) αλλαγές στις σχέσεις μεταξύ των γνωστικών δομών εντός των ιεραρχικών επιπέδων και (γ) αλλαγές στις σχέσεις μεταξύ των ιεραρχικών επιπέδων.

Αλλαγές εντός των γνωστικών δομών. Οι αλλαγές αυτές αναφέρονται στις αλλαγές που επηρεάζουν τις σχέσεις που υπάρχουν ανάμεσα στα στοιχεία που εξ ορισμού καθορίζουν το ίδιο εξειδικευμένο δομικό σύστημα και επομένως αναφέρονται στο ίδιο πεδίο πραγματικότητας. Οι αλλαγές αυτού του τύπου μπορεί να οδηγήσουν σε μια αύξηση του πεδίου εφαρμογών μιας γνωστικής δομής, επειδή καθιστά το άτομο ικανό να εφαρμόσει τη δομή αυτή σε περιοχές του δομικού πεδίου που προηγουμένως τις θεωρούσε εκτός του πλαισίου εφαρμογών της.

Αλλαγές εντός των ιεραρχικών επιπέδων. Οι αλλαγές αυτές είναι δυνατόν να αφορούν αλλαγές που συμβαίνουν στις σχέσεις ανάμεσα σε διαφορετικές δομές εντός του ίδιου ιεραρχικού επιπέδου. Αναφέρονται σε δομές που αναπαριστούν διαφορετικές πτυχές της πραγματικότητας, εμπλέκουν διαφορετικούς υπολογιστικούς ή λειτουργικούς κανόνες και αλγόριθμους. Οι αλλαγές αυτές είναι δυνατό να απαιτούν διαφορετικά συμβολικά συστήματα, για να αναπαραστήσουν τα πεδία στα οποία αναφέρονται και για να στηρίξουν την υπολογιστική τους λειτουργία. Παρόλο που οι αλλαγές στις σχέσεις μεταξύ των πεδίων είναι ιδιαίτερα δύσκολη διαδικασία, όταν αυτές επιτευχθούν προσφέρουν δυνατότητα πρόσβασης σε πτυχές της πραγματικότητας ή σε μέσα διαχείρισης της πραγματικότητας, τα οποία δεν θα ήταν εφικτά μόνο με τις αλλαγές εντός των γνωστικών δομών (Demetriou & Raftopoulos, 1999).

Αλλαγές μεταξύ των ιεραρχικών επιπέδων. Το είδος αυτό των αλλαγών είναι μια πολύ πιο σύνθετη διαδικασία από τα προηγούμενα είδη αλλαγών, γιατί αναφέρεται σε αλλαγές στα γνωστικά στοιχεία που ανήκουν σε διαφορετικά

ιεραρχικά επίπεδα. Μια αλλαγή που μπορεί να συμβεί σε οποιοδήποτε από τα τρία ιεραρχικά επίπεδα της νόησης θα γενικευθεί και στα δύο άλλα συστήματα με οποιαδήποτε κατεύθυνση. Η κατεύθυνση της αλλαγής μπορεί να είναι είτε προς τα πάνω είτε προς τα κάτω, δηλαδή είτε από τα εξειδικευμένα δομικά συστήματα προς το σύστημα επεξεργασίας ή το υπεργνωστικό, είτε από το υπεργνωστικό σύστημα ή το σύστημα επεξεργασίας προς τα εξειδικευμένα δομικά συστήματα.

Μηχανισμοί Γνωστικής Αλλαγής

Παρόλο που έχει φανεί ότι κάθε σύστημα μπορεί να λειτουργήσει ως αιτία για αλλαγή στα άλλα συστήματα, εντούτοις τα είδη και το μέγεθος της αλλαγής δεν είναι πάντα τα ίδια. Η αλλαγή που προέρχεται από οποιοδήποτε από τα γενικά συστήματα θα πρέπει να είναι διαφορετική από μια αλλαγή που προέρχεται από οποιοδήποτε από τα εξειδικευμένα συστήματα. Επιπλέον, η αλλαγή που ξεπερνά τα όρια μεταξύ διαφορετικών συστημάτων μπορεί να είναι διαφορετική στη φύση της από την αλλαγή που κυκλοφορεί από το ένα συστατικό στο άλλο, εντός του ίδιου συστήματος. Συνεπώς, είναι αναμενόμενο ότι διαφορετικού είδους γνωστικές αλλαγές απαιτούν διαφορετικούς μηχανισμούς γνωστικής αλλαγής (Demetriou & Raftopoulos, 1999). Αναφέρονται τρία είδη μηχανισμών που σχετίζονται με αλλαγές στις νοητικές μονάδες που ανήκουν: (α) σε διαφορετικά ιεραρχικά επίπεδα της νοητικής αρχιτεκτονικής, (β) σε διαφορετικά εξειδικευμένα δομικά συστήματα και (γ) εντός του ίδιου εξειδικευμένου δομικού συστήματος.

Με αναφορά τις ιδέες των Piaget (1985), Flavell (1972) και Fischer (Fischer & Pipp, 1984) και διατηρώντας την υπόθεση μιας ιεραρχικής και πολυδιάστατης νοητικής αρχιτεκτονικής, οι Demetriou και Raftopoulos (1999) προσπάθησαν να δείξουν ότι διαφορετικοί τύποι αλλαγής στις σχέσεις ανάμεσα σε νοητικές οντότητες

εντός και διαμέσου των επιπέδων της νοητικής αρχιτεκτονικής απαιτούν διαφορετικούς μηχανισμούς για να πραγματοποιηθούν. Συγκεκριμένα, έχουν προταθεί πέντε γνωστικοί μηχανισμοί αλλαγής: ο μηχανισμός της ζεύξης, ο μηχανισμός της διάπλεξης, ο μηχανισμός της σύζευξης, ο μηχανισμός της διαφοροποίησης και ο μηχανισμός της αποκάθαρσης.

Μηχανισμός ζεύξης. Ο μηχανισμός αυτός σχετίζεται με την οικοδόμηση μιας νέας νοητικής μονάδας, η οποία θα προκύψει από την εδραίωση σχέσεων ανάμεσα σε ήδη διαθέσιμες νοητικές μονάδες που προέρχονται από διαφορετικά συστήματα. Η νέα νοητική μονάδα δεν θα αποτελέσει υποκατάστατο των μονάδων που θα εμπλακούν στην οικοδόμηση. Ο μηχανισμός ζεύξης στοχεύει στο να περιγράψει την εδραίωση των σχέσεων ανάμεσα στα διαφορετικά εξειδικευμένα δομικά συστήματα, οι οποίες δεν επηρεάζουν τη λειτουργική αυτονομία του κάθε εξειδικευμένου δομικού συστήματος. Είναι ιδιαίτερα χρήσιμος στην επίλυση σύνθετων προβλημάτων που απαιτούν ενεργοποίηση περισσότερων του ενός εξειδικευμένου δομικού συστήματος.

Για την οικοδόμηση μιας νέας νοητικής μονάδας με το μηχανισμό της ζεύξης θα πρέπει να τηρηθούν τρεις βασικές προϋποθέσεις. Πρώτο, η ύπαρξη ανάγκης για την οικοδόμηση νέων νοητικών μονάδων, η οποία πηγάζει από την αναγνώριση των διαθέσιμων λύσεων σε ένα πρόβλημα ως επιτυχών ή όχι. Δεύτερο, η αναζήτηση για μια νέα λύση οδηγεί στο να καθιερωθούν προσωρινά δύο ή περισσότερες νοητικές μονάδες ως σχετικές με το πρόβλημα και να αναγνωριστούν με κάποιο τρόπο ως συνεπείς με κάποιο στοιχείο πυρήνα το οποίο καθοδηγεί τη διαδικασία ορθού-λάθους. Τέλος, οι δυνατότητες επεξεργασίας ή οι στρατηγικές ελέγχου και ρύθμισης που θα βοηθήσουν το άτομο να παρατηρήσει τις πιθανές προς σύζευξη μονάδες και

να εξετάσει τις πιθανές συνδέσεις που θα μπορούσαν να σχηματίσουν την επιθυμητή νέα δομή να είναι επαρκείς.

Ως παράδειγμα του μηχανισμού ζεύξης αναφέρεται η χρήση γραφικών παραστάσεων που ανήκουν στο χωρικό εξειδικευμένο δομικό σύστημα για την έκφραση κατηγορικών σχέσεων ή σχέσεων συνδιακύμανσης που ανήκουν στο ποιοτικό και το ποσοτικό σύστημα αντίστοιχα. Η εφαρμογή του μηχανισμού της ζεύξης έχει ως αποτέλεσμα τη διεύρυνση του πεδίου αναπαράστασης και επεξεργασίας των προβλημάτων.

Μηχανισμός διάπλεξης. Ο μηχανισμός αυτός αναμιγνύει τις μονάδες που εμπλέκονται στενά και μεταβάλλει την πιθανότητα χρήσης τους εξασφαλίζοντας εύνοια στη νέα μονάδα. Ως παράδειγμα αναφέρεται η ικανότητα απομόνωσης μεταβλητών κατά τη διάρκεια διατύπωσης υποθέσεων εντός του αιτιώδους εξειδικευμένου δομικού συστήματος, που έχει ως αποτέλεσμα την ικανότητα οικοδόμησης μοντέλου.

Μηχανισμός σύζευξης. Ο μηχανισμός αυτός δημιουργεί νέες νοητικές μονάδες εντός των εξειδικευμένων δομικών συστημάτων. Οι νέες μονάδες που δημιουργούνται απορροφούν τις μονάδες από τις οποίες οικοδομήθηκαν, προκαλώντας την εξαφάνισή τους.

Μηχανισμός διαφοροποίησης. Ο μηχανισμός αυτός σχετίζεται με τη βελτίωση της λειτουργίας υφιστάμενων νοητικών μονάδων. Αυτό μπορεί να σημαίνει καλύτερη εστίαση μιας νοητικής μονάδας στα στοιχεία που αποτελούν το στόχο είτε καλύτερο σχεδιασμό των πιθανών μεταβολών της μονάδας πάνω στα στοιχεία-στόχο με τα οποία σχετίζεται η κάθε μεταβολή. Για παράδειγμα, ο μηχανισμός αυτός βοηθά το άτομο να κατανοήσει ότι τα ονόματα των αριθμών δεν μπορούν να

χρησιμοποιηθούν με τον ίδιο τρόπο για να υποδείξουν αύξηση στους φυσικούς και στους κλασματικούς αριθμούς.

Μηχανισμός αποκάθαρσης. Ο μηχανισμός της αποκάθαρσης είναι υπεύθυνος για την εγκατάλειψη στρατηγικών ή δεξιοτήτων που εμπλέκονται σε μια νοητική μονάδα όταν αυτές θεωρηθούν περιττές ή άσχετες με το πεδίο εφαρμογών της μονάδας. Επομένως, η διαδικασία της αποκάθαρσης περιλαμβάνει και τη διαδικασία της απαλοιφής. Ο μηχανισμός αυτός είναι ιδιαίτερα χρήσιμος στο αρχικό στάδιο της απόκτησης μιας νέας στρατηγικής όταν η τάση να συνεχίζουμε να εφαρμόζουμε τις παλιές στρατηγικές είναι ακόμα πολύ έντονη. Επομένως, χρειάζεται για να μας εξασφαλίσει ότι το άτομο θα αποφεύγει να εφαρμόζει τις προηγούμενες στρατηγικές ή έννοιες σε προβλήματα που σχετίζονται με τις νεοαποκτηθείσες στρατηγικές.

Οι πέντε γνωστικοί μηχανισμοί που αναφέρθηκαν περιγράφουν τη διαδικασία οικοδόμησης νέων γνωστικών δομών με βάση υφιστάμενες δομές στα διάφορα επίπεδα της νοητικής αρχιτεκτονικής. Συγκεκριμένα, οι μηχανισμοί αυτοί συμβάλλουν στην οικοδόμηση νέων γνωστικών δομών επεξεργάζοντας ή επεκτείνοντας την ίδια νοητική μονάδα ή οικοδομώντας συνδέσεις μεταξύ νοητικών μονάδων που ανήκουν σε διαφορετικά υποσυστήματα εντός του ίδιου εξειδικευμένου δομικού συστήματος ή διαφορετικών εξειδικευμένων δομικών συστημάτων. Παρόλα αυτά, οι πέντε μηχανισμοί δεν επεξηγούν πώς συγκρίνονται μεταξύ τους οι διαφορετικές μονάδες που εμπλέκονται σε καθένα από αυτούς τους μηχανισμούς και πώς οι νέες νοητικές μονάδες που σχηματίζονται σταθεροποιούνται, καθιερώνονται και αποθηκεύονται, έτσι ώστε να είναι σε θέση να χρησιμοποιηθούν όταν προκύψει ανάγκη στο μέλλον. Επομένως, θεωρείται αναγκαία η ύπαρξη υπερμηχανισμών οι οποίοι επεξηγούν πώς οι πέντε βασικοί μηχανισμοί αλλαγής εκτελούν την εργασία τους διασφαλίζοντας τη διατήρηση των

νέων δομών που οικοδομούν (Demetriou & Raftopoulos, 1999). Στη θεωρία αναφέρονται δύο εξελικτικοί υπερμηχανισμοί, ο μηχανισμός της μετα-αναπαράστασης και ο μηχανισμός της συμβολικής εξατομίκευσης.

Μηχανισμός μετα-αναπαράστασης. Ορίζεται ως η διαδικασία που αναζητεί, κωδικοποιεί και τυποποιεί ομοιότητες ανάμεσα σε αναπαραστάσεις για να ενισχύσει την κατανόηση και την αποτελεσματικότητα της λύσης προβλήματος. Δηλαδή, μετα-αναπαράσταση είναι η αναλογική σκέψη που εφαρμόζεται στις αναπαραστάσεις αυτές καθεαυτές και όχι ως περιεχόμενο. Επομένως, σύμφωνα με τη θεωρία του Βιωματικού Δομισμού, ο συλλογισμός αναπτύσσεται ως αποτέλεσμα των αλληλεπιδράσεων ανάμεσα στα εξειδικευμένα δομικά συστήματα και στο υπεργνωστικό σύστημα. Επιπλέον, η θεωρία αυτή υποθέτει ότι ο μηχανισμός της μετα-αναπαράστασης, ο οποίος είναι επαγωγικός συλλογισμός που εφαρμόζεται σε γνωστικές εμπειρίες, σχετίζεται με την ανάπτυξη του παραγωγικού συλλογισμού, επειδή οδηγεί από ένα αυτοματοποιημένο συμπέρασμα στη λογική και τη μετα-λογική.

Λόγω της βασικής αρχής της θεωρίας ότι υπάρχουν διαφορετικές γνωστικές δομές οι οποίες αναφέρονται σε συγκεκριμένο πεδίο και είναι εξειδικευμένες υπολογιστικά, επιβάλλεται να καθοριστεί κατά πόσο οι σχετικές ομοιότητες που μπορεί να οικοδομηθούν με τον αναλογικό συλλογισμό ανήκουν στο ίδιο ή σε διαφορετικό εξειδικευμένο δομικό σύστημα. Αυτό επιβάλλεται γιατί, αφενός διασφαλίζει το γεγονός ότι το άτομο γνωρίζει πόσο κοντά στην πραγματικότητα βρίσκεται η αναλογία και αφετέρου πρέπει να διασφαλιστεί η προσαρμοστικότητα του συστήματος. Η προσαρμοστικότητα του συστήματος είναι αναγκαία στην περίπτωση που η αναλογία οικοδομείται με βάση στοιχεία που προέρχονται από

διαφορετικά εξειδικευμένα δομικά συστήματα και χρειάζεται να εξασφαλιστεί η διαφύλαξη των διαφορών των στοιχείων μετά από την εδραίωση της αναλογίας.

Συμβολική εξατομίκευση. Ο μηχανισμός αυτός συνδυάζει τις νεοαποκτηθείσες ιδέες με συγκεκριμένα σύμβολα, ώστε να εξασφαλιστεί ότι οι νέες δομές δε θα χαθούν αλλά θα είναι αναγνωρίσιμες και νοητικά αξιοποιήσιμες (Demetriou, 1993). Επομένως, η αντοχή των νέων νοητικών μονάδων εξαρτάται από μια διαδικασία συμβολικής εξατομίκευσης. Τα σύμβολα τα οποία χρησιμοποιούνται κατά την εφαρμογή του μηχανισμού αυτού μπορεί να είναι ιδιόμορφα, όπως είναι οι νοητικές εικόνες ή η προσωπική γραφή ή συμβατικά, όπως είναι η γλώσσα ή οι επιστημονικές διατυπώσεις.

Ο μηχανισμός της συμβολικής εξατομίκευσης σχετίζεται με τη μετα-αναπαράσταση με τον ίδιο τρόπο που σχετίζεται και ο αναλογικός συλλογισμός. Λειτουργεί ως σταθεροποιητής των ιδεών, δηλαδή ενσωματώνει στις νέες μονάδες κατάλληλα σύμβολα στα οποία τους έχει αποδοθεί ή έχουν από μόνα τους νόημα, για να μπορούν να χρησιμοποιηθούν στο μέλλον και να επικοινωνούν μεταξύ τους. Η λειτουργία του μηχανισμού αυτού διαφοροποιείται στα διάφορα εξειδικευμένα δομικά συστήματα, αφού καθένα από τα συστήματα αυτά είναι προκατειλημμένο προς κάποιο συγκεκριμένο συμβολικό σύστημα.

Ο Επαγωγικός Συλλογισμός Εντός των Εξειδικευμένων Δομικών Συστημάτων

Με αναφορά τα επτά εξειδικευμένα δομικά συστήματα που αναφέρονται στη θεωρία, έχει γίνει προσπάθεια παρουσίασης καταστάσεων οι οποίες αποτελούν συνθήκες ενεργοποίησης επαγωγικών διαδικασιών εντός του κάθε συστήματος ξεχωριστά.

Το Κατηγορικό Εξειδικευμένο Δομικό Σύστημα

Το σύστημα αυτό περιλαμβάνει ικανότητες που επιτρέπουν στο άτομο να αναπαριστά και να επεξεργάζεται τις ποιοτικές ιδιότητες της πραγματικότητας. Οι ικανότητες αυτές επιτρέπουν στο άτομο να ενεργεί πάνω σε κατηγορικές δομές ή σειρές, προκειμένου να κατανοεί τις κατηγορικές τους σχέσεις ή το είδος των σχέσεων που προσδιορίζουν πώς οικοδομείται η οποιαδήποτε σειρά. Το κατηγορικό εξειδικευμένο δομικό σύστημα διαχωρίζει ή αναλύει τα πραγματικά αντικείμενα σε καθαρές ιδιότητες ή χαρακτηριστικά προκειμένου να εντάξει ένα νέο αντικείμενο σε υπάρχοντα συστήματα τάξεων ή σχέσεων, να δημιουργήσει νέα συστήματα ή να αναδιατάξει τα παλιά. Για παράδειγμα, η ιδιότητα «κόκκινο» ή «πράσινο», «μικρό» ή «μεγάλο» ποτέ στην πραγματικότητα δεν υπάρχει από μόνη της σε ένα αντικείμενο. Επομένως, η λειτουργία του συγκεκριμένου συστήματος στηρίζεται στην ικανότητα να δει κανείς νοερά ένα πράγμα που είναι μόνο κόκκινο ή μόνο τετράγωνο, κτλ. Μόνο αν αυτό είναι δυνατό, θα μπορεί το άτομο να οικοδομεί κατηγορίες όπου οι καθαρές ιδιότητες θα μπορούν να συνδυάζονται και να ανασυνδυάζονται ελεύθερα. Οι επαγωγικές διαδικασίες στο κατηγορικό εξειδικευμένο δομικό σύστημα λειτουργούν σε καταστάσεις ταξινόμησης με κριτήριο μια συγκεκριμένη ιδιότητα ή συμπλήρωσης μιας συγκεκριμένης τάξης με κάποιο στοιχείο που περιέχει την ιδιότητα της ομάδας, κτλ.

Το Ποσοτικό Εξειδικευμένο Δομικό Σύστημα

Το ποσοτικό εξειδικευμένο δομικό σύστημα έχει αναλυθεί σε τρεις συστατικές ομάδες ικανοτήτων: (α) τις ικανότητες ποσοτικού προσδιορισμού και αναπαράστασης, (β) τις ικανότητες οικοδόμησης διαστάσεων και κατευθύνσεων και (γ) τις ικανότητες συντονισμού διαστάσεων και κατευθύνσεων. Οι ικανότητες

ποσοτικού προσδιορισμού και αναπαράστασης καθιστούν το άτομο ικανό να δει την πραγματικότητα ως σύνθεση συναθροίσεων των οποίων η βασική ιδιότητα είναι απλώς η αύξηση ή η μείωση ή η αναδιανομή των στοιχείων, ανεξάρτητα από τις ποικίλες ιδιότητες που χαρακτηρίζουν τα στοιχεία. Επομένως, ο θεμέλιος λίθος του ποσοτικού εξειδικευμένου δομικού συστήματος είναι οι τέσσερις πράξεις της αριθμητικής. Ο σχηματισμός των πράξεων αυτών βασίζεται στις ενέργειες «ποσοτικοποίησης» που εφαρμόζονται στην πραγματικότητα (για παράδειγμα, οι ενέργειες με τις οποίες βάζουμε πράγματα μαζί ή χωρίζουμε πράγματα, οι ενέργειες με τις οποίες μοιραζόμαστε πράγματα, αριθμούμε, μετρούμε, κτλ). Το βασικό χαρακτηριστικό των ενεργειών αυτών είναι ότι αποκαθαίρουν τα στοιχεία της πραγματικότητας από τα ιδιαίτερα τους χαρακτηριστικά. Οι επαγωγικής φύσης διαδικασίες μπορούν να εμφανιστούν στις περιπτώσεις όπου απαιτείται, για παράδειγμα, η αναγνώριση των ομοειδών στοιχείων που θα προσθεθούν σε μια αλγεβρική έκφραση, η αναδιανομή των στοιχείων μιας μαθηματικής πρότασης κατά την εφαρμογή των ιδιοτήτων των πράξεων, κλπ.

Οι ικανότητες οικοδόμησης διαστάσεων και κατευθύνσεων επιτρέπουν στο άτομο να αναγάγει τις στοιχειώδεις ποσοτικές έννοιες σε διαστάσεις και να συλλαμβάνει τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλονται, δηλαδή την κατεύθυνση (αύξηση ή μείωση), την κλιμάκωση (π.χ. αριθμητική, γεωμετρική ή λογαριθμική αύξηση ή μείωση) ή τη μορφή της μεταβολής τους (π.χ. γραμμική ή καμπυλόγραμμη). Οι ικανότητες αυτές καθιστούν ικανό το άτομο να διαμορφώνει συστήματα μέτρησης ως προς ποικίλες έννοιες, όπως είναι η μάζα και η απόσταση. Οι επαγωγικές διαδικασίες στην περίπτωση αυτή μπορούν να εφαρμοστούν σε προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων περιμέτρου ή εμβαδού επίπεδων σχημάτων και των διαστάσεων των σχημάτων, σε προβλήματα αναγνώρισης του προτύπου με βάση

το οποίο μεταβάλλονται αριθμητικές σειρές προς τα πάνω ή προς τα κάτω ή και προς τις δύο κατευθύνσεις εναλλακτικά και η συμπλήρωση των σειρών αυτών με αναφορά στο ίδιο πρότυπο, κλπ.

Οι ικανότητες συντονισμού διαστάσεων και κατευθύνσεων είναι υπεύθυνες για τις επιδόσεις στη σύνθετη μαθηματική σκέψη. Εφαρμόζονται στις διαστάσεις που δημιουργούνται από τις ικανότητες οικοδόμησης διαστάσεων και κατευθύνσεων με σκοπό να καταστήσουν το άτομο ικανό να προσδιορίσει το είδος της συμμεταβολής τους. Ο επαγωγικός συλλογισμός εφαρμόζεται στις ικανότητες αυτές σε προβλήματα αναλογίας ή πιθανοτήτων.

Το Αιτιώδες Εξειδικευμένο Δομικό Σύστημα

Τα σύστημα αυτό επιτρέπει στο άτομο να απομονώσει την πραγματική αιτιώδη σχέση μέσα από ένα ευρύτερο δίκτυο σχέσεων που φαίνονται αλλά δεν συνδέονται με το φαινόμενο. Ως ένα αναπαραστατικό σύστημα, αφορά τις δυναμικές αλληλεπιδράσεις που συνδέουν τα στοιχεία της πραγματικότητας. Έχει αναλυθεί σε ένα σύνολο συστατικών ικανοτήτων: τις συνδυαστικές ικανότητες, τις ικανότητες διατύπωσης υποθέσεων, τις πειραματικές ικανότητες και τις ικανότητες οικοδόμησης μοντέλων.

Οι συνδυαστικές ικανότητες είναι υπεύθυνες για τον προσδιορισμό του δικτύου των συνυπαρχόντων παραγόντων πάνω στο οποίο πρέπει να ενεργήσει κανείς, ώστε να παράγει όλες τις μεταξύ των παραγόντων σχέσεις. Η επιλογή των παραγόντων που θα ληφθούν υπόψη στο συγκεκριμένο συνδυασμό είναι αποτέλεσμα επαγωγικών μηχανισμών.

Οι ικανότητες διατύπωσης υποθέσεων επιτρέπουν στο άτομο να συλλάβει νοερά, με βάση όποια πληροφορία είναι διαθέσιμη, ότι το σύνολο των δυνατών

σχέσεων που έχει παράγει μέσω της συνδυαστικής ικανότητας περιλαμβάνει υποσύνολα που το καθένα τους προσδιορίζεται από διαφορετικού τύπου σχέσεις (αναγκαίες και επαρκείς, αναγκαίες και μη επαρκείς, μη αναγκαίες και επαρκείς, μη αναγκαίες και μη επαρκείς, αρνητικές ή ασυμβίβαστες). Οι επαγωγικοί μηχανισμοί θα ενεργοποιηθούν στη συγκεκριμένη περίπτωση για το σχηματισμό εικασιών όσον αφορά τις σχέσεις αιτίας-αποτελέσματος.

Οι πειραματικές ικανότητες επιτρέπουν τον έλεγχο των υποθέσεων, δηλαδή επιτρέπουν στο άτομο να υλοποιήσει τις υποθέσεις του σε συστηματικούς χειρισμούς που έχουν σκοπό να δείξουν αν η σχέση ενός παράγοντα με το υπό εξέταση φαινόμενο είναι κάποιου συγκεκριμένου τύπου (αναγκαία και επαρκής, αναγκαία και μη επαρκής, μη αναγκαία και επαρκής, μη αναγκαία και μη επαρκής, αρνητική ή ασυμβίβαστη). Επομένως, η ικανότητα αυτή απαιτεί την ενεργοποίηση και την εφαρμογή της αρχής της απομόνωσης μεταβλητών. Οι επαγωγικές διαδικασίες, μέσω της διαδικασίας της σύγκρισης, μπορούν να εφαρμοστούν στην αναγνώριση των μεταβλητών που θα πρέπει να απομονωθούν για να γίνει διακριτός ο παράγοντας που θα ελεγχθεί.

Οι ικανότητες οικοδόμησης μοντέλων επιτρέπουν στο άτομο να αντιστοιχίσει τα αποτελέσματα του πειραματισμού με τις αρχικές υποθέσεις, ώστε να φτάσει σε ένα γενικό ερμηνευτικό πλαίσιο που θα προσδιορίζει κάθε τύπο σχέσεων που παρατήρησε. Οι επαγωγικοί μηχανισμοί ενεργοποιούνται στην οικοδόμηση του μοντέλου με την εφαρμογή διαδικασιών αναγνώρισης ομοιοτήτων και διαφοράς σε σχέσεις ανάμεσα στις υποθέσεις και στα αποτελέσματα.

Το Χωρικό και το Εικονικό Εξειδικευμένο Δομικό Σύστημα

Τα συστήματα αυτά περιλαμβάνουν ικανότητες που επιτρέπουν στο άτομο να εκτελεί στο επίπεδο νοερής εικόνας τις ενέργειες που μπορεί να εκτελέσει και στα πραγματικά αντικείμενα. Έτσι, κάποιος μπορεί να προσθέτει ή να αφαιρεί χαρακτηριστικά από την εικόνα ενός αντικειμένου, να συγχωνεύει δύο ή περισσότερες εικόνες σε μία, να μετατοπίζει, να αναμορφώνει ή να περιστρέφει νοερά το αντικείμενο. Ο επαγωγικός συλλογισμός στα συστήματα αυτά εφαρμόζεται στις περιπτώσεις οικοδόμησης ημιμορφισμών που αντιστοιχούν στην πρόβλεψη μιας εικόνας την επόμενη στιγμή ή στην επιλογή των σχετικών στοιχείων από δύο εικόνες που μπορούν να συνθέσουν μια ευρύτερη, κτλ.

Το Συλλογιστικό Εξειδικευμένο Δομικό Σύστημα

Το σύστημα αυτό εξειδικεύεται στην επεξεργασία των τυπικών σχέσεων ανάμεσα σε νοερές οντότητες. Ο επαγωγικός συλλογισμός σε συνδυασμό με τον παραγωγικό συλλογισμό θεωρούνται οι βασικότερες ικανότητες που εφαρμόζονται στο σύστημα αυτό, προκειμένου να ελεγχθεί η ορθότητα και η εγκυρότητα της ροής των πληροφοριών στο περιβάλλον και σε συστήματα αναπαράστασης που σχετίζονται με το περιβάλλον.

Το Κοινωνικό Εξειδικευμένο Δομικό Σύστημα

Το κοινωνικό σύστημα, καθώς ασχολείται με την κατανόηση των κοινωνικών σχέσεων και αλληλεπιδράσεων, εφαρμόζει επαγωγικές διαδικασίες για την πρόβλεψη καταστάσεων και ανθρώπινων συμπεριφορών. Επιπλέον, μέσω του επαγωγικού συλλογισμού προσπαθεί να καθορίσει αλληλεπιδράσεις ή σχέσεις συνέπειας ανάμεσα σε γεγονότα και ανθρώπινες συμπεριφορές.

Θεωρίες για Μεταφορά της Γνώσης

Ένας από τους θεμελιώδεις στόχους της εκπαίδευσης θεωρείται η μεταφορά της γνώσης και των δεξιοτήτων (Marini & Genereux, 1995). Η μεταφορά, δηλαδή η διαδικασία χρήσης της γνώσης και των δεξιοτήτων σε πλαίσια διαφορετικά από το πλαίσιο στο οποίο αποκτήθηκαν, αποτέλεσε ένα επίμαχο θέμα μελέτης σε όλες τις φάσεις της διερεύνησής της. Ερευνητές από διάφορους χώρους και με διαφορετικό ή παρόμοιο τύπου υπόβαθρο έχουν διατυπώσει διαφορετικές απόψεις αναφορικά με την ύπαρξή της μεταφοράς ή με τον τρόπο που αυτή συμβαίνει (De Corte, 1999).

Από τις αρχές του εικοστού αιώνα, η θεωρία του Thorndike (1922) για τα πανομοιότυπα στοιχεία αποτέλεσε κίνητρο διατύπωσης και ελέγχου υποθέσεων σχετικά με τη μεταφορά. Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή, η μεταφορά επηρεάζεται από την ομοιότητα των επιφανειακών στοιχείων που μπορεί να έχουν τα έργα εκπαίδευσης με τα έργα μεταφοράς. Παρόλο που ο Thorndike δεν καθόρισε απόλυτα τι είναι το πανομοιότυπο στοιχείο, εντούτοις η θεωρία του επηρέασε τον τρόπο με τον οποίο καθορίζονται τα προβλήματα εκπαίδευσης και τα προβλήματα μεταφοράς.

Από τη θεωρία των πανομοιότυπων στοιχείων προέκυψε το θεώρημα των χαρακτηριστικών του πανομοιότυπου προβλήματος, το οποίο αναφέρει ότι όταν δύο προβλήματα έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά, τότε τα προβλήματα είναι όμοια.

Ερευνητές που ασχολήθηκαν με τη συμπεριφοριστική αυτή αντιμετώπιση της μεταφοράς κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι το είδος και η έκταση της μεταφοράς της μάθησης εξαρτώνται από την ομοιότητα που έχουν τα επιφανειακά χαρακτηριστικά

των προβλημάτων που χρησιμοποιούνται κατά τη διαδικασία μάθησης με τα προβλήματα μεταφοράς (Cormier & Hagman, 1987).

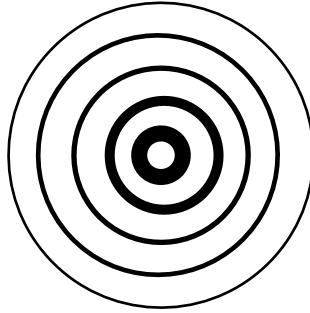
Σε αντίθεση με τη συμπεριφοριστική προσέγγιση, η Θεωρία Επεξεργασίας Πληροφοριών θεωρεί ότι στη μεταφορά θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη και γνωστικοί παράγοντες. Η άποψη αυτή υποστηρίχθηκε από πορίσματα σχετικών ερευνών τα οποία αναφέρουν ότι τα σχήματα δομής λύσης προβλήματος προσφέρουν τη βάση για μεταφορά, η οποία μπορεί να συμβεί με προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού (Phye, 1989, 1990, 1991). Ουσιαστικά, η Θεωρία Επεξεργασίας Πληροφοριών προτείνει μια θεωρία δύο παραγόντων για τη μεταφορά, όπου τόσο η επιφανειακή δομή όσο και η γνωστική δομή συνεισφέρουν στη σχετική με τη μεταφορά επίδοση. Επομένως, η θεωρία της μεταφοράς προσεγγίζεται από μια γνωστική πτυχή της επεξεργασίας πληροφοριών. Η θεωρία των δύο παραγόντων επικεντρώνεται σε ερωτήματα που σχεδιάστηκαν για να καθορίσουν την αρχιτεκτονική βάση για μεταφορά σε ένα έργο λύσης προβλήματος (Anderson, 1983; Phye, 1991). Η σχετική έρευνα προσπαθώντας να καθορίσει το εύρος της επίδρασης της μεταφοράς επικεντρώθηκε αρχικά στους γνωστικούς παράγοντες που εμπλέκονται στη διαδικασία της μεταφοράς και διερεύνησε τη σχέση ανάμεσα σε γενικές μεταγνωστικές στρατηγικές ελέγχου και σε εξειδικευμένες στρατηγικές που χαρακτηρίζουν ένα πεδίο προβλημάτων.

Η γνωστική προσέγγιση επεξεργασίας πληροφοριών οδήγησε στην αναζήτηση κοινών στοιχείων που μπορεί να έχουν τα προβλήματα εκπαίδευσης με τα προβλήματα μεταφοράς, όσον αφορά την επεξεργασία και τις στρατηγικές. Επιπλέον, έγινε διάκριση ανάμεσα στις στρατηγικές των προβλημάτων που χρησιμοποιούνται στη λύση των προβλημάτων και στις μεταγνωστικές διαδικασίες που συνοδεύουν και ελέγχουν την πραγματική στρατηγική λύσης (Sternberg, 1985;

Segal, Chipman, & Glaser, 1985). Αρκετοί ερευνητές ανέμεναν σημαντικά αποτελέσματα από την εκπαίδευση των μεταγνωστικών στρατηγικών, καθώς η εφαρμογή τους είναι ευρεία σε αντίθεση με τις γνωστικές διαδικασίες, οι οποίες περιορίζονται σε εξειδικευμένο πεδίο. Έτσι, παρόλο που η επίδραση της μεταφοράς είναι έντονη εντός των πεδίων προβλημάτων, θα πρέπει απαραίτητα να είναι μικρότερη διαμέσου των πεδίων προβλημάτων (Perkins & Salomon, 1989; Salomon & Perkins, 1989). Αυτό δείχνει ότι, όταν τα προβλήματα είναι καλά ορισμένα οι στρατηγικές οι οποίες είναι εξειδικευμένες σε πεδίο είναι η πρωταρχική βάση για μεταφορά που παρατηρείται εντός του συγκεκριμένου πεδίου.

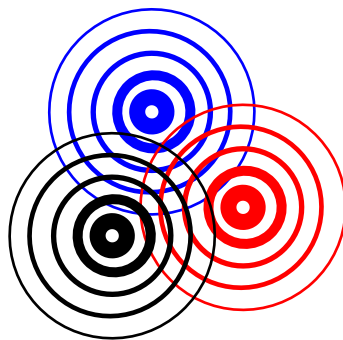
Συνοπτικά, η γνωστική μελέτη της μεταφοράς αναγνωρίζει ότι τα επιφανειακά χαρακτηριστικά των προβλημάτων και τα γνωστικά σχήματα των ανθρώπων που λύνουν προβλήματα είναι αναγκαία για μια επιτυχημένη μεταφορά. Η άποψη αυτή αποδίδει έναν πολυδιάστατο χαρακτήρα στη μεταφορά, θεωρώντας ότι μπορεί να συμβαίνει σε διάφορες κατευθύνσεις. Παρόλα αυτά, υπάρχει μια έλλειψη συμφωνίας για το πώς θα συγκροτηθούν ενιαία οι φυσικές διαστάσεις ενός έργου και οι γνωστικές διαστάσεις μιας στρατηγικής, με σκοπό να προβλεφθεί το «μέγεθος αποτελεσματικότητας» της μεταφοράς.

Θεωρώντας μια πολυδιάστατη πτυχή, οι Klauer και Phye (1994) προτείνουν μια σχηματική αναπαράσταση της μεταφοράς ως ένα σύνολο ομόκεντρων κύκλων, οι ακτίνες των οποίων αντιπροσωπεύουν το μέγεθος της επίδρασης της μεταφοράς (Διάγραμμα 3). Η επίδραση της μεταφοράς, σύμφωνα με την αναπαράσταση αυτή, σχετίζεται με μια αντιστρόφως ανάλογη γραμμική σχέση με το μήκος των ακτίνων των κύκλων.



Διάγραμμα 3. Η παραδειγματική μεταφορά ενός «παραδείγματος».

Μια τυπική συλλογιστική δομή που είναι πολυδιάστατη και εφαρμόσιμη σε διάφορες καταστάσεις θεωρείται ως ένα «παράδειγμα» (paradigm). Επομένως, το Διάγραμμα 3 απεικονίζει την παραδειγματική μεταφορά. Στο Διάγραμμα 4 εμφανίζονται τρία αλληλοσυσχετιζόμενα παραδείγματα και δείχνει ότι σε καταστάσεις με αλληλοσυνδεδεμένα παραδείγματα μπορεί να επηρεαστεί μια μεγάλη περιοχή ικανοτήτων. Επομένως, μια πιο σύνθετη αναπαράσταση του πολυδιάστατου χαρακτήρα της μεταφοράς θα μπορούσε να αποδοθεί με πολλαπλά τεμνόμενα σύνολα ομόκεντρων κύκλων τα οποία παρουσιάζουν αλληλοσυνδεδεμένες τυπικές συλλογιστικές δομές διαφορετικών πεδίων (Διάγραμμα 4) (Klauer & Phe, 1994).



Διάγραμμα 4. Η παραδειγματική μεταφορά αλληλοσυσχετιζόμενων παραδειγμάτων.

Η προσέγγιση αυτή μπορεί να θεωρηθεί συνεπής με πρόσφατες θεωρίες της ομοιότητας και της αναλογικής σκέψης, οι οποίες τονίζουν μια δισδιάστατη πτυχή που θεωρεί τόσο τα «επιφανειακά» όσο και τα «βαθύτερα» γνωστικά στοιχεία (Vosniadou & Ortony, 1989). Εξάλλου, πορίσματα ερευνών σχετικών με μια εννοιολογική μεταφορά τονίζουν ότι οι διαδικασίες που συμβαίνουν στην εννοιολογική μεταφορά αντιστοιχούν στις διαδικασίες που εφαρμόζονται στον αναλογικό συλλογισμό (Gentner & Markman, 1997; Reeves & Weisberg, 1994). Επιπλέον, στη βιβλιογραφία αναφέρονται έρευνες στις οποίες η μεταφορά μελετήθηκε ως ειδική περίπτωση του αναλογικού συλλογισμού (Kolodner, 1997; Reeves & Weisberg, 1993; Gick & Holyoak, 1980).

Έρευνες που διεξάχθησαν στο χώρο της ψυχολογίας έχουν δείξει ότι η μεταφορά δομών τυπικής σκέψης δεν συμβαίνει αυθόρμητα. Θεωρείται απαραίτητη η εξάσκηση παραδειγματικής μεταφοράς για να μπορούν επιτυχώς τα άτομα να ανατρέχουν σε παραδείγματα που είναι αποθηκευμένα στη μακροπρόθεσμη μνήμη (Reed, Dempster, & Ettinger, 1985). Το φαινόμενο αυτό έχει καθοριστεί ως το φαινόμενο «μαθαίνουμε για να μαθαίνουμε» (Klauer, 1988a) ή «μεταφορά στρατηγικής» (Phye, 1992).

Η Επαγωγική Θεωρία Παραδειγματικής Μεταφοράς

Θεωρώντας ότι ο επαγωγικός συλλογισμός εφαρμόζεται σε πλαίσια τα οποία κυριαρχούνται από λύση προβλήματος, ο Klauer (1989a) ανέπτυξε μια επαγωγική θεωρία βασισμένη σε έναν αναλυτικό ορισμό για τον επαγωγικό συλλογισμό. Ο ορισμός αυτός περιλαμβάνει μια περιεκτική περιγραφή των γνωστικών διαδικασιών που συνιστούν τον επαγωγικό συλλογισμό και προβάλλει τα σχετικά βήματα που

θεωρούνται αναγκαία και επαρκή για την επίτευξη μιας γενίκευσης. Γενικότερα, καθορίζονται οι διαδικασίες που θεωρούνται επαρκείς για την ανακάλυψη μιας γενίκευσης ή την αναίρεση μιας υπεργενίκευσης (Klauer, 1999: Klauer κ.ά., 2002). Σύμφωνα με τη συγκεκριμένη θεωρία, αν ο ορισμός αυτός καθορίζει ακριβώς τα αναγκαία και επαρκή βήματα μιας επαγωγικής διαδικασίας, τότε η διδασκαλία των βημάτων αυτών θα βελτιώσει τον επαγωγικό συλλογισμό των ατόμων που θα τύχουν διδασκαλίας.

Ο Klauer (1999), μετά από μια διαδικασία ανάλυσης των δεξιοτήτων σκέψης, έχει ορίσει τον επαγωγικό συλλογισμό ως τη συστηματική και αναλυτική σύγκριση των αντικειμένων μιας ομάδας ή μιας σειράς, με σκοπό να βρεθούν ομοιότητες ή/και διαφορές σε ιδιότητες ή σχέσεις μεταξύ των αντικειμένων της ομάδας ή της σειράς. Η ανίχνευση ομοιοτήτων ή/και διαφορών στις ιδιότητες των αντικειμένων μιας ομάδας ή στις σχέσεις ανάμεσα στα αντικείμενα μιας σειράς αποσκοπεί στην ανακάλυψη κανονικοτήτων και μη κανονικοτήτων σε μια ομάδα ή σειρά αντικειμένων (Διάγραμμα 5). Σύμφωνα με αυτόν τον ορισμό, ο επαγωγικός συλλογισμός υποδηλώνει αφηρημένη σκέψη και καθορίζει ακριβώς εκείνες τις δεξιότητες σκέψης που διακρίνουν τον επαγωγικό συλλογισμό από άλλους τύπους συλλογισμού (Klauer, 1999). Θα μπορούσαμε να πούμε ότι ένας συλλογισμός θεωρείται επαγωγικός, όταν με την εφαρμογή του προκύπτουν κανονικότητες με την αναγνώριση ομοιοτήτων και ανομοιοτήτων (παράγοντας Α) ανάμεσα στις ιδιότητες ή στις σχέσεις αντικειμένων (παράγοντας Β) που αναπαριστώνται λεκτικά, εικονικά, διαγραμματικά, συμβολικά-αριθμητικά κτλ. (παράγοντας Γ) (Klauer κ.ά., 2002: Klauer, 1999: Klauer & Phye, 1994).

Ο επαγωγικός συλλογισμός είναι η διαδικασία η οποία αποσκοπεί στην ανακάλυψη κανονικοτήτων και μη-κανονικοτήτων με την εύρεση:

A		B		Γ
A1-ομοιότητας		B1-ιδιοτήτων	Με	Γ1-λεκτικά
A2-ανομοιότητας	των	B2-σχέσεων	αναφορά	Γ 2-εικονικά
A3-ομοιότητας				Γ 3-γεωμετρικά
και				Γ4-αριθμητικά
ανομοιότητας				Γ5-άλλα αντικείμενα ή ομάδες

Διάγραμμα 5. Ορισμός επαγωγικού συλλογισμού (Klauer, 1999, σελ. 134).

Ο Έλεγχος της Εγκυρότητας της Επαγωγικής Θεωρίας

Ο έλεγχος της εγκυρότητας της θεωρίας του επαγωγικού συλλογισμού θεωρήθηκε ότι μπορεί να επιτευχθεί επαρκώς και επιτυχώς με την εφαρμογή ενός κατάλληλου εκπαιδευτικού προγράμματος για μεταφορά. Αυτό σημαίνει ότι τα άτομα τα οποία θα εκπαιδευτούν να εφαρμόζουν μια επαρκή στρατηγική για να λύνουν επαγωγικά προβλήματα θα έχουν καλύτερη επίδοση σε έργα επαγωγικού συλλογισμού από άτομα αντίστοιχου γνωστικού επιπέδου, τα οποία δεν θα τύχουν αυτής της εκπαίδευσης. Βασικά, τα άτομα που θα τύχουν εκπαίδευσης δε θα επηρεάζονται από τις διαφορές που πιθανόν να υπάρχουν ανάμεσα στα επιφανειακά χαρακτηριστικά των έργων του εκπαιδευτικού προγράμματος και νέων επαγωγικών έργων (Roth-van der Werf κ.ά., 2002). Επιπλέον, τα άτομα αυτά θα βελτιώσουν την ικανότητά τους στον επαγωγικό συλλογισμό, αλλά όχι την επίδοσή τους σε έργα που δεν απαιτούν επαγωγικό συλλογισμό. Έτσι, η υπόθεση ουσιαστικά αναγάγεται στο αν το πρόγραμμα εκπαίδευσης θα επιφέρει μια επίδραση μεταφοράς εξειδικευμένου

πεδίου ή γενικότερου πεδίου. Αναλυτικότερα, ο Klauer με τους συνεργάτες του (Klauer κ.ά., 2002) αναφέρουν ότι θα αναμένεται μια συγκλίνουσα και μια διαχωριστική επίδραση μεταφοράς αν το εκπαιδευτικό πρόγραμμα αναπτύξει μόνο τον επαγωγικό συλλογισμό. Η συγκλίνουσα μεταφορά αναφέρεται στη θετική μεταφορά που μπορεί να συμβεί στις μετρήσεις του επαγωγικού συλλογισμού, ενώ η διαχωριστική μεταφορά αναφέρεται στη μη ύπαρξη της μεταφοράς σε μετρήσεις που δεν απαιτούν επαγωγικό συλλογισμό.

Η αρχιτεκτονική του εκπαιδευτικού προγράμματος. Το εκπαιδευτικό πρόγραμμα του Klauer (Klauer & Pbye, 1994) σχεδιάστηκε με βάση στη θεωρία της παραδειγματικής μεταφοράς, με σκοπό την επιτυχημένη χρήση μιας συλλογιστικής δομής ως εργαλείο στη λύση προβλήματος. Ο σκοπός αυτός επιτυγχάνεται μέσω της παραδειγματικής εκπαίδευσης των διάφορων συλλογιστικών στρατηγικών (Klauer & Pbye, 1994). Η εκπαίδευση παρέχει τη βάση για τη χρήση αυτών των στρατηγικών ως εργαλείο στη λύση προβλήματος σε διαφορετικά πλαίσια και είναι κυρίως ωφέλιμη, όταν πολλαπλά παραδείγματα συνδυάζονται σε μια διαδικασία η οποία έχει πλατιά εφαρμογή.

Το συγκεκριμένο εκπαιδευτικό πρόγραμμα αναπτύχθηκε με βάση την έρευνα και σχεδιάστηκε στα πλαίσια της θεωρίας της ικανότητας, καθώς επίσης και στα πλαίσια μιας γνωστικής προσέγγισης επεξεργασίας πληροφοριών για το συλλογισμό και τη λύση προβλήματος. Η λογική του προγράμματος είναι ότι οι ικανότητες της γενίκευσης, της διάκρισης και της παρακολούθησης ενός αλγόριθμου που ελέγχει για ομοιότητες ή/και διαφορές είναι θεμελιώδεις στην ανάπτυξη του επαγωγικού συλλογισμού και της λύσης προβλήματος (Klauer & Pbye, 1994). Ο Klauer, διατηρώντας το πραγματιστικό πλαίσιο δράσης της επαγωγικής διαδικασίας, μέσω του εκπαιδευτικού προγράμματος προσπάθησε να ελέγξει την υπόθεση ότι αν

ενθαρρύνουμε τα άτομα να εφαρμόζουν επαρκείς διαδικασίες σύγκρισης τότε θα βελτιώσουν την ικανότητά τους στον επαγωγικό συλλογισμό.

Κάτω από το πρίσμα της παραδειγματικής εκπαίδευσης, ο επαγωγικός συλλογισμός μπορεί να επεξηγηθεί σε σχέση με έξι στενά συσχετιζόμενα παραδείγματα: τη γενίκευση, τη διάκριση, τη διασταυρούμενη ταξινόμηση, την αναγνώριση σχέσεων, τη διαφοροποίηση σχέσεων και την οικοδόμηση συστήματος (Klauer & Phye, 1994; De Koning κ.ά., 2002; Roth-van der Werf κ.ά., 2002). Τα παραδείγματα αυτά προκύπτουν από τους συνδυασμούς των τριών παραγόντων Α, Β και Γ που περιλαμβάνονται στον ορισμό του Klauer για τον επαγωγικό συλλογισμό. Σύμφωνα με τον Klauer (1999), το κάθε υποσύνολο επαγωγικών έργων απαιτεί εξειδικευμένες διαδικασίες για τη λύση του, όπως φαίνεται στην τελευταία στήλη του Πίνακα 1.

Η γενίκευση χαρακτηρίζεται από την ανάγκη να βρεθεί ομοιότητα ανάμεσα σε ιδιότητες που αναφέρονται σε διαφορετικά αντικείμενα, με σκοπό να γίνει μια ομάδα με τα αντικείμενα που θα έχουν την ομοιότητα αυτή. Τα αντικείμενα αυτά, παρόλο που διαφέρουν μεταξύ τους, εντούτοις μοιράζονται τουλάχιστον μια κοινή ιδιότητα. Τα προβλήματα που περιλαμβάνουν τη διαδικασία της γενίκευσης εμφανίζονται σε τρεις μορφές στο πρόγραμμα του Klauer: στην οικοδόμηση τάξης, στη συμπλήρωση τάξης και στην εύρεση της κοινής ιδιότητας (Klauer & Phye, 1994).

Η διάκριση είναι η διαδικασία παρατήρησης διαφορών ανάμεσα στα αντικείμενα σε σχέση με τις ιδιότητες. Μόνο μια μορφή προβλήματος μπορεί να θεωρηθεί για την εφαρμογή της διαδικασίας αυτής, όπου απαιτείται η αναγνώριση του αντικειμένου που δεν ταιριάζει με τα άλλα αντικείμενα που αναφέρονται στο πρόβλημα. Τα προβλήματα της μορφής αυτής απαιτούν απαραίτητα την αναζήτηση

μιας κοινής ιδιότητας, ενώ υπάρχει ο περιορισμός ότι όλα τα αντικείμενα, εκτός από ένα, έχουν την ίδια ιδιότητα.

Πίνακας 1

Τύποι επαγωγικών προβλημάτων (Klauer, 1999, σελ. 135)

Σύνολα επαγωγικών προβλημάτων	Συνδυασμός παραγόντων	Μορφές προβλημάτων	Απαιτούμενη γνωστική λειτουργία
Γενίκευση	A_1B_1	Μορφοποίηση τάξης Επέκταση τάξης Εύρεση κοινών ιδιοτήτων	Ομοιότητα ιδιοτήτων
Διάκριση	A_2B_1	Αποκλεισμός τάξης	Διαφορές στις ιδιότητες
Διασταυρούμενη ταξινόμηση	A_3B_1	Πίνακες διπλής εισόδου με 4, 6, 9 στοιχεία	Ομοιότητα και διαφορά στις ιδιότητες
Αναγνώριση σχέσεων	A_1B_2	Συμπλήρωση σειρών Διάταξη σειρών Αναλογία	Ομοιότητα σχέσεων
Διαφοροποίηση σχέσεων	A_2B_2	Διακοπτόμενες σειρές	Διαφορές σε σχέσεις
Οικοδόμηση συστήματος	A_3B_2	Πίνακες	Ομοιότητα και διαφορά σε σχέσεις

Σημείωση: Ο παράγοντας A αναφέρεται στη διαδικασία σύγκρισης, ο παράγοντας B αναφέρεται στις ιδιότητες ή τις σχέσεις των αντικειμένων που συγκρίνονται και ο παράγοντας Γ στον κώδικα αναπαράστασης των αντικειμένων που συγκρίνονται.

Η διασταυρούμενη ταξινόμηση συνήθως αναγνωρίζεται ως η ταξινόμηση σε πίνακα διπλής εισόδου 2X2, με την ευελιξία της επέκτασης των διαστάσεων των πινάκων. Σχετίζεται με το σχήμα ταξινόμησης στο οποίο δύο τουλάχιστον ιδιότητες θα πρέπει να θεωρηθούν ταυτόχρονα. Η διασταυρούμενη ταξινόμηση απαιτεί τον καθορισμό τόσο των κοινών όσο και των διαφορετικών ιδιοτήτων. Το πλεονέκτημά της βρίσκεται στο γεγονός ότι μπορούν να συμβούν όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί. Αυτό σημαίνει ότι σε ένα αντικείμενο μπορεί να υπάρχει ομοιότητα και στα δύο χαρακτηριστικά γνωρίσματα που αναφέρονται στον πίνακα διπλής εισόδου, ανομοιότητα και στα δύο χαρακτηριστικά γνωρίσματα, ομοιότητα στο χαρακτηριστικό γνώρισμα A με διαφορές στο χαρακτηριστικό γνώρισμα B και αντίθετα. Η γενική δομή ενός προβλήματος διασταυρούμενης ταξινόμησης παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 6.

		Χαρακτηριστικό A	
		+	-
Χαρακτηριστικό B	+	++	+-
	-	-+	--

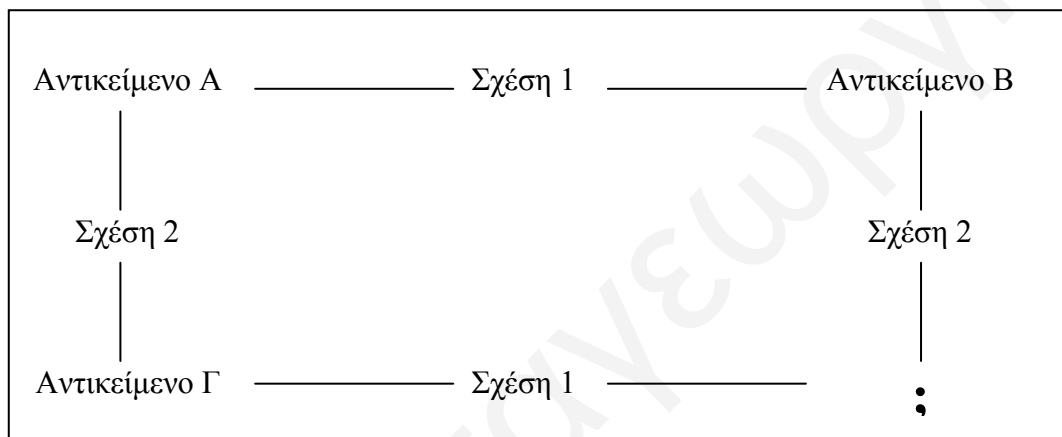
Διάγραμμα 6. Γενική δομή προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης (Klauer & Phe, 1994, σελ. 11).

Τα προβλήματα που περιλαμβάνουν τη διαδικασία της αναγνώρισης σχέσεων απαιτούν την αναγνώριση ομοιότητας ανάμεσα στις σχέσεις. Η φύση της σχέσης είναι πιο πολύπλοκη και ποικίλη από ό,τι συμβαίνει στην περίπτωση της αναγνώρισης κοινών ιδιοτήτων των αντικειμένων. Αυτό συμβαίνει, γιατί οι ιδιότητες

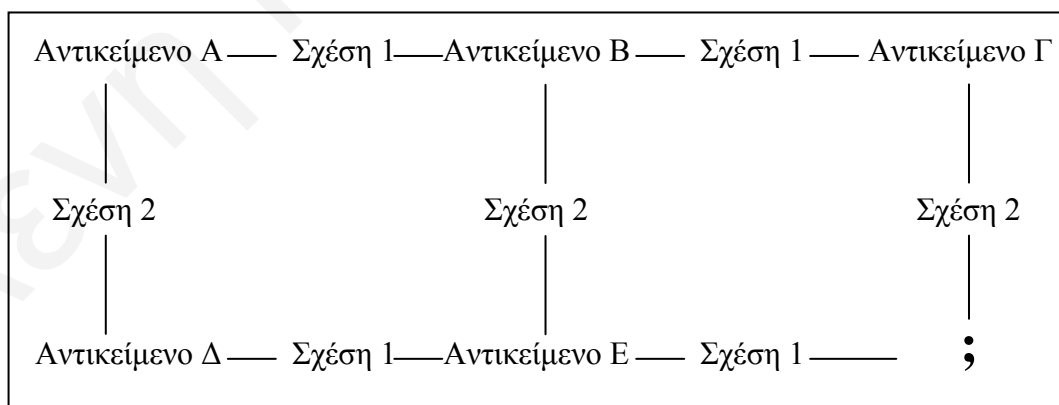
θεωρούνται να είναι τα επιφανειακά χαρακτηριστικά των αντικειμένων. Αντίθετα, οι σχέσεις ίσως να μοιράζονται κοινά χαρακτηριστικά που αναφέρονται σε λειτουργίες, σε τύπους σχέσεων (αιτίας-αποτελέσματος, μέρος-όλο, κτλ.) ή σε κάτι μοναδικό που χαρακτηρίζει το σύνολο του προβλήματος. Επομένως, τα προβλήματα που περιλαμβάνουν σχέσεις τυπικά απαιτούν μεγαλύτερη προσπάθεια όσον αφορά τη χωρητικότητα της εργαζόμενης μνήμης και το φορτίο επεξεργασίας. Αυτού του τύπου τα προβλήματα τυπικά θεωρούνται ότι έχουν μεγαλύτερο βαθμό αφαίρεσης από ό,τι τα προβλήματα ιδιοτήτων. Η αναγνώριση σχέσεων συμβαίνει σε τρεις τύπους προβλημάτων στο πρόγραμμα του Klauer: συμπλήρωση σειράς, διευθέτηση μιας σειράς και προβλήματα αναλογίας.

Η διαφοροποίηση σχέσεων αναφέρεται στα προβλήματα που απαιτούν αναγνώριση διαφορών στις σχέσεις. Μόνο ένας τύπος προβλήματος θεωρείται ότι χρησιμοποιεί αυτή τη διαδικασία και είναι τα προβλήματα τα οποία αναφέρονται στις διακοπτόμενες σειρές. Αυτός ο τύπος προβλημάτων μπορεί να συμβεί με δύο παραλλαγές. Στην πρώτη παραλλαγή, το μόνο που είναι απαραίτητο είναι η αναδιάταξη των μελών του συνόλου του προβλήματος με σκοπό να καθοριστεί η σωστή σειρά. Στη δεύτερη παραλλαγή ένα από τα αντικείμενα θα πρέπει να εξαιρεθεί ή να διορθωθεί για να καθοριστεί σωστά η σειρά. Σε όλες τις περιπτώσεις η στρατηγική λύσης απαιτεί την εύρεση μιας σχέσης που συμβαίνει ανάμεσα στα εναπομείναντα αντικείμενα, ώστε να καταστεί δυνατή η αναγνώριση του αντικειμένου που διακόπτει τη σειρά. Η στρατηγική μεταγνωστικού ελέγχου που χρησιμοποιείται για να ελέγξει την ορθότητα της λύσης προβαίνει στην αξιολόγηση της γενικής ομοιότητας της σχέσης ανάμεσα στα εναπομείναντα ή στα αναδιατεταγμένα αντικείμενα.

Η οικοδόμηση συστήματος αφορά την εύρεση ισοδυναμίας ή ανομοιότητας σχέσεων. Στην οικοδόμηση συστήματος υπάρχουν τουλάχιστον δύο σχέσεις στις οποίες η ομοιότητα ή η ανομοιότητα θα πρέπει να επιβεβαιωθεί. Η διαδικασία αυτή εφαρμόζεται σε δύο τύπους προβλημάτων, στους απλούς πίνακες και στους πίνακες επέκτασης. Η δομή ενός απλού πίνακα παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 7α και η δομή ενός πίνακα επέκτασης παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 7β.



Διάγραμμα 7α. Απλός πίνακας για την εφαρμογή της οικοδόμησης συστήματος (Klauer & Phye, 1994, σελ. 14).



Διάγραμμα 7β. Πίνακας επέκτασης για την εφαρμογή της οικοδόμησης συστήματος (Klauer & Phye, 1994, σελ. 14).

Σε γενικές γραμμές, τα ονόματα των υποσυνόλων των επαγωγικών προβλημάτων που παρουσιάζονται στην πρώτη στήλη του Πίνακα 1 έχουν επιλεγεί, έτσι ώστε να ανταποκρίνονται στη διαδικασία που απαιτούν για τη λύση τους. Το κάθε υποσύνολο μπορεί να επιλυθεί από τις διαδικασίες που παρουσιάζονται στην τελευταία στήλη του πίνακα. Η δεύτερη και η τελευταία στήλη του πίνακα αναφέρονται άμεσα στον ορισμό, όπως παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 5. Στην τρίτη στήλη του πίνακα αναφέρονται τυπικές μορφές επαγωγικών προβλημάτων, όπως συναντώνται σε τεστ νοημοσύνης ή άλλα γνωστικά τεστ που περιλαμβάνουν επαγωγικό συλλογισμό. Συνήθεις τύποι έργων που απαιτούν επαγωγικό συλλογισμό είναι η ταξινόμηση (Goldman & Pellegrino, 1984: Sternberg & Gardner, 1983), η αναλογία (Evans, 1968: Sternberg, 1977: Pellegrino & Glaser, 1982: Sternberg & Gardner, 1983: Goldman & Pellegrino, 1984), οι σειρές (Thurstone, 1938: Simon & Kotovsky, 1963: Bjork, 1968: Gregg, 1967: Klahr & Wallace, 1970: Kotovsky & Simon, 1973: Sternberg & Gardner, 1983: Holzman, Pellegrino, & Glaser, 1983) και οι πίνακες (Raven, 1938: Hunt, 1974: Sternberg & Gardner, 1983). Η γενίκευση, η διάκριση και η διασταυρούμενη ταξινόμηση είναι είδη έργων ταξινόμησης, για το λόγο ότι διαχειρίζονται ιδιότητες, ενώ οι αναλογίες, οι σειρές και οι πίνακες έχουν να κάνουν με την ανίχνευση σχέσεων (Büchel & Scharnhorst, 1993: Holzman κ.ά., 1983: Sternberg & Gardner, 1983: Goldman & Pellegrino, 1984: Greeno, 1978, 1980: Van de Vijver, 1991: Whitely, 1980). Επομένως, είναι φανερό ότι ο ορισμός που παρουσιάζει ο Klauer ταιριάζει με το πλαίσιο που συνήθως θεωρείται να είναι το επαγωγικό πλαίσιο αναφοράς, αλλά επιπρόσθετα παρέχει μια εξήγηση γιατί τα συγκεκριμένα ή παρόμοια είδη έργων απαιτούν επαγωγικό συλλογισμό (Klauer, 1999).

Τα έξι υποσύνολα επαγωγικών προβλημάτων δεν είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους. Όλες οι διαδικασίες που απαιτούνται για τη λύση των έργων αυτών εμπίπτουν στο πεδίο του επαγωγικού συλλογισμού. Αυτό συνεπάγεται ότι όλες οι μορφές επαγωγικών έργων μπορούν να επιλυθούν μέσα από μια γενική στρατηγική επαγωγικού συλλογισμού. Στο Διάγραμμα 8 παρουσιάζονται οι σχέσεις που υπάρχουν ανάμεσα στα έξι υποσύνολα επαγωγικών προβλημάτων.

Στη βάση της γενεαλογίας, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 8, εμφανίζεται η γενική στρατηγική του επαγωγικού συλλογισμού. Η στρατηγική αυτή αναφέρεται στη διαδικασία σύγκρισης είτε των ιδιοτήτων των αντικειμένων, όπως φαίνεται στο αριστερό τμήμα της γενεαλογίας είτε των σχέσεων που υπάρχουν ανάμεσα στα αντικείμενα, όπως φαίνεται στο δεξιό τμήμα της γενεαλογίας. Είναι φανερό ότι και στις δύο αυτές περιπτώσεις απαιτείται η ανίχνευση ομοιότητας, διαφοράς ή και των δύο.



Διάγραμμα 8. Η γενεαλογία των έργων επαγωγικού συλλογισμού
(Klauer, 1999, σελ. 136).

Η βάση της γενεαλογίας διαχωρίζεται στους δύο βασικούς κλάδους, τον κλάδο ιδιοτήτων και τον κλάδο σχέσεων, για να παρουσιάσει στη συνέχεια μια αναπαράσταση των βασικών και των δευτερεύουσων σχέσεων που υπάρχουν ανάμεσα στη γενίκευση-διάκριση και στη διασταυρούμενη ταξινόμηση αφενός, και ανάμεσα στην αναγνώριση-διαφοροποίηση σχέσεων και την οικοδόμηση συστήματος αφετέρου. Οι τάξεις των έργων διασταυρούμενης ταξινόμησης και οικοδόμησης συστήματος απαιτούν την ανίχνευση της ίδιας αλλά και της διαφορετικής ιδιότητας ή της ίδιας αλλά και της διαφορετικής σχέσης αντίστοιχα. Έτσι, σε ένα έργο διασταυρούμενης ταξινόμησης θα πρέπει να εφαρμόζεται επιτυχώς η γενίκευση και η διάκριση των ιδιοτήτων των αντικειμένων. Παράλληλα, σε ένα έργο οικοδόμησης συστήματος θα πρέπει να εφαρμόζεται επιτυχώς η αναγνώριση και η διαφοροποίηση των σχέσεων των αντικειμένων. Για το λόγο αυτό, οι τάξεις των έργων της διασταυρούμενης ταξινόμησης και της οικοδόμησης συστήματος περιλαμβάνουν τα πιο σύνθετα προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού, αφού ο λύτης θα πρέπει να είναι ικανός να διαχειρίζεται ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες διαστάσεις (Klauer κ.ά., 2002). Σε γενικές γραμμές, η στρωματοποιημένη ανάπτυξη του γενεαλογικού δένδρου τονίζει την επικέντρωση στη διαδικασία της προσαρμογής, ή με όρους του Piaget στο μηχανισμό εξισορρόπησης, όπως επίσης και στη σπουδαιότητα της αύξησης του πλήθους των διαστάσεων που θα πρέπει να θεωρηθούν ταυτόχρονα (De Koning & Hamers, 1999).

Μελετώντας τη γενεαλογία όπως αναπτύσσεται από αριστερά προς τα δεξιά μπορούμε να εντοπίσουμε τη διαφοροποίηση ανάμεσα στη γενίκευση και τη διάκριση και μια επανάληψη της παρουσίας των δύο διαδικασιών. Η γενίκευση λειτουργικά καθορίζεται είτε ως η διαδικασία αναγνώρισης ομοιοτήτων των ιδιοτήτων των αντικειμένων και των γεγονότων είτε ως η διαδικασία αναγνώρισης

ομοιοτήτων των σχέσεων των αντικειμένων και των γεγονότων. Παράλληλα, η διάκριση λειτουργικά καθορίζεται είτε ως η διαδικασία αναγνώρισης διαφορών ανάμεσα στα αντικείμενα ή στα γεγονότα μετά από παρατήρηση των διαφορών στις ιδιότητες είτε ως η διαδικασία αναγνώρισης διαφορών ανάμεσα στα αντικείμενα ή στα γεγονότα μετά από παρατήρηση των διαφορών στις σχέσεις. Έτσι, ένα έργο γενίκευσης είναι αντίστοιχο με ένα έργο αναγνώρισης σχέσεων, ενόσω και στις δύο περιπτώσεις απαιτείται η ανίχνευση ομοιότητας (Klauer, 1999). Τα έργα γενίκευσης, διάκρισης και διασταυρούμενης ταξινόμησης περιλαμβάνονται στα έργα ομάδας, ενώ τα έργα αναγνώρισης σχέσεων, διαφοροποίησης σχέσεων και οικοδόμησης συστήματος περιλαμβάνονται στα έργα σειράς (De Koning & Hamers, 1999). Οι σχέσεις που περιλαμβάνονται στη γενεαλογία των έργων επαγωγικού συλλογισμού οδηγούν σε υποθέσεις που αναφέρονται στη μεταφορά της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού είτε από τα προβλήματα γενίκευσης στα προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων και αντίθετα είτε από τα προβλήματα γενίκευσης στα προβλήματα διάκρισης ή διασταυρούμενης ταξινόμησης (Klauer, 1999).

Το πρόγραμμα διδασκαλίας του Klauer για τον επαγωγικό συλλογισμό. Το πρόγραμμα περιλαμβάνει 120 προβλήματα, τα οποία κατανέμονται εξίσου στους έξι βασικούς τύπους διαδικασιών επεξεργασίας πληροφοριών (γενίκευση, διάκριση, διασταυρούμενη ταξινόμηση, αναγνώριση σχέσεων, διαφοροποίηση σχέσεων και οικοδόμηση συστήματος). Το διδακτικό πρόγραμμα ολοκληρώνεται σε 20 εικοσάλεπτα μαθήματα, όπου στο καθένα διδάσκονται 12 προβλήματα. Σε κάθε μάθημα γίνεται προσπάθεια να παρουσιαστούν δύο τουλάχιστον από τους βασικούς τύπους διαδικασιών, ενώ στα δύο τελευταία μαθήματα γίνεται εξάσκηση όλων των διαδικασιών.

Σε κάθε μάθημα τα προβλήματα ομαδοποιούνται ανάλογα με τη διαδικασία που απαιτούν για τη λύση τους, ενώ η πολυπλοκότητα των προβλημάτων που απαιτούν την ίδια διαδικασία αυξάνει από τα αρχικά μαθήματα στα επόμενα. Η αύξηση της πολυπλοκότητας των προβλημάτων σχετίζεται με το είδος των υλικών που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση των προβλημάτων. Στα αρχικά μαθήματα, επικρατέστερα είναι τα συγκεκριμένα αντικείμενα και οι εικόνες. Κατά τη διάρκεια των ενδιάμεσων μαθημάτων επικρατούν τα εικονικά παραδειγματικά προβλήματα και τα προβλήματα που αναπαριστούν καθημερινές δραστηριότητες. Στα δύο τελευταία μαθήματα επικρατούν τα προβλήματα τα οποία παρουσιάζονται μόνο με σύμβολα.

Ο τρόπος με τον οποίο τα προβλήματα κατανέμονται στα 20 μαθήματα προσφέρει τη δυνατότητα επανάληψης με σκοπό την προώθηση της επαγωγικής διαδικασίας και την επάρκεια στην εφαρμογή της. Επίσης, η συνεχής επανάληψη των έξι βασικών τύπων επαγωγικών διαδικασιών επιτυγχάνει τη σταθερότητα και διδάσκει τα πλεονεκτήματα πρόσβασης στη μακροπρόθεσμη μνήμη, ώστε να επιτευχθεί η λύση των προβλημάτων. Αρχικά, κάθε βασικός τύπος επαγωγικής διαδικασίας εξασκείται με ένα συγκεντρωτικό τρόπο, επειδή τα προβλήματα είναι ομαδοποιημένα. Η εφαρμογή της μεθόδου αυτής αποσκοπεί στην ανάπτυξη των δεξιοτήτων αναγνώρισης και των διαδικασιών επίλυσης. Αυτό οδηγεί σε μια μείωση του φορτίου της εργαζόμενης μνήμης των μικρών παιδιών κατά τη διάρκεια του συλλογισμού και της λύσης προβλήματος (Case, 1980). Σε αντίθεση με τον Piaget, ο Case (1980) θεωρεί ότι αυτή η μείωση στο φορτίο επεξεργασίας είναι μια πρόοδος στην ανάπτυξη αφηρημένων δεξιοτήτων σκέψης.

Καθώς τα μαθήματα προχωρούν, επιπρόσθετοι τύποι διαδικασιών εισάγονται. Παρόλα αυτά, κατά τη διάρκεια των επόμενων μαθημάτων οι τύποι

διαδικασιών που είχαν εισαχθεί ωρύτερα επαναεισάγονται. Αυτό δημιουργεί στο παιδί την προδιάθεση να χρησιμοποιεί την επεξεργασία που βασίζεται στη μνήμη, η οποία προάγει την ικανότητα πρόσβασης σε προηγούμενη γνώση.

Το συγκεκριμένο εκπαιδευτικό πρόγραμμα ολοκληρώνεται σε τρεις φάσεις διδασκαλίας, οι οποίες αντιστοιχούν στις τρεις φάσεις ανάπτυξης της γνώσης: στη δηλωτική γνώση, στη διαδικαστική γνώση και στη γνώση στρατηγικής. Στη φάση της δηλωτικής γνώσης ένα παιδί αναπτύσσει τη γνώση σχετικά με τους βασικούς τύπους των διαδικασιών (δομών) και πώς να αναγνωρίζει προβλήματα που έχουν αυτές τις δομές. Αυτή είναι πραγματική-τεκμηριωμένη ή εννοιολογική γνώση για τα αντικείμενα, τις ιδιότητες ή και τις σχέσεις, την ομοιότητα και την ανομοιότητα που είναι ήδη αποθηκευμένη στη μακροπρόθεσμη μνήμη (Klauer & Phye, 1994).

Στο στάδιο της διαδικαστικής γνώσης υπάρχει η ανάπτυξη της αντίληψης των διαδικασιών που απαιτούνται για να χρησιμοποιηθεί η δηλωτική γνώση (με τον τύπο του επαγωγικού συλλογισμού) ως εργαλείο για τη λύση προβλημάτων. Η επικέντρωση βρίσκεται στην ανάπτυξη μιας επαγωγικής διαδικαστικής δομής για τη λύση προβλημάτων. Αυτό περιλαμβάνει την κατάλληλη στρατηγική λύσης και τη στρατηγική ελέγχου (μεταγνωστικός έλεγχος) για τη λύση προβλήματος. Η ανάπτυξη της διαδικαστικής γνώσης συμβαίνει με τη βοήθεια των παραδειγματικών προβλημάτων που παρουσιάζουν ξεκάθαρα τη βασική διαδικαστική δομή ενός προβλήματος και την αντίστοιχη διαδικασία λύσης (Klauer & Phye, 1994). Το στάδιο της διαδικαστικής γνώσης χωρίζεται σε δύο φάσεις, τη φάση της επεξεργασίας και τη φάση της αναπαράστασης. Η φάση της επεξεργασίας περιλαμβάνει αναγνώριση του προβλήματος, ανάλυση των ομοιοτήτων και των διαφορών σύμφωνα με το στόχο, καθορισμό των κοινών ιδιοτήτων ή σχέσεων και ανάπτυξη μιας στρατηγικής για τη λύση του προβλήματος. Η φάση της

αναπαράστασης περιλαμβάνει την αναγνώριση της εξειδικευμένης κατηγορίας που ανήκει το πρόβλημα, συσχέτιση της κατηγορίας του προβλήματος με τη διαδικασία (παράδειγμα) που έτυχε εκπαίδευσης και ενοποίηση των ξεχωριστών διαδικασιών σε ένα γενικό κανόνα ή διαδικασία.

Η τρίτη φάση, η γνώση στρατηγικής, περιλαμβάνει αυθόρμητη αναγνώριση και χρήση της βασικής διαδικαστικής δομής με ποικιλία υλικών. Αυτό σημαίνει ότι το παιδί μπορεί να ανατρέχει στη μνήμη για κατάλληλες διαδικασίες λύσης. Οι τύποι των υλικών ποικίλουν σε βαθμό δυσκολίας (π.χ. από εικόνες σε σύμβολα), προκαλώντας την ύπαρξη περαιτέρω αφηρημένων βημάτων. Επιπλέον, οι απαιτήσεις κάποιων προβλημάτων όσον αφορά την επεξεργασία τους μερικές φορές είναι εμφανείς, ενώ σε κάποια άλλα προβλήματα απαιτείται πιο προσεκτική και λεπτομερής εξέταση. Κατά τη διαδικασία εφαρμογής του εκπαιδευτικού προγράμματος τα παιδιά ενθαρρύνονται να κατευθύνονται από μόνοι τους στη λύση προβλημάτων. Ενώ αναμένεται από τον εκπαιδευτικό να τονίζει τις διαφορές στη διαδικαστική δομή των προβλημάτων, το παιδί ενθαρρύνεται πάντα να επιβεβαιώνει ή να επαληθεύει τον τύπο της διαδικαστικής δομής (Klauer & Phye, 1994).

Για την επίτευξη του αναμενόμενου μαθησιακού αποτελέσματος για τη γνώση στρατηγικής θα πρέπει να επιτευχθούν τα εξής: (α) επανάληψη μέσω εξάσκησης για να μπορούν να διατηρηθούν οι πληροφορίες στη μακροπρόθεσμη μνήμη σε συνδυασμό με την ανάπτυξη της ικανότητας ανάσυρσης της γνώσης, (β) μεταφορά του μαθησιακού προϊόντος σε άλλες καταστάσεις, (γ) αναγνώριση των ποικίλων τύπων προβλημάτων που θα εξασκηθούν οι μαθητές, δηλαδή μάθηση μιας κατηγορίας που καθιστά ικανό το παιδί να δει προβλήματα ως παραδείγματα μιας συγκεκριμένης τάξης ή πεδίου και να γνωρίζει ποια διαδικασία λύσης είναι κατάλληλη, (δ) πρόσβαση στη διαδικασία που σημαίνει χρήση διαδικαστικής

γνώσης με τη λιγότερη προσπάθεια. Σε αυτό το σημείο της ανάπτυξης γίνεται εμφανής η ικανότητα χρήσης του επαγωγικού συλλογισμού ως εργαλείο λύσης προβλήματος. Η χρήση του επαγωγικού συλλογισμού ως εργαλείο επίλυσης προβλήματος ή έστω η προδιάθεση αντιμετώπισής του ως εργαλείο επίλυσης προβλήματος αποτελεί σημείο αξιολόγησης και πρόβλεψης για τη μετέπειτα ανάπτυξη της ακαδημαϊκής μάθησης του παιδιού, όπως επίσης και της ικανότητάς του στην επίλυση προβλήματος.

Στο πρόγραμμά του Klauer εφαρμόστηκαν τρεις εκπαιδευτικές μέθοδοι, η μέθοδος της λεκτικής (προφορικής) αυτοδιδασκαλίας (verbal self-instruction), η μέθοδος της καθοδηγούμενης ανακάλυψης (guided discovery) και η μέθοδος της λεκτικής έκφρασης και του αυτο-αναστοχασμού (verbalization and self reflection). Οι μέθοδοι αυτές ποικίλουν ανάλογα με το βαθμό στον οποίο ο εκπαιδευτικός ή ο μαθητής φέρουν την ευθύνη για τη λύση των προβλημάτων. Η επιλογή της μεθόδου εξαρτάται από το γνωστικό επίπεδο του μαθητή. Σχετικά πιο ικανοί μαθητές χρειάζονται λιγότερη βοήθεια στη λύση των έργων εκπαίδευσης από τα λιγότερο ικανά παιδιά, γιατί έχουν σε μεγαλύτερο βαθμό την ικανότητα να καθορίζουν τους τύπους των έργων και τις διαδικασίες λύσης που απαιτούνται στη λύση των έργων αυτών.

Σε καθεμιά από τις τρεις εκπαιδευτικές μεθόδους διακρίνονται οι τρεις φάσεις ανάπτυξης της γνώσης, οι οποίες συνοπτικά μπορούν να χαρακτηριστούν αντίστοιχα ως η φάση της εισαγωγής, η φάση της εφαρμογής και η φάση της αυτοματοποίησης της γνώσης. Οι φάσεις αυτές θα πρέπει να αυξάνουν την ενημερωση των μαθητών για τους τύπους των έργων και τις συνοδευτικές διαδικασίες λύσης και να προσφέρουν τη δυνατότητα να επιταχύνουν τις νοερές πράξεις τους (De Koning & Hamers, 1999). Υπάρχουν επίσης τρία κύρια στοιχεία

σε κάθε μέθοδο εκπαίδευσης. Το πρώτο στοιχείο αναφέρεται στη χρήση προβλημάτων-παραδειγμάτων. Η απλή εμφάνιση των προβλημάτων-παραδειγμάτων παρουσιάζει ξεκάθαρα ένα συγκεκριμένο τύπο προβλήματος και επομένως μια συγκεκριμένη πορεία των διαδικασιών λύσης. Δεύτερο, η έμφαση δίνεται στο συγκριτικό βήμα κατά τη διαδικασία λύσης, δηλαδή στην εύρεση ομοιοτήτων και διαφορών στις ιδιότητες των αντικειμένων και στις σχέσεις ανάμεσα στα αντικείμενα. Η σύγκριση μπορεί να βασιστεί σε ακριβείς αναλύσεις κάθε αντικειμένου ή ζευγών αντικειμένων ή σε ένα πιο σφαιρικό έλεγχο όλων των αντικειμένων ή των ζευγών των αντικειμένων. Ένα τρίτο στοιχείο είναι ότι οι μαθητές θα πρέπει να μάθουν να διακρίνουν τους έξι τύπους προβλημάτων και τις συνοδευτικές διαδικασίες λύσης (De Koning & Hamers, 1999).

Το εκπαιδευτικό πρόγραμμα του Klauer εφαρμόστηκε αρχικά σε 279 παιδιά ηλικίας 7 χρόνων, τα οποία φοιτούσαν σε δημοτικά σχολεία της Γερμανίας (Klauer, 1989b). Συνοπτικά, οι γνωστικοί και μεταγνωστικοί στόχοι του προγράμματος αναφέρονταν στην αναγνώριση από τα παιδιά ενός επαγωγικού προβλήματος, στο διαχωρισμό των διάφορων τύπων προβλημάτων, στην εφαρμογή της επαρκούς διαδικασίας λύσης ανάλογα με τον τύπο του προβλήματος και τέλος στον έλεγχο της λύσης. Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στη διδασκαλία για τη μεταφορά, έτσι ώστε τα παιδιά να μπορούν να εφαρμόζουν τις γνωστικές και μεταγνωστικές στρατηγικές σε οποιοδήποτε πρόβλημα επαγωγικού συλλογισμού (Klauer κ.ά., 2002: Tomic & Klauer, 1996).

Ο έλεγχος της εγκυρότητας της επαγωγικής θεωρίας, μέσα από την εφαρμογή του συγκεκριμένου εκπαιδευτικού προγράμματος, έγινε σε διάφορες φάσεις (De Koning & Hamers, 1999). Στην πρώτη φάση μελετήθηκε η συνέπεια (συνοχή) ανάμεσα στους τύπους των έργων με τη χρήση του τύπου σχεδίου «εντός παιδιού,

ανάμεσα στους τύπους των έργων». Οι μελέτες απέδειξαν την υποτιθέμενη συνέπεια των έργων. Η συνέπεια εντός των έργων ομάδας (γενίκευση, διάκριση και διασταυρούμενη ταξινόμηση) και εντός των έργων σειράς (αναγνώριση σχέσεων, διαφοροποίηση σχέσεων και οικοδόμηση συστήματος) ήταν μεγαλύτερη από τη συνέπεια μεταξύ των δύο τύπων έργων. Αυτό υποστηρίζει την άποψη ότι εμφανίζονται δύο είδη σχημάτων δομής. Σε μια δεύτερη φάση της έρευνας με τους τύπους σχεδίου «εντός ή ανάμεσα στο παιδί, ανάμεσα στο έργο» ο Klauer διερεύνησε τη συνέπεια ανάμεσα στα έργα εκπαίδευσης και στα έργα των τεστωνομοσύνης. Αυτά τα τεστ περιέχουν κυρίως έργα τα οποία απαιτούν επαγωγικό συλλογισμό. Επιπρόσθετα, μελέτησε τη συνέπεια ανάμεσα στα έργα εκπαίδευσης και σε έργα που αναφέρονται σε συγκεκριμένο θεματικό περιεχόμενο του Αναλυτικού Προγράμματος, όπως είναι η γεωγραφία και η βιολογία. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι υπάρχει σημαντική επίδραση του προγράμματος εκπαίδευσης.

Γενικά, τα αποτελέσματα έδειξαν ότι το εκπαιδευτικό πρόγραμμα βελτίωσε την ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού των παιδιών σε επαγωγικά έργα. Παρόλο που παρατηρήθηκε αύξηση στην επίδοση των παιδιών σε έργα που δεν απαιτούσαν επαγωγικό συλλογισμό, η αύξηση αυτή ήταν σημαντικά μικρότερη από την αύξηση της επίδοσης στα επαγωγικά έργα. Η αύξηση της επίδοσης στα μη επαγωγικά έργα προβλημάτισε ιδιαίτερα τους ερευνητές, γεγονός το οποίο επεξήγησαν με βάση τα γνωστικά και μεταγνωστικά συστατικά της λύσης προβλήματος τα οποία διδάσκονταν συνδυασμένα στο εκπαιδευτικό πρόγραμμα. Σύμφωνα με τα πορίσματα της έρευνας η θεωρία μπορεί να θεωρηθεί λειτουργικά έγκυρη (Klauer κ.ά., 2002). Επομένως, η διδασκαλία των συγκεκριμένων στρατηγικών για τη λύση προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού καθιστά ικανά τα

παιδιά να λύνουν επαγωγικά προβλήματα, εφόσον αναγνωρίσουν τον τύπο του προβλήματος. Η συνεισφορά της θεωρίας αυτής θεωρείται πολύ σημαντική, για το λόγο ότι παρέχει ένα εργαλείο βελτίωσης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού και κατ' επέκταση τη βελτίωση της ρέουσας νοημοσύνης (Tomíc & Klauer, 1996: Klauer, 1989a). Αυτό προκύπτει λόγω της άμεσης σχέσης του επαγωγικού συλλογισμού με τη ρέουσα νοημοσύνη.

Η υπόθεση της θεωρίας του Klauer αφορά ιδιαίτερα το χώρο της εκπαιδευτικής ψυχολογίας. Για το λόγο αυτό κέντρισε το ενδιαφέρον σε πολλές έρευνες, οι οποίες σχεδιάστηκαν για να εξετάσουν την υπόθεση αλλά και για να ενδυναμώσουν την ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού στα παιδιά. Στα εκπαιδευτικά πλαίσια για τη διδασκαλία του επαγωγικού συλλογισμού οι De Koning και Hamers (1995) έχουν αναπτύξει και προσαρμόσει τις γενικές κατευθυντήριες γραμμές του προγράμματος του Klauer, ώστε να είναι εφικτή η εφαρμογή του από τους εκπαιδευτικούς κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας στην τάξη. Στο προσαρμοσμένο από τους De Koning και Hamers πρόγραμμα ανάπτυξης του επαγωγικού συλλογισμού τονίζονται τρία βασικά σημεία: (α) η διδασκαλία των σχημάτων δομής ομάδας και σειράς, (β) η σαφής διδασκαλία της ακολουθίας των βημάτων «από κάτω προς τα πάνω» στη διαδικασία του επαγωγικού συλλογισμού και (γ) η ενδοϋποκειμενικότητα και η ενεργή συμμετοχή στο διάλογο που γίνεται στην τάξη (De Koning & Hamers, 1999).

Σχετικά με τη διδασκαλία των σχημάτων δομής, θεωρείται ότι η ανάπτυξη των νοητικών τους αναπαραστάσεων αποτελεί τη θεμελίωση της μεταγνωστικής («από πάνω προς τα κάτω») καθοδήγησης των διαδικασιών εκτέλεσης («από κάτω προς τα πάνω») (De Koning & Hamers, 1999). Αυτό σημαίνει ότι η διάκριση των έξι

τύπων προβλημάτων ανάγεται στη διάκριση των δύο κύριων τάξεων προβλημάτων, δηλαδή των προβλημάτων ομάδας και των προβλημάτων σειράς.

Για τη σαφή διδασκαλία των διαδικασιών «από κάτω προς τα πάνω» θα πρέπει να χρησιμοποιούνται τα τέσσερα βήματα «κωδικοποίηση-συμπέρασμα-εφαρμογή-αιτιολόγηση», όπως έχουν απλοποιηθεί για διδακτικούς σκοπούς (Hamers κ.ά., 1998: De Koning & Hamers, 1999). Παρόλο που τα βήματα στα προβλήματα ομάδας και σειράς είναι τα ίδια, εντούτοις υπάρχει μια διαφορά στον αριθμό των αντικειμένων που θα πρέπει να αναλυθούν ταυτόχρονα στις διαδικασίες που περιλαμβάνονται στα δύο πρώτα βήματα. Συγκεκριμένα, στα προβλήματα ομάδας η αναζήτηση που αντιστοιχεί στο βήμα της κωδικοποίησης μπορεί να περιοριστεί στην ανάλυση των ιδιοτήτων ξεχωριστών αντικειμένων. Για τη σύγκριση, η οποία αντιστοιχεί στο βήμα της εξαγωγής του συμπεράσματος, δύο αντικείμενα είναι ο ελάχιστος αριθμός αντικειμένων που μπορούν να μελετηθούν. Η αναζήτηση σχέσεων στα προβλήματα σειράς απαιτεί ανάλυση δύο αντικειμένων και η σύγκριση απαιτεί τρία αντικείμενα. Μελέτες έχουν δείξει ότι τα αποτελέσματα των παιδιών είναι καλύτερα αν κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας η έμφαση τοποθετείται στην ακριβή και εκτεταμένη ανάλυση των αντικειμένων κατά τη διάρκεια των βημάτων της αναζήτησης και της σύγκρισης (Hamers κ.ά., 1998).

Σχετικά με το τρίτο σημείο, θεωρείται σημαντική η αντίληψη του τρόπου με τον οποίο οι μαθητές κατακτούν τα σχήματα δομής και τα βήματα λύσης του προβλήματος. Έρευνα που έγινε με σκοπό την αποκάλυψη του τρόπου με τον οποίο οι άνθρωποι μαθαίνουν έχει δείξει ότι η φάση της γνωστικής προσπάθειας που θα καταστήσει ικανό το άτομο να λύσει ένα άγνωστο πρόβλημα ακολουθείται από τη φάση εξάσκησης και αυτοματοποίησης των βημάτων που λαμβάνονται για τη λύση

του προβλήματος (Case, 1985; Fischer, 1980). Η ακολουθία αυτή αντανακλάται στη διδασκαλία των τριών φάσεων του Klauer (Klauer & Phye, 1994; Klauer, 1999).

Το πρόγραμμα επαγωγικού συλλογισμού του Klauer χρησιμοποιήθηκε εκτεταμένα σε εκπαιδευτικές μελέτες, οι οποίες αναφέρουν σημαντικά αποτελέσματα σχετικά με την ποικιλότητα εφαρμογή του προγράμματος σε παιδιά διάφορων ηλικιών και επιπέδων ανάπτυξης (Klauer, 1990; Klauer, 1992; Sanders, Phye, & Hegland, 1991; Angerhoefer, Kullik, & Masendorf, 1992; Büchel & Scharnhorst, 1993; De Koning κ.ά., 2002; Tomic & Klauer, 1996). Τα συμπεράσματα των ερευνών αναφέρονται στην αποτελεσματική εφαρμογή του προγράμματος και στην ανάπτυξη του επαγωγικού συλλογισμού ως ένα σημαντικό εργαλείο ελέγχου, κάτι που επιτυγχάνεται ύστερα από συστηματική διδασκαλία. Επιπλέον, έχει φανεί ότι η χρήση της στρατηγικής του επαγωγικού συλλογισμού κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης προάγει τη μεταφορά της μάθησης σε μεγαλύτερο βαθμό (Klauer, 1990). Σύμφωνα με τους Klauer και Phye (1994), τα αποτελέσματα των ερευνών αυτών μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την καθοδήγηση της διδασκαλίας και της εκπαίδευσης και σε άλλες ερευνητικές προσπάθειες.

Η παρούσα ερευνητική εργασία, έχοντας ως βάση τον ορισμό του Klauer για τον επαγωγικό συλλογισμό, αρχιτεκτονικά και δομικά αναπτύσσεται στα πλαίσια της παραδειγματικής θεωρίας της μεταφοράς. Παρόλα αυτά, περιορίζεται στο συγκεκριμένο γνωστικό πεδίο των Μαθηματικών, για να μελετήσει τη συμπεριφορά μιας γενικής ικανότητας, όπως αυτή αναπτύσσεται σε αυτό το εξειδικευμένο πεδίο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Εισαγωγή

Βασικός σκοπός της ερευνητικής εργασίας ήταν η ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού μαθητών πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης στο πεδίο των Μαθηματικών και ο προσδιορισμός σχέσεων ή αλληλεπιδράσεων του επαγωγικού συλλογισμού με γενικές ικανότητες, όπως είναι η μνήμη, η επεξεργασία πληροφοριών και η γενική γνωστική ικανότητα. Συγκεκριμένα, στην εργασία αυτή επιδιώκεται η οικοδόμηση ενός δυναμικού μοντέλου, το οποίο να περιγράφει το βαθμό και το ρυθμό ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά και των ικανοτήτων της μνήμης, της επεξεργασίας πληροφοριών και της γενικής γνωστικής ικανότητας των μαθητών ηλικίας 11 ως 12 ετών.

Για την επίτευξη του σκοπού της εργασίας αυτής θεωρήθηκε απαραίτητη η ανάπτυξη ενός ερευνητικού σχεδίου που να περιλαμβάνει τρία κομβικά σημεία-δράσεις: (α) την ανάπτυξη του εργαλείου μέτρησης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, (β) το σχεδιασμό του εκπαιδευτικο-διδακτικού προγράμματος ενίσχυσης του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά και (γ) τη μέτρηση μαθητών ηλικίας 11-12 ετών όσον αφορά τη γενική γνωστική τους ικανότητα και τις ικανότητές τους στον επαγωγικό συλλογισμό, στη μνήμη και στην επεξεργασία πληροφοριών. Η χρονική τοποθέτηση των πιο πάνω δραστηριοτήτων στο ερευνητικό σχέδιο, καθώς και το στάδιο το οποίο εφαρμόστηκε η καθεμιά στην

ακολουθία των βημάτων διεξαγωγής της έρευνας, ολοκληρώνουν τη διαδικασία εφαρμογής του και κατ' επέκταση τη διαδικασία διεξαγωγής της έρευνας.

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται αναλυτικά όλα τα στοιχεία που συνιστούν το σχεδιασμό του ερευνητικού μέρους της εργασίας. Αρχικά περιγράφεται το δείγμα των παιδιών που έλαβαν μέρος στην έρευνα και παρουσιάζεται συνοπτικά η διαδικασία που ακολουθήθηκε για τη διεκπεραίωσή της. Στη συνέχεια, περιγράφονται αναλυτικά όλα τα έργα που χρησιμοποιήθηκαν για τη μέτρηση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, όπως επίσης και των ικανοτήτων της μνήμης, της επεξεργασίας πληροφοριών και της γενικής γνωστικής ικανότητας των μαθητών. Ακολουθεί μια λεπτομερής περιγραφή της δομής και της αρχιτεκτονικής του διδακτικού παρεμβατικού προγράμματος που αναπτύχθηκε για την ενίσχυση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά. Αναφέρονται αναλυτικά οι στόχοι καθεμιάς από τις διδασκαλίες του προγράμματος και περιγράφονται οι δραστηριότητες που αναπτύχθηκαν για την επίτευξη των στόχων αυτών. Το κεφάλαιο ολοκληρώνεται με την αναλυτική παρουσίαση των υποθέσεων της έρευνας και το είδος της στατιστικής ανάλυσης που εφαρμόστηκε για την εξέταση των υποθέσεων αυτών.

Δείγμα

Τα υποκείμενα της έρευνας ήταν 137 μαθητές (63 αγόρια και 74 κορίτσια) από επτά τμήματα Δημοτικών Σχολείων της Λευκωσίας, οι οποίοι φοιτούσαν στην Ε΄ τάξη κατά το σχολικό έτος 2003-2004. Τρία τμήματα με 60 μαθητές είχαν επιλεγεί για να αποτελέσουν την πειραματική ομάδα (33 κορίτσια και 27 αγόρια), ενώ οι υπόλοιποι 77 μαθητές αποτέλεσαν την ομάδα ελέγχου (41 κορίτσια και 36 αγόρια).

Για την επίτευξη των στόχων της παρούσας εργασίας κρίθηκε απαραίτητος ο διαχωρισμός του δείγματος σε πειραματική ομάδα και ομάδα ελέγχου. Κριτήριο για το διαχωρισμό των μαθητών στις δύο ομάδες ήταν η μέση επίδοσή τους σε έργα που αξιολογούσαν καθεμιά από τις ικανότητες του επαγωγικού συλλογισμού, της μνήμης, της επεξεργασίας πληροφοριών και της γενικής γνωστικής τους ικανότητας. Συγκεκριμένα, για το διαχωρισμό των δειγματος σε πειραματική ομάδα και ομάδα ελέγχου χρησιμοποιήθηκαν οι επιδόσεις των παιδιών που προέκυψαν από τα δεδομένα της πρώτης μέτρησης που διενεργήθηκε για την επίτευξη των στόχων της έρευνας. Όπως φάνηκε από τη στατιστική ανάλυση των δεδομένων που ακολούθησε, οι μαθητές που αποτέλεσαν την πειραματική ομάδα δεν διαφοροποιούνταν σημαντικά ως προς τη μέση επίδοσή τους στις τέσσερις ικανότητες σε σύγκριση με τα παιδιά που αποτέλεσαν την ομάδα ελέγχου (Πίνακας 5, Κεφάλαιο 4).

Διαδικασία

Η έρευνα που διενεργήθηκε ήταν διαχρονική και διεξάχθηκε σε τρία στάδια. Αρχικά, έγινε μια πρώτη μέτρηση των μαθητών στις ικανότητες της μνήμης, της επεξεργασίας πληροφοριών, του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά και της γενικής γνωστικής τους ικανότητας κατά τη διάρκεια του σχολικού έτους 2003-2004, όταν οι μαθητές του δείγματος φοιτούσαν στην Ε΄ τάξη. Στη συνέχεια, εφαρμόστηκε στους μαθητές της πειραματικής ομάδας του δείγματος το διδακτικό πρόγραμμα που σχεδιάστηκε για την ενίσχυση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά στην αρχή του σχολικού έτους 2004-2005, όταν οι μαθητές φοιτούσαν στην Στ΄ τάξη. Ακολούθησαν δύο επαναληπτικές μετρήσεις των τεσσάρων ικανοτήτων όλων των μαθητών του δείγματος, εκ των οποίων η πρώτη

επαναληπτική μέτρηση διενεργήθηκε αμέσως μετά από την ολοκλήρωση του διδακτικού προγράμματος, ενώ η δεύτερη επαναληπτική μέτρηση έγινε δύο μήνες αργότερα. Οι διδασκαλίες που περιλάμβανε το διδακτικό παρεμβατικό πρόγραμμα και οι μετρήσεις των τεσσάρων ικανοτήτων των μαθητών έγιναν από την ίδια την ερευνήτρια, στα πλαίσια του χρόνου που οι μαθητές βρίσκονταν στο σχολείο. Τα συστατικά που συνθέτουν το ερευνητικό σχέδιο που αναπτύχθηκε για την επίτευξη του σκοπού της εργασίας και η διαδικασία εφαρμογής του περιγράφονται αναλυτικά στις πιο κάτω χρονικά τοποθετημένες φάσεις:

Φάση 1: Κατασκευή δοκιμίου επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά. Η πρώτη φάση της ερευνητικής διαδικασίας περιλάμβανε την κατασκευή δοκιμίου με 25 έργα επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά και την πιλοτική εφαρμογή του σε 68 μαθητές της Ε΄ τάξης δημοτικών σχολείων της Λευκωσίας κατά τη διάρκεια του σχολικού έτους 2003-2004. Οι μαθητές που χρησιμοποιήθηκαν στην πιλοτική εφαρμογή του δοκιμίου του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά δεν περιλαμβάνονταν στο δείγμα της έρευνας. Ακολούθησε στατιστική ανάλυση των δεδομένων της πιλοτικής φάσης για την αναγνώριση λεκτικών ή άλλων δυσκολιών που πιθανόν να είχαν οι μαθητές στα προβλήματα του δοκιμίου, όπως επίσης και για τον καθορισμό του βαθμού δυσκολίας καθενός από τα προβλήματα. Η στατιστική ανάλυση περιλάμβανε επιπλέον και την επιβεβαίωση του μοντέλου ταξινόμησης των προβλημάτων του δοκιμίου στις έξι κατηγορίες που αναφέρει ο Klauer στη θεωρία του. Από τα αποτελέσματα της στατιστικής ανάλυσης φάνηκε ότι έπρεπε να αφαιρεθούν από το δοκίμιο τέσσερα προβλήματα, ένα πρόβλημα από την καθεμιά από τις κατηγορίες της γενίκευσης, της διάκρισης, της διασταυρούμενης ταξινόμησης και της οικοδόμησης συστήματος, γιατί οι συσχετίσεις τους με τα άλλα

προβλήματα της κατηγορίας που ανήκουν ήταν πολύ χαμηλές και επιπλέον δεν ήταν σημαντικές.

Φάση 2: Σχεδιασμός του παρεμβατικού προγράμματος διδασκαλίας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά. Στη φάση αυτή καθορίστηκαν αρχικά οι γενικοί στόχοι του προγράμματος και ακολούθησε ο καταμερισμός τους σε διδασκαλίες. Δώδεκα διδασκαλίες θεωρήθηκαν επαρκείς για την επίτευξη των γενικών στόχων του προγράμματος. Στη συνέχεια, καθορίστηκαν αναλυτικά οι στόχοι που αναμένονταν να επιτευχθούν σε καθεμιά από τις διδασκαλίες και κατασκευάστηκαν δραστηριότητες για την επίτευξη των στόχων αυτών.

Φάση 3: Α' μέτρηση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, της γενικής γνωστικής ικανότητας των μαθητών και των ικανοτήτων επεξεργασίας πληροφοριών και μνήμης – Διαχωρισμός των μαθητών σε πειραματική ομάδα και ομάδα ελέγχου. Μετά από την κατασκευή του εργαλείου μέτρησης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά (φάση 1) και την ανάπτυξη του διδακτικού προγράμματος ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά (φάση 2), στη φάση αυτή πραγματοποιήθηκε η πρώτη μέτρηση των μαθητών του δείγματος στις τέσσερις ικανότητες που εξετάζονται στην παρούσα εργασία. Οι τέσσερις μετρήσεις διενεργήθηκαν προς το τέλος της σχολικής χρονιάς 2003-2004, όταν οι μαθητές του δείγματος φοιτούσαν στην Ε' τάξη. Για τη μέτρηση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού χρησιμοποιήθηκε το γραπτό δοκίμιο, όπως αυτό τελικά διαμορφώθηκε στη φάση 1 και για τη μέτρηση της γνωστικής ικανότητας χρησιμοποιήθηκε το γραπτό δοκίμιο γνωστικής ανάπτυξης που κατασκευάστηκε από το Δημητρίου και τους συνεργάτες του. Οι μετρήσεις των ικανοτήτων της μνήμης και της επεξεργασίας πληροφοριών έγιναν με τη χρήση του λογισμικού E-Prime. Οι επιδόσεις των μαθητών στις

τέσσερις ικανότητες αποτέλεσαν το κριτήριο διαχωρισμού τους σε πειραματική ομάδα και ομάδα ελέγχου. Έγινε προσπάθεια, ώστε οι μαθητές της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου να έχουν ισοδύναμες μέσες επιδόσεις σε καθεμιά από τις πιο πάνω ικανότητες.

Φάση 4: Επιβεβαίωση του μοντέλου ταξινόμησης των προβλημάτων του δοκιμίου στις έξι κατηγορίες που αναφέρει ο Klauer. Στα δεδομένα που προέκυψαν από την πρώτη μέτρηση και που αφορούσαν την ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, εφαρμόστηκε στατιστική ανάλυση για επιβεβαίωση της ταξινομίας των προβλημάτων του δοκιμίου με αναφορά στο μοντέλο του Klauer.

Φάση 5: Εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος. Στους μαθητές της πειραματικής ομάδας εφαρμόστηκε το παρεμβατικό πρόγραμμα που κατασκευάστηκε για την ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά. Το παρεμβατικό πρόγραμμα εφαρμόστηκε στην αρχή της σχολικής χρονιάς 2004-2005, όταν οι μαθητές του δείγματος βρίσκονταν στην Στ' τάξη. Το παρεμβατικό πρόγραμμα εφαρμόστηκε στα παιδιά της πειραματικής ομάδας τους μήνες Οκτώβριο και Νοέμβριο, ενώ οι μαθητές της ομάδας ελέγχου κατά το διάστημα αυτό συνέχισαν το κανονικό πρόγραμμα του σχολείου σύμφωνα με το Αναλυτικό τους Πρόγραμμα.

Φάση 6: Β' μέτρηση των μαθητών στις τέσσερις ικανότητες. Μετά από την ολοκλήρωση του παρεμβατικού προγράμματος, όλοι οι μαθητές του δείγματος εξετάστηκαν για δεύτερη φορά όσον αφορά την ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, τη μνημονική τους ικανότητα, την ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών και τη γενική γνωστική τους ικανότητα. Οι μετρήσεις αυτές σε συνδυασμό με την πρώτη μέτρηση στις τέσσερις ικανότητες

εξυπηρετούσαν κυρίως στον καθορισμό του βαθμού αποτελεσματικότητας του παρεμβατικού προγράμματος.

Φάση 7: Οι μαθητές της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου συνέχισαν το κανονικό πρόγραμμα διδασκαλίας τους, όπως προβλέπει το Αναλυτικό Πρόγραμμα και τα νέα βιβλία των Μαθηματικών για δύο μήνες περίπου, χωρίς οποιαδήποτε παρέμβαση.

Φάση 8: Γ' μέτρηση των τεσσάρων ικανοτήτων των μαθητών. Δύο μήνες μετά από την ολοκλήρωση της Β' μέτρησης των τεσσάρων ικανοτήτων των μαθητών, όλοι οι μαθητές του δείγματος εξετάστηκαν για τρίτη φορά στις τέσσερις ικανότητες. Οι μετρήσεις που προέκυψαν από την επαναλαμβανόμενη χορήγηση των ίδιων έργων εξυπηρετούσαν στον καθορισμό του ρυθμού και του βαθμού ανάπτυξης των τεσσάρων ικανοτήτων, καθώς και στη διερεύνηση αλληλεπιδράσεων ανάμεσα στις ικανότητες αυτές.

Φάση 9: Στατιστική ανάλυση των δεδομένων που προέκυψαν από τη μέτρηση των τεσσάρων ικανοτήτων των μαθητών του δείγματος για την εξέταση των υποθέσεων της έρευνας.

Έργα

Έργα Μέτρησης της Ικανότητας Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά

Για τη μέτρηση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά χρησιμοποιήθηκαν 21 προβλήματα από το πεδίο των Μαθηματικών, τα οποία μπορούσαν να ταξινομηθούν στις έξι κατηγορίες της ταξινομίας του Klauer (Πίνακας 1). Τα προβλήματα κατανεμήθηκαν σε ένα δοκίμιο (Παράρτημα 1) και οι

μαθητές είχαν στη διάθεσή τους χρόνο 60 λεπτών για να απαντήσουν γραπτώς στα προβλήματα. Στους μαθητές δεν δόθηκε οποιαδήποτε επεξήγηση για τη διαδικασία λύσης των προβλημάτων ή την κατανόηση των οδηγιών. Για την αξιολόγηση των απαντήσεων στα προβλήματα αυτά χρησιμοποιήθηκε κατηγορική κλίμακα με τους δύο χαρακτηρισμούς 1 και 0, αντίστοιχα για τις σωστές και τις λανθασμένες απαντήσεις.

Τύποι Προβλημάτων

Προβλήματα γενίκευσης. Τα προβλήματα π1-π5 του δοκιμίου αναφέρονται σε ομάδες αριθμών που χαρακτηρίζονται από κοινή ιδιότητα, η οποία σχετίζεται με τα κριτήρια διαιρετότητας φυσικών αριθμών, για αυτό και ανήκουν στην κατηγορία της γενίκευσης. Συγκεκριμένα, τα προβλήματα π1-π3 χαρακτηρίζονται ως «προβλήματα εύρεσης κοινών ιδιοτήτων» και απαιτούν για τη λύση τους την αναγνώριση της κοινής ιδιότητας των αριθμών που ανήκουν σε μια ομάδα (Klauer & Phye, 1994). Οι αριθμοί που περιλαμβάνονται στα προβλήματα αυτά διαιρούνται με το τρία (π1), το πέντε (π2) και το επτά (π3). Το πρόβλημα π4 χαρακτηρίζεται ως πρόβλημα οικοδόμησης ομάδας και απαιτεί την αναγνώριση των αριθμών που έχουν κοινό χαρακτηριστικό. Το πρόβλημα π5 χαρακτηρίζεται ως «πρόβλημα επέκτασης ομάδας», το οποίο απαιτεί για τη λύση του αρχικά την αναγνώριση της κοινής ιδιότητας των αριθμών μιας καθορισμένης ομάδας και επιπλέον επέκταση της ομάδας με την προσθήκη ενός άλλου αριθμού που να έχει την κοινή ιδιότητα (Klauer & Phye, 1994). Η κοινή ιδιότητα που εφαρμόστηκε στο πρόβλημα π5 σχετίζεται με το κριτήριο διαιρετότητας του τέσσερα.

Προβλήματα διάκρισης. Τα προβλήματα π6 και π7 χαρακτηρίζονται ως «προβλήματα αποκλεισμού τάξης». Περιλαμβάνουν ομάδες αριθμών, όπου για τη

λύση τους απαιτείται η αναγνώριση του αριθμού που δεν έχει την κοινή ιδιότητα που έχουν οι υπόλοιποι αριθμοί της ομάδας (Klauer & Phye, 1994). Η κοινή ιδιότητα που εφαρμόστηκε στο πρόβλημα π6 σχετίζεται με το κριτήριο διαιρετότητας του τρία, ενώ στο πρόβλημα π7 σχετίζεται με το κριτήριο διαιρετότητας του τέσσερα.

Προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης. Τα προβλήματα π8 και π9 παριστάνονται με πίνακα διπλής εισόδου διαστάσεων 2X2 και περιλαμβάνουν στοιχεία με κοινές ιδιότητες. Για το λόγο αυτό, χαρακτηρίζονται ως προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης. Τα στοιχεία του προβλήματος που περιλαμβάνονται στα κελιά της πρώτης σειράς του πίνακα χαρακτηρίζονται από μια συγκεκριμένη ιδιότητα, ενώ τα στοιχεία που περιλαμβάνονται στα κελιά της δεύτερης σειράς του πίνακα δεν έχουν την ιδιότητα αυτή. Όμοια, τα στοιχεία του προβλήματος που περιλαμβάνονται στα κελιά της πρώτης στήλης του πίνακα χαρακτηρίζονται από μία άλλη ιδιότητα, ενώ τα στοιχεία που περιλαμβάνονται στα κελιά της δεύτερης στήλης του πίνακα δεν έχουν την ιδιότητα αυτή. Για τη λύση των προβλημάτων αυτών απαιτείται η αναγνώριση της ύπαρξης ή της απουσίας των δύο ιδιοτήτων στα στοιχεία που βρίσκονται σε κάθε κελί του πίνακα και στη συνέχεια η προσθήκη στο κατάλληλο κελί ενός άλλου στοιχείου που δεν βρίσκεται στον πίνακα (Klauer & Phye, 1994). Τα προβλήματα αυτά αναφέρονται σε ιδιότητες αριθμών και συγκεκριμένα σε κριτήρια διαιρετότητας. Στο πρόβλημα π8 χρησιμοποιήθηκαν τα κριτήρια διαιρετότητας των αριθμών δύο και πέντε, ενώ στο π9 χρησιμοποιήθηκαν τα κριτήρια διαιρετότητας των αριθμών τρία και τέσσερα.

Προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων. Τα προβλήματα π10-π13 ονομάζονται «προβλήματα συμπλήρωσης σειράς». Η λύση των προβλημάτων αυτών απαιτεί την αναγνώριση της σχέσης που συνδέει τα διαδοχικά στοιχεία της ακολουθίας και τη συμπλήρωση στοιχείων που παραλείπονται στην κάθε ακολουθία (Klauer & Phye,

1994). Το πρόβλημα π10 είναι μια φθίνουσα αριθμητική ακολουθία, όπου ο ρυθμός μεταβολής των στοιχείων ακολουθεί φθίνουσα αριθμητική πρόοδο με ρυθμό μεταβολής $\alpha_n - \alpha_{n-1} = -2$. Τα προβλήματα π11 και π12 είναι ακολουθίες επίπεδων κανονικών σχημάτων. Τα μεγέθη που χρησιμοποιούνται στο ρυθμό μεταβολής των στοιχείων τους αναφέρονται στο είδος (π.χ. τρίγωνα, τετράγωνα), στο μέγεθος (π.χ. μικρό, μεγάλο) και στο χρώμα (π.χ. άσπρο, μαύρο) του σχήματος. Το πρόβλημα π13 αναφέρεται στην ακολουθία $(2n+2)$, η οποία παριστάνεται σχηματικά.

Προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων. Τα προβλήματα π14-π17 χαρακτηρίζονται ως «προβλήματα διακοπτόμενης σειράς» (Klauer & Phye, 1994). Περιλαμβάνουν αριθμητικές ακολουθίες, όπου στην καθεμιά ένα στοιχείο είναι λανθασμένο και θα πρέπει να εξαιρεθεί ή να διορθωθεί για να ισχύει η ακολουθία. Συγκεκριμένα, τα προβλήματα π14 και π15 περιλαμβάνουν αντίστοιχα την ακολουθία των τριγώνων αριθμών με πρώτο όρο τον αριθμό ένα και την ακολουθία των τετράγωνων αριθμών με πρώτο όρο τον αριθμό τέσσερα. Τα δύο αυτά προβλήματα απαιτούν τον εντοπισμό του στοιχείου που χαλάει το ρυθμό μεταβολής των υπόλοιπων στοιχείων της ακολουθίας και τον αποκλεισμό του, ώστε να ισχύει η ακολουθία. Το πρόβλημα π16 περιλαμβάνει μια αύξουσα αριθμητική πρόοδο με πρώτο όρο τον αριθμό 11 και ρυθμό μεταβολής $\alpha_n - \alpha_{n-1} = 4$, ενώ το πρόβλημα π17 αναφέρεται σε γεωμετρική πρόοδο με πρώτο όρο τον αριθμό 4 και λόγο $\alpha_n : \alpha_{n-1} = 2 : 1$. Για τη λύση των προβλημάτων αυτών απαιτείται η αναγνώριση του στοιχείου της ακολουθίας που χαλάει το ρυθμό μεταβολής των υπόλοιπων στοιχείων και η διόρθωση του στοιχείου αυτού, ώστε να ισχύει η ακολουθία.

Προβλήματα οικοδόμησης συστήματος. Τέλος, τα προβλήματα π18-π21 απεικονίζονται με πίνακες διπλής εισόδου διαστάσεων 3X3. Τα στοιχεία που περιλαμβάνονται στα διαδοχικά κελιά των στηλών κάθε πίνακα μετασχηματίζονται

ως προς μία σχέση, ενώ τα στοιχεία των διαδοχικών κελιών των σειρών μετασχηματίζονται ως προς μία άλλη σχέση. Σε όλες τις σειρές του πίνακα εφαρμόζεται η ίδια σχέση. Το ίδιο συμβαίνει και σε όλες τις στήλες. Η λύση των προβλημάτων αυτών απαιτεί την αναγνώριση των δύο σχέσεων και στη συνέχεια τη συμπλήρωση του άδειου κελιού του πίνακα με το κατάλληλο στοιχείο. Βασική προϋπόθεση για την επιτυχή λύση κάθε προβλήματος οικοδόμησης συστήματος είναι η ταυτόχρονη αναγνώριση των δύο σχέσεων (Klauer & Phye, 1994). Τα προβλήματα π18, π19 και π20 περιλαμβάνουν σχέσεις αναλογίας ανάμεσα σε αριθμούς. Τα προβλήματα π18 και π19 περιλαμβάνουν φυσικούς αριθμούς, ενώ το πρόβλημα π20 περιλαμβάνει φυσικούς και κλασματικούς αριθμούς. Στο πρόβλημα π18 έχουν χρησιμοποιηθεί οι λόγοι 1:3 και 1:2 για τα στοιχεία των σειρών και των στηλών αντίστοιχα, ενώ στο πρόβλημα π19 χρησιμοποιήθηκε ο λόγος 2:1 για τα στοιχεία των σειρών του πίνακα και ο λόγος 1:3 για τα στοιχεία των στηλών. Στο πρόβλημα π20 εφαρμόστηκε στα στοιχεία των σειρών ο λόγος 2:1 και στα στοιχεία των στηλών του πίνακα ο λόγος 1:4. Το πρόβλημα π21 περιλαμβάνει σχήματα και συγκεκριμένα, μικρούς κύκλους που βρίσκονται σε καθορισμένη διάταξη. Η σχέση που εφαρμόζεται στα στοιχεία κάθε σειράς είναι «αφαίρεση του τελευταίου κύκλου της πρώτης γραμμής της διάταξης», ενώ η σχέση που εμφανίζεται στα στοιχεία των στηλών του πίνακα είναι «πρόσθεση ενός κύκλου στην πρώτη στήλη της διάταξης». Παραδείγματα όλων προβλημάτων που χρησιμοποιήθηκαν στο δοκίμιο για την καθεμιά από τις έξι κατηγορίες του Klauer παρουσιάζονται στον Πίνακα 2.

Πίνακας 2

Παραδείγματα Προβλημάτων Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά που

Περιλήφθηκαν στο Δοκίμιο

Τύπος προβλήματος	Πρόβλημα	Γνωστική λειτουργία												
Γενίκευση	Οι παρακάτω αριθμοί ανήκουν στην ίδια ομάδα γιατί έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό. Γράψε το κοινό χαρακτηριστικό των αριθμών: 4, 16, 8, 32, 20, 100, 40	Εύρεση ομοιότητας στις ιδιότητες												
Διάκριση	Στους παρακάτω αριθμούς, όλοι οι αριθμοί, εκτός από έναν, έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό. Να βάλεις σε κύκλο τον αριθμό που διαφέρει από τους υπόλοιπους. 15, 3, 6, 5, 24, 69, 21	Εύρεση διαφοράς στις ιδιότητες												
Διασταυρούμενη ταξινόμηση	Να γράψεις τον αριθμό 24 στο κατάλληλο κελί. <table border="1" data-bbox="705 904 1010 1095"> <tbody> <tr> <td>10</td> <td>20</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>30</td> <td>100</td> <td>5 25 45</td> </tr> <tr> <td>12</td> <td>92</td> <td>17 21</td> </tr> <tr> <td>34</td> <td>26</td> <td>47 33</td> </tr> </tbody> </table>	10	20	15	30	100	5 25 45	12	92	17 21	34	26	47 33	Εύρεση ομοιότητας και διαφοράς στις ιδιότητες
10	20	15												
30	100	5 25 45												
12	92	17 21												
34	26	47 33												
Αναγνώριση σχέσεων	Να συμπληρώσεις το κενό με τον κατάλληλο αριθμό. 56 30 20 12 6 2 (α) 33 (β) 36 (γ) 40 (δ) 42	Εύρεση ομοιότητας στις σχέσεις												
Διαφοροποίηση σχέσεων	Να βάλεις σε κύκλο τον αριθμό που χαλά το μοτίβο. 1 3 6 10 15 22	Εύρεση διαφοράς στις σχέσεις												
Οικοδόμηση συστήματος	Να συμπληρώσεις το άδειο κελί τον κατάλληλο αριθμό. <table border="1" data-bbox="730 1729 983 1942"> <tbody> <tr> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\frac{1}{4}$</td> <td>$\frac{1}{8}$</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>4</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	2	1	$\frac{1}{2}$	8	4		Εύρεση ομοιότητας και διαφοράς στις σχέσεις			
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$												
2	1	$\frac{1}{2}$												
8	4													

Έργα Μέτρησης της Γενικής Γνωστικής Ικανότητας

Για τη μέτρηση της γενικής γνωστικής ικανότητας των μαθητών χρησιμοποιήθηκαν προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού τα οποία ταξινομούνται σε τέσσερα εξειδικευμένα δομικά συστήματα, το προτασιακό, το ποιοτικό, το αιτιώδες και το χωρικό (Παράρτημα 2). Τα προβλήματα αυτά κατασκευάστηκαν από το Δημητρίου και τους συνεργάτες του (Demetriou κ.ά., 2002a) για τη μέτρηση της γνωστικής ανάπτυξης υποκειμένων. Για τους σκοπούς της παρούσας ερευνητικής εργασίας χρησιμοποιήθηκαν έντεκα προβλήματα για το προτασιακό, εννιά προβλήματα για το ποιοτικό, επτά προβλήματα για το αιτιώδες και δέκα προβλήματα για το χωρικό εξειδικευμένο δομικό σύστημα. Όλα τα προβλήματα γνωστικής ανάπτυξης είναι πολλαπλής επιλογής και οι μαθητές είχαν στη διάθεσή τους χρόνο 60 λεπτών για να τα επιλύσουν, χωρίς να τους δοθεί οποιαδήποτε διευκρινιστική ή επεξηγηματική πληροφορία. Για την αξιολόγηση των απαντήσεων χρησιμοποιήθηκε κατηγορική κλίμακα με τους δύο χαρακτηρισμούς 1 και 0, αντίστοιχα για τις σωστές και τις λανθασμένες απαντήσεις.

Τύποι Προβλημάτων Μέτρησης της Γενικής Γνωστικής Ικανότητας

Προβλήματα του προτασιακού εξειδικευμένου δομικού συστήματος. Στα προβλήματα αυτά περιλαμβάνονται πέντε συλλογιστικές προτάσεις και έξι λεκτικές αναλογίες. Οι συλλογιστικές προτάσεις απαιτούν από το υποκείμενο τον έλεγχο της εγκυρότητας μιας συμπερασματικής πρότασης που απορρέει από δύο δηλώσεις (Παράρτημα 2, Μέρος ΠΡΟΤ1, π1-π5). Οι λεκτικές αναλογίες απαιτούσαν την αναγνώριση της σχέσης με την οποία συνδέονται δύο λέξεις και την εφαρμογή της σχέσης αυτής σε ένα άλλο ζεύγος λέξεων στο οποίο παραλείπεται η μία λέξη, με

σκοπό τη συμπλήρωση της παραλειπόμενης λέξης (Παράρτημα 2, Μέρος ΠΡΟΤ2, π1-π6).

Προβλήματα του ποιοτικού εξειδικευμένου δομικού συστήματος. Στα προβλήματα αυτά περιλαμβάνονται δύο έργα που αναφέρονται σε σχέσεις εγκλεισμού και τρεις πίνακες Raven. Τα δύο έργα εγκλεισμού παρουσιάζουν εικονικά τα δεδομένα-πληροφορίες τους και το καθένα απαιτεί απαντήσεις σε τρία λεκτικά ερωτήματα. Για την επίλυση των προβλημάτων αυτών απαιτείται η ερμηνεία των πληροφοριών της εικονικής αναπαράστασης (Παράρτημα 2, Μέρος ΠΟΙΟΤ1, έργο με τίτλο «Ιπτάμενα και ζωντανά», π1-π3 και έργο με τίτλο «Τα λουλούδια», π1-π3). Όλοι οι πίνακες Raven περιλαμβάνουν εικόνες ή σχήματα (Παράρτημα 2, Μέρος ΠΟΙΟΤ2, π1-π3).

Προβλήματα του αιτιώδους εξειδικευμένου δομικού συστήματος. Τα προβλήματα αυτά αναφέρονται στον έλεγχο υποθέσεων πειραμάτων επιστήμης. Το δοκίμιο περιλαμβάνει δύο έργα που περιλαμβάνουν συνολικά επτά προβλήματα. Το ένα έργο περιλαμβάνει τέσσερα λεκτικά προβλήματα (Παράρτημα 2, Μέρος ΑΙΤΙΩ1, π1-π4), ενώ το δεύτερο έργο παρουσιάζει τα δεδομένα σε έναν πίνακα διπλής εισόδου και περιλαμβάνει στη συνέχεια τρία προβλήματα (Παράρτημα 2, Μέρος ΑΙΤΙΩ2, π1-π3). Η λύση των τριών αυτών προβλημάτων απαιτεί την ερμηνεία των πληροφοριών του πίνακα. Όλα τα προβλήματα αναφέρονται στην επίδραση κάποιου παράγοντα, όπως είναι το έδαφος, ο φωτισμός και το είδος του φυτού στην ανάπτυξη των φυτών.

Προβλήματα του χωρικού εξειδικευμένου δομικού συστήματος. Τα προβλήματα που αναφέρονται στο χωρικό εξειδικευμένο δομικό σύστημα περιλαμβάνουν τρία προβλήματα περιστροφής 180° στο επίπεδο και τέσσερα προβλήματα περιστροφής και μετατόπισης στο χώρο. Επιπλέον, περιλαμβάνουν τρία

προβλήματα περιστροφής 90^0 , 180^0 και 270^0 στο επίπεδο, αντίστοιχα. Τα τρία προβλήματα περιστροφής 180^0 στο επίπεδο απαιτούν την αναγνώριση του νέου σχήματος που θα προκύψει όταν το αρχικό σχήμα διπλωθεί κατά μήκος συγκεκριμένου άξονα (Παράρτημα 2, Μέρος ΧΩΡ1, π1-π3). Το καθένα από τα προβλήματα περιστροφής και μετατόπισης στο χώρο περιλαμβάνει εικονικές αναπαραστάσεις δύο τρισδιάστατων σχημάτων (Παράρτημα 2, Μέρος ΧΩΡ2, π1-π4). Τα δύο σχήματα αυτά είτε είναι ίδια αλλά βρίσκονται σε διαφορετική θέση είτε είναι διαφορετικά μεταξύ τους. Τα προβλήματα αυτά απαιτούν από το υποκείμενο να αναγνωρίσει αν τα δύο σχήματα που παρουσιάζονται είναι ίδια αλλά βρίσκονται σε διαφορετική θέση ή αν τα σχήματα είναι διαφορετικά. Τέλος, καθένα από τα προβλήματα περιστροφής 90^0 , 180^0 και 270^0 στο επίπεδο παρουσιάζουν την εικόνα ενός δείκτη με βόρεια φορά, καθώς και τη θέση του δείκτη αν περιστραφεί 90^0 , 180^0 και 270^0 (Παράρτημα 2, Μέρος ΧΩΡ3, π1-π3). Στο δείκτη που βρίσκεται στην αρχική θέση είναι σχεδιασμένο ένα σχήμα-εικόνα. Το υποκείμενο θα πρέπει να αναγνωρίσει το σχήμα-εικόνα όπως αυτό θα φαίνεται στο δείκτη όταν ο δείκτης βρεθεί στην τελική του θέση.

Σε γενικές γραμμές αναφέρεται ότι η συμπερίληψη προβλημάτων που ανήκουν στα τέσσερα εξειδικευμένα δομικά συστήματα στο δοκίμιο που χρησιμοποιήθηκε για τη μέτρηση της γενικής γνωστικής ικανότητας θεωρήθηκε αναγκαία και απαραίτητη για τον καθορισμό του εύρους και του βαθμού της μεταφοράς της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού από το πεδίο των Μαθηματικών σε άλλα γνωστικά πεδία. Επιπλέον, το περιεχόμενο των προβλημάτων αυτών, καθώς και η γνωστική περιοχή στην οποία ανήκουν, μπορεί να θεωρηθούν ως ικανές προϋποθέσεις για τον καθορισμό τυχών αλληλεπιδράσεων και σχέσεων μεταξύ των Μαθηματικών και άλλων γνωστικών πεδίων. Σημειώνεται ότι η λύση

των προβλημάτων γνωστικής ανάπτυξης απαιτούσε αφενός την εφαρμογή γνώσης που είναι σχετική με γενικές γνωστικές στρατηγικές, όπως είναι οι στοιχειώδεις κανόνες επαγωγικού συλλογισμού και αφετέρου την αναπροσαρμογή, μέσω μεταγνωστικών στρατηγικών, της γνώσης που έχει κατακτηθεί μέσα από το παρεμβατικό πρόγραμμα, ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί σε νέο διαφορετικό πεδίο γνώσεων.

Έργα Μέτρησης της Αποτελεσματικότητας της Επεξεργασίας Πληροφοριών

Η αποτελεσματικότητα της επεξεργασίας πληροφοριών προκύπτει από την επίδοση στην ταχύτητα επεξεργασίας και στον έλεγχο επεξεργασίας. Η ταχύτητα επεξεργασίας και ο έλεγχος επεξεργασίας μετρήθηκαν με μια σειρά έργων Stroop, (Demetriou κ.ά., 2002b), σε τρία διαφορετικά συμβολικά συστήματα, στο λεκτικό, στο αριθμητικό και στο εικονικό σύστημα.

Περιγραφή των Έργων Μέτρησης της Ικανότητας Επεξεργασίας Πληροφοριών

Για τη μέτρηση της αποτελεσματικότητας της επεξεργασίας πληροφοριών χρησιμοποιήθηκαν συνολικά τρία έργα, ένα έργο για το κάθε συμβολικό σύστημα. Το κάθε έργο περιλάμβανε 36 ερεθίσματα, όπου το καθένα περιλάμβανε δύο ιδιότητες. Το υποκείμενο έπρεπε να αντιδράσει σε μία από τις δύο ιδιότητες, ανάλογα με την οδηγία που λάμβανε κάθε φορά. Στα ερεθίσματα του λεκτικού έργου οι δύο ιδιότητες ήταν το όνομα της λέξης και το χρώμα του μελανιού με το οποίο ήταν γραμμένη (Σχήμα 1α, 1β). Στα ερεθίσματα του αριθμητικού έργου οι δύο ιδιότητες ήταν το ψηφίο του αριθμού και τα μικρά αριθμητικά σύμβολα με τα οποία σχηματιζόταν το ψηφίο (Σχήμα 2α, 2β), ενώ στα ερεθίσματα του εικονικού έργου το

εικονιζόμενο σχήμα και τα μικρότερα σχήματα με τα οποία σχηματιζόταν (Σχήμα 3α, 3β).

Από τα 36 ερεθίσματα που περιλαμβάνονταν σε κάθε έργο τα 18 ήταν συμβατά, ενώ τα υπόλοιπα ήταν μη συμβατά ερεθίσματα. Σε όλα τα έργα που χρησιμοποιήθηκαν για την αποτελεσματικότητα της επεξεργασίας πληροφοριών στα τρία συμβολικά συστήματα, η αντίδραση των υποκειμένων σε συμβατά ερεθίσματα θεωρήθηκε ως η ένδειξη για την ταχύτητα της επεξεργασίας πληροφοριών, ενώ η αντίδραση σε μη συμβατά ερεθίσματα θεωρήθηκε ως η ένδειξη για τον έλεγχο της επεξεργασίας πληροφοριών. Η μέτρηση της ταχύτητας και του ελέγχου της επεξεργασίας πληροφοριών έγινε μέσω του λογισμικού προγράμματος E-Prime, ώστε να καταστεί δυνατή η ακριβής μέτρηση του χρόνου αντίδρασης των υποκειμένων σε καθένα από τα ερεθίσματα. Είναι γνωστό ότι ο μικρότερος χρόνος αντίδρασης επιτυγχάνεται όταν το άτομο καλείται να ανταποκριθεί σε συμβατό ερέθισμα (Demetriou, Spanoudes, Christou, & Platsidou, 2002b).

Λεκτικό έργο αποτελεσματικότητας επεξεργασίας πληροφοριών. Το έργο αυτό περιλάμβανε λέξεις που ανέφεραν τα χρώματα «κόκκινο», «κίτρινο» ή «πράσινο», οι οποίες ήταν γραμμένες με κόκκινο, κίτρινο ή πράσινο χρωματιστό μελάνι. Για παράδειγμα, ήταν γραμμένη η λέξη «κόκκινο» με πράσινο μελάνι και το υποκείμενο έπρεπε να κατονομάσει το χρώμα που δήλωνε η λέξη, δηλαδή «κόκκινο» ή το χρώμα του μελανιού που χρησιμοποιήθηκε στη γραφή της λέξης, δηλαδή «πράσινο» (Παράρτημα 3α).

Από τα 36 ερεθίσματα του λεκτικού έργου τα 18 ήταν συμβατά, δηλαδή οι λέξεις δήλωναν το χρώμα του μελανιού που χρησιμοποιήθηκε στη γραφή τους (π.χ. η λέξη «κόκκινο» ήταν γραμμένη με κόκκινο μελάνι) (Σχήμα 1α). Τα υπόλοιπα 18 ερεθίσματα ήταν μη συμβατά, δηλαδή οι λέξεις δήλωναν διαφορετικό χρώμα από το

χρώμα του μελανιού που χρησιμοποιήθηκε στη γραφή τους (π.χ. η λέξη «κόκκινο» ήταν γραμμένη με πράσινο μελάνι) (Σχήμα 1β). Τόσο στα συμβατά όσο και στα μη συμβατά ερεθίσματα τα υποκείμενα έπρεπε να κατονομάσουν τη λέξη που ήταν γραμμένη ή να αναγνωρίσουν το χρώμα του μελανιού με το οποίο ήταν γραμμένη η λέξη.



Σχήμα 1α. Παράδειγμα λεκτικού έργου τύπου Stroop με συμβατό ερέθισμα.

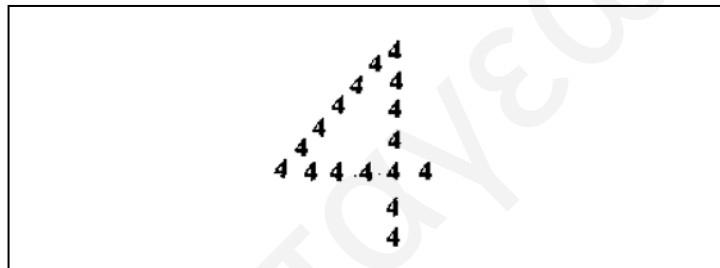


Σχήμα 1β. Παράδειγμα λεκτικού έργου τύπου Stroop με μη συμβατό ερέθισμα.

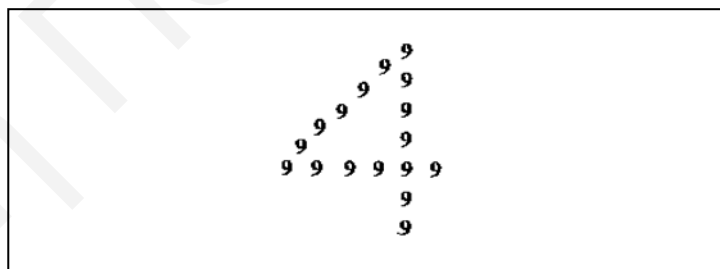
Αριθμητικό έργο αποτελεσματικότητας επεξεργασίας πληροφοριών. Το αριθμητικό έργο περιλάμβανε τα σύμβολα των μονοψήφιων φυσικών αριθμών «τέσσερα», «επτά» και «εννιά», τα οποία ήταν κατασκευασμένα από μικρά σε μέγεθος σύμβολα των αριθμών τέσσερα, επτά και εννιά (Παράρτημα 3β). Για παράδειγμα, ήταν γραμμένος ο αριθμός «επτά» με μικρά σύμβολα του αριθμού τέσσερα και το υποκείμενο έπρεπε να κατονομάσει τα ψηφία με τα οποία ήταν γραμμένο το «επτά» (δηλαδή το τέσσερα) ή το κύριο αριθμητικό σύμβολο που έβλεπε (δηλαδή το επτά).

Το 18 ερεθίσματα του αριθμητικού έργου ήταν συμβατά και τα υπόλοιπα μη συμβατά. Στα συμβατά ερεθίσματα τα μεγάλα σε μέγεθος αριθμητικά ψηφία που παρουσιάζονταν ήταν κατασκευασμένα από μικρότερα σε μέγεθος ψηφία ίδιας αξίας

με τα μεγάλα (π.χ. το μεγάλο ψηφίο 4 ήταν κατασκευασμένο από μικρότερα σε μέγεθος ψηφία του αριθμού 4) (Σχήμα 2α), ενώ στα μη συμβατά ερεθίσματα τα μεγάλα σε μέγεθος αριθμητικά ψηφία ήταν κατασκευασμένα από μικρότερα σε μέγεθος ψηφία διαφορετικής αξίας από τα μεγάλα (π.χ. το μεγάλο ψηφίο 4 ήταν κατασκευασμένο από μικρότερα σε μέγεθος ψηφία του αριθμού 9) (Σχήμα 2β). Τόσο στα συμβατά όσο και στα μη συμβατά ερεθίσματα τα υποκείμενα καλούνταν να αναγνωρίσουν το μεγάλο σε μέγεθος αριθμητικό ψηφίο που ήταν κατασκευασμένο από μικρότερα σε μέγεθος ψηφία ή να αναγνωρίσουν τα μικρά αριθμητικά ψηφία που χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή του μεγάλου σε μέγεθος ψηφίου.



Σχήμα 2α. Παράδειγμα αριθμητικού έργου τύπου Stroop με συμβατό ερέθισμα.

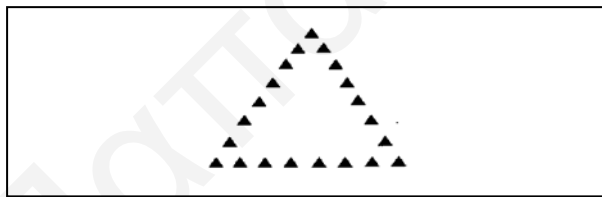


Σχήμα 2β. Παράδειγμα αριθμητικού έργου τύπου Stroop με μη συμβατό ερέθισμα.

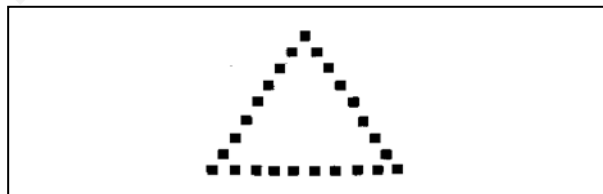
Εικονικό έργο αποτελεσματικότητας επεξεργασίας πληροφοριών. Το εικονικό έργο που χρησιμοποιήθηκε για την αποτελεσματικότητα της επεξεργασίας πληροφοριών ήταν παρόμοιο με το αριθμητικό, με τη διαφορά ότι τα μεγάλα σε μέγεθος αριθμητικά ψηφία αντικαταστάθηκαν από τα επίπεδα γεωμετρικά σχήματα

«τρίγωνο», «τετράγωνο», «κύκλος», τα οποία ήταν κατασκευασμένα από μικρότερα σε μέγεθος σχήματα τετραγώνων, τριγώνων ή κύκλων (Παράρτημα 3γ).

Από τα 36 ερεθίσματα του εικονικού έργου τα 18 ήταν συμβατά, δηλαδή τα μεγάλα σε μέγεθος επίπεδα γεωμετρικά σχήματα ήταν κατασκευασμένα από μικρότερα σε μέγεθος επίπεδα σχήματα ίδια με τα μεγάλα (Σχήμα 3α). Τα υπόλοιπα 18 ερεθίσματα ήταν μη συμβατά, δηλαδή τα μεγάλα σε μέγεθος επίπεδα γεωμετρικά σχήματα ήταν κατασκευασμένα από μικρότερα σε μέγεθος σχήματα διαφορετικά από τα μεγάλα (Σχήμα 3β). Στο εικονικό έργο τα υποκείμενα καλούνταν να αναγνωρίσουν το μεγάλο σε μέγεθος γεωμετρικό σχήμα που ήταν κατασκευασμένο από μικρότερα σε μέγεθος σχήματα ή να αναγνωρίσουν τα μικρά γεωμετρικά σχήματα που χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή του μεγάλου σχήματος.



Σχήμα 3α. Παράδειγμα εικονικού έργου τύπου Stroop με συμβατό ερέθισμα.



Σχήμα 3β. Παράδειγμα εικονικού έργου τύπου Stroop με μη συμβατό ερέθισμα.

Έργα Μέτρησης της Μνημονικής Ικανότητας

Για τη μέτρηση της μνημονικής ικανότητας χρησιμοποιήθηκαν τέσσερα έργα. Τα τρία έργα αναφέρονται στη μέτρηση της βραχυπρόθεσμης μνήμης, όπως περιγράφονται στη θεωρία του Baddeley (1992, 1997), ενώ το τέταρτο έργο χρησιμοποιήθηκε για τη μέτρηση της εργαζόμενης μνήμης σε πιο σύγχρονες θεωρίες (Engle κ.ά., 1999; Conway κ.ά., 2002). Τα τρία έργα μέτρησης της βραχυπρόθεσμης μνήμης ήταν παρόμοιου τύπου και μετρούσαν το πλήθος των πληροφοριών που μπορούσε να θυμάται το υποκείμενο με τη σειρά που του παρουσιάζονταν, χωρίς οποιαδήποτε παρέμβαση ξένης προς το έργο πληροφορίας. Το τέταρτο έργο μέτρησης της εργαζόμενης μνήμης μετρούσε την ικανότητα του υποκειμένου να θυμάται συγκεκριμένες πληροφορίες, όταν κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του έργου απασχολούσαν τη μνήμη του υποκειμένου ξένες μη σχετικές με το στόχο πληροφορίες.

Περιγραφή των Έργων Μέτρησης της Ικανότητας της Μνήμης

Έργα μέτρησης της βραχυπρόθεσμης μνήμης. Τα τρία έργα μέτρησης της βραχυπρόθεσμης μνήμης ήταν σειριακά και παρουσιάστηκαν αντίστοιχα στο λεκτικό, στο αριθμητικό και στο συμβολικό σύστημα αναπαράστασης. Το καθένα από τα έργα αυτά περιλάμβανε έξι επίπεδα δυσκολίας. Ο βαθμός δυσκολίας καθορίστηκε από το πλήθος των στοιχείων που αντιστοιχούσε στο κάθε επίπεδο. Στα έξι επίπεδα δυσκολίας χρησιμοποιήθηκαν από δύο έως επτά στοιχεία.

Στο λεκτικό έργο (Πίνακας 3) και στο αριθμητικό έργο (Πίνακας 4) τα υποκείμενα άκουγαν από ηχογραφημένη κασέτα δύο σειρές από στοιχεία για κάθε επίπεδο δυσκολίας, ενώ τα επίπεδα δυσκολίας παρουσιάζονταν με αύξουσα σειρά. Κατά τη διάρκεια της ακρόασης των πληροφοριών κάθε έργου δεν παρεμβαλλόταν

οποιαδήποτε ξένη προς το στόχο πληροφορία. Αμέσως μετά την ακρόαση κάθε σειράς στοιχείων, τα υποκείμενα έπρεπε να επαναλάβουν τα στοιχεία με τη σειρά που τα άκουσαν. Η ηχογράφηση του λεκτικού και του αριθμητικού έργου θεωρήθηκε απαραίτητη, ώστε να διατηρείται σταθερό το διάστημα χρόνου μεταξύ των εκφωνήσεων των στοιχείων των σειρών, για όλα τα υποκείμενα. Επιπρόσθετα, η ηχογράφηση εξυπηρέτησε στο να διατηρηθούν σταθερά ο τόνος και η ένταση της φωνής στην εκφώνηση των στοιχείων κάθε σειράς.

Πίνακας 3

Το Λεκτικό Έργο Εξέτασης της Βραχυπρόθεσμης Μνήμης

Επίπεδο Δυσκολίας	Σειρά	Ερέθισμα
2	A	Χτένα βροχή
	B	Λάμπας, ρυζιού
3	A	Λόφους, πουλιών, τρύπας
	B	Μύγα, δάσος, τοίχος
4	A	Λάδι, πόρτα, χέρι, κουτί
	B	Γλάρο, ψωμιού, πέτρας, κήπου
5	A	Γάτας, πόλης, ναών, καπνού, νησιού
	B	Μύτη, πάρκο, ψάρι, γάλα, φωτιά
6	A	Τροχών, στυλούς, αυλών, λύρας, φυτού, τρένων
	B	Στόμα, άμμος, σκάλα, δίχτυ, σκύλος, χαρτί
7	A	Βιολί, αγρός, πανί, γλάστρα, νερό, στολή, κήπος
	B	Χτένας, μωρών, γραμμών, βάρκας, τυριών, κύκλων, αυτιού

Στις δύο σειρές του λεκτικού έργου περιλαμβάνονταν λέξεις οι οποίες διαφοροποιούνταν ως προς τη γραμματική τους πολυπλοκότητα. Στη μια σειρά οι

λέξεις βρίσκονταν στην ονομαστική πτώση του ενικού αριθμού, ενώ οι λέξεις της άλλης σειράς βρίσκονταν σε πλάγιες πτώσεις της γραμματικής, τόσο στον ενικό όσο και στον πληθυντικό αριθμό. Για παράδειγμα, το επίπεδο δυσκολίας «τέσσερα» του λεκτικού έργου περιλάμβανε τις λέξεις «λάδι, πόρτα, χέρι, κουτί» στην Α' σειρά και τις λέξεις «γλάρο, ψωμιού, πέτρας, κήπου» στη Β' σειρά.

Στο αριθμητικό έργο (Πίνακας 4) οι αριθμοί που χρησιμοποιήθηκαν σε όλα τα επίπεδα δυσκολίας ήταν διψήφιοι. Οι αριθμοί που βρίσκονταν στη μια σειρά κάθε επιπέδου δήλωναν μόνο δεκάδες (π.χ. 40, 70, κτλ.), ενώ στους αριθμούς της άλλης σειράς το ψηφίο των μονάδων ήταν διαφορετικό από το ψηφίο των δεκάδων (π.χ. 24, 65, κτλ.). Για παράδειγμα, το επίπεδο δυσκολίας «τέσσερα» του αριθμητικού έργου περιλάμβανε τους αριθμούς «50, 80, 20, 60» στην Α' σειρά και τους αριθμούς «58, 23, 52, 79» στη Β' σειρά.

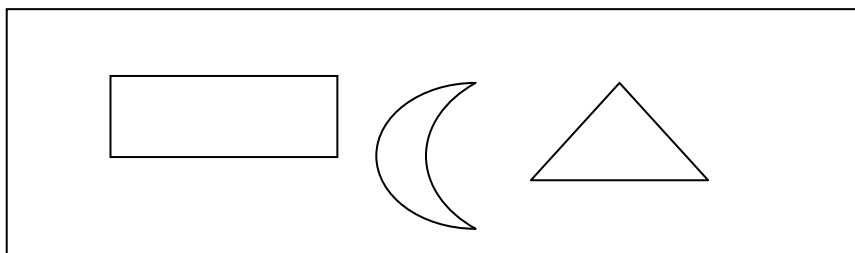
Πίνακας 4

Το Αριθμητικό Έργο Εξέτασης της Βραχυπρόθεσμης Μνήμης

Επίπεδο Δυσκολίας	Σειρά	Ερέθισμα
2	A	32, 57
	B	60, 40
3	A	30, 70, 90
	B	73, 48, 61
4	A	50, 80, 20, 60
	B	58, 23, 52, 79
5	A	49, 67, 34, 72, 93
	B	80, 20, 50, 40, 70
6	A	90, 20, 60, 80, 50, 30
	B	75, 29, 43, 85, 63, 46
7	A	50, 80, 30, 70, 40, 20, 90
	B	28, 36, 59, 83, 45, 91, 68

Το εικονικό έργο (Σχήμα 4) περιλάμβανε έξι ζεύγη από κάρτες, οι οποίες είχαν σχεδιασμένα από δύο ως επτά γεωμετρικά σχήματα, αντίστοιχα. Τα έξι ζεύγη καρτών αντιστοιχούσαν στα έξι επίπεδα δυσκολίας του έργου. Οι δύο κάρτες κάθε ζεύγους διαφοροποιούνταν όσον αφορά τον προσανατολισμό με τον οποίο βρίσκονταν τα γεωμετρικά σχήματα που περιλάμβαναν. Σε κάθε ζεύγος καρτών, η μία κάρτα παρουσίαζε τα σχήματα σύμφωνα με τον τυπικό τους προσανατολισμό ως προς τις τρεις διαστάσεις του χώρου (π.χ. τα τρίγωνα παρουσιάζονται Δ), ενώ η άλλη κάρτα παρουσίαζε τα σχήματα με διάφορους προσανατολισμούς διαφορετικούς από τον τυπικό (π.χ. με κλίση 60^0 σε σχέση με τον κατακόρυφο άξονα).

Οι κάρτες παρουσιάζονταν στα υποκείμενα με αύξουσα σειρά όσον αφορά το πλήθος των σχημάτων που περιλάμβαναν και κατ'επέκταση το βαθμό δυσκολίας του επιπέδου. Τα υποκείμενα είχαν στη διάθεσή τους περιορισμένο χρόνο για να παρατηρήσουν τα σχήματα, ο οποίος ήταν ανάλογος προς το πλήθος των γεωμετρικών σχημάτων που περιείχε η κάρτα (περίπου δύο δευτερόλεπτα για κάθε γεωμετρικό σχήμα). Στη συνέχεια παρουσιάζονταν στα υποκείμενα τέσσερις διαφορετικές κάρτες με σχήματα και καλούνταν να επιλέξουν την κάρτα που ήταν ακριβώς ίδια με την κάρτα-στόχο που τους παρουσιάστηκε στην αρχή. Η μέτρηση της βραχυπρόθεσμης μνήμης με το έργο αυτό έγινε με τη βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή για να είναι ελεγχόμενος ο χρόνος παραμονής της κάθε κάρτας με τα σχήματα στην οθόνη του υπολογιστή.



Σχήμα 4. Παράδειγμα Εικονικού Έργου για την Εξέταση της Βραχυπρόθεσμης Μνήμης.

Το έργο μέτρησης της εργαζόμενης μνήμης. Το έργο αυτό χρησιμοποιήθηκε για τη μέτρηση της ικανότητας της μνήμης να συγκρατεί συγκεκριμένου τύπου πληροφορίες, όταν η μνήμη απασχολείται και με ξένες προς το στόχο πληροφορίες (Παράρτημα 4α, 4β). Το συγκεκριμένο έργο παρουσιάστηκε στους μαθητές σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση εμφανίζονταν στην οθόνη του υπολογιστή μαθηματικές προτάσεις και τα υποκείμενα καλούνταν να κρίνουν την ορθότητά τους, πατώντας κατάλληλο πλήκτρο. Αμέσως μετά από το πάτημα του ανάλογου πλήκτρου, εμφανιζόταν στην οθόνη του υπολογιστή μια λέξη, η οποία δεν είχε οποιαδήποτε σχέση με τη μαθηματική πρόταση (π.χ. η λέξη «σπίτι»). Το υποκείμενο έπρεπε να διαβάσει τη λέξη και στη συνέχεια να πατήσει ένα συγκεκριμένο πλήκτρο για να εμφανιστεί η επόμενη αριθμητική πρόταση, ώστε να προχωρήσει στον έλεγχο της ορθότητάς της. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβανόταν από δύο έως έξι φορές, σε πέντε διαφορετικά βήματα, ώστε σε κάθε βήμα να υπάρχει η παρεμβολή από δύο έως έξι λέξεων αντίστοιχα. Στο τέλος κάθε βήματος τα υποκείμενα έπρεπε να ανακαλέσουν τις λέξεις που εμφανίστηκαν στην οθόνη του υπολογιστή. Στο έργο αυτό σημαντικό ήταν το πλήθος των λέξεων που μπορεί να θυμάται κάθε υποκείμενο σε κάθε βήμα, ανεξάρτητα από τη σειρά με την οποία εμφανίζονταν οι λέξεις στην οθόνη του υπολογιστή. Καθένα από τα πέντε βήματα αντιστοιχούσε σε διαφορετικό επίπεδο δυσκολίας, ανάλογα με το πλήθος των λέξεων που περιλάμβανε. Στα πέντε επίπεδα δυσκολίας χρησιμοποιήθηκαν αντίστοιχα από δύο έως έξι λέξεις και από δύο έως έξι αριθμητικές παραστάσεις. Τα πέντε επίπεδα παρουσιάστηκαν στα υποκείμενα με φθίνουσα σειρά, αρχίζοντας από το επίπεδο που περιλάμβανε έξι λέξεις. Το έργο αυτό απαιτούσε από το υποκείμενο να επαναλάβει δύο φορές τη σειρά των πέντε επιπέδων δυσκολίας (Παράρτημα 4α).

Στη δεύτερη φάση του έργου παρουσιάζονταν στην οθόνη του ηλεκτρονικού υπολογιστή απλές αριθμητικές πράξεις, τις οποίες τα υποκείμενα έπρεπε να εκτελέσουν νοερά και στη συνέχεια να πληκτρολογήσουν την απάντηση στον ηλεκτρονικό υπολογιστή. Κάθε φορά εμφανιζόταν στην οθόνη μόνο μία αριθμητική πράξη, η απάντηση της οποίας ήταν ένας φυσικός αριθμός μικρότερος από το 10. Η επόμενη αριθμητική πράξη εμφανιζόταν στην οθόνη αμέσως μετά την πληκτρολόγηση της απάντησης της προηγούμενης πράξης (Παράρτημα 4β). Η φάση αυτή πραγματοποιήθηκε με σκοπό την αφαίρεση της επίδρασης της μαθηματικής ικανότητας κατά την εκτέλεση της πρώτης φάσης του έργου.

Το Παρεμβατικό Πρόγραμμα Διδασκαλίας του Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά

Το παρεμβατικό πρόγραμμα που εφαρμόστηκε για την ενίσχυση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά σχεδιάστηκε με βάση τη θεωρία παραδειγματικής μεταφοράς του Klauer (Klauer & Phye, 1994; De Koning & Hamers, 1995). Αναπτύχθηκε σε περιβάλλον λύσης προβλήματος, ώστε να είναι δυνατή η διαπίστωση της αναγκαιότητας της χρήσης του επαγωγικού συλλογισμού ως εργαλείο για την επίλυση των μαθηματικών προβλημάτων. Το διδακτικό πρόγραμμα ολοκληρώθηκε σε δώδεκα διδακτικές περιόδους διάρκειας 40 λεπτών, οι οποίες διεξάχθηκαν σε χρονικό διάστημα εννιά εβδομάδων. Στο διάστημα των έξι πρώτων εβδομάδων εφαρμογής του παρεμβατικού προγράμματος διεξαγόταν μία διδασκαλία την εβδομάδα. Στις επόμενες τρεις εβδομάδες εφαρμόστηκαν δύο διδασκαλίες ανά εβδομάδα. Ο καταμερισμός των δώδεκα διδασκαλιών στις εννιά εβδομάδες έγινε με αναφορά στους στόχους της κάθε διδασκαλίας και στη συσχέτιση του περιεχομένου διαδοχικών διδασκαλιών.

Αρχιτεκτονική Παρεμβατικού Προγράμματος

Ο γενικός σκοπός του παρεμβατικού προγράμματος ήταν η ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού των μαθητών στα Μαθηματικά μέσω της επίλυσης προβλήματος και η δυνατότητα μεταφοράς του σε άλλα εξειδικευμένα γνωστικά πεδία ή σε γενικές ικανότητες. Σε αυτά τα πλαίσια, οι διδασκαλίες που περιλαμβάνονταν στο πρόγραμμα στόχευαν να επιφέρουν αλλαγές στη φύση της γνώσης που έχουν οι μαθητές για την επίλυση προβλήματος, καθώς ο επαγωγικός συλλογισμός χρησιμοποιείται ως εργαλείο για την επίλυση των μαθηματικών προβλημάτων. Ως εκ τούτου, το εκπαιδευτικο-διδακτικό πρόγραμμα ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά μπορεί να αναλυθεί σε τρεις φάσεις που αντιστοιχούν στις φάσεις ανάπτυξης της γνώσης, δηλαδή τη δηλωτική γνώση, τη διαδικαστική γνώση και τη γνώση στρατηγικής (Klauer & Phe, 1994). Οι τρεις φάσεις ανάπτυξης της γνώσης τοποθετούνται ιεραρχικά στο παρεμβατικό πρόγραμμα, χωρίς ωστόσο να είναι διακριτό το σημείο εναλλαγής μεταξύ των φάσεων. Οι διδασκαλίες που περιλαμβάνονται στο πρόγραμμα σχεδιάστηκαν με τρόπο που να προάγουν την ανάπτυξη των τριών τύπων γνώσης.

Οι Τρεις Φάσεις Διδασκαλιών του Παρεμβατικού Προγράμματος

Α' φάση - ανάπτυξη της δηλωτικής γνώσης. Στις διδασκαλίες ή στο μέρος των διδασκαλιών του παρεμβατικού προγράμματος που αναφέρονται στην ανάπτυξη της δηλωτικής γνώσης, αποσκοπείται η ανάπτυξη της γνώσης που σχετίζεται με το είδος της δομής των μαθηματικών προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού. Η γνώση που αναπτύσσεται στη φάση αυτή είναι πραγματική και εννοιολογική για έννοιες που

ήδη προϋπάρχουν στη μνήμη, όπως οι ιδιότητες, οι σχέσεις, η ομοιότητα και η ανομοιότητα.

Ουσιαστικά, η φάση ανάπτυξης της δηλωτικής γνώσης είχε τους παρακάτω στόχους: (α) ανάπτυξη τελειοποιημένων τεχνικών που διευκολύνουν την κωδικοποίηση και τη συσχέτιση με προηγούμενη γνώση, (β) κατανόηση και αναγνώριση των ιδιοτήτων των αντικειμένων και των σχέσεων που υπάρχουν ανάμεσα στα αντικείμενα, (γ) κατανόηση του γεγονότος ότι κάθε αντικείμενο έχει κάποιες ιδιότητες τις οποίες έχουν και άλλα αντικείμενα, (δ) γνώση του γεγονότος ότι κάθε αντικείμενο μπορεί να συγκριθεί με άλλα αντικείμενα όσον αφορά τις σχέσεις που περιλαμβάνει και ότι ζεύγη αντικειμένων μπορούν να έχουν κοινές σχέσεις. Για την επίτευξη των στόχων αυτών κατασκευάστηκαν δραστηριότητες που περιλαμβάνουν περιγραφή αντικειμένων, ταξινόμηση αντικειμένων και περιγραφή και κατασκευή μοτίβων. Τα αντικείμενα αναφέρονται σε αριθμούς, καθώς και σε επίπεδα και τρισδιάστατα σχήματα. Τα προβλήματα που χρησιμοποιήθηκαν στις δραστηριότητες περιέχουν μαθηματικό περιεχόμενο οικείο στους μαθητές, ώστε αυτοί να μπορούν εύκολα να διακρίνουν τις έννοιες «ιδιότητες» ή «σχέσεις». Η δομή των προβλημάτων σε συνδυασμό με το περιεχόμενό τους συνέβαλαν στην εννοιολογική κατανόηση των δύο βασικών δομών των προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού, δηλαδή των προβλημάτων ομάδας και των προβλημάτων σειράς. Επιπλέον, διευκόλυναν τη διάκριση των προβλημάτων με αναφορά στη δομή τους. Στις δραστηριότητες χρησιμοποιήθηκαν ποικίλοι τύποι προβλημάτων ομάδας και σειράς με σκοπό τη διευκόλυνση της διάκριση των έξι βασικών διαδικαστικών δομών των προβλημάτων, όπως αναφέρονται στην παραδειγματική θεωρία του Klauer (1999).

Κατά τη διαδικασία εφαρμογής του παρεμβατικού προγράμματος, στη φάση ανάπτυξης της δηλωτικής γνώσης προσφέρθηκε στους μαθητές η μέγιστη δυνατή βοήθεια που χρειαζόνταν για την αναγνώριση της δομής των προβλημάτων. Δεν έγινε προσπάθεια διδασκαλίας της διαδικασίας λύσης των προβλημάτων ή διδασκαλίας μεταγνωστικών στρατηγικών ελέγχου, γιατί απώτερος στόχος στη φάση αυτή ήταν η μορφοποίηση εννοιών. Η μορφοποίηση των εννοιών «ιδιότητες», «σχέσεις», «ομοιότητες» και «διαφορές» μοντελοποιήθηκε μέσω της ταξινόμησης νέων, όμοιων δομικά προβλημάτων σε ομάδες προβλημάτων που παρουσιάστηκαν προηγουμένως. Η αναπαράσταση των συσχετίσεων ή της διάκρισης μεταξύ των διάφορων τύπων προβλημάτων με αναφορά στην εννοιολογική και στη διαδικαστική τους δομή έγινε μέσω εννοιολογικών χαρτών και διαγραμμάτων, για τη βαθύτερη κατανόησή τους. Η επιλογή χρησιμοποίησης ή κατασκευής διαγραμμάτων και εννοιολογικών χαρτών θεωρήθηκε αναγκαία και απαραίτητη, λόγω της δυνατότητας τους να παρουσιάζουν κατηγοριοποιήσεις με αναφορά στις σχέσεις ιεραρχίας που υπάρχουν ανάμεσα στις έννοιες. Συγκεκριμένα, τα διαγράμματα παρέχουν τη δυνατότητα συστηματικής οργάνωσης, κατηγοριοποίησης και κατ' επέκταση κατανόησης μιας συγκεκριμένης ποσότητας πληροφοριών. Οι εννοιολογικοί χάρτες περιλαμβάνουν τον εντοπισμό των σημαντικών εννοιών, καθώς και την αποσαφήνιση και τις κατευθύνσεις των μεταξύ τους σχέσεων, μέσω της δημιουργίας ιεραρχιών που περιλαμβάνουν (Κολιάδης, 2002). Επιπλέον, η χαρτογράφηση εξυπηρετεί σε μεγάλο βαθμό την αποθήκευση των πληροφοριών, λόγω της συστηματικής διασύνδεσής τους και κατά συνέπεια την ευκολότερη ανάσυρσή τους από τη μνήμη. Είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική σε μαθητές χαμηλής επίδοσης, οι οποίοι δυσκολεύονται στην ενσωμάτωση εννοιών ή ιδεών (Schunk, 1996).

B' φάση - ανάπτυξη της διαδικαστικής γνώσης. Οι διδασκαλίες που εφαρμόστηκαν στη δεύτερη φάση του παρεμβατικού προγράμματος, που αποσκοπούσε στην ανάπτυξη της διαδικαστικής γνώσης, στόχευαν στο να μάθουν οι μαθητές τις διαδικασίες που απαιτούνται, έτσι ώστε η δηλωτική γνώση να μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως εργαλείο (με τη μορφή επαγωγικού συλλογισμού) για την επίλυση προβλημάτων. Η φάση της διαδικαστικής γνώσης επικεντρώνεται στην ανάπτυξη μιας επαγωγικής διαδικαστικής δομής για την επίλυση προβλημάτων, η οποία περιλαμβάνει την κατάλληλη στρατηγική λύσης και την κατάλληλη στρατηγική ελέγχου.

Στη φάση αυτή, η διαδικασία ανάπτυξης της διαδικαστικής γνώσης περιλαμβάνει τη φάση της επεξεργασίας και τη φάση της αναπαράστασης. Οι δύο αυτές φάσεις επικεντρώνονται στην κωδικοποίηση των πληροφοριών, ώστε να αυξάνεται η χωρητικότητα της εργαζόμενης μνήμης και να διευκολύνεται η αποθήκευση των πληροφοριών στη μακροπρόθεσμη μνήμη. Τονίζεται η δόμηση και η οργάνωση των πληροφοριών για τη διευκόλυνση της αποθήκευσής τους, όπως επίσης και της ανάσυρσής τους από τη μνήμη. Στη φάση της επεξεργασίας, τα βασικότερα βήματα της ανάπτυξης της διαδικαστικής γνώσης είναι η αναγνώριση του προβλήματος, η ανάλυση των ομοιοτήτων και των διαφορών με αναφορά στο συγκεκριμένο στόχο που σχετίζεται με τη συγκεκριμένη δομή προβλήματος, η αναγνώριση των κοινών ιδιοτήτων ή σχέσεων και η ανάπτυξη μιας στρατηγικής επίλυσης. Στη φάση της αναπαράστασης τα βασικά βήματα ανάπτυξης της διαδικαστικής γνώσης περιλαμβάνουν αναγνώριση του προβλήματος μιας συγκεκριμένης κατηγορίας, συσχέτιση της κατηγορίας των προβλημάτων με την αντίστοιχη γνωστική λειτουργία που θα πρέπει να εφαρμοστεί για την επίλυση των

προβλημάτων της κατηγορίας αυτής και γενίκευση των γνωστικών λειτουργιών σε γενικό κανόνα που εφαρμόζεται για τη λύση προβλημάτων συγκεκριμένου τύπου.

Για την επίτευξη του σκοπού σχετικά με την ανάπτυξη της διαδικαστικής γνώσης θεωρήθηκε κατάλληλη και σημαντική η χρήση προβλημάτων-παραδειγμάτων και η παρουσίαση των διαδικασιών λύσης των προβλημάτων αυτών. Τα προβλήματα-παραδείγματα που χρησιμοποιήθηκαν αποτελούν συλλογιστικές δομές, οι οποίες σε συνδυασμό με τις διαδικασίες λύσης τους παρουσιάζουν τις έξι βασικές διαδικαστικές δομές που αναφέρει ο Klauer στη θεωρία του. Οι δραστηριότητες που έχουν σχεδιαστεί για την ανάπτυξη της διαδικαστικής γνώσης περιλαμβάνουν περιγραφή των διαδικασιών λύσης των προβλημάτων καθεμιάς από τις έξι κατηγορίες, σύγκριση των διαδικασιών αυτών, όπως επίσης και ταξινόμηση των προβλημάτων με αναφορά στις έννοιες «ανακάλυψη ομοιότητας», «ανακάλυψη διαφοράς», «ανακάλυψη ομοιότητας και διαφοράς». Επιπλέον, έχουν χρησιμοποιηθεί δραστηριότητες κατασκευής και ερμηνείας λογικών διαγραμμάτων για την αναπαράσταση των βημάτων της διαδικασίας επίλυσης κάθε τύπου προβλήματος και δραστηριότητες κατασκευής και ερμηνείας εννοιολογικών χαρτών για την απεικόνιση των σχέσεων εγκλεισμού ανάμεσα στις διάφορες διαδικασίες.

Κατά τη διάρκεια της φάσης ανάπτυξης της διαδικαστικής γνώσης οι μαθητές καθοδηγούνταν να εφαρμόζουν τις «από πάνω προς τα κάτω» και τις «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασίες για τη λύση των προβλημάτων. Μετά από τη λύση κάθε προβλήματος, οι μαθητές επεξηγούσαν τις διαδικασίες συλλογισμού τους και αιτιολογούσαν το αποτέλεσμα του συλλογισμού τους. Επιπλέον, οι μαθητές παρακινούνταν στην ταξινόμηση των έργων σε έργα δόμησης ομάδας και σειράς και στην εφαρμογή των τεσσάρων σταδίων των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών.

Γ' φάση - ανάπτυξη της γνώσης στρατηγικής. Η φάση αυτή σκόπευε στην ανάπτυξη της ικανότητας της αυθόρμητης αναγνώρισης και χρήσης καθεμιάς από τις έξι βασικές διαδικαστικές δομές των προβλημάτων που αναφέρονται στην ταξινόμια του Klauer (1999) σε ποικιλία καταστάσεων προβληματισμού. Βασική επιδίωξη ήταν η μεταφορά της διαδικασίας λύσης των απλών τυπικών προβλημάτων- παραδειγμάτων σε σύνθετα προβλήματα, που αναπαριστώνται με διαφορετικό κώδικα ή απαιτούν για τη λύση τους περισσότερες από μια γνωστικές λειτουργίες. Επομένως, η γνώση στρατηγικής καθορίζει ουσιαστικά ένα επίπεδο ικανότητας λύσης προβλήματος, το οποίο φαίνεται από την ικανότητα του μαθητή να έχει αυθόρμητα πρόσβαση στη μακροπρόθεσμη μνήμη και να μεταφέρει σε νέα προβλήματα στρατηγικές και διαδικασίες που έχει μάθει προηγουμένως.

Σε αυτή τη φάση του προγράμματος οι μαθητές ενθαρρύνονταν να εφαρμόζουν ολοκληρωμένα τις «από πάνω προς τα κάτω» και τις «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασίες στη λύση των προβλημάτων, για να ρυθμίζουν και να ελέγχουν τον επαγωγικό συλλογισμό τους. Δηλαδή, ενθαρρύνονταν να αναγνωρίζουν το είδος της συλλογιστικής δομής (δομή ομάδας ή σειράς-«από πάνω προς τα κάτω» διαδικασίες) που χειρίζονταν κάθε φορά και να παρακολουθούν και να αξιολογούν τα βήματα τους κατά τη διαδικασία επίλυσης των προβλημάτων («από κάτω προς τα πάνω» διαδικασίες). Επομένως, είναι εμφανής η άμεση εμπλοκή της μεταγνωστικής δεξιότητας, η οποία αποτελεί το ρόλο κλειδί στη μεταφορά της ικανότητας επαγωγικού συλλογισμού από τα Μαθηματικά σε άλλα διαφορετικά πεδία.

Για την επίτευξη του σκοπού της συγκεκριμένης φάσης του προγράμματος χρησιμοποιήθηκαν προβλήματα τα οποία περιλαμβάνουν δυσκολότερου επιπέδου μαθηματική γνώση από το επίπεδο γνώσης που εφαρμόστηκε στα αρχικά στάδια του προγράμματος εκπαίδευσης, παρουσιάζονται με πολλαπλούς κώδικες

αναπαράστασης ή περιέχουν περισσότερες από μία έννοιες. Επιπλέον, χρησιμοποιήθηκαν προβλήματα στα οποία η λύση τους προκύπτει ως αποτέλεσμα σύνθεσης επιμέρους απαντήσεων. Καταλληλότερη προσέγγιση για την ανάπτυξη της γνώσης στρατηγικής θεωρήθηκε η διερεύνηση με σκοπό την ενεργοποίηση των διαδικασιών επίλυσης των έξι βασικών τύπων προβλημάτων από τη μνήμη, όπως επίσης και την εφαρμογή των διαδικασιών σύγκρισης και ελέγχου μεταξύ των τύπων προβλημάτων.

Γενικά, στις τρεις φάσεις του παρεμβατικού προγράμματος οι μαθητές εξασκήθηκαν στην παρατήρηση και στη σύγκριση των στοιχείων μιας ομάδας («από πάνω προς τα κάτω»-σχήμα δόμησης ομάδας) ή μιας σειράς («από πάνω προς τα κάτω»-σχήμα δόμησης σειράς), ώστε να βρίσκουν ομοιότητες ή/και διαφορές ανάμεσα στις ιδιότητες των στοιχείων της ομάδας ή να ανακαλύπτουν τις σχέσεις των στοιχείων της σειράς («από κάτω προς τα πάνω»-στάδιο 1: διερεύνηση για σχετικές ιδιότητες ή σχέσεις). Επιπλέον, εξασκήθηκαν στην επισήμανση ομοιοτήτων ή διαφορών στις ιδιότητες των στοιχείων της ομάδας ή στις επιμέρους σχέσεις που διέπουν τα στοιχεία της σειράς, για να ανακαλύψουν αντίστοιχα την κοινή ιδιότητα ή το γενικό κανόνα («από κάτω προς τα πάνω»-στάδιο 2: σύγκριση ομοιοτήτων ή ανομοιοτήτων των ιδιοτήτων ή των σχέσεων). Έτσι, οικοδομούσαν μια ομάδα με στοιχεία που είχαν την ίδια ιδιότητα ή εφάρμοζαν τον κανόνα για να συμπληρώσουν το επόμενο στοιχείο της σειράς («από κάτω προς τα πάνω»-στάδιο 3: επίλυση του προβλήματος με βάση τη σύγκριση). Τέλος, οι μαθητές εξασκήθηκαν στο να ελέγχουν αν η ιδιότητα που ανακάλυψαν αναφέρεται σε όλα τα στοιχεία της ομάδας και αν ο κανόνας που αναφερόταν στη σχέση των στοιχείων της σειράς επαληθεύεται («από κάτω προς τα πάνω»-στάδιο 4: έλεγχος της λύσης) (De Koning & Hamers, 1999: Hamers κ.ά, 1998).

Παρόλο που οι τρεις φάσεις ανάπτυξης της γνώσης παρουσιάζονται ιεραρχικά στο παρεμβατικό πρόγραμμα, εντούτοις η κατανομή των δώδεκα διδασκαλιών του προγράμματος στις τρεις φάσεις δεν είναι στην πραγματικότητα τόσο διακριτή. Εκτός από τις τρεις πρώτες διδασκαλίες οι οποίες αποσκοπούσαν αποκλειστικά στην εννοιολογική κατανόηση της δομής των προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού, οι υπόλοιπες διδασκαλίες επιδίωκαν κυρίως στην ανάπτυξη τόσο της δηλωτικής όσο και της διαδικαστικής γνώσης, χωρίς ωστόσο να αποκλείουν την ανάπτυξη της γνώσης στρατηγικής. Ιδιαίτερη έμφαση στην ανάπτυξη της γνώσης στρατηγικής είχε δοθεί στις τρεις τελευταίες διδασκαλίες, εφόσον οι στόχοι των διδασκαλιών αυτών περιορίζονται στην εξάσκηση επίλυσης επαγωγικών προβλημάτων. Καθώς οι δώδεκα διδασκαλίες του παρεμβατικού προγράμματος αναπτύσσονται, η φάση ανάπτυξης της δηλωτικής γνώσης επεκτείνεται μέσα στη φάση ανάπτυξης της διαδικαστικής γνώσης, ενώ οι δύο αυτές φάσεις επεκτείνονται στη φάση ανάπτυξης της γνώσης στρατηγικής.

Αναλυτική Περιγραφή των Διδασκαλιών

Οι δραστηριότητες που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της επίτευξης των στόχων του παρεμβατικού προγράμματος είχαν ένα κοινό θεματικό περιεχόμενο, ελκυστικό και ευχάριστο στα παιδιά. Συγκεκριμένα, τα προβλήματα που περιλαμβάνονταν στις δραστηριότητες αναφέρονταν στις περιπέτειες ενός ήρωα στη «Μαθηματικόχώρα». Μέσα από τις περιπέτειες του ήρωα τα παιδιά υποδύονταν συγκεκριμένους ρόλους μέσα από τους οποίους καλούνταν να βρουν τη λύση σε ποικίλες μαθηματικές καταστάσεις που αντιμετώπιζαν. Η εύρεση οποιασδήποτε λύσης απαιτούσε την

εφαρμογή επαγωγικού συλλογισμού, ενώ όλες οι περιπέτειες ανάγονταν σε προβλήματα των έξι τύπων επαγωγικού συλλογισμού.

Για την επίτευξη των στόχων όλων των διδασκαλιών εφαρμόστηκαν η συνεργατική διδασκαλία, η διερεύνηση και η καθοδηγούμενη ανακάλυψη. Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στην ανάπτυξη της επικοινωνίας, όπως επίσης και στην ανάπτυξη μεταγνωστικών στρατηγικών, μέσω της ενθάρρυνσης των παιδιών να περιγράψουν τις διαδικασίες των συλλογισμών τους και να κατασκευάζουν εικονικές αναπαραστάσεις των συλλογισμών τους.

Οι τρεις πρώτες διδασκαλίες είχαν ως σκοπό την αναγνώριση της εννοιολογικής και της διαδικαστικής δομής των προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού. Για το λόγο αυτό, η προσέγγιση που χρησιμοποιήθηκε ήταν μόνο εννοιολογική, χωρίς να γίνει οποιαδήποτε προσπάθεια διδασκαλίας της διαδικασίας λύσης των προβλημάτων ή διδασκαλίας μεταγνωστικών στρατηγικών ελέγχου. Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στο περιεχόμενο του κάθε προβλήματος, ενώ οι δραστηριότητες που σχεδιάστηκαν για την επίτευξη των στόχων των διδασκαλιών αυτών περιλάμβαναν κυρίως ταξινομήσεις προβλημάτων με βάση την εννοιολογική και τη διαδικαστική τους δομή, όπως επίσης και κατασκευή εννοιολογικών χαρτών που απεικονίζουν τις ταξινομήσεις αυτές.

Οι διδασκαλίες 4-9 αποσκοπούσαν στην εφαρμογή των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών στην επίλυση των έξι τύπων προβλημάτων. Για το λόγο αυτό, εφαρμόστηκε τόσο η εννοιολογική όσο και η διαδικαστική προσέγγιση, με ιδιαίτερη έμφαση στη διαδικαστική προσέγγιση. Καθώς όμως οι διδασκαλίες αναπτύσσονταν, ο βαθμός πολυπλοκότητας των προβλημάτων που χρησιμοποιούνταν για εξάσκηση αυξανόταν με στόχο την ανάπτυξη της γνώσης στρατηγικής. Στα πλαίσια διεξαγωγής των διδασκαλιών αυτών θεωρήθηκε ιδιαίτερα σημαντική η κατασκευή λογικών

διαγραμμάτων που απεικονίζουν τις «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασίες, καθώς και η χρήση τους κατά τη διαδικασία επίλυσης των προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού. Η αποτελεσματικότητα της χρήσης των λογικών διαγραμμάτων έγκειται στο γεγονός ότι παρουσιάζουν ιεραρχικά τα βήματα μιας ακολουθίας επίλυσης προβλήματος και παρέχουν τη δυνατότητα εναλλακτικής επιλογής στη στρατηγική που θα εφαρμοστεί για την επίλυση ενός προβλήματος. Η αναπαράσταση μιας ακολουθίας βημάτων κατά τη διαδικασία επίλυσης προβλήματος παρέχει τη δυνατότητα ανάπτυξης μεταγνωστικών δεξιοτήτων, εφόσον περιλαμβάνει την εφαρμογή διαδικασιών σύγκρισης και ελέγχου.

Οι διδασκαλίες 10-12 είχαν σκοπό την εξάσκηση των μαθητών στην επίλυση των έξι τύπων προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού ποικίλου βαθμού πολυπλοκότητας. Οι δραστηριότητες που αναπτύχθηκαν περιλάμβαναν προβλήματα διαφορετικού βαθμού δυσκολίας με ποικίλο μαθηματικό περιεχόμενο, τα οποία παρουσιάζονταν με διάφορους κώδικες αναπαράστασης. Οι διδασκαλίες αυτές στόχευαν στην επέκταση της εφαρμογής της επαγωγικής διαδικασίας σε προβλήματα τα οποία απαιτούσαν για τη λύση τους εφαρμογή μίας ή περισσότερων στρατηγικών επίλυσης προβλήματος. Επιδίωξη στη φάση αυτή ήταν αποκλειστικά η ανάπτυξη της γνώσης στρατηγικής μέσω της επίλυσης προβλήματος. Παρακάτω περιγράφονται αναλυτικά οι στόχοι κάθε διδασκαλίας και οι δραστηριότητες που εφαρμόστηκαν για την επίτευξη των στόχων αυτών.

Διδασκαλία 1

Σκοπός της πρώτης διδασκαλίας ήταν η διάκριση των επαγωγικών προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού σε προβλήματα ομάδας και σειράς και η ταξινόμησή τους σε προβλήματα γενίκευσης, διάκρισης, αναγνώρισης σχέσεων και

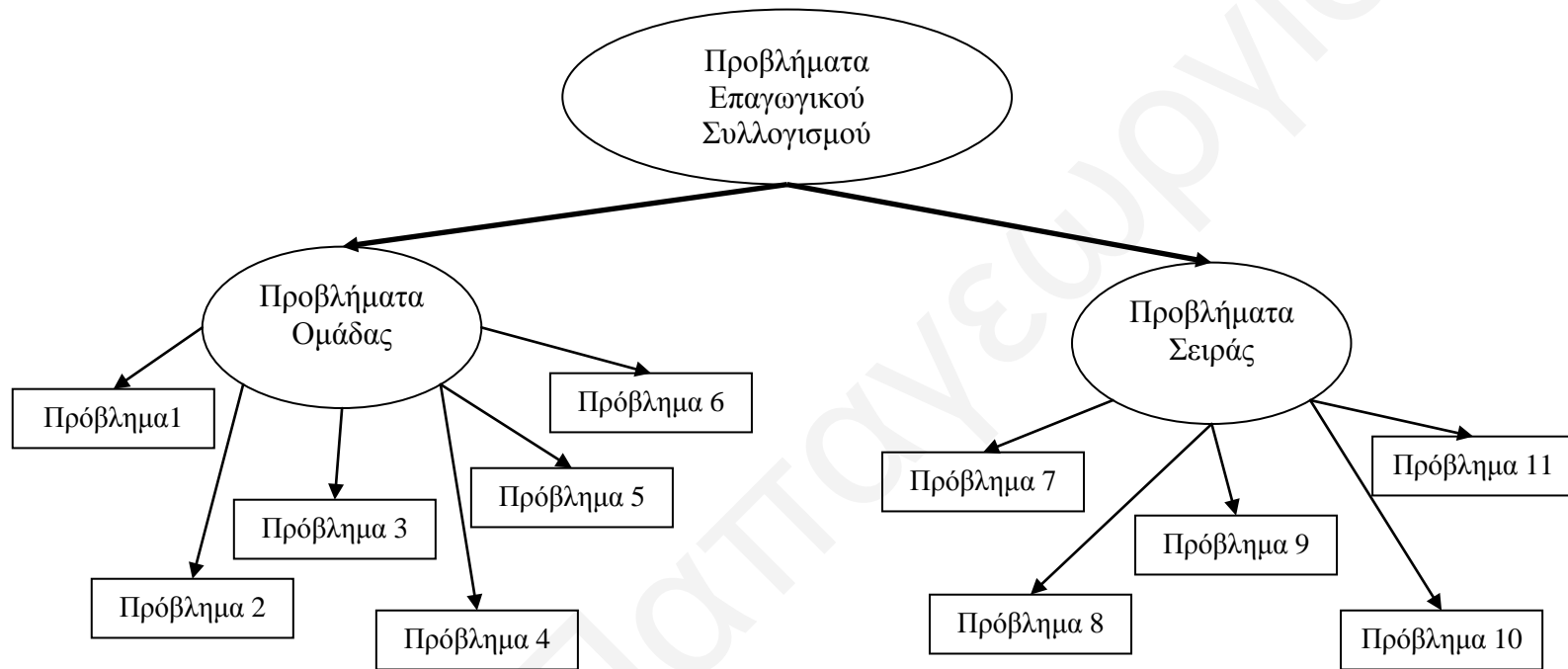
διαφοροποίησης σχέσεων. Συγκεκριμένα, η πρώτη διδασκαλία είχε τους παρακάτω στόχους: (α) μορφοποίηση των εννοιών «ιδιότητες», «σχέσεις», «ομάδα», «σειρά», «ομοιότητα ιδιοτήτων» «διαφορά ιδιοτήτων», «ομοιότητα σχέσεων», «διαφορά σχέσεων», (β) αναγνώριση και διάκριση της εννοιολογικής και της διαδικαστικής δομής των προβλημάτων τύπου γενίκευσης, διάκρισης, αναγνώρισης σχέσεων και διαφοροποίησης σχέσεων και (γ) ταξινόμηση των προβλημάτων των τεσσάρων πιο πάνω τύπων σε προβλήματα ομάδας και προβλήματα σειράς. Για την επίτευξη των πιο πάνω στόχων χρησιμοποιήθηκαν συνδυασμένα οι μέθοδοι της καθοδηγούμενης ανακάλυψης και της διερεύνησης στις δραστηριότητες που περιγράφονται στη συνέχεια.

Δραστηριότητα 1. Σε κάθε ζευγάρι μαθητών δόθηκαν τέσσερις τύποι μαθηματικών προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού (γενίκευσης, διάκρισης, αναγνώρισης σχέσεων και διαφοροποίησης σχέσεων) και ζητήθηκε από αυτούς, αφού τα μελετήσουν, να τα ταξινομήσουν σε δύο κατηγορίες, με αναφορά στην εννοιολογική δομή του προβλήματος (ομάδα, σειρά). Κάθε ζευγάρι μαθητών έπρεπε να συζητήσει για το περιεχόμενο του κάθε προβλήματος και στη συνέχεια να αποφασίσει για το κριτήριο που θα εφάρμοζε για την ταξινόμηση. Επιπλέον, οι μαθητές κλήθηκαν να ονομάσουν τις δύο κατηγορίες προβλημάτων που θα έφτιαχναν. Καθένα από τα προβλήματα που δόθηκαν στους μαθητές ήταν γραμμένο σε καρτέλα, για να διευκολύνονται οι μαθητές κατά τη διαδικασία της ταξινόμησης. Τα προβλήματα αναφέρονταν σε ακολουθίες σχημάτων ή αριθμών και σε ομάδες σχημάτων με κοινά χαρακτηριστικά ή ομάδες αριθμών με κοινές ιδιότητες με αναφορά στα κριτήρια διαιρετότητας των φυσικών αριθμών ή στο είδος των αριθμών (μονοψήφιοι, διψήφιοι, κτλ). Συγκεκριμένα, δόθηκαν στους μαθητές πέντε προβλήματα ακολουθιών και έξι προβλήματα ομάδας. Στα προβλήματα ακολουθιών

περιλαμβάνονταν δύο προβλήματα που απαιτούσαν συμπλήρωση μιας ακολουθίας (προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων-συμπλήρωση σειράς) (Παράρτημα 5, ΑΣ-1α, ΑΣ-1β), ένα πρόβλημα που απαιτούσε τη διευθέτηση των στοιχείων ώστε να μορφοποιηθεί μια ακολουθία (πρόβλημα αναγνώρισης σχέσεων-διάταξη σειράς) (Παράρτημα 5, ΑΣ-2) και δύο προβλήματα που περιλάμβαναν κάποιο λανθασμένο στοιχείο σε μια ακολουθία, το οποίο έπρεπε να διορθωθεί ή να αποκλειστεί, ώστε να ισχύει η ακολουθία (προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων-διακοπτόμενες σειρές) (Παράρτημα 5, ΔΣ-1, ΔΣ-2ζ). Στα προβλήματα ομάδας περιλαμβάνονταν δύο προβλήματα που απαιτούσαν την αναγνώριση των κοινών ιδιοτήτων των στοιχείων μιας καθορισμένης ομάδας (προβλήματα γενίκευσης-εύρεση κοινών ιδιοτήτων) (Παράρτημα 5, ΓΕ-1, ΓΕ-2), ένα πρόβλημα που απαιτούσε την επέκταση μιας ομάδας στοιχείων με την προσθήκη άλλων στοιχείων που έχουν τις ιδιότητες των στοιχείων της καθορισμένης ομάδας (πρόβλημα γενίκευσης-επέκταση τάξης) (Παράρτημα 5, ΓΕ-3), ένα πρόβλημα που περιλάμβανε ένα σύνολο με στοιχεία και απαιτούσε την αναγνώριση εκείνων των στοιχείων που είχαν μια κοινή ιδιότητα (πρόβλημα γενίκευσης-μορφοποίηση τάξης) (Παράρτημα 5, ΓΕ-5) και δύο προβλήματα που απαιτούσαν την αναγνώριση ενός από τα στοιχεία μιας καθορισμένης ομάδας το οποίο δεν είχε τα χαρακτηριστικά ή τις ιδιότητες που είχαν τα υπόλοιπα στοιχεία της ομάδας (προβλήματα διάκρισης-αποκλεισμός τάξης) (Παράρτημα 5, ΔΙ-1, ΔΙ-3). Στους μαθητές δόθηκε ικανοποιητικός χρόνος ώστε να μελετήσουν όλα τα στοιχεία του κάθε προβλήματος και να αποφασίσουν για το κριτήριο ταξινόμησης. Οι ταξινομήσεις που έκαναν οι μαθητές παρουσιάστηκαν στην ολομέλεια της τάξης και συζητήθηκαν εκτεταμένα και με κάθε λεπτομέρεια, ώστε να γίνουν κατανοητές οι έννοιες «ομάδα» και «σειρά», όπως επίσης και οι έννοιες «ιδιότητες» και «σχέσεις». Για την διευκόλυνση της παρουσίασης

χρησιμοποιήθηκαν χαρτόνια στα οποία ήταν γραμμένα ευδιάκριτα τα προβλήματα, ενώ μετά από την ταξινόμηση σχεδιάστηκε στον πίνακα της τάξης ένας εννοιολογικός χάρτης, όπως αυτός που παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 9. Στο στάδιο αυτό ζητήθηκε από τα ζευγάρια των μαθητών να κατασκευάσουν το δικό τους εννοιολογικό χάρτη σε μεγάλο χαρτόνι, χρησιμοποιώντας τις καρτέλες με τα προβλήματα που τους δόθηκαν. Στη συνέχεια, παρουσιάστηκε ένα άλλο πρόβλημα στους μαθητές και κλήθηκαν να το τοποθετήσουν στην κατάλληλη ομάδα του εννοιολογικού τους χάρτη (Παράρτημα 5, ΔΙ-4). Οι μαθητές είχαν προβεί σε συγκρίσεις σχετικές με το περιεχόμενο και την εννοιολογική δομή του προβλήματος και ανακοινώθηκαν οι ομοιότητες και οι διαφορές του νέου προβλήματος με τα προβλήματα που ήταν ήδη ταξινομημένα στον εννοιολογικό χάρτη.

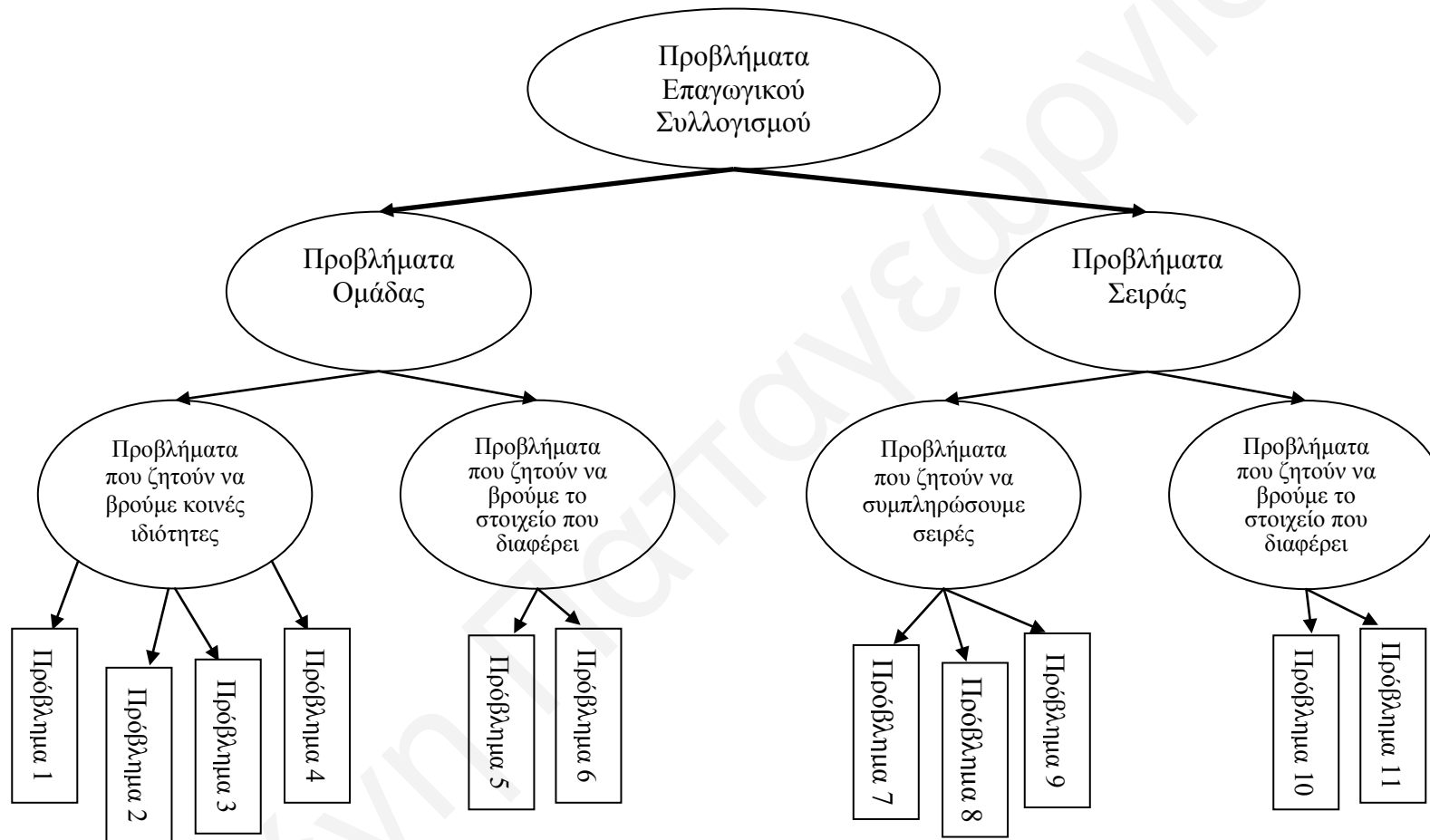
Δραστηριότητα 2. Με αναφορά τον εννοιολογικό χάρτη που κατασκεύασαν οι μαθητές στην πρώτη δραστηριότητα τους ζητήθηκε να μελετήσουν τα προβλήματα που είχαν, ώστε να φτιάξουν επιμέρους ταξινομήσεις εντός των προβλημάτων ομάδας και εντός των προβλημάτων σειράς. Τέθηκε στους μαθητές ως προϋπόθεση ότι το κριτήριο που θα εφαρμόζαν θα έπρεπε να ήταν κοινό για το διαχωρισμό των προβλημάτων ομάδας και για το διαχωρισμό των προβλημάτων σειράς. Αφού τους δόθηκε ικανοποιητικός χρόνος να συζητήσουν με το άλλο μέλος της ομάδας τους για το κριτήριο που θα έπρεπε να εφαρμόσουν, τα παιδιά ανακοίνωσαν στην τάξη τα διάφορα κριτήρια που σκέφτηκαν. Μετά από συζήτηση κατέληξαν στο κριτήριο με αναφορά στην ερώτηση του κάθε προβλήματος εντός κάθε εννοιολογικής δομής (τι ζητά το πρόβλημα). Οι μαθητές προχώρησαν στη νέα ταξινόμηση των προβλημάτων, αφού προηγουμένως τους είχε δοθεί ένα επιπλέον σύνολο με προβλήματα ίδια με αυτά που είχαν τοποθετήσει στο χάρτη, ώστε να διευκολυνθούν



Διάγραμμα 9. Εννοιολογικός χάρτης ταξινόμησης μαθηματικών προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού σε προβλήματα ομάδας και σειράς.

κατά τη διαδικασία της ταξινόμησης. Όταν η εργασία των μαθητών ολοκληρώθηκε, παρουσιάστηκαν οι νέες ταξινομήσεις στην ολομέλεια της τάξης.

Συζητήθηκε το κριτήριο ταξινόμησης ελέγχοντας ταυτόχρονα την ορθότητα της θέσης κάθε προβλήματος στο χάρτη. Τονίστηκαν οι έννοιες «ομοιότητα» και «διαφορά» τόσο στα προβλήματα ομάδας όσο και στα προβλήματα σειράς. Ουσιαστικά, η συζήτηση αποσκοπούσε στο να κατανοήσουν οι μαθητές τις έννοιες «ομοιότητα ιδιοτήτων», «διαφορά ιδιοτήτων», «ομοιότητα σχέσεων» και «διαφορά σχέσεων», ώστε να διακρίνουν τα προβλήματα ομάδας σε προβλήματα γενίκευσης και προβλήματα διάκρισης, όπως επίσης και τα προβλήματα σειράς σε προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων και προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων. Σημειώνεται ότι στους μαθητές δεν δόθηκαν οι τέσσερις ονομασίες της γενίκευσης, της διάκρισης, της αναγνώρισης σχέσεων και της διαφοροποίησης σχέσεων, γιατί σημαντικό στη δραστηριότητα αυτή είναι η εννοιολογική κατανόηση των εννοιών. Η διάκριση και η ονομασία των τεσσάρων τύπων προβλημάτων έγινε περιγραφικά και με όρους κατανοητούς στους μαθητές. Συγκεκριμένα, τα προβλήματα τύπου γενίκευσης ονομάστηκαν από τους μαθητές ως «προβλήματα που περιλαμβάνουν ομάδες αντικειμένων που έχουν κάτι κοινό», ενώ τα προβλήματα τύπου διάκρισης ονομάστηκαν ως «προβλήματα που περιλαμβάνουν μια ομάδα αντικειμένων που έχουν ένα αντικείμενο που διαφέρει από τα υπόλοιπα». Όμοια, τα προβλήματα τύπου αναγνώρισης σχέσεων ονομάστηκαν ως «προβλήματα μοτίβων», ενώ τα προβλήματα τύπου διαφοροποίησης σχέσεων ονομάστηκαν ως «προβλήματα μοτίβων που έχουν ένα λανθασμένο στοιχείο που χαλάει το μοτίβο». Κατά τη διάρκεια παρουσίασης της νέας ταξινόμησης έγινε μετασχηματισμός του αρχικού εννοιολογικού χάρτη, ώστε να έχει τη μορφή που παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 10.



Διάγραμμα 10. Εννοιολογικός χάρτης ταξινόμησης των προβλημάτων ομάδας σε προβλήματα γενίκευσης και διάκρισης και των προβλημάτων σειράς σε προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων και διαφοροποίησης σχέσεων

Δραστηριότητα 3. Για σκοπούς εξάσκησης στη διάκριση των τεσσάρων τύπων προβλημάτων με αναφορά στην εννοιολογική και στη διαδικαστική τους δομή, ζητήθηκε από τους μαθητές να προσθέσουν στον χάρτη που είχαν κατασκευάσει στη δεύτερη δραστηριότητα 10 νέα προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού (πέντε προβλήματα ομάδας και πέντε προβλήματα σειράς) (Παράρτημα 5, ΓΕ-4, ΓΕ-6, ΓΕ-11, ΔΙ-2, ΔΙ-5, ΑΣ-3α, ΑΣ-5, ΑΣ-6α, ΑΣ-10, ΔΣ-2δ). Τέθηκε ως προϋπόθεση ότι στον εννοιολογικό τους χάρτη θα πρέπει να εμφανίζονται όλοι οι επιμέρους τύποι των προβλημάτων και επιπλέον, θα έπρεπε να μπορούν να περιγράψουν το χάρτη και τα δύο μέλη της κάθε ομάδας. Για να καταστεί δυνατή η επίτευξη της δραστηριότητας αυτής, δόθηκαν σε κάθε ζευγάρι μαθητών δύο ίδια σύνολα με προβλήματα τα οποία ήταν γραμμένα σε καρτέλες. Τα παιδιά ενθαρρύνθηκαν να κολλήσουν τα προβλήματα στην κατάλληλη θέση στον εννοιολογικό χάρτη και να ονομάσουν τις διάφορες ομάδες προβλημάτων, ώστε να έχουν μια ολοκληρωμένη κατασκευή που θα μπορούσε να τοποθετηθεί στην πινακίδα της τάξης.

Κατά τη διαδικασία κατασκευής του εννοιολογικού χάρτη οι μαθητές μπορούσαν να ζητήσουν οποιαδήποτε βοήθεια από την ερευνήτρια στα σημεία που συναντούσαν δυσκολία, ώστε να δοθεί η ευκαιρία σε όλα τα ζευγάρια μαθητών να ολοκληρώσουν τον εννοιολογικό τους χάρτη. Μετά από την ολοκλήρωση του έργου αυτού, μερικά ζευγάρια μαθητών παρουσίασαν το χάρτη που κατασκεύασαν και αιτιολόγησαν την ταξινόμηση που έκαναν. Τα παιδιά κατά τη διαδικασία της παρουσίασης ενθαρρύνονταν να χρησιμοποιούν τις έννοιες «ομοιότητα ιδιοτήτων», «ομοιότητα σχέσεων», «διαφορά ιδιοτήτων», «διαφορά σχέσεων», «ιδιότητες», «σχέσεις», «ομάδα», «σειρά» (ή αντίστοιχα με όρους των μαθητών «αντικείμενα που μοιάζουν ή έχουν κάτι κοινό», «μοτίβα στα οποία τα αντικείμενα αλλάζουν με τον

ίδιο τρόπο», «υπάρχει κάποιο αντικείμενο που διαφέρει από τα άλλα ή είναι λανθασμένο», «μοτίβα που έχουν κάποιο λανθασμένο αντικείμενο που χαλάει τη σειρά», «τα αντικείμενα έχουν κοινά χαρακτηριστικά», «υπάρχει κάποια σχέση στα αντικείμενα που βρίσκονται σε σειρά», «ομάδες από αντικείμενα», «μοτίβα ή σειρές από αντικείμενα»). Η δραστηριότητα αυτή αποτέλεσε την ολοκλήρωση της πρώτης διδασκαλίας.

Διδασκαλία 2

Ο σκοπός της δεύτερης διδασκαλίας ήταν η εξάσκηση των μαθητών στην ταξινόμηση των προβλημάτων των τεσσάρων τύπων που παρουσιάστηκαν στο πρώτο μάθημα και επιπλέον η αναγνώριση της εννοιολογικής και της διαδικαστικής δομής των προβλημάτων της διασταυρούμενης ταξινόμησης και της οικοδόμησης συστήματος. Αναλυτικά, η δεύτερη διδασκαλία στόχευε: (α) στην εξάσκηση των μαθητών όσον αφορά τη διάκριση των προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού σε προβλήματα γενίκευσης, διάκρισης, αναγνώρισης σχέσεων και διαφοροποίησης σχέσεων και την ταξινόμησή τους σε προβλήματα ομάδας και σειράς, (β) στη μορφοποίηση των εννοιών «ομοιότητα και διαφορά στις ιδιότητες», «ομοιότητα και διαφορά σε σχέσεις», (γ) στην αναγνώριση της εννοιολογικής και της διαδικαστικής δομής των προβλημάτων της διασταυρούμενης ταξινόμησης και της οικοδόμησης συστήματος και (δ) στην ταξινόμηση των προβλημάτων της διασταυρούμενης ταξινόμησης και της οικοδόμησης συστήματος σε προβλήματα ομάδας και σειράς. Για την επίτευξη των στόχων της δεύτερης διδασκαλίας εφαρμόστηκε σε γενικές γραμμές η διαδικασία που εφαρμόστηκε στη πρώτη διδασκαλία με ανάλογες δραστηριότητες, οι οποίες περιγράφονται αναλυτικά παρακάτω.

Δραστηριότητα 1. Δόθηκε στους μαθητές φυλλάδιο με 11 προβλήματα (τρία προβλήματα γενίκευσης, τρία προβλήματα διάκρισης, δύο προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων και τρία προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων) (Παράρτημα 5, ΓΕ-7, ΓΕ-8, ΓΕ-13, ΔΙ-6, ΔΙ-7, ΔΙ-9, ΑΣ-4, ΑΣ-8, ΔΣ-2ε, ΔΣ-3, ΔΣ-5β) και ζητήθηκε από τον καθένα να χωρίσει τα προβλήματα αυτά σε δύο κατηγορίες με αναφορά στην εννοιολογική δομή των προβλημάτων (ιδιότητες ή σχέσεις). Στη συνέχεια, οι μαθητές έπρεπε να κατασκευάσουν σε ξεχωριστό φύλλο εργασίας δύο μεγάλους κύκλους που θα περιλάμβαναν αντίστοιχα τα προβλήματα ομάδας και σειράς και να γράψουν τον αριθμό κάθε προβλήματος στον κατάλληλο κύκλο, για να σχηματίσουν τις δύο ομάδες προβλημάτων. Μετά από την ολοκλήρωση της ατομικής εργασίας, ζητήθηκε από τους μαθητές να συζητήσουν με το διπλανό τους για να ελέγξουν την ορθότητα της ταξινόμησής τους και να ονομάσουν την κάθε κατηγορία προβλημάτων. Ακολούθησε συζήτηση με όλα τα παιδιά της τάξης για την κατηγοριοποίηση των 11 προβλημάτων, με σκοπό την υπενθύμιση των εννοιών «ομάδα», «σειρά», «ιδιότητες» και «σχέσεις». Στη συνέχεια, ζητήθηκε από τον κάθε μαθητή να προβεί σε επιμέρους ταξινομήσεις των προβλημάτων ομάδας και σειράς, γράφοντας τον αριθμό κάθε προβλήματος σε ξεχωριστούς κύκλους που θα σχημάτιζαν κάτω από τους κύκλους που αναφέρονταν στα προβλήματα ομάδας και στα προβλήματα σειράς. Οι μαθητές, αφού συζήτησαν με το διπλανό τους το διαχωρισμό που έκαναν, παρουσίασαν την εργασία τους στην ολομέλεια της τάξης. Κατά τη διάρκεια της παρουσίασης των εργασιών των μαθητών συζητήθηκαν εκτεταμένα οι ομάδες προβλημάτων που διαμορφώθηκαν με έμφαση στα κριτήρια διαχωρισμού που σχετίζονται με τις έννοιες «ομάδα», «σειρά», «ιδιότητες», «σχέσεις», «ομοιότητα ιδιοτήτων», «ομοιότητα σχέσεων», «διαφορά ιδιοτήτων» και «διαφορά σχέσεων». Στο στάδιο της παρουσίασης των εργασιών των μαθητών

σχεδιάστηκε στον πίνακα της τάξης ο εννοιολογικός χάρτης που παρουσίαζε την ταξινόμηση των προβλημάτων, ενώ για τη διευκόλυνση της συζήτησης χρησιμοποιήθηκαν καρτέλες με τα 11 προβλήματα που δόθηκαν στους μαθητές.

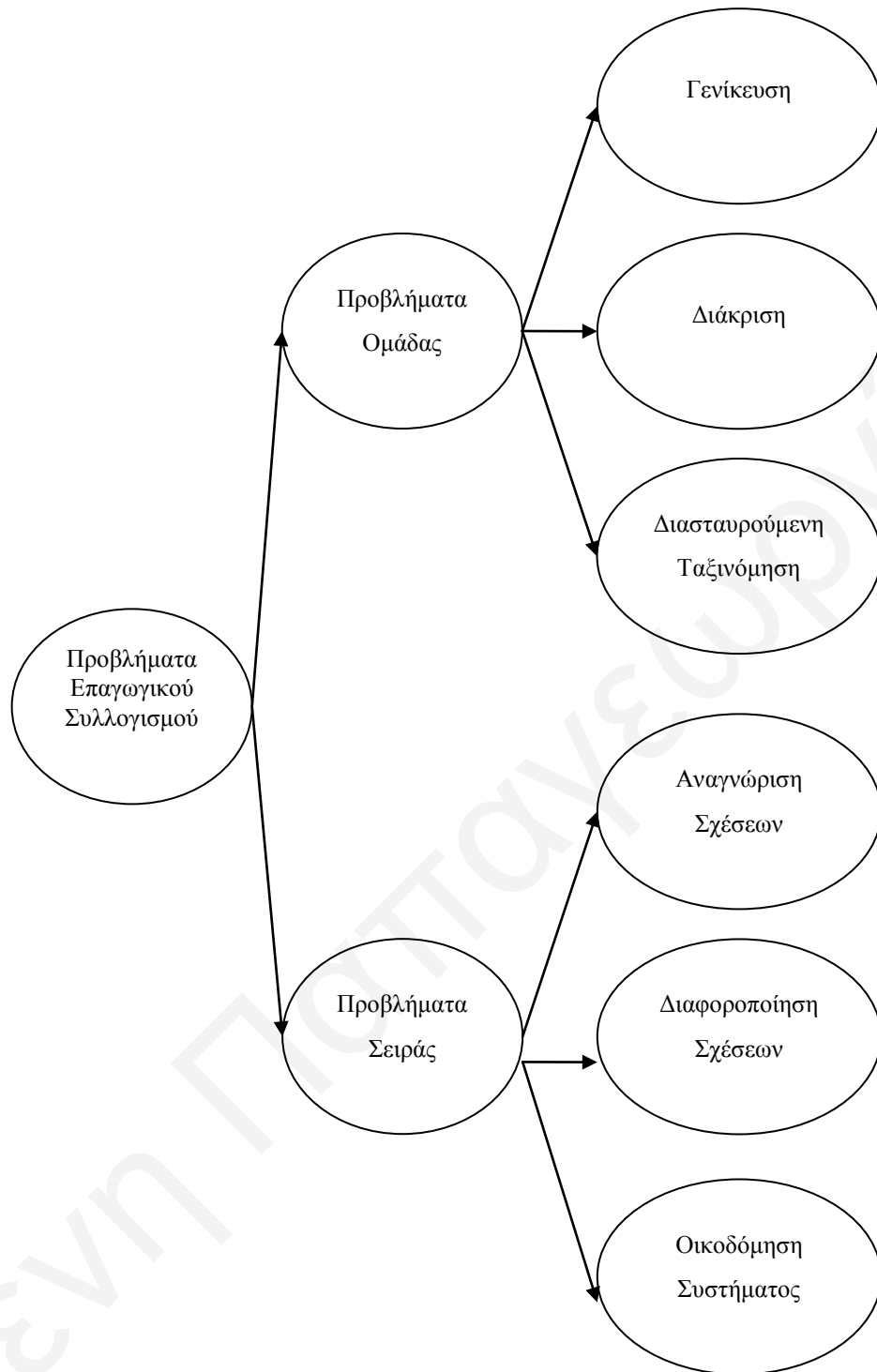
Δραστηριότητα 2. Χρησιμοποιώντας τα προβλήματα της πρώτης δραστηριότητας και τον αντίστοιχο εννοιολογικό χάρτη που κατασκευάστηκε, ζητήθηκε από κάθε ζευγάρι μαθητών να προσπαθήσουν να ταξινομήσουν ένα πρόβλημα διασταυρούμενης ταξινόμησης σε κάποια από τις κατηγορίες του χάρτη (Παράρτημα 5, ΔΤ-2β). Οι μαθητές αναγνώρισαν ότι το πρόβλημα αυτό είναι πρόβλημα ομάδας, αλλά δεν μπόρεσαν να το τοποθετήσουν σε οποιαδήποτε από τις δύο κατηγορίες της γενίκευσης ή της διάκρισης. Στο στάδιο αυτό κρίθηκε αναγκαία η συζήτηση με όλους τους μαθητές, η οποία επικεντρώθηκε στις ομοιότητες και στις διαφορές του προβλήματος αυτού με τα προβλήματα της γενίκευσης και της διάκρισης. Στη συζήτηση καταβλήθηκε προσπάθεια να κατανοήσουν οι μαθητές ότι τα προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης περιλαμβάνουν δύο ιδιότητες συγκριτικά με τα προβλήματα γενίκευσης ή διάκρισης και ότι παρουσιάζονται με τη μορφή πίνακα 2X2. Οι μαθητές αναγνώρισαν τις δύο ιδιότητες που περιλαμβάνονταν στο πρόβλημα, όπως επίσης και την ύπαρξη ή την απουσία τουλάχιστον μιας από τις ιδιότητες που είχαν τα αντικείμενα σε κάθε κελί του πίνακα και κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι το πρόβλημα αυτό ανήκει σε μια άλλη κατηγορία προβλημάτων ομάδας. Στη συνέχεια δόθηκαν στους μαθητές και άλλα προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης με αριθμούς και σχήματα, όπως επίσης και προβλήματα των τεσσάρων τύπων της γενίκευσης, της διάκρισης, της αναγνώρισης σχέσεων και της διαφοροποίησης σχέσεων τα οποία ταξινόμησαν στο χάρτη τους (Παράρτημα 5, ΓΕ-12, ΔΙ-13, ΑΣ-11α, ΔΣ-4, ΔΤ-1α, Δτ-2α). Η δραστηριότητα αυτή

ολοκληρώθηκε με την παρουσίαση του συμπληρωμένου εννοιολογικού χάρτη και την αιτιολόγηση της τοποθέτησης του κάθε νέου προβλήματος.

Δραστηριότητα 3. Στη δραστηριότητα αυτή έγινε προσπάθεια αναγνώρισης της εννοιολογικής δομής των προβλημάτων οικοδόμησης συστήματος.

Εφαρμόστηκε η ίδια διαδικασία που εφαρμόστηκε για την αναγνώριση και τη διάκριση των προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης που περιγράφεται στη δεύτερη δραστηριότητα. Συγκεκριμένα, ζητήθηκε αρχικά από τους μαθητές να εντάξουν ένα πρόβλημα οικοδόμησης συστήματος σε μια από τις γνωστές κατηγορίες προβλημάτων του χάρτη. Η πρώτη αντίδραση των μαθητών ήταν να το ταξινομήσουν στην κατηγορία της διασταυρούμενης ταξινόμησης. Μετά από συζήτηση για τις ομοιότητες και τις διαφορές που παρουσιάζουν οι δύο τύποι προβλημάτων οι μαθητές αναγνώρισαν την ύπαρξη των δύο διαφορετικών σχέσεων στα προβλήματα οικοδόμησης συστήματος και οδηγήθηκαν στο συμπέρασμα ότι το πρόβλημα οικοδόμησης συστήματος είναι πρόβλημα σειράς. Συγκρίνοντας τη δομή του προβλήματος οικοδόμησης συστήματος με τα προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων και διαφοροποίησης σχέσεων οι μαθητές αποφάσισαν ότι ανήκει σε ξεχωριστή κατηγορία από τις δύο που υπάρχουν στο χάρτη. Μέσω αυτής της διαδικασίας μορφοποιήθηκαν οι έξι τύποι προβλημάτων και ολοκληρώθηκε ο αντίστοιχος εννοιολογικός χάρτης (Διάγραμμα 11).

Δραστηριότητα 4. Ακολούθως, για εξάσκηση δόθηκε στους μαθητές φυλλάδιο με προβλήματα όλων των τύπων και ένας εννοιολογικός χάρτης όπως αυτόν που παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 11 και τους ζητήθηκε να ταξινομήσουν τα προβλήματα στο χάρτη (Παράρτημα 5, ΓΕ-10, ΔΙ-12, ΔΤ-1δ, ΑΣ-7β, ΑΣ-13, ΔΣ-2α, ΔΣ-5α, ΟΣ-2β). Η εργασία των μαθητών παρουσιάστηκε στην ολομέλεια της τάξης και συζητήθηκε η εγκυρότητα της ταξινόμησης που έκαναν. Ιδιαίτερη έμφαση



Διάγραμμα 11. Εννοιολογικός χάρτης ταξινόμησης των προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού με αναφορά στην εννοιολογική τους δομή.

δόθηκε στις ομοιότητες και στις διαφορές των έξι τύπων προβλημάτων σχετικά με την εννοιολογική και τη διαδικαστική τους δομή, και κυρίως στα προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης και οικοδόμησης συστήματος, όπως επίσης και στα χαρακτηριστικά κάθε κατηγορίας προβλημάτων.

Διδασκαλία 3

Η διδασκαλία αυτή αποσκοπούσε στην εξάσκηση των μαθητών στη διάκριση των προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στις έξι κατηγορίες που αναφέρθηκαν προηγουμένως, όπως επίσης και στην ταξινόμηση των έξι τύπων προβλημάτων σε προβλήματα «ομοιότητας», «διαφοράς», «ομοιότητας και διαφοράς». Συγκεκριμένα, η τρίτη διδασκαλία είχε τους παρακάτω στόχους: (α) διάκριση των προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού σε προβλήματα γενίκευσης, διάκρισης, διασταυρούμενης ταξινόμησης, αναγνώρισης σχέσεων, διαφοροποίησης σχέσεων και οικοδόμησης συστήματος, (β) μορφοποίηση των εννοιών «ομοιότητα», «διαφορά», «ομοιότητα και διαφορά», (γ) ταξινόμηση των προβλημάτων σε προβλήματα που απαιτούν την ανακάλυψη ομοιότητας, την ανακάλυψη διαφοράς και την ανακάλυψη ομοιότητας και διαφοράς. Οι στόχοι αυτοί επιτεύχθηκαν με την εφαρμογή των παρακάτω δραστηριοτήτων.

Δραστηριότητα 1. Δόθηκε σε κάθε ζευγάρι μαθητών ένας εννοιολογικός χάρτης (Διάγραμμα 11) και εννιά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού και ζητήθηκε από αυτούς, αφού τα μελετήσουν προσεκτικά, να τα ταξινομήσουν στο χάρτη, γράφοντας τον αριθμό κάθε προβλήματος στον κατάλληλο κύκλο του χάρτη (Παράρτημα 5, ΓΕ-9, ΔΙ-8, ΔΙ-11, ΔΤ-1β, ΔΤ-2γ, ΑΣ-9, ΑΣ-12, ΟΣ-1α, ΟΣ-3α). Οι ταξινομήσεις των μαθητών παρουσιάστηκαν στην τάξη και συζητήθηκαν με αναφορά στις έννοιες «ομάδα», «σειρά», «ιδιότητες», «σχέσεις», «ομοιότητα

ιδιοτήτων», «ομοιότητα σχέσεων», «διαφορά ιδιοτήτων», «διαφορά σχέσεων», «ομοιότητα και διαφορά ιδιοτήτων» και «ομοιότητα και διαφορά σχέσεων».

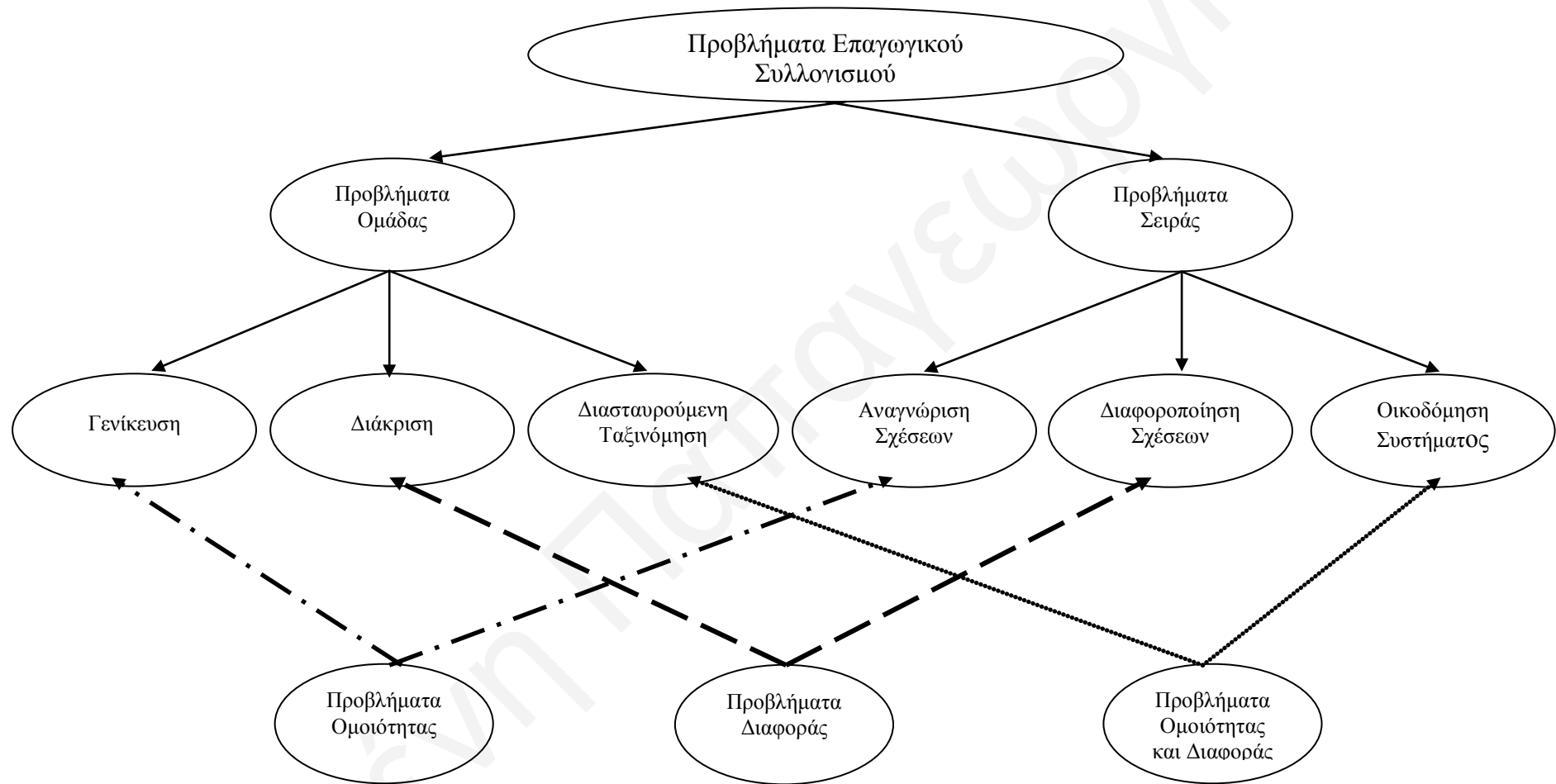
Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στην περιγραφή των προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης και οικοδόμησης συστήματος για καλύτερη κατανόηση των δύο αυτών τύπων προβλημάτων.

Δραστηριότητα 2. Με βάση την προηγούμενη ταξινόμηση των προβλημάτων και τον αντίστοιχο εννοιολογικό χάρτη ζητήθηκε από κάθε ζεύγος μαθητών να μελετήσουν προσεκτικά καθέναν από τους τύπους των προβλημάτων ομάδας και σειράς και να προσπαθήσουν να συσχετίσουν τύπους προβλημάτων ομάδας με τύπους προβλημάτων σειράς. Για καλύτερη επικέντρωση των μαθητών στο στόχο της δραστηριότητας, διευκρινίστηκε ότι καθένας από τους τρεις τύπους προβλημάτων ομάδας σχετίζεται με κάποιο τρόπο με έναν τύπο προβλημάτων σειράς. Στους μαθητές δόθηκε ικανοποιητικός χρόνος να συζητήσουν με το παιδί της ομάδας τους για τις σχέσεις που μπορούσαν να εντοπίσουν ανάμεσα στους τύπους προβλημάτων και ακολούθησε συζήτηση με όλους τους μαθητές για τις πιθανές συσχετίσεις των τύπων των προβλημάτων. Με ευκολία οι μαθητές εντόπισαν σε πρώτη φάση τη σχέση ανάμεσα στα προβλήματα διάκρισης και στα προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων. Αιτιολόγησαν τη σχέση αυτή αναφέροντας ότι σε αυτούς τους τύπους προβλημάτων υπάρχει κάποιο στοιχείο που είναι διαφορετικό (ή «λανθασμένο» με όρους των μαθητών). Η εγκυρότητα της πιο πάνω σχέσης ελέγχθηκε σε όλα τα προβλήματα διάκρισης και διαφοροποίησης σχέσεων που υπήρχαν στον εννοιολογικό χάρτη, μετά από συζήτηση που έγινε με όλα τα παιδιά της τάξης. Η ίδια διαδικασία εφαρμόστηκε για την ανακάλυψη της σχέσης μεταξύ των προβλημάτων γενίκευσης και αναγνώρισης σχέσεων, όπως επίσης και μεταξύ των προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης και οικοδόμησης συστήματος. Με

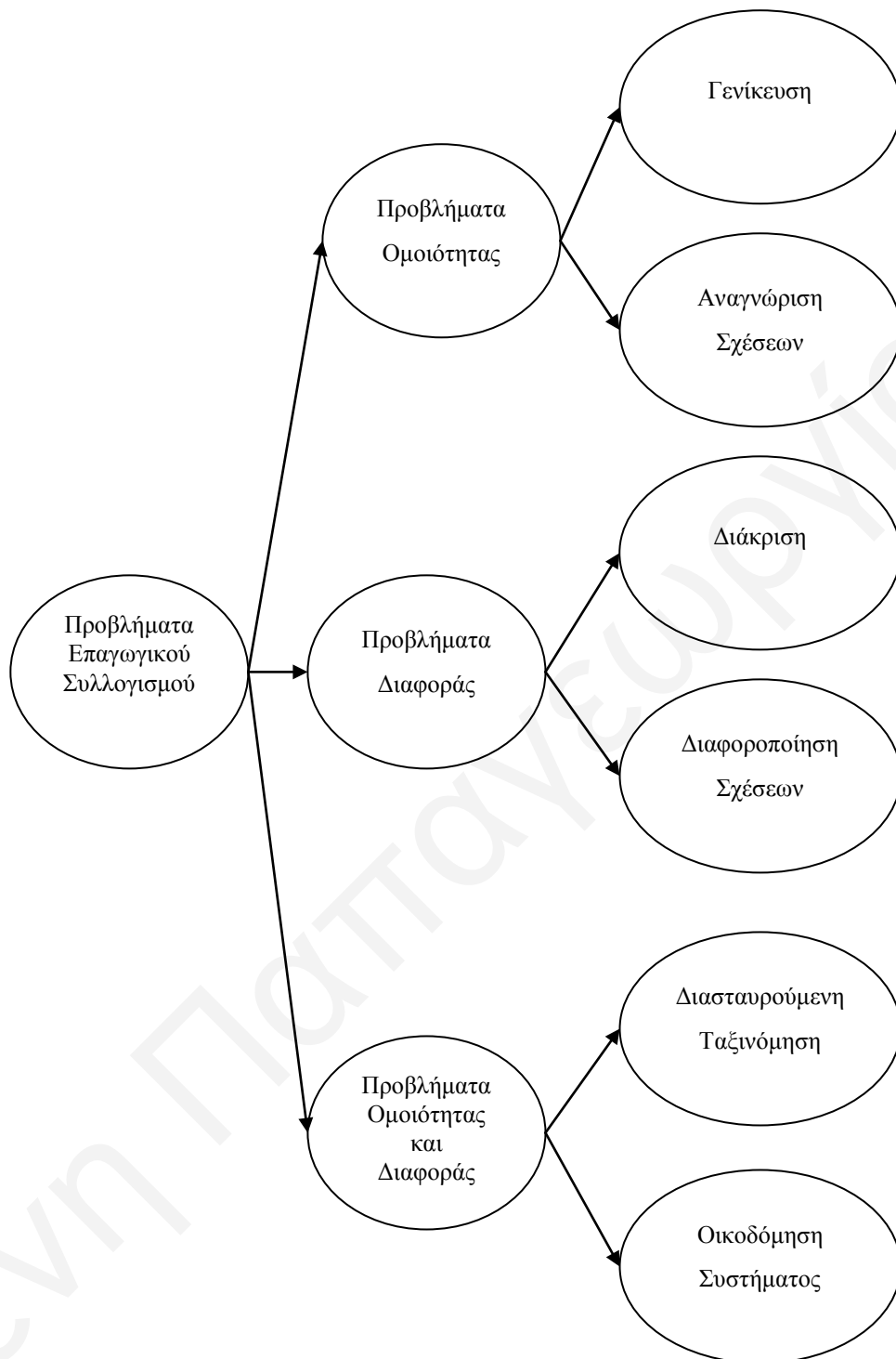
αναφορά στις σχέσεις μεταξύ των τριών τύπων προβλημάτων ομάδας και των τριών τύπων προβλημάτων σειράς, ο εννοιολογικός χάρτης μετασχηματίστηκε με τρόπο που να παρουσιάζει τη διαδικαστική δομή των έξι τύπων προβλημάτων (Διάγραμμα 12).

Δραστηριότητα 3. Για να εξασκηθούν οι μαθητές στην αναγνώριση της διαδικαστικής δομής των έξι τύπων προβλημάτων («ομοιότητα», «διαφορά», «ομοιότητα και διαφορά»), τους ζητήθηκε να φτιάξουν προβλήματα που απαιτούν την ανακάλυψη ομοιότητας και την ανακάλυψη διαφοράς. Σημειώνεται ότι δεν απαιτήθηκε από τους μαθητές να κατασκευάσουν προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης ή οικοδόμησης συστήματος, λόγω της δυσκολίας κατασκευής των προβλημάτων αυτών. Συγκεκριμένα, δόθηκε αρχικά σε κάθε ζεύγος μαθητών το στέλεχος ενός προβλήματος ομάδας και ενός προβλήματος σειράς και ζητήθηκε από αυτούς να συνεργαστούν για να συμπληρώσουν τις πληροφορίες που χρειάζονται ή/και να τροποποιήσουν τις δεδομένες πληροφορίες, ώστε να φτιάξουν δύο προβλήματα που απαιτούν ανακάλυψη ομοιότητας και δύο προβλήματα που απαιτούν ανακάλυψη διαφοράς. Στους μαθητές τέθηκε η προϋπόθεση ότι κάθε ζεύγος θα έπρεπε να κατασκευάσει προβλήματα «ομοιότητας» και «διαφοράς» που να ανήκουν τόσο στα προβλήματα ομάδας όσο και στα προβλήματα σειράς.

Αρκετά από τα προβλήματα που έφτιαξαν οι μαθητές παρουσιάστηκαν στην τάξη και συζητήθηκε η εγκυρότητά τους με αναφορά στη δομή τους. Κατά τη διάρκεια της παρουσίασης, γράφτηκαν στον πίνακα της τάξης διάφορα προβλήματα που έφτιαξαν οι μαθητές και έγινε προσπάθεια χαρτογράφησης τους (Διάγραμμα 13). Ο χάρτης συμπληρώθηκε με προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης και οικοδόμησης συστήματος που δόθηκαν από την ερευνήτρια και συζητήθηκαν οι τρεις διαφορετικές ομάδες προβλημάτων με αναφορά στη διαδικαστική τους δομή.



Διάγραμμα 12. Εννοιολογικός χάρτης ταξινόμησης των προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού με αναφορά στη διαδικαστική τους δομή I.



Διάγραμμα 13. Εννοιολογικός χάρτης ταξινόμησης των προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού με αναφορά στη διαδικαστική τους δομή II.

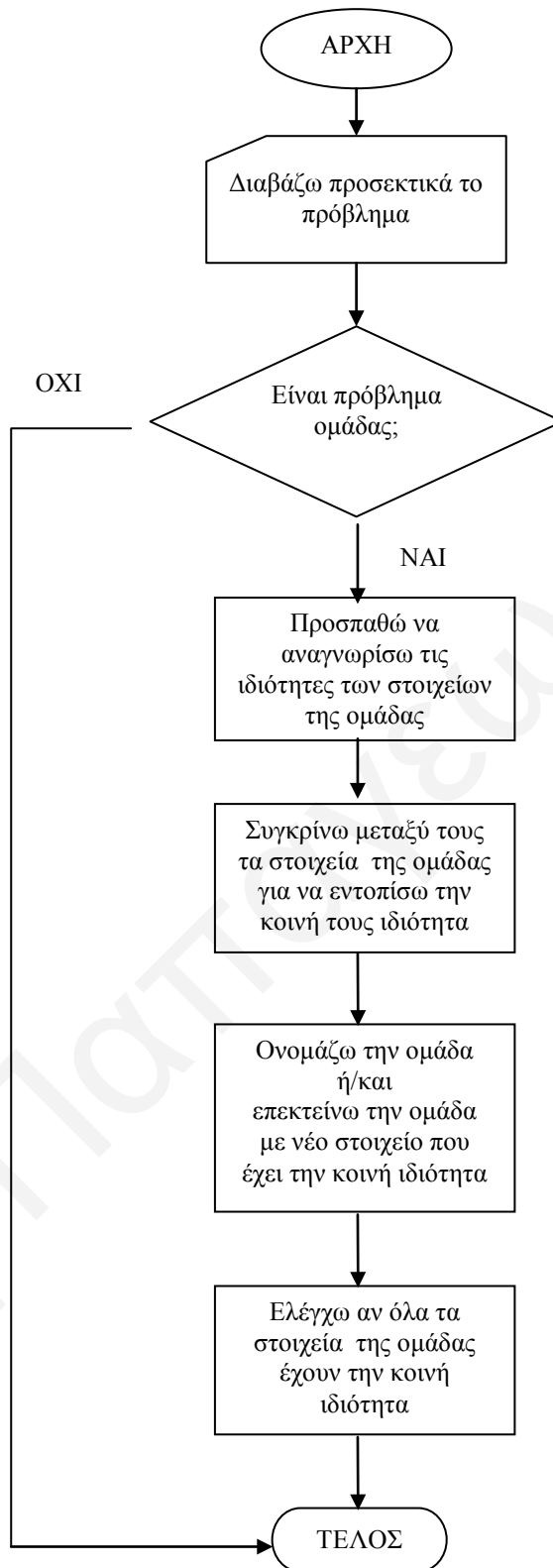
Διδασκαλία 4

Ο σκοπός της διδασκαλίας αυτής ήταν η εφαρμογή των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών στην επίλυση προβλημάτων γενίκευσης και αναγνώρισης σχέσεων. Συγκεκριμένα, η τέταρτη διδασκαλία είχε τους παρακάτω στόχους: (α) παρατήρηση και σύγκριση των στοιχείων ενός συνόλου ή μιας ακολουθίας για την ανακάλυψη ομοιοτήτων ανάμεσα στις ιδιότητες των στοιχείων του συνόλου (προβλήματα γενίκευσης) ή στις σχέσεις των στοιχείων της ακολουθίας (αναγνώρισης σχέσεων), (β) επισήμανση της κοινής ιδιότητας των στοιχείων ενός συνόλου και οικοδόμηση της ομάδας των στοιχείων με την κοινή ιδιότητα, (γ) επισήμανση του γενικού κανόνα μιας ακολουθίας και συμπλήρωση του επόμενου στοιχείου της ακολουθίας, και (δ) έλεγχος της εγκυρότητας της λύσης των προβλημάτων, δηλαδή αξιολόγηση του βαθμού στον οποίο η ιδιότητα που ανακαλύφθηκε αναφέρεται σε όλα τα στοιχεία της ομάδας ή αξιολόγηση του βαθμού επαλήθευσης του κανόνα της ακολουθίας. Για την επίτευξη των παραπάνω στόχων εφαρμόστηκε κυρίως η διαδικαστική προσέγγιση, ώστε να αναπτυχθούν οι διαδικασίες σύγκρισης και ελέγχου στην επίλυση των μαθηματικών προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού του τύπου γενίκευσης και αναγνώρισης σχέσεων. Στη διδασκαλία αυτή χρησιμοποιήθηκαν προβλήματα ομάδας και σειράς που απαιτούν για τη λύση τους τη γνωστική λειτουργία της ανακάλυψης ομοιοτήτων (προβλήματα γενίκευσης και προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων), για να γίνει κατανοητή η εφαρμογή των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών με την ταυτόχρονη εφαρμογή των «από πάνω προς τα κάτω» διαδικασιών (σχήμα δόμησης ομάδας και σχήμα δόμησης σειράς). Οι δραστηριότητες που εφαρμόστηκαν στη διδασκαλία αυτή περιγράφονται αναλυτικά παρακάτω.

Δραστηριότητα 1. Σε κάθε ζευγάρι μαθητών δόθηκε ένα σετ από σχήματα ιδιοτήτων (attribute blocks) και τους ζητήθηκε να επιλέξουν κάποιο κριτήριο και να οικοδομήσουν μια ομάδα με τα σχήματα που ικανοποιούσαν το κριτήριο αυτό (Παράρτημα 6, Φύλλα εργασίας με τίτλο «Στην πόλη με τα όμοια-Σταθμός 1-Οδηγία 1»). Οι μαθητές μπορούσαν να χρησιμοποιήσουν ως κριτήριο το χρώμα, το μέγεθος, το πάχος και το είδος του σχήματος. Αρχικά, γράφτηκε η εκφώνηση του προβλήματος στον πίνακα της τάξης και ακολούθησε συζήτηση σχετικά με την εννοιολογική δομή του προβλήματος (ομάδα ή σειρά), όπως επίσης και με τον τύπο του προβλήματος με αναφορά στο περιεχόμενό του (πρόβλημα γενίκευσης). Στη συνέχεια, οι μαθητές έφτιαζαν διάφορες ομάδες με τα αντικείμενα που είχαν στη διάθεσή τους τις οποίες παρουσίασαν στην ολομέλεια της τάξης. Κατά τη διαδικασία παρουσίασης, οι μαθητές ενθαρρύνονταν να περιγράφουν και να ονομάζουν τις ομάδες των στοιχείων που έφτιαζαν με αναφορά στην κοινή τους ιδιότητα, καθώς επίσης και τη διαδικασία που ακολούθησαν μέχρι να φτάσουν στη λύση του προβλήματος, δηλαδή στην οικοδόμηση των ομάδων των στοιχείων. Έγινε προσπάθεια, μέσω της συζήτησης, να διακριθούν τα τέσσερα βασικά βήματα των «από κάτω προς τα πάνω διαδικασιών», δηλαδή της διερεύνησης για σχετικές ιδιότητες (βήμα 1), της σύγκρισης ομοιοτήτων ή ανομοιοτήτων των ιδιοτήτων (βήμα 2), της επίλυσης του προβλήματος με βάση τη σύγκριση (βήμα 3) και του ελέγχου της λύσης (βήμα 4). Τα βήματα αυτά γράφτηκαν στον πίνακα της τάξης για να χρησιμοποιούνται από τους μαθητές στην περιγραφή της διαδικασίας επίλυσης των προβλημάτων που θα ακολουθούσαν.

Δραστηριότητα 2. Η δραστηριότητα αυτή αποτελούσε επέκταση της προηγούμενης. Εκτός από τα σχήματα ιδιοτήτων οι μαθητές είχαν στη διάθεσή τους και σχήματα μοτίβου (pattern blocks), ώστε να μπορούν να βρίσκουν πιο

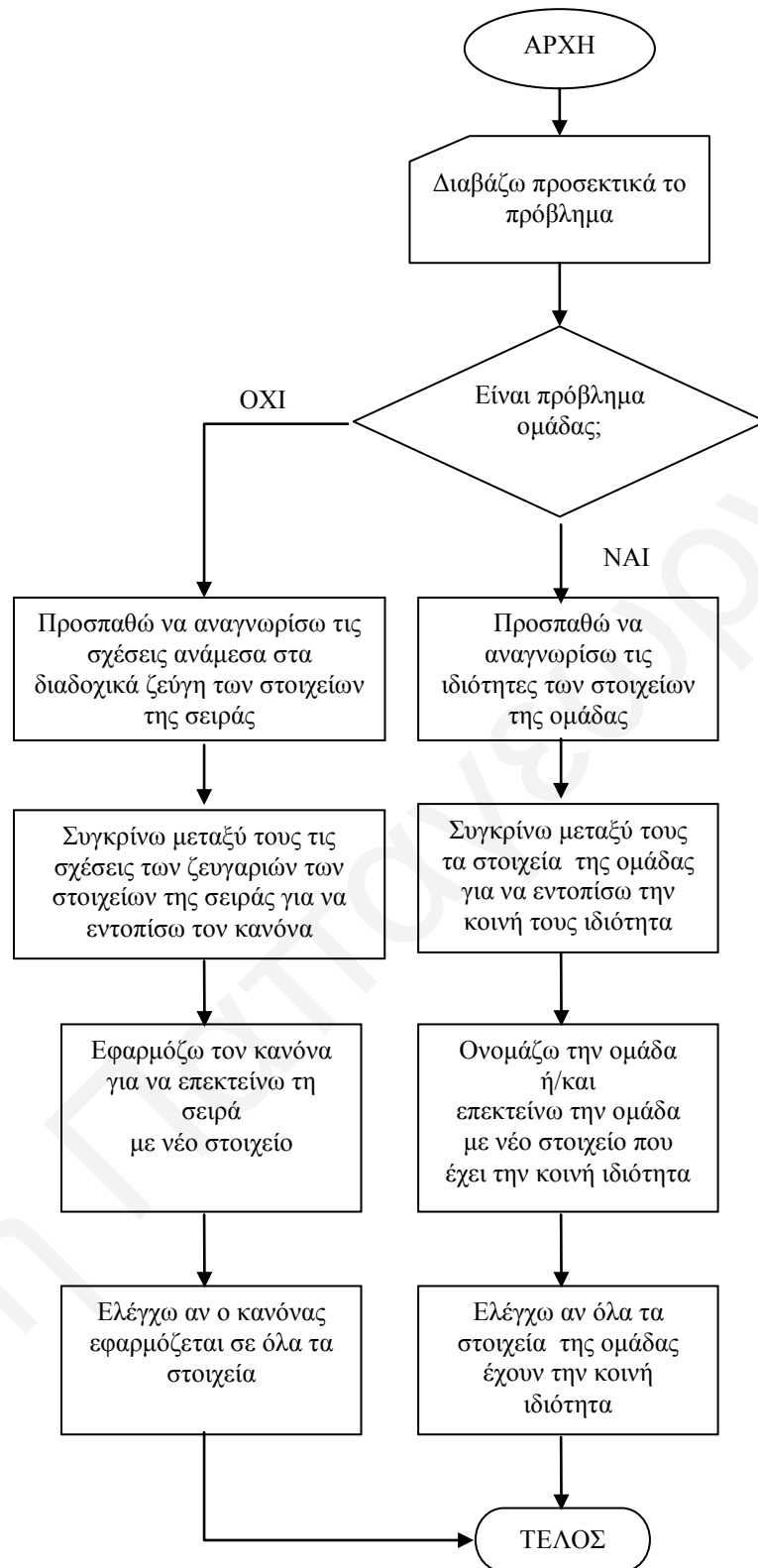
εξειδικευμένα κριτήρια ή να χρησιμοποιούν συνδυασμό κριτηρίων στην κατασκευή των ομάδων αντικειμένων (Παράρτημα 6, Φύλλα εργασίας με τίτλο «Στην πόλη με τα όμοια-Σταθμός 1-Οδηγίες 2, 3, 4»). Στη φάση αυτή ζητήθηκε από τον κάθε μαθητή να φτιάξει άλλες ομάδες με τα σχήματα που είχε στη διάθεσή του τα οποία να έχουν μία ή περισσότερες κοινές ιδιότητες και το παιδί της ομάδας του να ανακαλύψει το κριτήριο ομαδοποίησης εφαρμόζοντας και περιγράφοντας κάθε φορά τα τέσσερα βήματα των «από κάτω προς τα πάνω διαδικασιών». Επιπρόσθετα, το δεύτερο παιδί έπρεπε να διαλέξει ένα κατάλληλο σχήμα από αυτά που είχε στη διάθεσή του και να το προσθέσει στην ομάδα που έφτιαξε το πρώτο παιδί, με σκοπό την επέκταση της ομάδας των αντικειμένων. Μερικές από τις ομάδες αντικειμένων που έφτιαξαν οι μαθητές ήταν τα παραλληλόγραμμα, τα τετράπλευρα με ίσες πλευρές, τα σχήματα με λιγότερες από πέντε πλευρές ή γωνίες και τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα. Οι ομάδες των αντικειμένων παρουσιάστηκαν στην τάξη από τα ζευγάρια των μαθητών και τονίστηκαν οι διαδικασίες που εφαρμόστηκαν στην οικοδόμηση κάθε ομάδας. Στη φάση αυτή, παρουσιάστηκε στους μαθητές ένα μοντέλο των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών με τη μορφή λογικού διαγράμματος, όπως αυτό που παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 14. Αφού επεξηγήθηκε το λογικό διάγραμμα, ζητήθηκε από τους μαθητές να παρουσιάσουν και άλλες ομάδες αντικειμένων που κατασκεύασαν και να περιγράψουν τη διαδικασία που χρησιμοποίησαν με αναφορά στο λογικό διάγραμμα. Τα παιδιά που παρουσίαζαν την ομάδα που έφτιαξαν έπαιζαν το ρόλο του δασκάλου και ζητούσαν από τα υπόλοιπα παιδιά να ανακαλύψουν την κοινή ιδιότητα των σχημάτων και να επεκτείνουν την ομάδα με σχήματα που θεωρούσαν ότι είχαν την κοινή ιδιότητα των σχημάτων της ομάδας. Κάθε φορά που κάποιο παιδί αναλάμβανε να επεκτείνει μια ομάδα



Διάγραμμα 14. Λογικό διάγραμμα εφαρμογής των «από κάτω προς τα πάνω διαδικασιών» στη λύση προβλημάτων γενίκευσης.

αντικειμένων που παρουσιαζόταν στην τάξη έπρεπε να ελέγχει κατά πόσο το νέο σχήμα είχε την κοινή ιδιότητα, εφαρμόζοντας διαδικασίες σύγκρισης και ελέγχου.

Δραστηριότητα 3. Στο στάδιο αυτό οι μαθητές κλήθηκαν να επιλύσουν προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων. Συγκεκριμένα, ζητήθηκε από τους μαθητές να φτιάξουν ακολουθίες χρησιμοποιώντας τα σχήματα μοτίβου και τα σχήματα ιδιοτήτων και να τις περιγράψουν (Παράρτημα 6, Φύλλα εργασίας με τίτλο «Στην πόλη με τα όμοια-Σταθμός 1-Οδηγία 5»). Αρχικά γράφτηκε το πρόβλημα στον πίνακα της τάξης και συζητήθηκε η εννοιολογική δομή τους και ο τύπος του προβλήματος, αναφέροντας τις ομοιότητες και τις διαφορές του νέου προβλήματος με τα προβλήματα που χρησιμοποιήθηκαν στις προηγούμενες δραστηριότητες. Οι μαθητές εργάστηκαν σε ζευγάρια, όπου ο ένας μαθητής έφτιαχνε μια ακολουθία σχημάτων και ο διπλάνος του έπρεπε να ανακαλύψει τον κανόνα και να επεκτείνει την ακολουθία με το κατάλληλο σχήμα. Μερικά ζευγάρια μαθητών παρουσίασαν στους μαθητές όλης της τάξης κάποιες από τις ακολουθίες που έφτιαζαν και ζήτησαν από τους συμμαθητές τους να ανακαλύψουν τον κανόνα και να συμπληρώσουν το επόμενο σχήμα. Συζητήθηκε ο ρυθμός μεταβολής καθεμιάς από τις ακολουθίες εφαρμόζοντας τις διαδικασίες σύγκρισης. Οι μαθητές ενθαρρύνονταν να περιγράψουν τη διαδικασία που ακολούθησαν μέχρι να φτάσουν στη λύση του προβλήματος, ενώ παράλληλα συμπληρώθηκε το λογικό διάγραμμα που κατασκευάστηκε στις προηγούμενες δραστηριότητες (Διάγραμμα 15). Δηλαδή, το λογικό διάγραμμα συμπληρώθηκε με την εναλλακτική επιλογή της αναγνώρισης σχέσεων ανάμεσα στα στοιχεία του προβλήματος, ώστε να μπορεί να εφαρμόζεται και στη λύση προβλημάτων σειράς. Συγκεκριμένα, τοποθετήθηκαν στο αρχικό λογικό διάγραμμα τα βήματα που αναφέρονταν στη διερεύνηση για σχετικές σχέσεις με σκοπό την ανακάλυψη του κανόνα και την επέκταση των ακολουθιών (βήμα 1),



Διάγραμμα 15. Λογικό διάγραμμα εφαρμογής των «από κάτω προς τα πάνω

διαδικασιών» στα προβλήματα που απαιτούν ανακάλυψη ομοιότητας.

στη σύγκριση ομοιοτήτων ή ανομοιοτήτων των σχέσεων ανάμεσα στα στοιχεία της ακολουθίας (βήμα 2), στην εύρεση του γενικού κανόνα και τη συμπλήρωση του επόμενου στοιχείου της ακολουθίας (βήμα 3) και στην επαλήθευση του κανόνα (βήμα 4).

Δραστηριότητα 4. Η δραστηριότητα αυτή, η οποία αποτελεί επέκταση των προηγούμενων δραστηριοτήτων, περιλάμβανε κατασκευή ομάδων ή ακολουθιών χρησιμοποιώντας φυσικούς αριθμούς. Στην αρχή παρουσιάστηκαν στους μαθητές όλης της τάξης φυσικοί αριθμοί οι οποίοι ήταν πολλαπλάσιοι του πέντε και ζητήθηκε από αυτούς να ονομάσουν την ομάδα αυτών των αριθμών με αναφορά στην κοινή τους ιδιότητα και να επεκτείνουν την ομάδα, αναφέροντας άλλους αριθμούς που είναι πολλαπλάσια του πέντε. Ακολούθως δόθηκαν στα ζευγάρια μαθητών αριθμοί γραμμένοι σε καρτέλες, για να φτιάξει ο καθένας δικές του ομάδες οι οποίες θα ονομάζονταν και θα επεκτείνονταν από το διπλανό τους (Παράρτημα 6, Φύλλα εργασίας με τίτλο «Στην πόλη με τα όμοια-Σταθμός 2-Οδηγίες 1, 2»). Επιπλέον, δόθηκε σε κάθε ζευγάρι παιδιών ένα λογικό διάγραμμα (Διάγραμμα 15) σε φυλλάδιο το οποίο θα χρησιμοποιούσαν κατά τη διαδικασία λύσης των προβλημάτων τους. Βασική προϋπόθεση της ολοκλήρωσης της δραστηριότητας αυτής ήταν ο έλεγχος της εγκυρότητας της διαδικασίας λύσης του προβλήματος από το παιδί που θα έφτιαχνε την ομάδα των αριθμών. Μερικά από τα ζευγάρια μαθητών παρουσίασαν την εργασία τους στην ολομέλεια των παιδιών της τάξης περιγράφοντας τη διαδικασία που εφάρμοσαν με αναφορά στο μοντέλο των βημάτων των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών που παρουσιάζεται στο λογικό διάγραμμα (Διάγραμμα 15). Στη συνέχεια ζητήθηκε από τους μαθητές να κατασκευάσουν ακολουθίες χρησιμοποιώντας τις καρτέλες με τους αριθμούς που είχαν στη διάθεσή τους (Παράρτημα 6, Φύλλα εργασίας με τίτλο «Στην πόλη με τα όμοια-Σταθμός 2-Οδηγία

3»). Συγκεκριμένα, οι μαθητές εργάστηκαν σε ζευγάρια όπου το ένα παιδί έφτιαχνε μια ακολουθία και το άλλο συμπλήρωνε με τον επόμενο όρο. Απαραίτητη προϋπόθεση κατά τη διαδικασία ανακάλυψης του γενικού κανόνα και της επέκτασης της κάθε ακολουθίας ήταν η χρησιμοποίηση του λογικού διαγράμματος (Διάγραμμα 15), για μεγαλύτερου βαθμού κατανόησης των διαδικασιών σύγκρισης και ελέγχου που περιλαμβάνονται στα βήματα των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών. Ακολούθησε παρουσίαση μερικών από τις ακολουθίες που κατασκευάστηκαν και συζητήθηκε η εγκυρότητά τους με αναφορά στο λογικό διάγραμμα που παρουσίαζε το μοντέλο των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών (Διάγραμμα 15).

Δραστηριότητα 5. Τέλος, δόθηκαν στους μαθητές ένας εννοιολογικός χάρτης όπως αυτός που παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 12 και οι εκφωνήσεις όλων των πιο πάνω προβλημάτων γραμμένες σε καρτέλες και ζητήθηκε από αυτούς να ταξινομήσουν τα προβλήματα στο χάρτη. Ακολούθησε συζήτηση σχετικά με την εννοιολογική (προβλήματα ομάδας και προβλήματα σειράς) και τη διαδικαστική δομή (προβλήματα γενίκευσης, αναγνώρισης σχέσεων) των προβλημάτων και τονίστηκαν οι έννοιες «ιδιότητες», «σχέσεις», «ομοιότητα ιδιοτήτων», «ομοιότητα σχέσεων», «προβλήματα ομάδας» και «προβλήματα σειράς». Ακολούθησε περιγραφή της διαδικασίας επίλυσης των προβλημάτων ομάδας και των προβλημάτων σειράς με αναφορά στα βήματα των «από κάτω προς τα πάνω διαδικασιών», όπως παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 15.

Διδασκαλία 5

Ο σκοπός της διδασκαλίας αυτής ήταν η εξάσκηση των μαθητών στην επίλυση προβλημάτων γενίκευσης και αναγνώρισης σχέσεων και η εφαρμογή των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών στην επίλυση προβλημάτων διάκρισης.

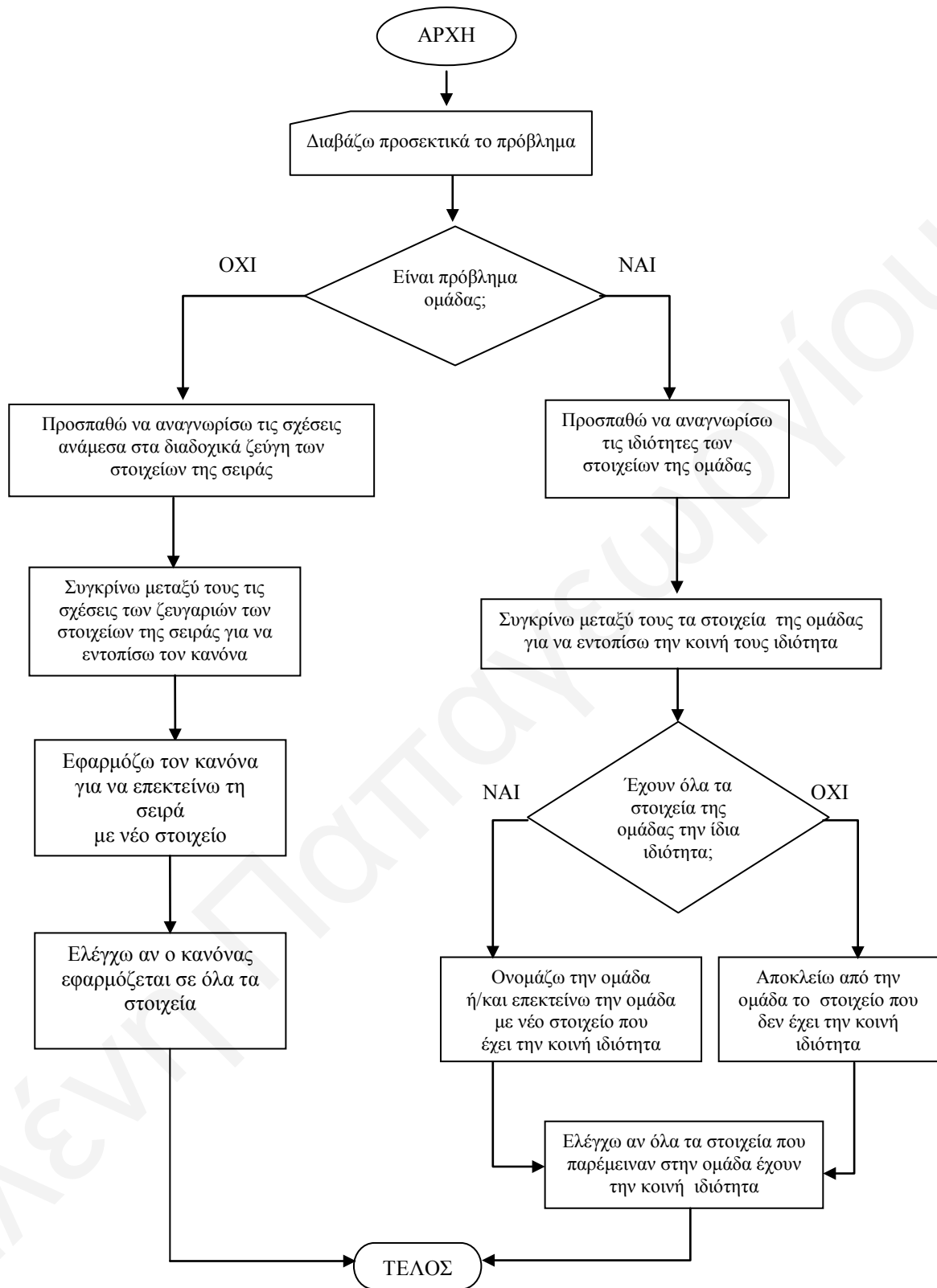
Συγκεκριμένα, η διδασκαλία αποσκοπούσε: (α) στην εξάσκηση των μαθητών στην επίλυση προβλημάτων γενίκευσης και αναγνώρισης σχέσεων με εφαρμογή των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών, (β) στην παρατήρηση και σύγκριση των στοιχείων ενός συνόλου ή μιας ακολουθίας για την ανακάλυψη διαφορών ανάμεσα στις ιδιότητες των στοιχείων του συνόλου (προβλήματα διάκρισης), (γ) στη διάκριση του στοιχείου που δεν έχει την κοινή ιδιότητα με τα υπόλοιπα στοιχεία ενός συνόλου και (δ) στον έλεγχο της εγκυρότητας της λύσης των προβλημάτων, δηλαδή αξιολόγηση του βαθμού στον οποίο η ιδιότητα που ανακαλύφθηκε αναφέρεται σε όλα τα στοιχεία της ομάδας μετά από τον αποκλεισμό του διαφορετικού στοιχείου.

Για την επίτευξη των στόχων της διδασκαλίας αυτής αναπτύχθηκαν δραστηριότητες παρόμοιες με τις δραστηριότητες που εφαρμόστηκαν στην προηγούμενη διδασκαλία, με τη διαφορά ότι ανάμεσα στα προβλήματα που χρησιμοποιήθηκαν περιλαμβάνονταν και προβλήματα που απαιτούν για τη λύση τους τη γνωστική λειτουργία της ανακάλυψης διαφορών σε ιδιότητες (προβλήματα διάκρισης). Σε όλες τις δραστηριότητες που εφαρμόστηκαν χρησιμοποιήθηκε κυρίως η διαδικαστική προσέγγιση, ώστε να αναπτυχθούν οι διαδικασίες σύγκρισης και ελέγχου («από κάτω προς τα πάνω» διαδικασίες) στην επίλυση των προβλημάτων διάκρισης («από πάνω προς τα κάτω» διαδικασίες). Πιο κάτω περιγράφονται αναλυτικά οι δραστηριότητες που εφαρμόστηκαν στη διδασκαλία αυτή.

Δραστηριότητα 1. Η δραστηριότητα αυτή είχε σκοπό την εξάσκηση των μαθητών στην επίλυση των προβλημάτων γενίκευσης και αναγνώρισης σχέσεων και αποτέλεσε αφορμή για τη διαδικασία επίλυσης των προβλημάτων διάκρισης.

Συγκεκριμένα, δόθηκαν σε κάθε μαθητή έξι προβλήματα (δύο προβλήματα γενίκευσης, τρία προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων και ένα πρόβλημα διάκρισης) (Παράρτημα 5, ΓΕ-3, ΓΕ-11, ΔΙ-1, ΑΣ-3β, ΑΣ-6β, ΑΣ-6γ) και κλήθηκαν να

αναγνωρίσουν τη δομή (προβλήματα ομάδας ή σειράς) και τον τύπο του καθενός (γενίκευσης, διάκριση, αναγνώριση σχέσεων). Ακολούθως ζητήθηκε από αυτούς να επιλύσουν το καθένα από τα προβλήματα χρησιμοποιώντας το λογικό διάγραμμα του μοντέλου των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών (Διάγραμμα 15). Οι μαθητές αφού εργάστηκαν στην αρχή ατομικά για να λύσουν το κάθε πρόβλημα, στη συνέχεια κλήθηκαν να συζητήσουν με το διπλανό τους τα αποτελέσματά τους. Όπως ήταν αναμενόμενο, με ευκολία οι μαθητές χρησιμοποίησαν το λογικό διάγραμμα που παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 15 για να επιλύσουν τα προβλήματα γενίκευσης και αναγνώρισης σχέσεων. Στο πρόβλημα διάκρισης, παρόλο που οι μαθητές αναγνώρισαν το διαφορετικό στοιχείο της ομάδας, εντούτοις παρατήρησαν ότι δεν μπορούσαν να εφαρμόσουν ακριβώς τα βήματα του λογικού διαγράμματος. Στο στάδιο αυτό, παρασχέθηκε ιδιαίτερη βοήθεια στους μαθητές, ώστε να εντοπίσουν τη διαφοροποίηση που θα έπρεπε να γίνει στο λογικό διάγραμμα για να εξυπηρετεί την επίλυση προβλημάτων που απαιτούν ανακάλυψη διαφορών. Ακολούθησε παρουσίαση στην ολομέλεια της τάξης των διαδικασιών λύσης των προβλημάτων της γενίκευσης και της αναγνώρισης σχέσεων από τα παιδιά και έγινε ιδιαίτερη αναφορά στα προβλήματα διάκρισης. Στο στάδιο αυτό έγινε ο μετασχηματισμός του λογικού διαγράμματος του μοντέλου των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών, ώστε να καλύπτει τα βήματα λύσης των προβλημάτων που απαιτούν τη γνωστική λειτουργία της ανακάλυψης διαφορών σε ιδιότητες (προβλήματα διάκρισης) (Διάγραμμα 16). Ακολούθησε συζήτηση σχετική με την ερμηνεία του νέου λογικού διαγράμματος για την βαθύτερη κατανόηση των βημάτων επίλυσης των προβλημάτων της γενίκευσης, της διάκρισης και της αναγνώρισης σχέσεων.



Διάγραμμα 16. Λογικό διάγραμμα εφαρμογής των «από κάτω προς τα πάνω διαδικασιών» στην επίλυση προβλημάτων ανακάλυψης ομοιότητας και ανακάλυψης διαφορών σε ιδιότητες.

Δραστηριότητα 2. Για εξάσκηση των μαθητών στη λύση των προβλημάτων διάκρισης τους ζητήθηκε να επιλύσουν ατομικά πέντε επιπλέον προβλήματα διάκρισης χρησιμοποιώντας το λογικό διάγραμμα των «από κάτω προς τα πάνω διαδικασιών» (Διάγραμμα 16) και να συζητήσουν τις λύσεις που βρήκαν με το διπλανό τους (Παράρτημα 6, Φύλλα εργασίας με τίτλο «Αντιμετωπίζοντας παγίδες-Σταθμός 1»). Οι μαθητές ενθαρρύνονταν να περιγράψουν στο διπλανό τους τη διαδικασία λύσης για να πείσουν για το αποτέλεσμα που βρήκαν στο κάθε πρόβλημα. Οι διαδικασίες λύσης των προβλημάτων και οι απαντήσεις τους παρουσιάστηκαν στην τάξη και ελέγχθηκε η εγκυρότητα τους με αναφορά στο λογικό διάγραμμα (Διάγραμμα 16). Τέλος, στη συζήτηση που έγινε με όλους τους μαθητές περιγράφηκαν τα βήματα του λογικού διαγράμματος, τονίζοντας ταυτόχρονα τη διάκριση τους ανάλογα με τον τύπο του προβλήματος.

Δραστηριότητα 3. Τέλος, δόθηκε σε κάθε μαθητή μια ομάδα από αριθμούς και τους ζητήθηκε να κατασκευάσουν με αυτούς ένα πρόβλημα γενίκευσης, ένα πρόβλημα διάκρισης και ένα πρόβλημα αναγνώρισης σχέσεων (Παράρτημα 6, Φύλλα εργασίας με τίτλο «Αντιμετωπίζοντας παγίδες-Σταθμός 2»). Ουσιαστικά οι μαθητές έπρεπε να συμπληρώσουν τις πληροφορίες που απαιτούνται για την κατασκευή των προβλημάτων των τριών τύπων. Ακολούθως ζητήθηκε από κάθε μαθητή να επιλύσει τα προβλήματα που έφτιαξε ο διπλάνος του. Μερικά από τα προβλήματα που έφτιαξαν οι μαθητές παρουσιάστηκαν στην τάξη και συζητήθηκαν οι διαφορές των τριών τύπων, όπως επίσης και η διαδικασία επίλυσης κάθε τύπου.

Διδασκαλία 6

Η διδασκαλία αυτή αποσκοπούσε στην εξάσκηση των μαθητών στην επίλυση προβλημάτων γενίκευσης, αναγνώρισης σχέσεων και διάκρισης και στην

εφαρμογή των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών στην επίλυση προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων. Συγκεκριμένα, η διδασκαλία είχε τους παρακάτω στόχους: (α) εξάσκηση των μαθητών στην επίλυση προβλημάτων γενίκευσης, αναγνώρισης σχέσεων και διάκρισης με εφαρμογή των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών, (β) παρατήρηση και σύγκριση των στοιχείων μιας ακολουθίας για την ανακάλυψη διαφορών ανάμεσα στις σχέσεις των στοιχείων της ακολουθίας (προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων), (γ) διάκριση του στοιχείου που διακόπτει μια ακολουθία και διόρθωση ή αποκλεισμό του στοιχείου αυτού από την ακολουθία και (δ) έλεγχος της εγκυρότητας της λύσης των προβλημάτων, δηλαδή αξιολόγηση του βαθμού επαλήθευσης του κανόνα της ακολουθίας.

Η διαδικασία εφαρμογής της διδασκαλίας αυτής ήταν παρόμοια με τη διαδικασία εφαρμογής των δραστηριοτήτων της προηγούμενης διδασκαλίας, με τη διαφορά ότι στα προβλήματα που χρησιμοποιήθηκαν περιλαμβάνονταν και προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων. Για την επίτευξη των παραπάνω στόχων εφαρμόστηκαν οι ακόλουθες δραστηριότητες.

Δραστηριότητα 1. Δόθηκε σε κάθε ζεύγος μαθητών ένα σύνολο από εννιά προβλήματα (δύο προβλήματα γενίκευσης, δύο προβλήματα διάκρισης, τρία προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων και δύο προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων) (Παράρτημα 5, ΓΕ-1, ΓΕ-8, ΔΙ-2, ΔΙ-3, ΑΣ-3α, ΑΣ-5, ΑΣ-7γ, ΔΣ-1, ΔΣ-2α) και ζητήθηκε από αυτούς να κατασκευάσουν ένα χάρτη για να ταξινομήσουν τα προβλήματα με αναφορά στην ομοιότητα ή στην ανομοιότητα ιδιοτήτων ή σχέσεων και να αναγνωρίσουν τον τύπο κάθε προβλήματος. Η εργασία των μαθητών παρουσιάστηκε στην τάξη και συζητήθηκαν οι διαφορές των τεσσάρων τύπων προβλημάτων με αναφορά στη διαδικαστική τους δομή (ομοιότητα ιδιοτήτων, ομοιότητα σχέσεων, διαφορά ιδιοτήτων, διαφορά σχέσεων). Επιπλέον, έγινε

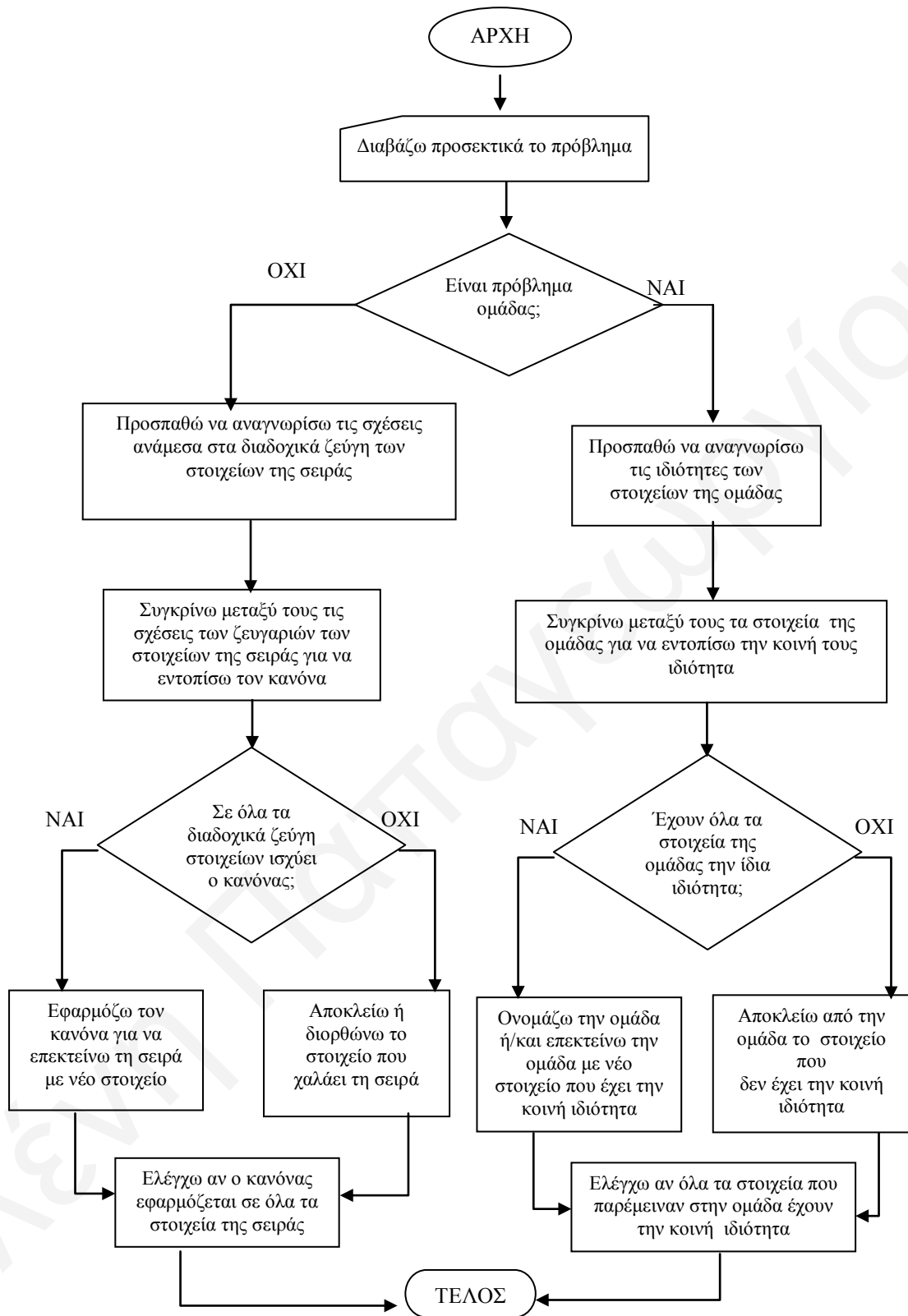
ταξινόμηση των προβλημάτων σε προβλήματα ομάδας ή σειράς και τονίστηκε η σχέση ανάμεσα στα προβλήματα γενίκευσης και αναγνώρισης σχέσεων, όπως επίσης και στα προβλήματα διάκρισης και διαφοροποίησης σχέσεων.

Δραστηριότητα 2. Στη συνέχεια ζητήθηκε από κάθε μαθητή να επιλύσει τα προβλήματα χρησιμοποιώντας τα βήματα των «από κάτω προς τα πάνω διαδικασιών» όπως παρουσιάζονται στο λογικό διάγραμμα (Διάγραμμα 16) και να συζητήσουν τα αποτελέσματα τους με το διπλανό τους. Όπως ήταν αναμενόμενο, οι μαθητές έλυσαν τα προβλήματα γενίκευσης, διάκρισης και αναγνώρισης σχέσεων με τη χρήση του λογικού διαγράμματος, ενώ παρατήρησαν ότι το διάγραμμα αυτό δεν εξυπηρετεί στην επίλυση των προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων. Επιπλέον, η μη οικειότητα των μαθητών με προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων προκάλεσε δυσκολίες όσον αφορά τον έλεγχο του ρυθμού μεταβολής των στοιχείων της σειράς και την αναγνώριση του στοιχείου που διακόπτει τη σειρά. Στο στάδιο αυτό οι μαθητές ενθαρρύνονταν να συγκρίνουν τις σχέσεις που υπάρχουν ανάμεσα στα διαδοχικά ζεύγη στοιχείων της ακολουθίας για να εντοπίσουν τη σχέση που διαφέρει, όπως επίσης και το στοιχείο που προκαλεί τη διάσπαση της ακολουθίας. Παρόλα αυτά, δεν απαιτήθηκε από αυτούς να μετασχηματίσουν το λογικό διάγραμμα πριν εμπλακούν στη διαδικασία επίλυσης των προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων. Οι μαθητές παρόλο που χρειάστηκαν αρκετή βοήθεια για να επιλύσουν τα προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων, εντούτοις εξοικειώθηκαν με τον τύπο των προβλημάτων αυτών. Ακολούθησε η παρουσίαση της διαδικασίας λύσης των προβλημάτων γενίκευσης, διάκρισης και αναγνώρισης σχέσεων με τη χρήση του λογικού διαγράμματος που παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 16 και τονίστηκαν τα βήματα κάθε διαδικασίας. Επιπλέον, παρουσιάστηκε η διαδικασία επίλυσης των προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων με τον ταυτόχρονο

μετασχηματισμό του λογικού διαγράμματος, ώστε να περιλαμβάνει τα βήματα επίλυσης των προβλημάτων αυτών (Διάγραμμα 17). Συζητήθηκαν οι στρατηγικές επίλυσης των προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων στα πιο πάνω προβλήματα και τονίστηκε ότι έχουμε δύο επιλογές για τη λύση των προβλημάτων αυτών, όταν αναγνωριστεί το στοιχείο που διακόπτει την ακολουθία.

Δραστηριότητα 3. Στη συνέχεια ζητήθηκε από κάθε μαθητή να φτιάξει προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων με σχήματα μοτίβου και να ζητήσει από το διπλανό του να διορθώσει τις ακολουθίες, περιγράφοντας του τα βήματα της διαδικασίας επίλυσης του κάθε προβλήματος. Οι μαθητές ενθαρρύνονταν να φτιάχνουν διακοπτόμενες σειρές που απαιτούσαν τη διόρθωση του στοιχείου που διακόπτει τη σειρά, όπως επίσης και διακοπτόμενες σειρές που απαιτούν τον αποκλεισμό του στοιχείου που διακόπτει τη σειρά. Η ίδια δραστηριότητα επαναλήφθηκε με φυσικούς αριθμούς που δόθηκαν σε καρτέλες. Μερικά από τα προβλήματα που έφτιαξαν οι μαθητές παρουσιάστηκαν στην τάξη και συζητήθηκαν οι διαφορές των τριών τύπων και η διαδικασία επίλυσης κάθε τύπου. Μερικά από τα προβλήματα που έφτιαξαν οι μαθητές παρουσιάστηκαν στην τάξη και περιγράφηκαν οι διαδικασίες λύσης τους με αναφορά στο Διάγραμμα 17. Κατά τη διάρκεια της παρουσίασης των διαδικασιών επίλυσης των προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων τονίζονταν οι διαφορές, όπως επίσης και οι ομοιότητες με τις διαδικασίες επίλυσης των προβλημάτων γενίκευσης, διάκρισης και αναγνώρισης σχέσεων.

Δραστηριότητα 4. Για να εξασκηθούν οι μαθητές στην επίλυση προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων κλήθηκαν να επιλύσουν τρία επιπλέον προβλήματα που τους δόθηκαν σε φυλλάδια (Παράρτημα 6, φύλλο εργασίας με τίτλο «Παντού μυστικοί κώδικες- Σταθμός 1»).



Διάγραμμα 17. Λογικό διάγραμμα εφαρμογής των «από κάτω προς τα πάνω διαδικασιών» στα προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού.

Διδασκαλία 7

Η διδασκαλία αυτή αποσκοπούσε στην εξάσκηση των μαθητών στην επίλυση προβλημάτων γενίκευσης, αναγνώρισης σχέσεων και διαφοροποίησης σχέσεων και στην εφαρμογή των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών στην επίλυση προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης. Συγκεκριμένα, η διδασκαλία είχε τους παρακάτω στόχους: (α) εξάσκηση των μαθητών στην επίλυση προβλημάτων γενίκευσης, αναγνώρισης σχέσεων και διαφοροποίησης σχέσεων με εφαρμογή των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών, (β) αναγνώριση των δύο ιδιοτήτων που περιλαμβάνουν τα προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης, δηλαδή παρατήρηση και σύγκριση των στοιχείων κάθε κελιού του πίνακα με τον οποίο αναπαριστώνται τα προβλήματα αυτά για τον εντοπισμό της παρουσίας ή της απουσίας καθεμιάς από τις δύο ιδιότητες, (γ) επίλυση των προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης και (ε) έλεγχος της εγκυρότητας της λύσης των προβλημάτων. Για την επίτευξη των στόχων αυτών εφαρμόστηκαν οι πιο κάτω δραστηριότητες.

Δραστηριότητα 1. Δόθηκε σε κάθε μαθητή ένα χαρτόνι χωρισμένο σε τέσσερα μέρη ώστε να φαίνεται σχηματισμένος ένας πίνακας 2×2 και αριθμοί σε καρτέλες. Ζητήθηκε από αυτούς να τοποθετήσουν τους αριθμούς 10, 20, 40, 60, 100 στο κελί που βρίσκεται στην πρώτη στήλη της πρώτης σειράς, τους αριθμούς 25, 15, 45 και 75 στο κελί που βρίσκεται στη δεύτερη στήλη της πρώτης σειράς, τους αριθμούς 4, 12, 42, και 64 στο κελί που βρίσκεται στην πρώτη στήλη της δεύτερης σειράς και τους αριθμούς 3, 7, 9, 13 και 39 στο κελί που βρίσκεται στη δεύτερη στήλη της δεύτερης σειράς (Παράρτημα 6, φύλλα εργασίας με τίτλο «Ειδικές ομάδες-Σταθμός 1»). Οι μαθητές κλήθηκαν να παρατηρήσουν τους αριθμούς που βρίσκονται στο καθένα από τα τέσσερα κελιά και να περιγράψουν την κάθε ομάδα αριθμών. Αφού

ανακοινώθηκαν στην τάξη διάφορες περιγραφές των τεσσάρων ομάδων των αριθμών (πρόβλημα γενίκευσης- εύρεση κοινών ιδιοτήτων), ζητήθηκε από τους μαθητές να προβούν σε νέα περιγραφή έχοντας ως περιορισμό τη συνθήκη ότι μπορούν να χρησιμοποιήσουν μόνο δύο ιδιότητες για να περιγράψουν και τις τέσσερις ομάδες. Μετά από κατάλληλη βοήθεια που προσφέρθηκε ατομικά στα παιδιά, αναγνώρισαν τις δύο ιδιότητες και διέκριναν την απουσία ή την παρουσία της καθεμιάς στις τέσσερις ομάδες αριθμών. Ακολούθως, το πρόβλημα αυτό παρουσιάστηκε στην τάξη με τα κατάλληλα εποπτικά υλικά και τονίστηκε η δομή των προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης. Δόθηκε ιδιαίτερη έμφαση στην ερμηνεία του τρόπου παρουσίασης των προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης με αναφορά στην ύπαρξη δύο ιδιοτήτων στα στοιχεία του κελιού της πρώτης στήλης της πρώτης σειράς (άρτιοι αριθμοί πολλαπλάσιοι του πέντε), της απουσίας των δύο ιδιοτήτων στα στοιχεία του κελιού της δεύτερης στήλης της δεύτερης σειράς (περιττοί αριθμοί και όχι πολλαπλάσιοι του πέντε), όπως επίσης και στην παρουσία της μίας από τις δύο ιδιότητες στα στοιχεία των κελιών της δεύτερης στήλης της πρώτης σειράς (περιττοί αριθμοί, πολλαπλάσιοι του πέντε) και της πρώτης στήλης της δεύτερης σειράς (άρτιοι αριθμοί και όχι πολλαπλάσιοι του πέντε). Οι μαθητές διέκριναν επίσης, ότι κατακόρυφα στην πρώτη στήλη ισχύει η ίδια ιδιότητα στα στοιχεία των δύο κελιών (άρτιοι αριθμοί), ενώ η ιδιότητα αυτή δεν ισχύει στα στοιχεία που βρίσκονται στα κελιά της δεύτερης στήλης (περιττοί αριθμοί), όπως επίσης η δεύτερη ιδιότητα ισχύει σε όλα τα στοιχεία της πρώτης σειράς (αριθμοί πολλαπλάσιοι του πέντε), ενώ απουσιάζει από όλα τα στοιχεία της δεύτερης σειράς (αριθμοί όχι πολλαπλάσιοι του πέντε). Μετά από το στάδιο ερμηνείας του προβλήματος ζητήθηκε από τους μαθητές να προσθέσουν έναν αριθμό σε κάθε κελί, ο οποίος να ταιριάζει με τα υπόλοιπα στοιχεία του κελιού (πρόβλημα γενίκευσης-

επέκταση τάξης). Συζητήθηκαν οι διάφορες επεκτάσεις που έκαναν οι μαθητές στις τέσσερις ομάδες αριθμών και ελέγχθηκε η εγκυρότητά τους με διαδικασίες σύγκρισης και ελέγχου. Ουσιαστικά, στο στάδιο αυτό έγινε προσπάθεια να δουν οι μαθητές την αναλογία που υπάρχει ανάμεσα στα προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης και στα προβλήματα γενίκευσης ή στα προβλήματα διάκρισης, ώστε να εφαρμόζουν στα προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης ανάλογες διαδικασίες επίλυσης.

Δραστηριότητα 2. Ακολούθως, δόθηκε στους μαθητές φυλλάδιο με το λογικό διάγραμμα των «από κάτω προς τα πάνω διαδικασιών» (Διάγραμμα 17) και ζητήθηκε από αυτούς να τοποθετήσουν τον αριθμό 237 στο κατάλληλο κελί του πίνακα του προβλήματος διασταυρούμενης ταξινόμησης εφαρμόζοντας τα βήματα του λογικού διαγράμματος. Ο κάθε μαθητής κλήθηκε στη συνέχεια να συζητήσει με το διπλανό του για το κελί που έπρεπε να τοποθετηθεί ο αριθμός 237 περιγράφοντας του ταυτόχρονα τα βήματα που ακολούθησε με αναφορά στο λογικό διάγραμμα (Διάγραμμα 17), για να τον πείσει για την εγκυρότητα της λύσης του προβλήματος. Η δραστηριότητα αυτή ολοκληρώθηκε με την παρουσίαση της διαδικασίας επίλυσης του προβλήματος στην τάξη, τονίζοντας τις ομοιότητες και τις διαφορές ανάμεσα στις ιδιότητες των αριθμών κάθε κελιού του πίνακα διασταυρούμενης ταξινόμησης.

Δραστηριότητα 3. Ο κάθε μαθητής κλήθηκε να φτιάξει ένα δικό του πρόβλημα διασταυρούμενης ταξινόμησης με διάφορους αριθμούς που είχε στη διάθεσή του στο χαρτόνι που είχε χρησιμοποιήσει στην προηγούμενη δραστηριότητα (Παράρτημα 6, φύλλα εργασίας με τίτλο «Ειδικές ομάδες-Σταθμός 2»). Στη συνέχεια ζητήθηκε από το κάθε παιδί να παρατηρήσει το πρόβλημα που έφτιαξε ο διπλάνος του και να τοποθετήσει έναν από τους αριθμούς που είχε στη διάθεσή του στο κατάλληλο κελί στο χαρτόνι του διπλανού του. Επιπλέον, το κάθε παιδί έπρεπε να

εξηγήσει στο διπλανό του, ο οποίος έφτιαξε το πρόβλημα, τη διαδικασία που ακολούθησε για να τοποθετήσει το νέο αριθμό στην κατάλληλη θέση. Ουσιαστικά, οι μαθητές ενθαρρύνονταν να ερμηνεύουν το πρόβλημα διασταυρούμενης ταξινόμησης του διπλανού τους. Ακολούθως παρουσιάστηκαν στην ολομέλεια της τάξης μερικά από τα προβλήματα που έφτιαζαν τα παιδιά και ελέγχθηκε η εγκυρότητά τους.

Δραστηριότητα 4. Οι μαθητές ακολουθώντας τη διαδικασία των προηγούμενων δραστηριοτήτων κλήθηκαν αρχικά να τοποθετήσουν στο χαρτόνι τους επίπεδα σχήματα που τους δόθηκαν για να φτιάξουν ένα πρόβλημα διασταυρούμενης ταξινόμησης (Παράρτημα 6, φύλλα εργασίας με τίτλο «Ειδικές ομάδες-Σταθμός 3»). Συγκεκριμένα, ζητήθηκε από τους μαθητές να τοποθετήσουν στο πρώτο κελί της πρώτης στήλης ορθογώνια και τετράγωνα, στο δεύτερο κελί της πρώτης στήλης πλάγια παραλληλόγραμμα και τραπέζια, στο πρώτο κελί της δεύτερης στήλης ορθογώνια τρίγωνα και σχήματα όχι τετράπλευρα με μια τουλάχιστον ορθή γωνία και στο δεύτερο κελί της δεύτερης στήλης κανονικά εξάγωνα πεντάγωνα, ισόπλευρα και σκαληνά τρίγωνα. Αφού παρατήρησαν προσεκτικά τα σχήματα κάθε κελιού, ζητήθηκε από τον κάθε μαθητή να περιγράψει στο διπλανό του τις κοινές ιδιότητες των σχημάτων σε κάθε κελί, όπως επίσης και τις κοινές ιδιότητες των σχημάτων κάθε σειράς ή κάθε στήλης του πίνακα. Οι μαθητές αφού εντόπισαν τις δύο ιδιότητες που περιλαμβάνονταν στο πρόβλημα αυτό, προσπάθησαν να τοποθετήσουν ένα πεντάγωνο που είχε μία ορθή γωνία στο κατάλληλο κελί του πίνακα. Ακολούθως παρουσιάστηκε στην ολομέλεια της τάξης το πρόβλημα αυτό και συζητήθηκε η διαδικασία επίλυσής του, χρησιμοποιώντας ταυτόχρονα τα βήματα του λογικού διαγράμματος (Διάγραμμα 17).

Δραστηριότητα 5. Δόθηκαν σε κάθε μαθητή ένα πρόβλημα γενίκευσης, δύο προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων, δύο προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων και δύο προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης και ζητήθηκε από αυτούς να τα ταξινομήσουν με κριτήριο την εννοιολογική τους δομή (ομάδα ή σειρά) (Παράρτημα 5, ΓΕ-12, ΑΣ-14, ΑΣ-7α, ΔΣ-2στ, ΔΣ-3, ΔΤ-1α, ΔΤ-2β). Στη συνέχεια κλήθηκαν να διαχωρίσουν τα προβλήματα ομάδας και τα προβλήματα σειράς στις επιμέρους κατηγορίες με αναφορά στη διαδικαστική τους δομή (ομοιότητα ή/και διαφορά ιδιοτήτων, ομοιότητα ή/και διαφορά σχέσεων) και να λύσουν τα προβλήματα αυτά με τη χρήση του λογικού διαγράμματος των «από κάτω προς τα πάνω διαδικασιών» (Διάγραμμα 17). Οι μαθητές είχαν ικανοποιητικό χρόνο στη διάθεσή τους για να επιλύσουν όλα τα προβλήματα και τους παρασχέθηκε ατομική βοήθεια όπου παρέστη αναγκαίο. Πριν παρουσιαστούν οι διαδικασίες λύσης των προβλημάτων στην τάξη οι μαθητές είχαν την ευκαιρία να συζητήσουν με το διπλανό τους τα αποτελέσματά τους. Η διδασκαλία αυτή ολοκληρώθηκε με την παρουσίαση της εργασίας των μαθητών στην ολομέλεια της τάξης, ενώ στη συζήτηση που ακολούθησε δόθηκε έμφαση στη διαφοροποίηση της διαδικασίας επίλυσης των προβλημάτων μεταξύ των τεσσάρων τύπων προβλημάτων, όπως επίσης και στη διαφοροποίηση των βημάτων της διαδικασίας επίλυσης εντός των προβλημάτων της ίδιας εννοιολογικής δομής.

Διδασκαλία 8

Η διδασκαλία αυτή αποσκοπούσε στην εξάσκηση των μαθητών στην επίλυση προβλημάτων γενίκευσης, διάκρισης, διασταυρούμενης ταξινόμησης και διαφοροποίησης σχέσεων. Συγκεκριμένα, η διδασκαλία αυτή στόχευε: (α) στη διάκριση της διαδικαστικής δομής των προβλημάτων γενίκευσης, διάκρισης,

διασταυρούμενης ταξινόμησης και διαφοροποίησης σχέσεων, και (β) στην εφαρμογή των «από κάτω προς τα πάνω διαδικασιών» στην επίλυση των προβλημάτων των πιο πάνω τύπων. Για την επίτευξη των στόχων εφαρμόστηκαν οι ακόλουθες δραστηριότητες.

Δραστηριότητα 1. Σε κάθε ζευγάρι μαθητών δόθηκε ένας εννοιολογικός χάρτης ταξινόμησης προβλημάτων με αναφορά στη διαδικαστική τους δομή (Διάγραμμα 13), ένα λογικό διάγραμμα των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών (Διάγραμμα 17) και καρτέλες με επτά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού. Στα προβλήματα περιλαμβάνονταν ένα πρόβλημα γενίκευσης, δύο προβλήματα διάκρισης, δύο προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης και δύο προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων (Παράρτημα 5, ΓΕ-6, ΔΙ-10, ΔΙ-11, ΔΤ-1β, ΔΤ-2α, ΔΣ-5α, ΔΣ-5β). Αρχικά ζητήθηκε από τους μαθητές να συζητήσουν με το διπλανό τους για το είδος των προβλημάτων και στη συνέχεια να τα ταξινομήσουν στον εννοιολογικό χάρτη (Διάγραμμα 13). Στους μαθητές τέθηκε ως προϋπόθεση ότι θα έπρεπε να μπορούν να αιτιολογήσουν την ταξινόμηση που θα έκαναν με αναφορά στην δομή των προβλημάτων και στις στρατηγικές που απαιτούνται για τη λύση τους. Αφού ολοκληρώθηκαν οι ταξινομήσεις, παρουσιάστηκαν στην τάξη και αναφέρθηκαν τα κριτήρια ταξινόμησης. Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στις έννοιες «ιδιότητες», «σχέσεις», «ομάδα», «σειρά», «ομοιότητα ή/και διαφορά ιδιοτήτων» και «ομοιότητα ή/και διαφορά σχέσεων».

Δραστηριότητα 2. Στο στάδιο αυτό της διδασκαλίας ζητήθηκε από τους μαθητές να επιλύσουν ατομικά το καθένα από τα προβλήματα που δόθηκαν στην πρώτη δραστηριότητα και να ελέγξουν την εγκυρότητα της λύσης του κάθε προβλήματος με τα βήματα που περιγράφονται στο λογικό διάγραμμα (Διάγραμμα

17). Ακολούθως παρουσιάστηκε στην τάξη η λύση και η διαδικασία επίλυσης του κάθε προβλήματος.

Δραστηριότητα 3. Στη συνέχεια δόθηκαν στους μαθητές σε φυλλάδιο συνθετότερα προβλήματα των τεσσάρων πιο πάνω κατηγοριών για να τα επιλύσουν ατομικά και να συζητήσουν με το διπλανό τους τα αποτελέσματα της εργασίας τους. Με τη δραστηριότητα αυτή αναμενόταν η εξοικείωση των μαθητών με δυσκολότερου βαθμού προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού και η ανάπτυξη της ικανότητας μεταφοράς των διαδικασιών επίλυσης των προβλημάτων που αναφέρθηκαν προηγουμένως στα συνθετότερα προβλήματα. Αφού παρουσιάστηκαν στην ολομέλεια της τάξης οι λύσεις και οι διαδικασίες που ακολουθήθηκαν για τη λύση των προβλημάτων, ζητήθηκε από αυτούς να ταξινομήσουν τα προβλήματα στον εννοιολογικό χάρτη που είχαν στη διάθεσή τους (Διάγραμμα 13). τέλος, συζητήθηκαν οι ομοιότητες και οι διαφορές των νέων προβλημάτων με τα προηγούμενα που υπήρχαν στην ταξινόμια (δραστηριότητα 1) με αναφορά στις έννοιες «ιδιότητες», «σχέσεις», «ομάδα», «σειρά», «ομοιότητα ή/και διαφορά ιδιοτήτων» και «ομοιότητα ή/και διαφορά σχέσεων».

Διδασκαλία 9

Η διδασκαλία αυτή αποσκοπούσε στην εξάσκηση των μαθητών στην επίλυση προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης, αναγνώρισης σχέσεων και διαφοροποίησης σχέσεων και στην εφαρμογή των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών στην επίλυση προβλημάτων οικοδόμησης συστήματος. Συγκεκριμένα, η διδασκαλία στόχευε: (α) στην εξάσκηση των μαθητών στην επίλυση προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης, αναγνώρισης σχέσεων και διαφοροποίησης σχέσεων με εφαρμογή των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών, (β) στην παρατήρηση και

σύγκριση των διαδοχικών στοιχείων κάθε σειράς και κάθε στήλης του πίνακα αναπαράστασης των προβλημάτων οικοδόμησης συστήματος για την αναγνώριση των δύο σχέσεων που υπάρχουν στα προβλήματα αυτά, (γ) στην επίλυση των προβλημάτων οικοδόμησης συστήματος, και (δ) στον έλεγχο της εγκυρότητας της λύσης των προβλημάτων. Για την επίτευξη των στόχων εφαρμόστηκαν οι παρακάτω δραστηριότητες.

Δραστηριότητα 1. Αρχικά δόθηκαν στους μαθητές τέσσερα προβλήματα γραμμένα σε φυλλάδιο (ένα πρόβλημα διασταυρούμενης ταξινόμησης, ένα πρόβλημα αναγνώρισης σχέσεων, δύο προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων) και ζητήθηκε να τα ταξινομήσουν στον εννοιολογικό χάρτη (Διάγραμμα 13). Η ταξινόμηση παρουσιάστηκε στην τάξη σε αντίστοιχο εννοιολογικό διάγραμμα που κατασκευάστηκε στον πίνακα και συζητήθηκαν οι ομοιότητες και οι διαφορές των προβλημάτων αυτών. Ακολούθως παρουσιάστηκε στους μαθητές ένα απλό πρόβλημα οικοδόμησης συστήματος με επίπεδα σχήματα και ζητήθηκε από αυτούς να περιγράψουν τη δομή του και να βρουν ομοιότητες και διαφορές με τους άλλους τύπους προβλημάτων που γνώριζαν. Η σχέση που εμφανιζόταν στον πίνακα αναπαράστασης του προβλήματος αναφερόταν στο πλήθος των πλευρών των επίπεδων σχημάτων. Ο ρυθμός μεταβολής στα κελιά των σειρών ήταν το σχήμα που έχει μία πλευρά περισσότερη από το προηγούμενο, ενώ στα κελιά των στηλών ήταν το σχήμα που έχει μία πλευρά λιγότερη από το προηγούμενο. Το σχήμα που τοποθετήθηκε στο πρώτο κελί της πρώτης γραμμής ήταν ένα κανονικό πεντάγωνο. Οι μαθητές λόγω του τρόπου αναπαράστασης του προβλήματος (Πίνακας διπλής εισόδου) θεώρησαν αρχικά ότι πρόκειται για ένα πρόβλημα διασταυρούμενης ταξινόμησης, όπου το κάθε κελί του πίνακα περιλάμβανε μόνο ένα στοιχείο. Μετά από πιο προσεκτική μελέτη παρατήρησαν ότι στο πρόβλημα αυτό δεν υπάρχουν

ομάδες από αντικείμενα με κοινή ιδιότητα σε κάθε κελί και τα αντικείμενα των στηλών ή/και των σειρών δεν διαφέρουν ως προς κάποια ιδιότητα αλλά ως προς κάποιο μέγεθος το οποίο μεταβάλλεται σταθερά μεταξύ των κελιών εντός κάθε σειράς ή εντός κάθε στήλης του πίνακα. Μετά από την παρατήρηση αυτή, οι μαθητές διέκριναν τις ακολουθίες των αντικειμένων που παρουσιάζονταν στις σειρές του πίνακα αναπαράστασης του προβλήματος και αναφέρθηκαν στις ομοιότητες του προβλήματος οικοδόμησης συστήματος με τα προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων. Συγκεκριμένα, περιέγραψαν το πρόβλημα οικοδόμησης συστήματος ως ένα πρόβλημα αναγνώρισης σχέσεων που περιλαμβάνει πολλά μοτίβα. Καλώντας τα παιδιά να βρουν τη λύση στο πρόβλημα αυτό, με ευκολία συμπλήρωσαν το κενό κελί του πίνακα με το κατάλληλο στοιχείο, χωρίς ωστόσο να παρατηρήσουν τις ακολουθίες που αναπτύσσονταν στις στήλες του πίνακα. Για το λόγο αυτό, ζητήθηκε από τα παιδιά να ελέγξουν την εγκυρότητα της λύσης που ανέφεραν παρατηρώντας το ρυθμό αλλαγής των αντικειμένων στις στήλες του πίνακα. Η διαδικασία ελέγχου βοήθησε τα παιδιά να διακρίνουν τα δύο είδη ακολουθιών που περιλαμβάνονταν στο πρόβλημα οικοδόμησης συστήματος.

Δραστηριότητα 2. Στη φάση αυτή εφαρμόστηκε η διαδικασία που ακολουθήθηκε στην πρώτη δραστηριότητα με τη διαφορά ότι χρησιμοποιήθηκε ποικιλία υλικών για κατασκευή προβλημάτων οικοδόμησης συστήματος, όπως επίσης και διαφορετικού βαθμού δυσκολίες ακολουθίες. Επιπλέον, μερικά από τα προβλήματα φτιάχτηκαν από τα ίδια τα παιδιά σε ειδικά διαμορφωμένο χαρτόνι (χωρισμένο σε τρεις σειρές και τρεις στήλες) με οδηγίες της ερευνήτριας (Παράρτημα 6, φύλλα εργασίας με τίτλο «Στην πόλη με τους διπλούς κανόνες- Σταθμός 1»). Στα προβλήματα της δραστηριότητας αυτής χρησιμοποιήθηκαν αριθμοί, σχήματα ιδιοτήτων και σχήματα μοτίβου. Όλα τα προβλήματα, αφού

λύθηκαν από τα παιδιά, παρουσιάστηκαν στην ολομέλεια της τάξης και συζητήθηκε η διαδικασία επίλυσής τους.

Δραστηριότητα 3. Ακολούθως, ζητήθηκε από τα παιδιά να φτιάξουν ένα δικό τους πρόβλημα οικοδόμησης συστήματος χρησιμοποιώντας σχήματα ή αριθμούς, τοποθετώντας τα στο ειδικό χαρτόνι (Παράρτημα 6, φύλλα εργασίας με τίτλο «Στην πόλη με τους διπλούς κανόνες-Σταθμός 1»). Βασική προϋπόθεση ήταν να συμπληρώσουν όλα τα κελιά του πίνακα 3Χ3, εκτός από ένα, το οποίο μπορούσε να ήταν οποιοδήποτε από τα εννιά κελιά. Μερικά από τα προβλήματα παρουσιάστηκαν στην τάξη και τα παιδιά που παρακολουθούσαν προσπάθησαν να συμπληρώσουν το άδειο κελί στο πρόβλημα που παρουσιαζόταν κάθε φορά. Στο καθένα από τα προβλήματα περιγράφονταν οι δύο ακολουθίες, ώστε να γίνεται αναγνώριση του ρυθμού μεταβολής των αντικειμένων στις σειρές και στις στήλες του πίνακα αναπαράστασης του προβλήματος.

Δραστηριότητα 4. Τέλος, ζητήθηκε από τους μαθητές να επιλύσουν τα τέσσερα προβλήματα που τους δόθηκαν στην αρχή (διασταυρούμενης ταξινόμησης, αναγνώρισης σχέσεων και διαφοροποίησης σχέσεων) χρησιμοποιώντας το λογικό διάγραμμα των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών (Διάγραμμα 17). Τα προβλήματα αυτά είχαν μεγαλύτερο βαθμό δυσκολίας από τα αντίστοιχα που δόθηκαν σε προηγούμενες διδασκαλίες για σκοπούς ανάπτυξης της ικανότητας μεταφοράς των διαδικασιών επίλυσης σε συνθετότερα προβλήματα.

Διδασκαλίες 10-12

Βασική επιδίωξη των διδασκαλιών αυτών ήταν η ανάπτυξη της γνώσης στρατηγικής. Για το λόγο αυτό δόθηκε ιδιαίτερη έμφαση στην εξάσκηση των μαθητών στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού

πολλαπλού βαθμού πολυπλοκότητας, με σκοπό την εξοικείωση των παιδιών με συνθετότερα μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού και την εξυπηρέτηση της διαδικασίας της ανάπτυξης της ικανότητας της μεταφοράς της γνώσης. Τα προβλήματα που δόθηκαν στους μαθητές ήταν κυρίως προβλήματα αναζήτησης του γενικού τύπου μιας συνάρτησης (Παράρτημα 5: ΑΣ-16, ΑΣ-17, ΑΣ-18, Παράρτημα 6: φύλλα εργασίας με τίτλο «Κλωνάρια και φύλλα», «Ανακάλυψη... τώρα», «Ανεβοκατεβαίνοντας σκαλοπάτια»), όπως επίσης και προβλήματα γενίκευσης, διασταυρούμενης ταξινόμησης, διαφοροποίησης σχέσεων και οικοδόμησης συστήματος (Παράρτημα 5: ΔΤ-1γ, ΔΤ-1δ, ΔΣ-2δ, ΔΣ-2ε, ΔΣ-4, ΟΣ-1α, ΟΣ-1β, ΟΣ-1γ, ΟΣ-1δ, ΟΣ-2α, ΟΣ-2β, ΟΣ-3γ, Παράρτημα 6: φύλλα εργασίας με τίτλο «Πίσω στην πόλη με τα όμοια», «Ειδικές ομάδες», «Αλυσίδες... παγίδες», «Συμπληρώνουμε τα κελιά του πίνακα»).

Τα προβλήματα αναζήτησης του γενικού τύπου μιας συνάρτησης απαιτούσαν συστηματοποίηση των δεδομένων σε πίνακα, ανακάλυψη των ακολουθιών που δημιουργούνται από τα δεδομένα, καθώς επίσης και εύρεση κάποιου όρου της ακολουθίας. Επιπλέον, απαιτούσαν τη λεκτική περιγραφή της σχέσης των όρων κάθε ακολουθίας και τον καθορισμό του τύπου του νιοστού όρου.

Κατά τη διάρκεια των τριών αυτών διδασκαλιών οι μαθητές εργάστηκαν ατομικά με την προϋπόθεση ότι θα έπρεπε να επιλύσουν όλα τα προβλήματα και να είναι ικανοί στο τέλος κάθε μαθήματος να περιγράφουν τα βήματα της διαδικασίας επίλυσης των προβλημάτων. Οι λύσεις των προβλημάτων και οι διαδικασίες τους σε συνδυασμό με τη δομή τους παρουσιάστηκαν στην τάξη και συζητήθηκαν. Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στην ανάλυση της δομής κάθε προβλήματος, στη μετάφρασή του σε διάφορους κώδικες αναπαράστασης και στην επέκταση κάθε προβλήματος. Εφαρμόστηκε έντονα η διερευνητική προσέγγιση, κυρίως στα προβλήματα

αναζήτησης του γενικού τύπου μιας συνάρτησης και δόθηκε έμφαση στη διαδικασία της γενίκευσης. Το στάδιο αυτό αποτέλεσε την ολοκλήρωση του παρεμβατικού προγράμματος ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά .

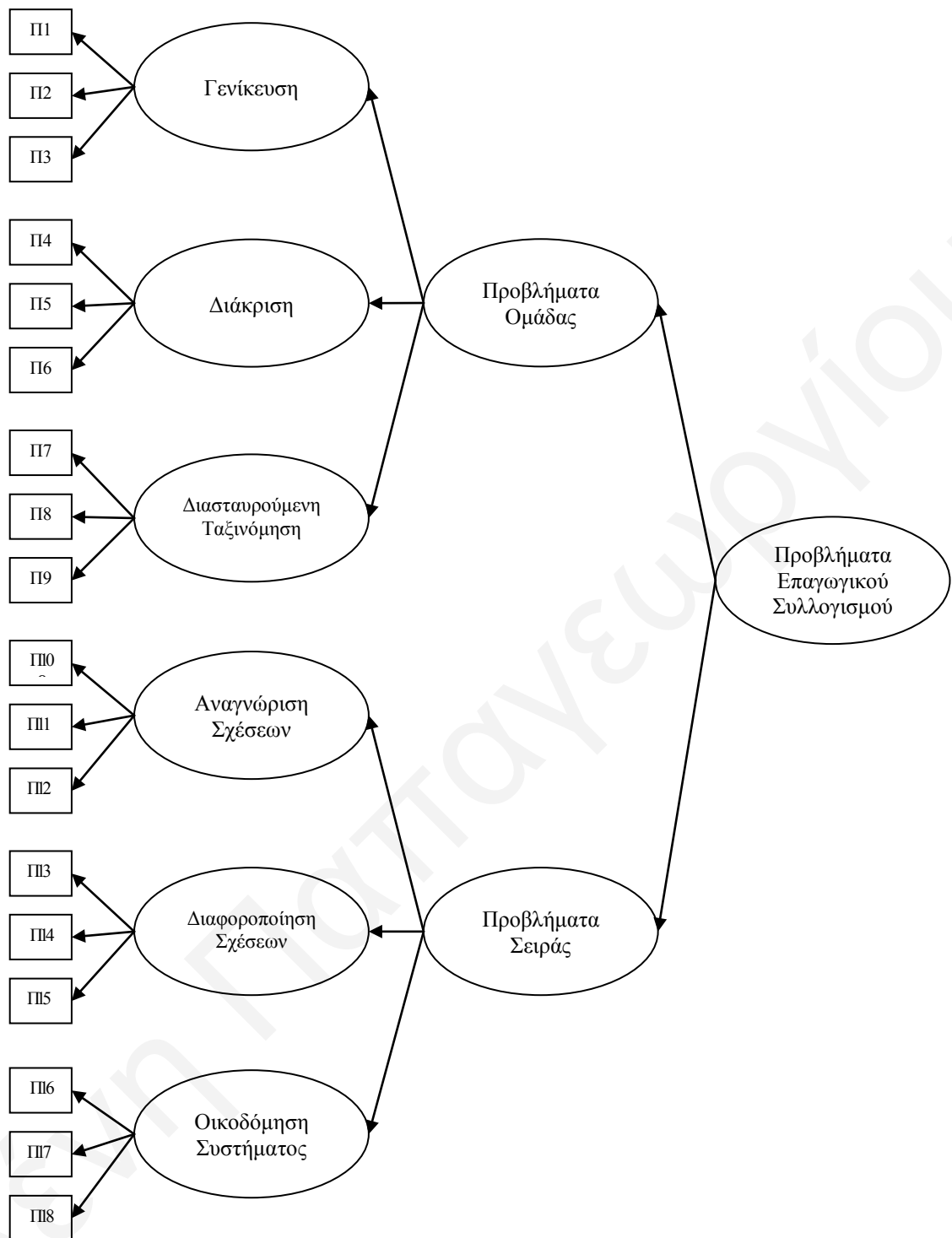
Υποθέσεις της Έρευνας

Με βάση τα ερωτήματα και το σκοπό της παρούσας εργασίας έχουν τεθεί οι πιο κάτω υποθέσεις, για την εξαγωγή συμπερασμάτων και την ανάλυση των δεδομένων.

Υπόθεση 1

Η θεωρία που υποστηρίζει το προτεινόμενο μοντέλο επαγωγικού συλλογισμού (Klauer, 1999) μπορεί να επαληθευτεί από εμπειρικά δεδομένα. Για την επαλήθευση της θεωρίας προτείνονται δύο αρχικά μοντέλα, όπως σχηματικά αναπαριστώνται στο Διάγραμμα 18 και στο Διάγραμμα 19. Το Διάγραμμα 18 παρουσιάζει το μοντέλο επαγωγικού συλλογισμού I, που σχετίζεται με τους τύπους επαγωγικών προβλημάτων, ενώ το Διάγραμμα 19 παρουσιάζει το μοντέλο επαγωγικού συλλογισμού II που αναφέρεται στα είδη των γνωστικών λειτουργιών που απαιτούνται για τη λύση των επαγωγικών προβλημάτων.

Στο Διάγραμμα 18 περιγράφεται η δομή του μοντέλου του επαγωγικού συλλογισμού στο οποίο οι παράγοντες πρώτης τάξης «γενίκευση», «διάκριση» και «διασταυρούμενη ταξινόμηση» φορτίζουν σε ένα δεύτερης τάξης παράγοντα που αποτελεί τα προβλήματα ομάδας. Η «αναγνώριση σχέσεων», η «διαφοροποίηση σχέσεων» και η «οικοδόμηση συστήματος» αποτελούν τα προβλήματα σειράς



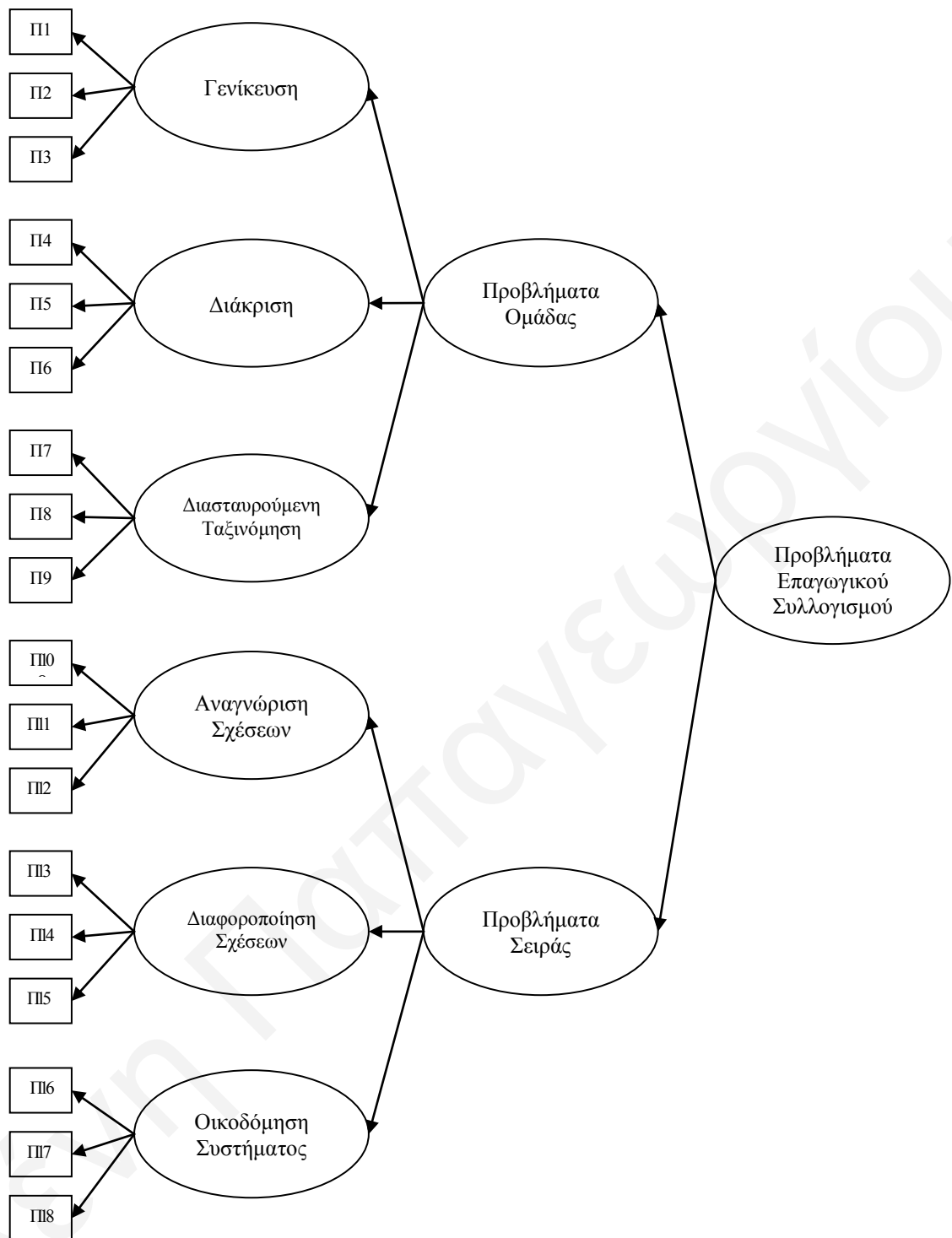
Σημείωση: Π1-Π18 = μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού

Διάγραμμα 18. Μοντέλο επαγωγικού συλλογισμού I- Τύποι προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά.

(δεύτερης τάξης παράγοντας). Η συνδυακόμενη των παραγόντων «προβλήματα ομάδας» και «προβλήματα σειράς» αποτελούν τα «προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού», που εμφανίζεται ως παράγοντας τρίτης τάξης.

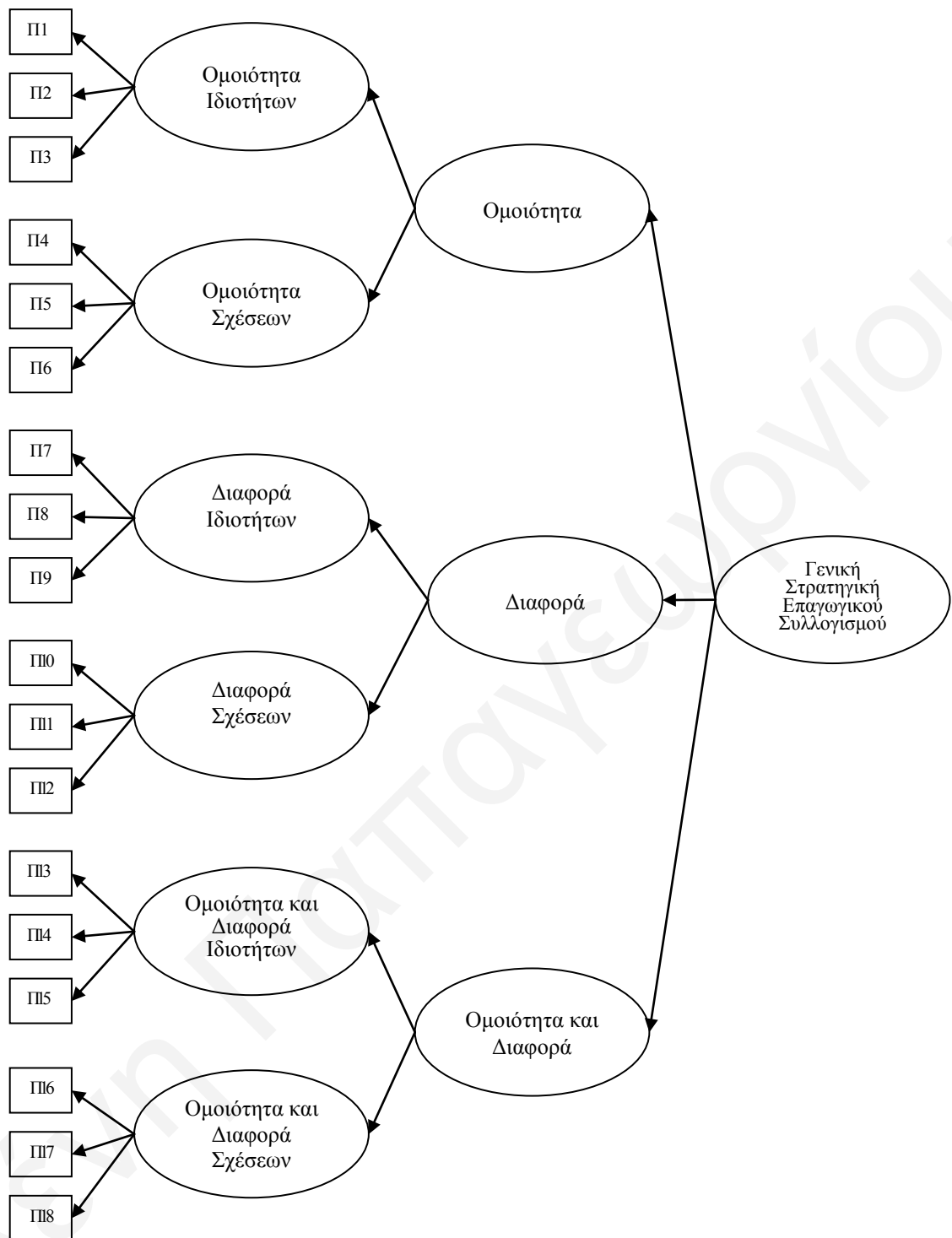
Στο Διάγραμμα 19, το οποίο παρουσιάζει τη δεύτερη διάσταση της θεωρίας του Klauer (1999) σχετικά με το είδος των γνωστικών λειτουργιών που είναι απαραίτητες στην επίλυση επαγωγικών προβλημάτων, οι λειτουργίες εμφανίζονται ως παράγοντες δεύτερης τάξης και προκύπτουν από τη συνδυακόμενη που παρουσιάζονται στα προβλήματα που αποτελούν τους παράγοντες της πρώτης τάξης. Οι παράγοντες πρώτης τάξης περιλαμβάνουν τα προβλήματα που απαιτούν για τη λύση τους ανακάλυψη ομοιότητας στις ιδιότητές τους (γενίκευση), ανακάλυψη ομοιότητας στις σχέσεις τους (αναγνώριση σχέσεων), ανακάλυψη διαφοράς στις ιδιότητές τους (διάκριση), ανακάλυψη διαφοράς στις σχέσεις τους (διαφοροποίηση σχέσεων), ανακάλυψη ομοιότητας και διαφοράς στις ιδιότητές τους (διασταυρούμενη ταξινόμηση) και ανακάλυψη ομοιότητας και διαφοράς στις σχέσεις τους (οικοδόμηση συστήματος). Κατ' επέκταση, φαίνεται ότι οι γνωστικές λειτουργίες που χρησιμοποιούνται στην επίλυση προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού αναφέρονται στην εύρεση ομοιοτήτων, στην εύρεση διαφορών και στο συνδυασμό εύρεσης ομοιοτήτων και διαφορών.

Για την επαλήθευση της υπόθεσης αυτής εφαρμόστηκε η Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων στα δεδομένα που έχουν προκύψει από το δείγμα των μαθητών (Confirmatory Factor Analysis). Η αξιοπιστία των μοντέλων φαίνεται επίσης και από το κατά πόσο τα προτεινόμενα μοντέλα μπορούν να λειτουργήσουν το ίδιο αποτελεσματικά για όλες τις υπό-ομάδες του πληθυσμού. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, εξετάζεται η υπόθεση ότι τα δεδομένα τόσο των αγοριών όσο και των κοριτσιών, καθώς επίσης και τα δεδομένα των μαθητών της πειραματικής ομάδας



Σημείωση: Π1-Π18 = μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού

Διάγραμμα 18. Μοντέλο επαγωγικού συλλογισμού I- Τύποι προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά.



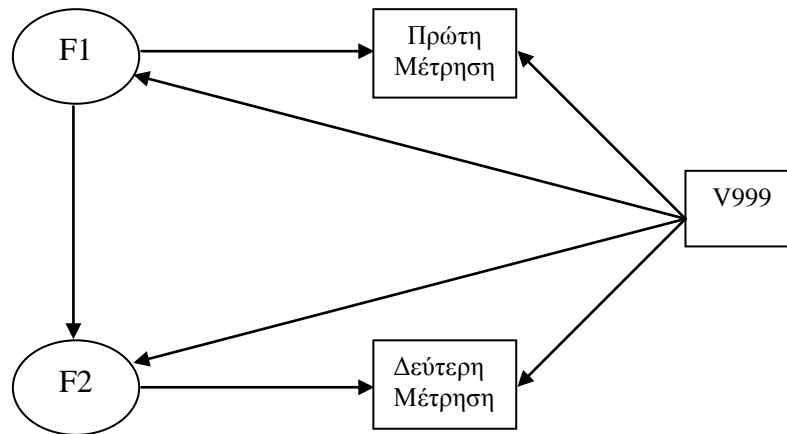
Σημείωση: Π1-Π18=μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού

Διάγραμμα 19. Μοντέλο επαγωγικού συλλογισμού II- Γνωστικές λειτουργίες που απαιτούνται για τη λύση προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά.

και της ομάδα ελέγχου μπορούν να επαληθεύσουν τη δομή του επαγωγικού συλλογισμού.

Υπόθεση 2

Η ικανότητα επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά των μαθητών της πειραματικής ομάδας έχει βελτιωθεί σημαντικά μετά από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος σε σύγκριση με το επίπεδο ανάπτυξης της ικανότητας επαγωγικού συλλογισμού των μαθητών της ομάδας ελέγχου. Για την εξέταση της υπόθεσης αυτής εφαρμόστηκε η Δομική Ανάλυση Μέσων Όρων (Mean Structural Analysis). Το Διάγραμμα 20 παρουσιάζει το γενικό μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε για τον έλεγχο της αποτελεσματικότητας του παρεμβατικού προγράμματος για την καθεμιά από τις έξι κατηγορίες προβλημάτων. Το μοντέλο αυτό αναφέρεται στις δύο ομάδες του δείγματος, δηλαδή στην πειραματική και στην ομάδα ελέγχου. Οι μεταβλητές «πρώτη μέτρηση» και «δεύτερη μέτρηση» αναπαριστούν αντίστοιχα τις επιδόσεις των μαθητών στα προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού πριν και μετά από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος και έχει υποθεθεί ότι η πρώτη μέτρηση και η δεύτερη μέτρηση μπορούν να θεωρηθούν ως οι δείκτες της μεταβλητής που αναφέρεται στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού. Η ικανότητα επίλυσης προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού μετά από την παρέμβαση (F2) αναμένεται να αποτελεί συνάρτηση της ικανότητας επίλυσης των προβλημάτων πριν από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος (F1). Στο δεξιό τμήμα του Διαγράμματος 20 εμφανίζεται η σταθερά V999, η οποία έχει θεωρηθεί ότι επιδρά σε καθένα από τα προβλήματα της πρώτης και της δεύτερης μέτρησης παρουσιάζοντας τις αρχικές τους τιμές (intercept). Η



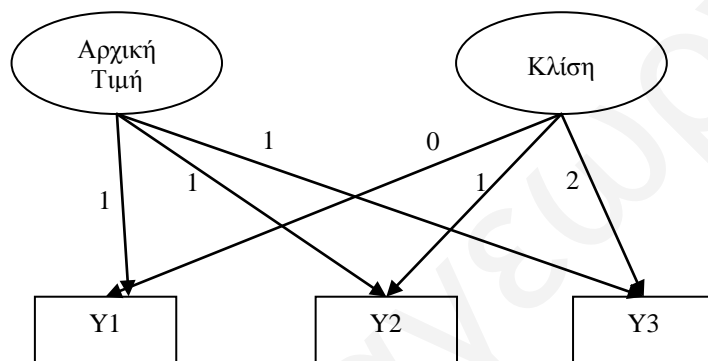
Διάγραμμα 20. Το μοντέλο Δομικών Μέσων Όρων.

V999 επιδρά, επίσης, άμεσα στους παράγοντες F1 και F2, αναπαριστώντας μια αρχική τιμή (intercept) για τους παράγοντες αυτούς. Οι φορτίσεις των παραγόντων, οι συντελεστές παλινδρόμησης των παραγόντων και οι αρχικές τιμές των μεταβλητών που αναφέρονται στην πειραματική ομάδα των μαθητών έχουν τεθεί να είναι ίσες με τις αντίστοιχες τιμές που αναφέρονται στην ομάδα ελέγχου. Οι αρχικές τιμές των παραγόντων έχουν τεθεί να είναι ίσες με μηδέν στην ομάδα ελέγχου, ενώ έχουν αφεθεί ελεύθερες να υπολογιστούν στην πειραματική ομάδα.

Υπόθεση 3

Το μέσο επίπεδο ανάπτυξης και ο μέσος ρυθμός ανάπτυξης του επαγωγικού συλλογισμού αυξάνονται με την πάροδο του χρόνου σε όλες τις ομάδες του δείγματος. Παρόλα αυτά, αναμένεται ότι η ομάδα που έτυχε της παρέμβασης (πειραματική ομάδα) θα έχει μεγαλύτερο ρυθμό ανάπτυξης από την ομάδα ελέγχου. Σημαντική θεωρείται και η μελέτη του ρυθμού ανάπτυξης της γενικής γνωστικής ικανότητας, της μνημονικής ικανότητας και της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών των δύο ομάδων μαθητών. Για την εξέταση της υπόθεσης αυτής,

δηλαδή για τη διερεύνηση του ρυθμού ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, της μνημονικής ικανότητας, της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών και της γενικής γνωστικής ικανότητας των μαθητών της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου χρησιμοποιούνται τα μοντέλα ανάπτυξης (growth analysis). Το γενικό μοντέλο που θα διερευνηθεί παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 21.



Διάγραμμα 21. Το μοντέλο Ανάπτυξης.

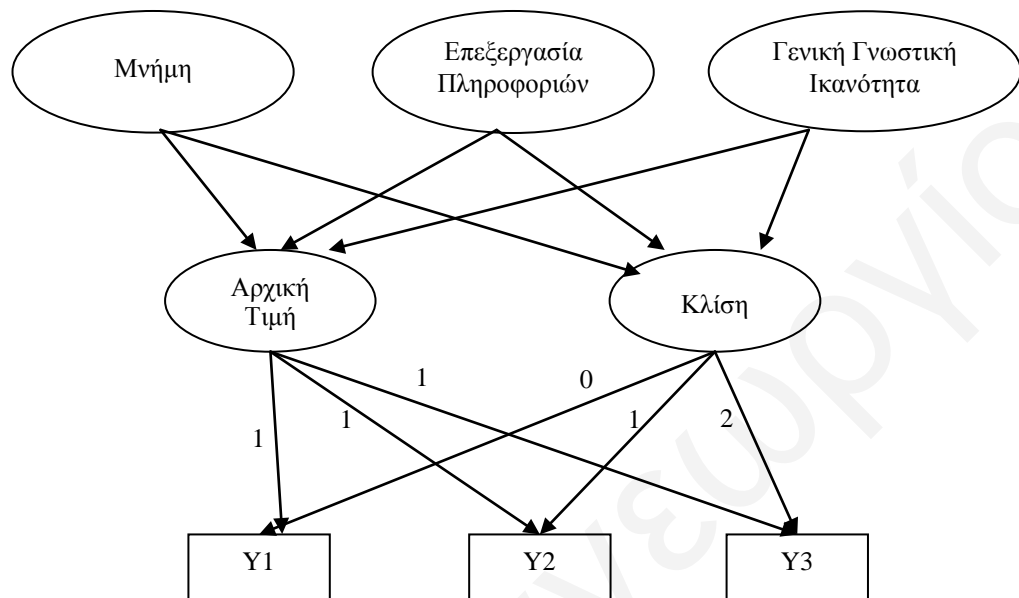
Στο Διάγραμμα 21 φαίνονται οι φορτίσεις της αρχικής τιμής και της κλίσης προς τις μεταβλητές Y_i , $i=1-3$. Οι μεταβλητές Y_i αντιπροσωπεύουν τις τρεις μετρήσεις που διενεργήθηκαν σε τρεις διαφορετικές χρονικές περιόδους για την καθεμιά από τις τέσσερις ικανότητες που εξετάζονται. Οι φορτίσεις της αρχικής τιμής προς τις μετρήσεις Y_i έχουν τιμή ίση με 1, για να εξεταστεί η υπόθεση της μη αλλαγής της αρχικής τιμής. Οι φορτίσεις της κλίσης προς τις τιμές Y_i έχουν τιμές από 0 έως 2, για να εξεταστεί η υπόθεση της γραμμικής μεταβολής του ρυθμού ανάπτυξης της ικανότητας που εξετάζεται κάθε φορά.

Υπόθεση 4

(α) Ιδιαίτερη σημασία παρουσιάζει η μελέτη των διαφορών των δύο ομάδων του δείγματος στην ικανότητά τους στον επαγωγικό συλλογισμό στα Μαθηματικά, ανάλογα με τη γνωστική τους ανάπτυξη, τη μνημονική τους ικανότητα και την ικανότητά τους να επεξεργάζονται πληροφορίες. Για την εξέταση της υπόθεσης αυτής θα διερευνηθεί αρχικά η αλλαγή και ο ρυθμός ανάπτυξης του επαγωγικού συλλογισμού της ομάδας ελέγχου και στη συνέχεια η αλλαγή και ο ρυθμός ανάπτυξης του επαγωγικού συλλογισμού της πειραματικής ομάδας με παράγοντες πρόβλεψης (covariates) και στις δύο περιπτώσεις την αρχική γενική γνωστική ικανότητα, την αρχική μνημονική ικανότητα και την αρχική ικανότητα των μαθητών να επεξεργάζονται πληροφορίες. Με άλλα λόγια, αναμένεται ότι ο ρυθμός ανάπτυξης του επαγωγικού συλλογισμού των μαθητών θα επηρεάζεται από τη γενική γνωστική τους ικανότητα, τη μνημονική ικανότητα και την ικανότητα τους να επεξεργάζονται πληροφορίες, αλλά αναμένεται ότι ο ρυθμός αυτός θα είναι σημαντικός στην περίπτωση των μαθητών της πειραματικής ομάδας. Το γενικό μοντέλο που θα διερευνηθεί για την επίδραση των παραγόντων πρόβλεψης της γενικής γνωστικής ικανότητας, της μνήμης και της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών στην ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 22.

Στο Διάγραμμα 22 φαίνονται οι φορτίσεις της αρχικής τιμής και της κλίσης προς τις μεταβλητές Y_i , $i=1-3$. Οι μεταβλητές Y_i αντιπροσωπεύουν τις μετρήσεις που αναφέρονται στην ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά. Οι φορτίσεις της αρχικής τιμής προς τις μετρήσεις Y_i έχουν τιμή ίση με 1, για να εξεταστεί η υπόθεση της μη αλλαγής της αρχικής τιμής. Οι φορτίσεις της κλίσης

προς τις τιμές Y_i έχουν τιμές από 0 έως 2, για να εξεταστεί η υπόθεση της γραμμικής μεταβολής του ρυθμού ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού.



Διάγραμμα 22. Το μοντέλο ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά με παράγοντες πρόβλεψης τη γενική γνωστική ικανότητα, και τις ικανότητες της μνήμης και της επεξεργασίας πληροφοριών.

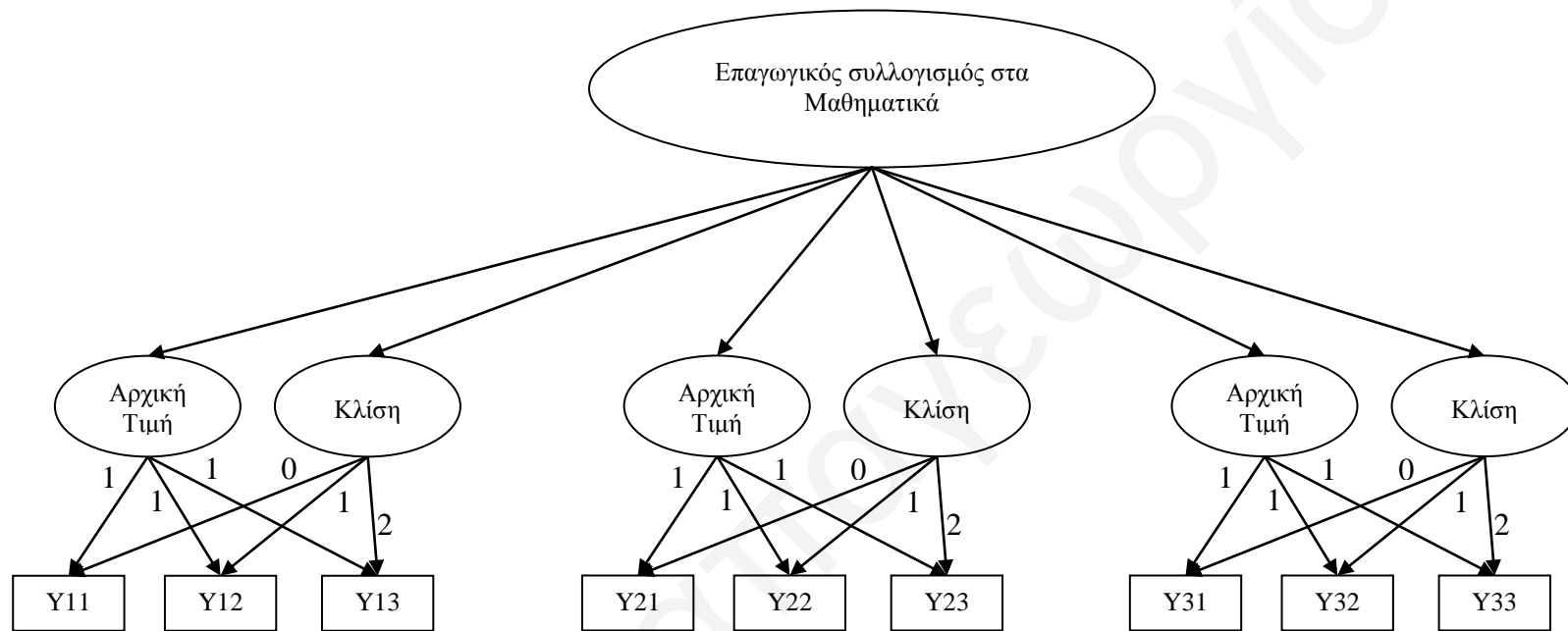
(β) Η ικανότητα επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά συμβάλλει στην ανάπτυξη της μνημονικής ικανότητας και της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών, καθώς και στην ανάπτυξη της γενικής γνωστικής ικανότητας. Για την εξέταση της υπόθεσης αυτής θα διερευνηθεί αρχικά η αλλαγή και ο ρυθμός ανάπτυξης των τριών γενικών ικανοτήτων των παιδιών της ομάδας ελέγχου και στη συνέχεια η αλλαγή και ο ρυθμός ανάπτυξης των τριών γενικών ικανοτήτων των μαθητών της πειραματικής ομάδας με παράγοντα πρόβλεψης την ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά. Συγκεκριμένα, αναμένεται ότι ο ρυθμός

ανάπτυξης της μνημονικής ικανότητας, της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών και της γενικής γνωστικής ικανότητας θα επηρεάζεται από την ικανότητα επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, αλλά αναμένεται ότι ο ρυθμός αυτός θα είναι σημαντικός στην περίπτωση των μαθητών της πειραματικής ομάδας. Το μοντέλο που θα διερευνηθεί παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 23.

Στο Διάγραμμα 23 παρουσιάζονται οι φορτίσεις της αρχικής τιμής και της κλίσης προς τις μεταβλητές Y_{ij} , $i=1-3$, $j=1-3$, οποίες αντιπροσωπεύουν τις μετρήσεις που αναφέρονται στην ικανότητα της μνήμης, στην ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών και στη γενική γνωστική ικανότητα. Οι φορτίσεις της αρχικής τιμής προς τις μετρήσεις Y_{ij} έχουν τιμή ίση με 1, για να εξεταστεί η υπόθεση της μη αλλαγής της αρχικής τιμής. Οι φορτίσεις της κλίσης προς τις τιμές Y_{ij} έχουν τιμές από 0 έως 2, για να εξεταστεί η υπόθεση της γραμμικής μεταβολής του ρυθμού ανάπτυξης των ικανοτήτων της μνήμης, της επεξεργασίας πληροφοριών και της γενικής γνωστικής ικανότητας.

Στατιστική Ανάλυση

Στη μελέτη αυτή χρησιμοποιήθηκε κυρίως η δομική ανάλυση εξισώσεων (Structural Equation Modeling). Συγκεκριμένα, για την απάντηση των ερωτήσεων και την επαλήθευση ή όχι των υποθέσεων της έρευνας χρησιμοποιήθηκε η Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων (Confirmatory Factor Analysis), η Δομική Ανάλυση Μέσων Όρων (Structural Mean Analysis) και η Ανάλυση Ανάπτυξης (Mixture Growth Analysis). Η Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων χρησιμοποιήθηκε για την επιβεβαίωση των μοντέλων που προτείνονται από τη θεωρία του Klauer για τους



Σημείωση: Οι μεταβλητές $Y1i$, $Y2i$, και $Y3i$, $i=1-3$, αντιπροσωπεύουν αντίστοιχα τις μετρήσεις που αναφέρονται στη μνήμη, στην ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών και στη γνωστική ικανότητα

Διάγραμμα 23. Το μοντέλο ανάπτυξης των τριών γενικών ικανοτήτων με παράγοντα πρόβλεψης την ικανότητα επαγωγικού συλλογισμού.

τύπους επαγωγικών προβλημάτων και για τις γνωστικές λειτουργίες που απαιτούνται για τη λύση τους. Η Δομική Ανάλυση Μέσων Όρων εφαρμόστηκε για την εξέταση του βαθμού αποτελεσματικότητας του παρεμβατικού προγράμματος ανάπτυξης του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά. Η Ανάλυση Ανάπτυξης χρησιμοποιήθηκε για τη διακρίβωση του βαθμού και του ρυθμού ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά και των ικανοτήτων της μνήμης, της επεξεργασίας πληροφοριών και της γνωστικής ικανότητας των μαθητών. Επιπλέον, η Ανάλυση Ανάπτυξης εφαρμόστηκε για τον καθορισμό τυχόν αλληλεπιδράσεων ανάμεσα στην ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά και στις τρεις γενικές ικανότητες των μαθητών που εξετάστηκαν στην παρούσα εργασία. Η Ανάλυση Ανάπτυξης θεωρείται η πιο κατάλληλη μέθοδος για τη μελέτη διαχρονικών δεδομένων (Muthén, & Muthén, 2001), για το λόγο ότι επιτρέπει τη διακρίβωση του τρόπου και του ρυθμού αλλαγής που επισυμβαίνει σε ομάδες ή μεμονωμένα άτομα. Η μέθοδος αυτή αναπτύχθηκε τα τελευταία χρόνια, λόγω κυρίως της εμφάνισης νέων λογισμικών, όπως είναι το EQS και το Mplus (Bentler, 1995; Muthén & Muthén, 2001).

Εκτός από τη δομική ανάλυση εξισώσεων, εφαρμόστηκε στα δεδομένα του δείγματος παραμετρική στατιστική με τη χρήση του στατιστικού πακέτου SPSS, για τον έλεγχο ισοδυναμίας των επιδόσεων των μαθητών της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου στην ικανότητά τους στον επαγωγικό συλλογισμό στα Μαθηματικά, στη γενική γνωστική τους ικανότητα, στη μνημονική τους ικανότητα και στην ικανότητά τους να επεξεργάζονται πληροφορίες. Επιπλέον, το στατιστικό πακέτο SPSS χρησιμοποιήθηκε για την εύρεση των συσχετίσεων μεταξύ των μεταβλητών που χρησιμοποιήθηκαν στην έρευνα..

Ελένη Παπαγεωργίου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ-ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μια εκτενής παρουσίαση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τις στατιστικές αναλύσεις που διενεργήθηκαν για τον έλεγχο των υποθέσεων και την απάντηση των ερωτημάτων που τέθηκαν στην παρούσα εργασία. Οι υποθέσεις όπως έχουν τεθεί συνοψίζονται στον καθορισμό του βαθμού και του ρυθμού ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού στα Μαθηματικά των μαθητών ηλικίας 11-12 ετών και στη διερεύνηση των αλληλεπιδράσεων της ικανότητάς τους στον επαγωγικό συλλογισμό στα Μαθηματικά με τις γενικές τους ικανότητες της μνήμης, της επεξεργασίας πληροφοριών και της γενικής γνωστικής τους ικανότητας.

Για την ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, σχεδιάστηκε και εφαρμόστηκε στους μαθητές της πειραματικής ομάδας ειδικό διδακτικό πρόγραμμα, το οποίο μελετήθηκε όσον αφορά την αποτελεσματικότητά του. Η διερεύνηση των αλληλεπιδράσεων της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά με τις τρεις γενικές ικανότητες των μαθητών που εξετάστηκαν στην εργασία αυτή πραγματοποιήθηκε με τη στατιστική ανάλυση των δεδομένων που έχουν προκύψει από μια σειρά μετρήσεων των τεσσάρων ικανοτήτων όλων των μαθητών του δείγματος, πριν και μετά από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά. Έτσι, η παρουσίαση των αποτελεσμάτων αναλύεται σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση αναφέρονται τα αποτελέσματα που σχετίζονται με τον έλεγχο της ισοδυναμίας της πειραματικής

ομάδας και της ομάδας ελέγχου των μαθητών όσον αφορά τη γενική γνωστική τους ικανότητα και τις ικανότητές τους στον επαγωγικό συλλογισμό, στη μνήμη και στην επεξεργασία πληροφοριών, πριν από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος ανάπτυξης του επαγωγικού συλλογισμού. Στη δεύτερη φάση περιγράφονται αναλυτικά τα αποτελέσματα που αφορούν όλες τις υποθέσεις της έρευνας.

Συγκεκριμένα, στη δεύτερη φάση παρατίθενται αρχικά τα αποτελέσματα που έχουν προκύψει από την Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων που εφαρμόστηκε για την επαλήθευση της θεωρίας του Klauer (Υπόθεση 1) και ακολουθούν τα αποτελέσματα της Δομικής Ανάλυσης Μέσων Όρων που σχετίζονται με την αποτελεσματικότητα του παρεμβατικού προγράμματος ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά (Υπόθεση 2). Στη συνέχεια, παρουσιάζεται ο ρυθμός ανάπτυξης καθεμιάς από τις ικανότητες του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, της μνήμης, της επεξεργασίας πληροφοριών και της γενικής γνωστικής ικανότητας των μαθητών της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου, όπως έχει καθοριστεί από τις Αναλύσεις Ανάπτυξης που διενεργήθηκαν (Υπόθεση 3). Το κεφάλαιο ολοκληρώνεται με την περιγραφή των αλληλεπιδράσεων που επισυμβαίνουν ανάμεσα στην ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά με την καθεμιά από τις ικανότητες της μνήμης, της επεξεργασίας πληροφοριών και της γενικής γνωστικής ικανότητας των μαθητών (Υποθέσεις 4α, 4β). Συγκεκριμένα, περιγράφεται αναλυτικά ο βαθμός επίδρασης της γενικής γνωστικής ικανότητας και των ικανοτήτων της μνήμης και της επεξεργασίας πληροφοριών των μαθητών της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου στην ικανότητά τους να επιλύουν μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού, στο σύνολο των προβλημάτων και ξεχωριστά για την καθεμιά από τις έξι κατηγορίες

προβλημάτων που χρησιμοποιήθηκαν στην έρευνα (Υπόθεση 4α). Επιπλέον, περιγράφεται ο βαθμός επίδρασης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά των δύο ομάδων μαθητών στις ικανότητές τους στη μνήμη και στην επεξεργασία πληροφοριών, όπως επίσης και στη γενική γνωστική τους ικανότητα (Υπόθεση 4β).

Έλεγχος Ισοδυναμίας της Πειραματικής Ομάδας και της Ομάδας Ελέγχου των Μαθητών του Δείγματος

Για τον έλεγχο της διαφοράς ανάμεσα στις επιδόσεις των μαθητών της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου εφαρμόστηκε το κριτήριο t στα δεδομένα που προέκυψαν από την πρώτη χορήγηση του δοκιμίου μέτρησης της ικανότητας επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, όπως επίσης και στα δεδομένα που αναφέρονταν στην πρώτη μέτρηση της γενικής γνωστικής ικανότητας και των ικανοτήτων της μνήμης και της επεξεργασίας πληροφοριών. Τα αποτελέσματα των στατιστικών αναλύσεων παρουσιάζονται στον Πίνακα 5. Όπως φαίνεται από τις τιμές των στατιστικών δεικτών που έχουν προκύψει από τις αναλύσεις (Πίνακας 5), δεν παρατηρήθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά στη μέση επίδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου σε οποιαδήποτε από τις τέσσερις ικανότητες που εξετάστηκαν.

Συγκεκριμένα, στην ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, οι δύο ομάδες μαθητών παρουσίασαν σχεδόν την ίδια μέση επίδοση στην πρώτη μέτρηση που έγινε πριν από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος ($\bar{X}_{\text{πειραματική}} = 0,711$, $SD_{\text{πειραματική}} = 0,222$, $\bar{X}_{\text{ελέγχου}} = 0,719$, $SD_{\text{ελέγχου}} = 0,208$).

Πίνακας 5

Οι Επιδόσεις των Μαθητών της Πειραματικής Ομάδας και της Ομάδας Ελέγχου στις Ικανότητες Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά, στη Γενική Γνωστική Ικανότητα, στη Μνήμη και στην Ικανότητα Επεξεργασίας Πληροφοριών

Ικανότητα	Ομάδα	Μέση Επίδοση	Τυπική Απόκλιση	t _{1,135}	p
Επαγωγικός Συλλογισμός στα Μαθηματικά	Πειραματική	0,711	0,222	-0,200	0,842
	Ελέγχου	0,719	0,208		
Γενική Γνωστική Ικανότητα	Πειραματική	0,608	0,135	-1,562	0,121
	Ελέγχου	0,643	0,128		
Μνήμη	Πειραματική	4,035	0,527	1,164	0,247
	Ελέγχου	3,942	0,407		
Επεξεργασία Πληροφοριών	Πειραματική	1,362	0,300	1,773	0,079
	Ελέγχου	1,280	0,242		

Συνεπώς, οι δύο ομάδες μαθητών θεωρούνται ισοδύναμες όσον αφορά την ικανότητά τους να επιλύουν μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού πριν από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος. Σχετικά με τη γενική γνωστική ικανότητα οι μαθητές της ομάδας ελέγχου παρουσίασαν καλύτερη επίδοση συγκριτικά με τους μαθητές της πειραματικής ομάδας ($\bar{X}_{\text{πειραματική}} = 0,608$, $SD_{\text{πειραματική}} = 0,135$, $\bar{X}_{\text{ελέγχου}} = 0,643$, $SD_{\text{ελέγχου}} = 0,128$). Επίσης, οι μαθητές της ομάδας ελέγχου είχαν μικρότερο μέσο χρόνο αντίδρασης στα ερεθίσματα που εξέταζαν την ικανότητά τους να επεξεργάζονται πληροφορίες από τον αντίστοιχο

μέσο χρόνο αντίδρασης των μαθητών της πειραματικής ομάδας ($\bar{X}_{\text{πειραματική}} = 1,362$, $SD_{\text{πειραματική}} = 0,300$, $\bar{X}_{\text{ελέγχου}} = 1,280$, $SD_{\text{ελέγχου}} = 0,243$). Αντίθετα, στη μνημονική ικανότητα καλύτερη επίδοση είχαν οι μαθητές της πειραματικής ομάδας ($\bar{X}_{\text{πειραματική}} = 4,035$, $SD_{\text{πειραματική}} = 0,527$, $\bar{X}_{\text{ελέγχου}} = 3,942$, $SD_{\text{ελέγχου}} = 0,407$). Εντούτοις, όπως έχει αναφερθεί προηγουμένως, ο έλεγχος με το κριτήριο t έδειξε ότι οι διαφορές αυτές δεν είναι σημαντικές. Κατ'έπекταση, στο αρχικό στάδιο διεξαγωγής της έρευνας πριν από τη διδακτική παρέμβαση, οι μαθητές της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου ήταν ισοδύναμες όσον αφορά το επίπεδο τους στη γενική γνωστική ικανότητα, στη μνημονική ικανότητα, στην ικανότητά τους να επεξεργάζονται πληροφορίες και στην ικανότητά τους να επιλύουν μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού,

Επαλήθευση των Υποθέσεων της Έρευνας

Υπόθεση 1: Επαλήθευση της Επαγωγικής Θεωρίας του Klauer

Η επαγωγική θεωρία του Klauer για τον επαγωγικό συλλογισμό αναφέρεται . στους τύπους επαγωγικών προβλημάτων και στις γνωστικές λειτουργίες που απαιτούνται για την επίλυση των προβλημάτων κάθε τύπου. Για την επαλήθευση της θεωρίας αυτής έχουν προταθεί δύο αρχικά μοντέλα, τα οποία αναφέρονται αντίστοιχα στους τύπους των προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού και στα είδη των γνωστικών λειτουργιών που εφαρμόζονται κατά τη διαδικασία επίλυσης των προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού, όπως φαίνονται στο Κεφάλαιο 3. Η επιβεβαίωση των μοντέλων αυτών έγινε αρχικά με τα δεδομένα που αφορούσαν όλο το δείγμα των μαθητών. Στη συνέχεια ακολούθησε η επιβεβαίωση των μοντέλων

ξεχωριστά για όλες τις υποομάδες του δείγματος, δηλαδή για τα δεδομένα της πειραματικής ομάδας, της ομάδας ελέγχου, καθώς και για τα δεδομένα που αφορούσαν τα αγόρια και τα κορίτσια του δείγματος.

Για την επαλήθευση των μοντέλων της θεωρίας του Klauer, χρησιμοποιήθηκαν οι συσχετίσεις μεταξύ των μετρήσιμων μεταβλητών που αντιστοιχούσαν στα προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού του δοκιμίου (Πίνακας 6), οι οποίες προέκυψαν από την επεξεργασία των δεδομένων που αναφέρονταν σε όλο το δείγμα των μαθητών. Ο βαθμός συσχέτισης μεταξύ των μετρήσιμων μεταβλητών παρουσιάζεται αναλυτικά παρακάτω, ενώ στη συνέχεια γίνεται αναλυτική περιγραφή των αποτελεσμάτων της Επιβεβαιωτικής Ανάλυσης Παραγόντων που εφαρμόστηκε για το καθένα από τα δύο μοντέλα. Αρχικά περιγράφονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για το μοντέλο που αναφέρεται στους τύπους προβλημάτων και ακολουθούν τα αποτελέσματα που αναφέρονται στο μοντέλο των γνωστικών λειτουργιών που απαιτούνται για την επίλυση των επαγωγικών προβλημάτων. Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων κάθε μοντέλου περιλαμβάνει σε πρώτο στάδιο το μοντέλο που αναφέρεται στα δεδομένα του συνολικού δείγματος. Στη συνέχεια περιγράφονται συγκριτικά τα αποτελέσματα που αναφέρονται στα μοντέλα της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου, καθώς και τα αποτελέσματα που αναφέρονται στα μοντέλα των αγοριών και των κοριτσιών του δείγματος. Για την επιβεβαίωση των μοντέλων, καθώς και για τη σημαντικότητα των συσχετίσεων μεταξύ των διάφορων μεταβλητών-προβλημάτων θεωρήθηκε το επίπεδο σημαντικότητας 0,05.

Αποτελέσματα της Συσχέτισης Μεταξύ των Προβλημάτων

Οι συσχετίσεις μεταξύ των μετρήσιμων μεταβλητών που χρησιμοποιήθηκαν για την επαλήθευση των μοντέλων παρουσιάζονται στον Πίνακα 6. Οι μετρήσιμες μεταβλητές αντιστοιχούν στα 21 προβλήματα που κατασκευάστηκαν για τη μέτρηση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά. Τα προβλήματα αυτά κατασκευάστηκαν με βάση τη θεωρία του Klauer για τους έξι τύπους προβλημάτων της γενίκευσης, της διάκρισης, της διασταυρούμενης ταξινόμησης, της αναγνώρισης σχέσεων, της διαφοροποίησης σχέσεων και της οικοδόμησης συστήματος (Klauer & Phye, 1994), για αυτό και οι μεταξύ τους συσχετίσεις συζητούνται παρακάτω με αναφορά στην κοινή δομή που θεωρητικά έχουν από κατασκευής.

Από τον Πίνακα 6 φαίνεται ότι οι συσχετίσεις μεταξύ των μετρήσιμων μεταβλητών που αντιστοιχούν στα προβλήματα π1-π5, τα οποία κατασκευάστηκαν με βάση τη δομή των προβλημάτων της γενίκευσης, είναι όλες στατιστικά σημαντικές. Ιδιαίτερα υψηλή παρουσιάζεται η συσχέτιση του προβλήματος π3 με τα προβλήματα π1 και π2, οι οποίες είναι αντίστοιχα μεγαλύτερες από 0,83 και 0,62. Η συσχέτιση μεταξύ των προβλημάτων π1 και π2 είναι μεγαλύτερη από 0,57, ενώ όλες οι υπόλοιπες συσχετίσεις που παρατηρήθηκαν στα προβλήματα π1-π5 είναι μεγαλύτερες από 0,32. Μικρότερο βαθμό συσχέτισης, αλλά επίσης σημαντικό, παρουσίασαν τα προβλήματα π2 και π4 ($r=0,291$). Τα προβλήματα π6 και π7, τα οποία θεωρούνται ότι περιλαμβάνουν τη δομή των προβλημάτων διάκρισης, έχουν μεταξύ τους σημαντική συσχέτιση της τάξης του 0,8. Επιπλέον, τα προβλήματα αυτά συσχετίζονται σημαντικά με όλα τα προβλήματα π1-π5. Σημαντική επίσης είναι και η συσχέτιση μεταξύ των προβλημάτων π8 και π9, τα οποία κατασκευάστηκαν με βάση τη δομή των προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης. Τα δύο αυτά

Πίνακας 6

Συσχετίσεις των Μετρήσεων των Μαθηματικών Προβλημάτων Επαγωγικού Συλλογισμού

	Π1	Π2	Π3	Π4	Π5	Π6	Π7	Π8	Π9	Π10
Π1	1									
Π2	.577**	1								
Π3	.837**	.627**	1							
Π4	.321**	.291**	.391**	1						
Π5	.359**	.402**	.470**	.380**	1					
Π6	.338**	.251**	.375**	.224**	.372**	1				
Π7	.339**	.347**	.374**	.253**	.466**	.811**	1			
Π8	.121	.046	.121	.122	.277**	.053	.215*	1		
Π9	.134	.060	.099	.008	.214*	.180*	.275**	.251**	1	
Π10	.167	.298**	.250**	.145	.203*	.222**	.233**	.045	.102	1
Π11	.195*	.174*	.195*	-.061	-.047	.217*	.158	.068	.101	.335**
Π12	.199*	.204*	.199*	.065	.053	.201*	.195*	.050	.112	.313**
Π13	.005	.034	-.034	.054	.167	.077	.072	.202*	.093	.145
Π14	.260**	.159	.352**	.319**	.402**	.177*	.294**	.164	.055	.093
Π15	.221**	.124	.291**	.226**	.263**	.318**	.232**	.221**	-.009	.125
Π16	.030	.121	.066	.170*	.171*	.113	.133	.172*	-.006	.168
Π17	.202*	.258**	.362**	.285**	.292**	.128	.304**	.239**	.165	.268**
Π18	.292**	.181*	.340**	.162	.402**	.341**	.299**	.134	.139	.118
Π19	.309**	.313**	.407**	.225**	.291**	.275**	.322**	.201*	.121	.231**
Π20	.041	-.008	.041	.110	.089	.259**	.162	-.002	-.074	.061
Π21	.294**	.268**	.294**	.268**	.271**	.142	.217*	.249**	.047	.238**

* Η συσχέτιση είναι σημαντική στο επίπεδο 0.005 (2-tailed).

** Η συσχέτιση είναι σημαντική στο επίπεδο 0.001 (2-tailed).

Πίνακας 6 (Συνέχεια)

Συσχετίσεις των Μετρήσεων των Μαθηματικών Προβλημάτων Επαγωγικού Συλλογισμού

	Π11	Π12	Π13	Π14	Π15	Π16	Π17	Π18	Π19	Π20	Π21
Π1											
Π2											
Π3											
Π4											
Π5											
Π6											
Π7											
Π8											
Π9											
Π10											
Π11	1										
Π12	.536**	1									
Π13	.212*	.229**	1								
Π14	.206*	.307**	.027	1							
Π15	.104	.116	.027	.300**	1						
Π16	.130	.114	.053	.091	.172*	1					
Π17	.121	.180*	.172*	.330**	.211*	.247**	1				
Π18	.083	.177*	.053	.243**	.195*	.126	.318**	1			
Π19	.164	.136	.067	.257**	.139	.060	.241**	.226**	1		
Π20	-.039	.127	.106	.093	.304**	.095	.145	.265**	.131	1	
Π21	.248**	.189*	.185*	.295**	.268**	.157	.388**	.282**	.299**	.156	1

* Η συσχέτιση είναι σημαντική στο επίπεδο 0.005 (2-tailed).

**Η συσχέτιση είναι σημαντική στο επίπεδο 0.001 (2-tailed).

προβλήματα φαίνεται ότι συσχετίζονται σημαντικά και με τα προβλήματα π_5 και π_7 , ενώ το πρόβλημα π_9 έχει σημαντική συσχέτιση και με το πρόβλημα π_6 . Γενικά, οι συσχετίσεις μεταξύ των προβλημάτων π_1 - π_9 που παρατηρήθηκαν θεωρούνται αναγκαίες για την επιβεβαίωση των δύο μοντέλων της επαγωγικής θεωρίας του Klauer. Συγκεκριμένα, τα προβλήματα αυτά περιλαμβάνουν ιδιότητες αντικειμένων και επομένως θεωρητικά έχουν την ίδια εννοιολογική δομή.

Σχετικά με τις μεταβλητές που αντιστοιχούν στα προβλήματα που περιλαμβάνουν σχέσεις ανάμεσα στα αντικείμενα, σημαντικές συσχετίσεις παρατηρήθηκαν τόσο μεταξύ των προβλημάτων που θεωρητικά περιλαμβάνουν την ίδια δομή, όσο και μεταξύ προβλημάτων διαφορετικής δομής. Συγκεκριμένα, στα προβλήματα π_{10} - π_{13} , τα οποία κατασκευάστηκαν με βάση τη δομή των προβλημάτων αναγνώρισης σχέσεων, σημαντικές συσχετίσεις παρατηρήθηκαν μεταξύ του προβλήματος π_{10} και των προβλημάτων π_{11} και π_{12} , μεταξύ του προβλήματος π_{11} με τα προβλήματα π_{12} και π_{13} , καθώς και μεταξύ των προβλημάτων π_{12} και π_{13} . Χαμηλή συσχέτιση παρατηρήθηκε στην περίπτωση των μεταβλητών π_{10} και π_{13} , η οποία δεν είναι στατιστικά σημαντική. Όσον αφορά τα προβλήματα π_{14} - π_{17} , τα οποία κατασκευαστικά περιλαμβάνουν τη δομή των προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων, σημαντικές συσχετίσεις παρατηρήθηκαν στις μεταβλητές π_{15} και π_{17} , τόσο μεταξύ των μεταβλητών αυτών, όσο και με τις μεταβλητές π_{14} και π_{16} . Η συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών π_{14} και π_{16} δεν είναι σημαντική, εφόσον είναι πολύ χαμηλή μικρότερη από 0,1. Τέλος, από τον Πίνακα 6 φαίνεται ότι στην ομάδα των προβλημάτων π_{18} - π_{21} , που έχουν κατασκευαστεί με βάση τη δομή των προβλημάτων οικοδόμησης συστήματος, μόνο η μεταβλητή π_{18} έχει σημαντικές συσχετίσεις με όλες τις υπόλοιπες μεταβλητές. Σημαντική είναι, επίσης, η συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών π_{19} και π_{21} , ενώ οι συσχετίσεις της

μεταβλητής π_{20} με τις μεταβλητές π_{19} και π_{21} είναι μικρότερες από 0,2 και δεν είναι στατιστικά σημαντικές.

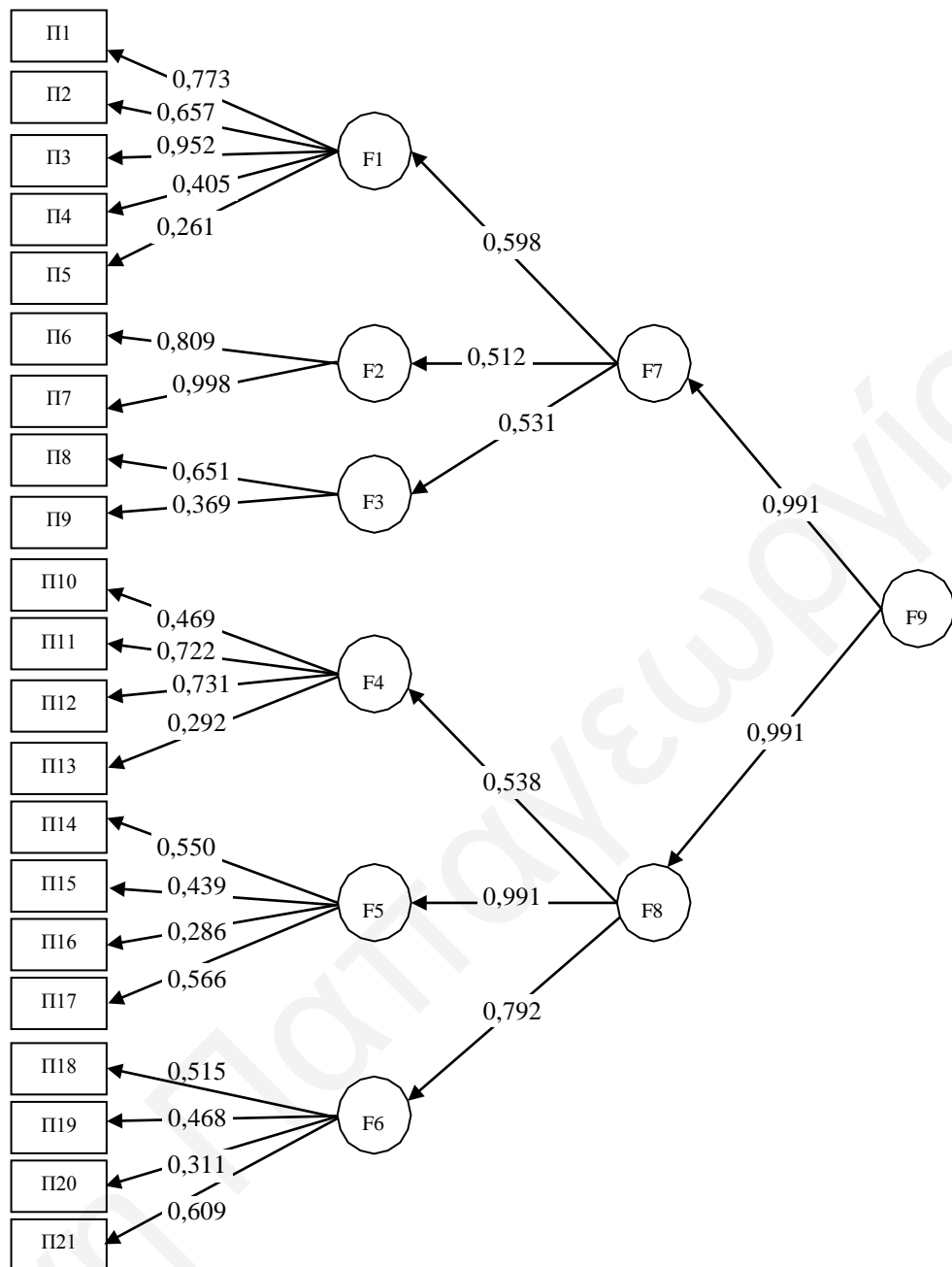
Το Μοντέλο που Αναφέρεται στους Τύπους Επαγωγικών Προβλημάτων

Το μοντέλο για όλο το δείγμα των μαθητών. Στο Διάγραμμα 24

παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της Επιβεβαιωτικής Ανάλυσης του μοντέλου που αναφέρεται στους τύπους μαθηματικών προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού, στην οποία χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα που πάρθηκαν από όλους τους μαθητές του δείγματος. Από την ανάλυση φαίνεται ότι το μοντέλο μπορεί να επιβεβαιωθεί με τα εμπειρικά δεδομένα του δείγματος, εφόσον ο δείκτης CFI είναι μεγαλύτερος από το 0,9 (CFI=0,924), ο λόγος του χ^2 προς το πλήθος των βαθμών ελευθερίας είναι μικρότερος από το 2,5 ($\frac{\chi^2}{df} = 1,353$) και ο δείκτης RMSEA είναι μικρότερος από 0,08 (RMSEA=0,051).

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της Επιβεβαιωτικής Ανάλυσης Παραγόντων, οι μεταβλητές που αντιστοιχούν στα προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού φορτίζουν σημαντικά στους έξι παράγοντες πρώτης τάξης: «γενίκευση» (ΓΕ), «διάκριση» (ΔΙ), διασταυρούμενη ταξινόμηση» (ΔΤ), «αναγνώριση σχέσεων» (ΑΣ), «διαφοροποίηση σχέσεων» (ΔΣ) και «οικοδόμηση συστήματος» (ΟΣ).

Συγκεκριμένα, ο παράγοντας ΓΕ περιλαμβάνει πέντε προβλήματα (π_1 - π_5) με στατιστικά σημαντικές φορτίσεις, οι οποίες είναι μεγαλύτερες από 0,26. Ο παράγοντας ΔΙ περιλαμβάνει δύο προβλήματα (π_6 - π_7) με φορτίσεις μεγαλύτερες από 0,80, οι οποίες είναι σημαντικές. Ο παράγοντας ΔΤ περιλαμβάνει, επίσης, δύο προβλήματα (π_8 - π_9) με σημαντικές φορτίσεις μεγαλύτερες από 0,36. Οι παράγοντες ΑΣ, ΔΣ και ΟΣ περιλαμβάνουν ο καθένας από τέσσερα προβλήματα, οι φορτίσεις των οποίων είναι στατιστικά σημαντικές σε όλες τις περιπτώσεις με τιμές



Σημείωση: F1=Γενίκευση, F2= Διάκριση, F3= Διασταυρούμενη ταξινόμηση, F4= Αναγνώριση σχέσεων, F5= Διαφοροποίηση σχέσεων, F6= Οικοδόμηση συστήματος, F7= προβλήματα ομάδας, F8= προβλήματα σειράς, F9= μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού, π1-π21 =τα προβλήματα του δοκιμίου που χρησιμοποιήθηκαν στην Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων

Διάγραμμα 24. Το μοντέλο που αναφέρεται στους τύπους προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά για όλο το δείγμα των μαθητών.

μεγαλύτερες από 0,28. Συγκεκριμένα, στον παράγοντα ΑΣ φορτίζουν σημαντικά οι μεταβλητές που αντιστοιχούν στα προβλήματα π10-π13, στον παράγοντα ΔΣ φορτίζουν σημαντικά οι μεταβλητές που αντιστοιχούν στα προβλήματα π14-π17, και στον παράγοντα ΟΣ φορτίζουν σημαντικά οι τέσσερις μεταβλητές που αντιστοιχούν στα προβλήματα π18-π21.

Οι τρεις παράγοντες ΓΕ, ΔΙ, και ΔΤ φορτίζουν σε ένα δεύτερης τάξης παράγοντα που αναφέρεται στα προβλήματα ομάδας. Οι φορτίσεις των τριών παραγόντων πρώτης τάξης στον παράγοντα «προβλήματα ομάδας» είναι όλες σημαντικές και αρκετά ψηλές ($r_{ΓΕ}=0,598$, $r_{ΔΙ}=0,512$ και $r_{ΔΤ}=0,531$). Όμοια, οι τρεις παράγοντες ΑΣ, ΔΣ και ΟΣ φορτίζουν σε έναν παράγοντα δεύτερης τάξης που αναφέρεται στα προβλήματα σειράς. Οι φορτίσεις των παραγόντων πρώτης τάξης στον παράγοντα «προβλήματα σειράς» είναι αρκετά ψηλές και σημαντικές ($r_{ΑΣ}=0,538$, $r_{ΔΣ}=0,991$, $r_{ΟΣ}=0,792$). Συνεπώς, φαίνεται ότι ο παράγοντας «προβλήματα ομάδας» μπορεί να επεξηγηθεί από τη συνδυακόμενη των παραγόντων «γενίκευση», «διάκριση» και «διασταυρούμενη ταξινόμηση», ενώ ο παράγοντας «προβλήματα σειράς» μπορεί να επεξηγηθεί από τη συνδυακόμενη των παραγόντων «αναγνώριση σχέσεων», «διαφοροποίηση σχέσεων» και «οικοδόμηση συστήματος».

Τέλος, η συνδυακόμενη των παραγόντων «προβλήματα ομάδας» και «προβλήματα σειράς» μπορεί να επεξηγήσει έναν τρίτης τάξης παράγοντα που αναφέρεται στα μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού. Οι φορτίσεις των παραγόντων «προβλήματα ομάδας» και «προβλήματα σειράς» στον παράγοντα «μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού» ήταν και στις δύο περιπτώσεις στατιστικά σημαντικές και ίσες με 0,991, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 24.

Η Επιβεβαιωτική Ανάλυση έδειξε ότι το προτεινόμενο μοντέλο λειτουργεί αποτελεσματικά με τα εμπειρικά δεδομένα όλων των υποομάδων του δείγματος. Το προτεινόμενο μοντέλο επιβεβαιώθηκε με τα εμπειρικά δεδομένα της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου, όπως επίσης και με τα εμπειρικά δεδομένα των αγοριών και των κοριτσιών του δείγματος. Το Διάγραμμα 25 παρουσιάζει τα αποτελέσματα της Επιβεβαιωτικής Ανάλυσης του μοντέλου με τα δεδομένα των μαθητών της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου, ενώ το Διάγραμμα 26 παρουσιάζει τα αποτελέσματα της ανάλυσης με τα δεδομένα των αγοριών και των κοριτσιών του δείγματος. Τα δύο μοντέλα των Διαγραμμάτων 25 και 26 περιγράφονται και συζητούνται συγκριτικά για τα δεδομένα των ομάδων των μαθητών στις οποίες αναφέρονται.

Το μοντέλο για την πειραματική ομάδα και την ομάδα ελέγχου των μαθητών.

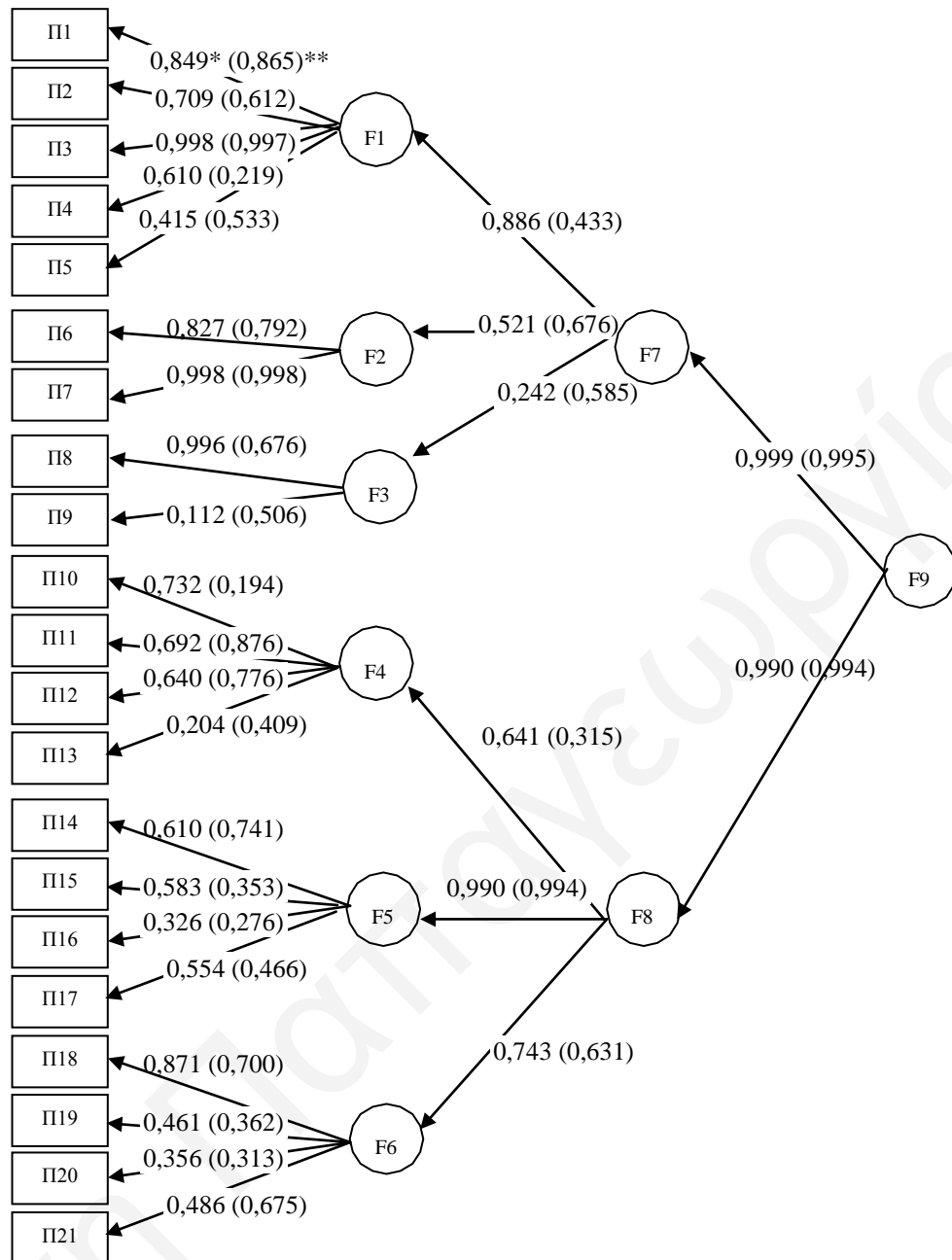
Τα δεδομένα της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου των μαθητών που αναφέρονται στα 21 προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού του δοκιμίου επιβεβαιώνουν το μοντέλο των τύπων των προβλημάτων, όπως δείχνουν τα αποτελέσματα της ανάλυσης (Διάγραμμα 25). Ο δείκτης CFI και στα δύο μοντέλα είναι πολύ ψηλός και μεγαλύτερος από το 0,9 ($CFI_{\text{πειραματικής}}=0,998$, $CFI_{\text{ελέγχου}}=0,998$), ενώ ο λόγος του χ^2 προς το πλήθος των βαθμών ελευθερίας και ο δείκτης RMSEA είναι αντίστοιχα μικρότεροι από 2,5 ($\frac{\chi^2}{df}_{\text{πειραματική}}=1,250$, $\frac{\chi^2}{df}_{\text{ελέγχου}}=1,294$) και 0,08 ($RMSEA_{\text{πειραματική}}=0,065$, $RMSEA_{\text{ελέγχου}}=0,062$). Οι τιμές των στατιστικών δεικτών αποτελούν ένδειξη ότι το προτεινόμενο μοντέλο για τους τύπους επαγωγικών προβλημάτων μπορεί να επιβεβαιωθεί με τα δεδομένα τόσο της πειραματικής όσο και της ομάδας ελέγχου των μαθητών.

Η Επιβεβαιωτική Ανάλυση έδειξε ότι, στο μοντέλο που αναφέρεται στην πειραματική ομάδα μαθητών, τα πέντε προβλήματα που φορτίζουν στον παράγοντα

ΓΕ έχουν όλα στατιστικά σημαντικές φορτίσεις, ενώ στο μοντέλο που αναφέρεται στην ομάδα ελέγχου σημαντικές φορτίσεις έχουν μόνο τα προβλήματα π1, π2, π3 και π5. Το πρόβλημα π4 έχει πολύ χαμηλή φόρτιση στον παράγοντα ΓΕ στο μοντέλο της ομάδας ελέγχου και κατ'επέκταση δεν είναι σημαντική. Οι φορτίσεις των προβλημάτων π1-π5 στον παράγοντα ΓΕ είναι μεγαλύτερες από 0,41 στο μοντέλο της πειραματικής ομάδας, ενώ στο μοντέλο της ομάδας ελέγχου οι σημαντικές φορτίσεις των προβλημάτων π1, π2, π3 και π5 στον παράγοντα ΓΕ είναι μεγαλύτερες από 0,53. Σχετικά με τον παράγοντα ΔΙ, τα αποτελέσματα της ανάλυσης έδειξαν ότι και στις δύο ομάδες πληθυσμού οι φορτίσεις των προβλημάτων π6 και π7 είναι πολύ ψηλές μεγαλύτερες από 0,79 και στατιστικά σημαντικές σε όλες τις περιπτώσεις. Στον παράγοντα ΔΣ τα δύο μοντέλα της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου παρουσιάζουν αρκετές διαφοροποιήσεις όσον αφορά τις φορτίσεις των προβλημάτων. Η Επιβεβαιωτική Ανάλυση στην περίπτωση της πειραματικής ομάδας έδειξε ότι οι φορτίσεις των δύο προβλημάτων π8 και π9 στον παράγοντα ΔΙ δεν είναι σημαντικές. Επιπλέον η φόρτιση του προβλήματος π9 είναι πολύ χαμηλή. Αντίθετα, στην ομάδα ελέγχου οι φορτίσεις των δύο προβλημάτων π8 και π9 στον παράγοντα ΔΣ ήταν σημαντικές και πολύ ψηλές μεγαλύτερες από 0,79. Όπως φαίνεται, οι μαθητές της πειραματικής ομάδας, σε αντίθεση με τους μαθητές της ομάδας ελέγχου, δεν αντιμετώπισαν το πρόβλημα π9 ως πρόβλημα διασταυρούμενης ταξινόμησης.

Σχετικά με τα προβλήματα που φορτίζουν στους παράγοντες ΔΣ και ΟΣ, τα αποτελέσματα της Επιβεβαιωτικής Ανάλυσης έδειξαν ότι τόσο στην πειραματική ομάδα όσο και στην ομάδα ελέγχου, όλες οι φορτίσεις είναι σημαντικές.

Συγκεκριμένα, στον παράγοντα ΔΣ οι φορτίσεις των προβλημάτων είναι μεγαλύτερες από 0,32 στο μοντέλο της πειραματικής ομάδας, ενώ στο μοντέλο της ομάδας ελέγχου είναι μεγαλύτερες από 0,27. Στον παράγοντα ΟΣ οι φορτίσεις των



Σημείωση: F1=ΓΕ, F2= ΔΙ, F3= ΔΤ, F4= ΑΣ, F5= ΔΣ, F6= ΟΣ, F7= προβλήματα ομάδας, F8= προβλήματα σειράς, F9= προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, π1-π21 =τα προβλήματα του δοκιμίου που χρησιμοποιήθηκαν στην Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων

* Οι φορτίσεις των προβλημάτων για την πειραματική ομάδα.

** Οι φορτίσεις των προβλημάτων για την ομάδα ελέγχου.

Διάγραμμα 25. Τα αποτελέσματα της Επιβεβαιωτικής Ανάλυσης του μοντέλου που αναφέρεται στους τύπους προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά για την πειραματική ομάδα και την ομάδα ελέγχου των μαθητών.

προβλημάτων είναι μεγαλύτερες από 0,31 και στις δύο ομάδες μαθητών. Σχετικά με τον παράγοντα ΑΣ στο μοντέλο της πειραματικής ομάδας παρατηρήθηκε ότι το πρόβλημα π13 έχει χαμηλή φόρτιση που δεν είναι σημαντική, ενώ στο μοντέλο της ομάδας ελέγχου σημαντική δεν είναι η φόρτιση του προβλήματος π10. Όλα τα υπόλοιπα προβλήματα που φορτίζουν στον παράγοντα ΑΣ έχουν φορτίσεις μεγαλύτερες από 0,40 και στα δύο μοντέλα.

Οι τρεις παράγοντες ΓΕ, ΔΙ και ΔΤ φορτίζουν στον παράγοντα δεύτερης τάξης που περιλαμβάνει τα προβλήματα ομάδας, ενώ οι παράγοντες ΑΣ, ΔΣ και ΟΣ φορτίζουν σημαντικά στον παράγοντα δεύτερης τάξης που περιλαμβάνει τα προβλήματα σειράς, τόσο στο μοντέλο της πειραματικής ομάδας όσο και στο μοντέλο της ομάδας ελέγχου των μαθητών. Οι φορτίσεις των τριών παραγόντων ΓΕ, ΔΙ και ΔΤ στον παράγοντα «προβλήματα ομάδας» είναι όλες σημαντικές μόνο στην περίπτωση της ομάδας ελέγχου, σε αντίθεση με την περίπτωση της πειραματικής ομάδας όπου σημαντικές είναι μόνο οι φορτίσεις των παραγόντων ΓΕ και ΔΙ. Στο μοντέλο της ομάδας ελέγχου οι φορτίσεις των τριών παραγόντων πρώτης τάξης στον παράγοντα «προβλήματα ομάδας» έχουν τιμές μεγαλύτερες από 0,43 ($r_{ΓΕ}=0,433$, $r_{ΔΙ}=0,676$ και $r_{ΔΤ}=0,585$), ενώ στο μοντέλο της πειραματικής ομάδας οι φορτίσεις των παραγόντων ΓΕ και ΔΙ που είναι σημαντικές έχουν τιμές μεγαλύτερες από 0,53 ($r_{ΓΕ}=0,886$, $r_{ΔΙ}=0,521$). Η φόρτιση του παράγοντα ΔΤ στον παράγοντα «προβλήματα ομάδας» στο μοντέλο της πειραματικής ομάδας, η οποία δεν είναι σημαντική, έχει αρκετά χαμηλή τιμή συγκριτικά με τις φορτίσεις των δύο άλλων παραγόντων πρώτης τάξης ($r_{ΔΤ}=0,242$).

Όσον αφορά τις φορτίσεις των παραγόντων ΑΣ, ΔΣ και ΟΣ στον παράγοντα «προβλήματα σειράς» είναι στατιστικά σημαντικές και στα δύο μοντέλα των μαθητών. Στο μοντέλο της πειραματικής ομάδας οι φορτίσεις των τριών παραγόντων

πρώτης τάξης στον παράγοντα «προβλήματα σειράς» έχουν τιμές μεγαλύτερες από 0,64 ($r_{\Delta\Sigma}=0,641$, $r_{\Delta\Gamma}=0,990$ και $r_{\Delta\Omega}=0,743$), ενώ στο μοντέλο της ομάδας ελέγχου των μαθητών οι φορτίσεις αυτές είναι μεγαλύτερες από 0,31 ($r_{\Delta\Sigma}=0,315$, $r_{\Delta\Gamma}=0,994$ και $r_{\Delta\Omega}=0,631$).

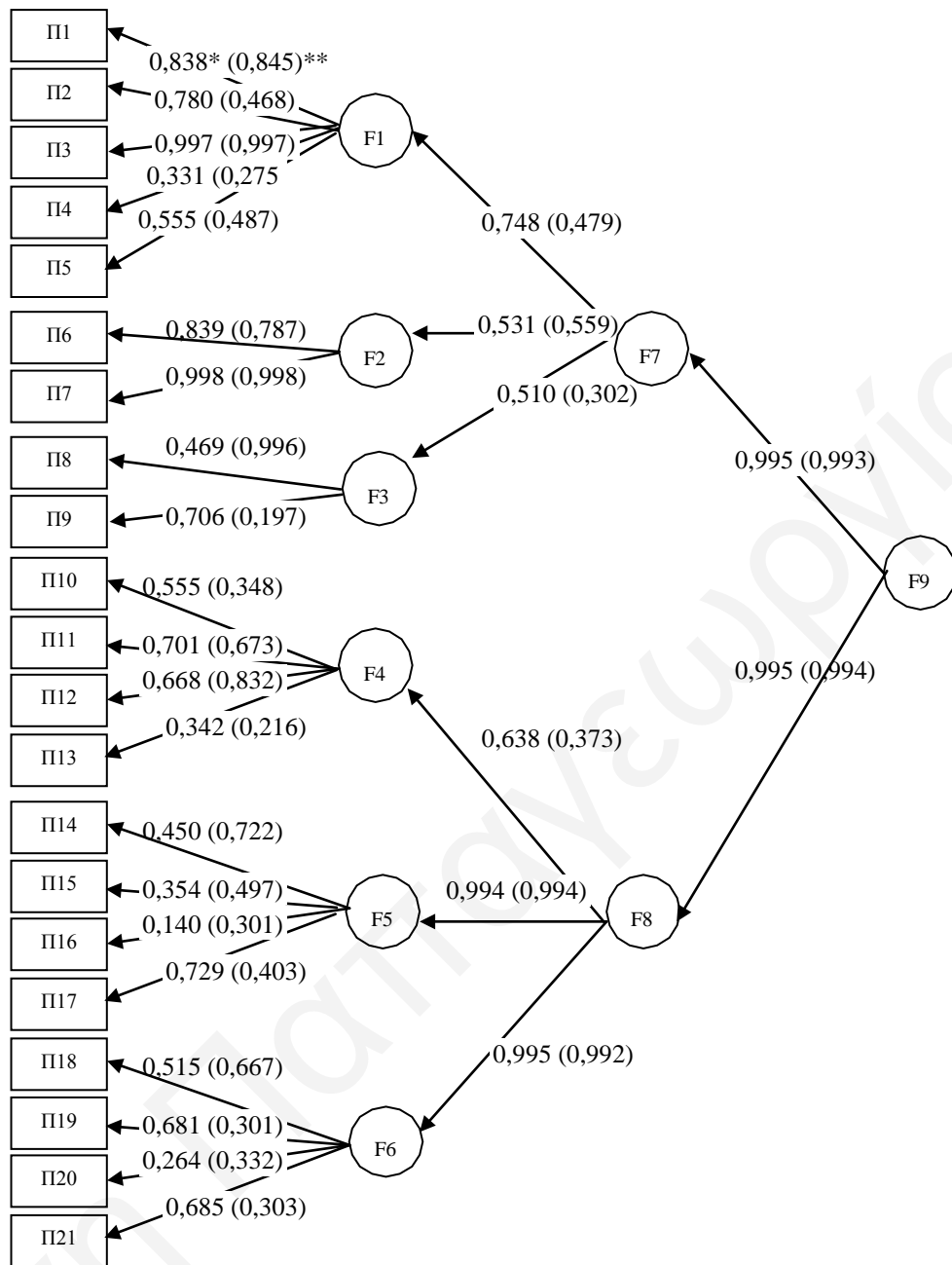
Σε γενικές γραμμές, οι τιμές των στατιστικών δεικτών που έχουν προκύψει από την Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων που εφαρμόστηκε στα δεδομένα της πειραματικής ομάδας και στα δεδομένα της ομάδας ελέγχου των μαθητών, δείχνουν ότι η συνδυακόμενη των τριών παραγόντων ΓΕ, ΔΙ και ΔΤ μπορεί να επεξηγήσει τον παράγοντα «προβλήματα ομάδας» και η συνδυακόμενη των τριών παραγόντων ΑΣ, ΔΣ και ΟΣ μπορεί να επεξηγήσει τον παράγοντα «προβλήματα σειράς». Επιπλέον, τα αποτελέσματα της ανάλυσης έδειξαν ότι η συνδυακόμενη των παραγόντων «προβλήματα ομάδας» και «προβλήματα σειράς» μπορεί να επεξηγήσει τον παράγοντα τρίτης τάξης που αναφέρεται στα μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού και στα δύο μοντέλα των μαθητών. Οι φορτίσεις των παραγόντων «προβλήματα ομάδας» και «προβλήματα σειράς» στον παράγοντα «μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού» είναι στατιστικά σημαντικές και μεγαλύτερες από 0,99 και στα δύο μοντέλα.

Το μοντέλο για τα αγόρια και τα κορίτσια. Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία, τα αποτελέσματα της Επιβεβαιωτικής Ανάλυσης έδειξαν ότι το μοντέλο των τύπων προβλημάτων επιβεβαιώνεται με τα δεδομένα των αγοριών καθώς επίσης και με τα δεδομένα των κοριτσιών του δείγματος. Στο μοντέλο των αγοριών ο δείκτης CFI έχει τιμή ίση με 0,935, ενώ στο μοντέλο των κοριτσιών ο δείκτης CFI ισούται με 0,909. Ο λόγος του χ^2 προς το πλήθος των βαθμών ελευθερίας ισούται με 1, 160 στην περίπτωση των αγοριών και 1,240 στην περίπτωση των κοριτσιών. Τέλος, η τιμή του δείκτη RMSEA είναι μικρότερη από 0,08 και στα δύο μοντέλα των μαθητών

($RMSEA_{\text{αγοριών}}=0,051$, $RMSEA_{\text{κοριτσιών}}=0,057$). Τα μοντέλα που έχουν προκύψει από την Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων με τα δεδομένα των αγοριών και τα δεδομένα των κοριτσιών παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 26.

Στα δύο μοντέλα των αγοριών και των κοριτσιών (Διάγραμμα 26) φαίνεται ότι τα προβλήματα π1-π5 έχουν όλα στατιστικά σημαντικές φορτίσεις στον παράγοντα ΓΕ. Οι φορτίσεις αυτές έχουν τιμές μεγαλύτερες από 0,33 στο μοντέλο των αγοριών, ενώ στο μοντέλο των κοριτσιών οι φορτίσεις είναι μεγαλύτερες από 0,27. Παράλληλα, στο μοντέλο των κοριτσιών τα προβλήματα π4 και π5 φορτίζουν επιπλέον και σε άλλους παράγοντες, επίσης σημαντικά. Συγκεκριμένα, το πρόβλημα π4 φορτίζει σημαντικά στον παράγοντα ΔΣ ($r=0,341$), ενώ το πρόβλημα π5 φορτίζει σημαντικά στον παράγοντα ΔΙ ($r=0,487$). Σχετικά με τον παράγοντα ΔΙ, τα αποτελέσματα της ανάλυσης έδειξαν ότι τα δύο προβλήματα π6 και π7 έχουν στατιστικά σημαντικές φορτίσεις μεγαλύτερες από 0,78 και στα δύο μοντέλα των μαθητών. Όσον αφορά τα προβλήματα που φορτίζουν στον παράγοντα ΔΤ, παρατηρήθηκε ότι στο μοντέλο των αγοριών όλες οι φορτίσεις είναι αρκετά ψηλές και στατιστικά σημαντικές, σε αντίθεση με το μοντέλο των κοριτσιών όπου οι φορτίσεις των προβλημάτων στον παράγοντα αυτό δεν είναι σημαντικές. Συγκεκριμένα, το πρόβλημα π9 έχει αρκετά χαμηλή φόρτιση στον παράγοντα ΔΤ στο μοντέλο των κοριτσιών.

Για τον παράγοντα ΑΣ, τα αποτελέσματα της Επιβεβαιωτικής Ανάλυσης έδειξαν ότι όλα τα προβλήματα π10-π13 έχουν στατιστικά σημαντικές φορτίσεις στο μοντέλο των αγοριών, ενώ στο μοντέλο των κοριτσιών σημαντικές είναι μόνο οι φορτίσεις των προβλημάτων π10, π11 και π12. Οι τιμές των φορτίσεων στις πιο πάνω περιπτώσεις είναι όλες μεγαλύτερες από 0,34, ενώ η φόρτιση του



Σημείωση: F1=Γενίκευση, F2= Διάκριση, F3= Διασταυρούμενη ταξινόμηση,

F4= Αναγνώριση σχέσεων, F5= Διαφοροποίηση σχέσεων, F6= Οικοδόμηση συστήματος, F7=

προβλήματα ομάδας, F8= προβλήματα σειράς, F9= προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού στα

Μαθηματικά, π1-π21 =τα προβλήματα του δοκιμίου που χρησιμοποιήθηκαν στην Επιβεβαιωτική

Ανάλυση Παραγόντων

* Οι φορτίσεις των προβλημάτων για την ομάδα των αγοριών του δείγματος.

** Οι φορτίσεις των προβλημάτων για την ομάδα των κοριτσιών του δείγματος.

Διάγραμμα 26. Τα αποτελέσματα της Επιβεβαιωτικής Ανάλυσης του μοντέλου που αναφέρεται στους τύπους προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά για την ομάδα των αγοριών και την ομάδα των κοριτσιών του δείγματος.

προβλήματος π13 στον παράγοντα ΑΣ είναι χαμηλή στο μοντέλο των κοριτσιών και κατ' επέκταση μη σημαντική. Στον παράγοντα ΔΣ σημαντικές είναι οι φορτίσεις όλων των προβλημάτων π14-π17 στο μοντέλο των κοριτσιών, ενώ στο μοντέλο των αγοριών σημαντικές είναι οι φορτίσεις των προβλημάτων π14, π15 και π17. Οι φορτίσεις των προβλημάτων αυτών στον παράγοντα ΔΣ έχουν τιμές μεγαλύτερες από 0,30 ενώ η φόρτιση του προβλήματος π16 στο μοντέλο των αγοριών είναι αρκετά χαμηλή και επομένως δεν είναι σημαντική. Σχετικά με τον παράγοντα ΟΣ, στο μοντέλο των κοριτσιών όλα τα προβλήματα π18-π21 έχουν στατιστικά σημαντικές φορτίσεις μεγαλύτερες από 0,30. Επιπλέον, στο μοντέλο αυτό έχει παρατηρηθεί ότι το πρόβλημα π21 έχει στατιστικά σημαντική φόρτιση και στον παράγοντα ΔΤ ($r=0,306$). Στο μοντέλο των αγοριών σημαντικές φορτίσεις στον παράγοντα ΟΣ έχουν μόνο τα προβλήματα π18, π19 και π21, οι τιμές των οποίων είναι μεγαλύτερες από 0,51. Το πρόβλημα π20 έχει συγκριτικά χαμηλή φόρτιση στον παράγοντα ΟΣ, η οποία δεν είναι σημαντική στο συγκεκριμένο μοντέλο.

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της ανάλυσης, οι παράγοντες ΓΕ, ΔΙ και ΔΤ φορτίζουν στον παράγοντα δευτέρης τάξης που περιλαμβάνει τα προβλήματα ομάδας. Οι φορτίσεις των τριών παραγόντων πρώτης τάξης στον παράγοντα «προβλήματα ομάδας» είναι όλες σημαντικές και για τις δύο ομάδες μαθητών. Στο μοντέλο των αγοριών οι φορτίσεις των τριών παραγόντων στον παράγοντα «προβλήματα ομάδας» είναι μεγαλύτερες από 0,51 ($r_{ΓΕ}=0,748$, $r_{ΔΙ}=0,531$ και $r_{ΔΤ}=0,510$), ενώ στο μοντέλο των κοριτσιών οι φορτίσεις αυτές είναι μεγαλύτερες από 0,30 ($r_{ΓΕ}=0,479$, $r_{ΔΙ}=0,559$, $r_{ΔΤ}=0,302$). Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα, η συνδυακόμενη των παραγόντων ΓΕ, ΔΙ και ΔΤ μπορεί να επεξηγήσει τον παράγοντα «προβλήματα ομάδας», τόσο στο μοντέλο των αγοριών όσο και στο μοντέλο των κοριτσιών.

Όμοια, οι παράγοντες ΑΣ, ΔΣ και ΟΣ μπορούν να επεξηγήσουν τον δεύτερης τάξης παράγοντα «προβλήματα σειράς» στα δύο μοντέλα που αναφέρονται στα αγόρια και στα κορίτσια, εφόσον οι φορτίσεις των τριών παραγόντων πρώτης τάξης στον παράγοντα «προβλήματα σειράς» είναι σε όλες τις περιπτώσεις στατιστικά σημαντικές. Στο μοντέλο των αγοριών οι φορτίσεις των τριών παραγόντων είναι μεγαλύτερες από 0,63 ($r_{ΑΣ}=0,638$, $r_{ΔΣ}=0,994$ και $r_{ΟΣ}=0,995$), ενώ στο μοντέλο των κοριτσιών οι φορτίσεις είναι μεγαλύτερες από 0,37 ($r_{ΑΣ}=0,373$, $r_{ΔΣ}=0,994$ και $r_{ΟΣ}=0,992$).

Οι δύο παράγοντες δεύτερης τάξης «προβλήματα ομάδας» και «προβλήματα σειράς» μπορούν να επεξηγήσουν τον παράγοντα τρίτης τάξης που αναφέρεται στα μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού στα δύο μοντέλα που αναφέρονται στα αγόρια και στα κορίτσια του δείγματος. Οι φορτίσεις των παραγόντων δεύτερης τάξης στον παράγοντα «μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού» είναι πολύ ψηλές στα δύο μοντέλα μαθητών και στατιστικά σημαντικές. Οι τιμές των φορτίσεων είναι μεγαλύτερες από 0,93 σε όλες τις περιπτώσεις. Κατ' επέκταση, ο παράγοντας «μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού» μπορεί να επεξηγηθεί από τη συνδυακόμενη των παραγόντων «προβλήματα ομάδας» και «προβλήματα σειράς» στα μοντέλα των αγοριών και των κοριτσιών του δείγματος.

Το Μοντέλο που Αναφέρεται στα Είδη Γνωστικών Λειτουργιών

Για την επιβεβαίωση της δεύτερης διάστασης της θεωρίας του Klauer, που αναφέρεται στα είδη των γνωστικών λειτουργιών που απαιτούνται για την επίλυση προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού, εφαρμόστηκε Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων στο προτεινόμενο μοντέλο, με τα δεδομένα του συνόλου των μαθητών,

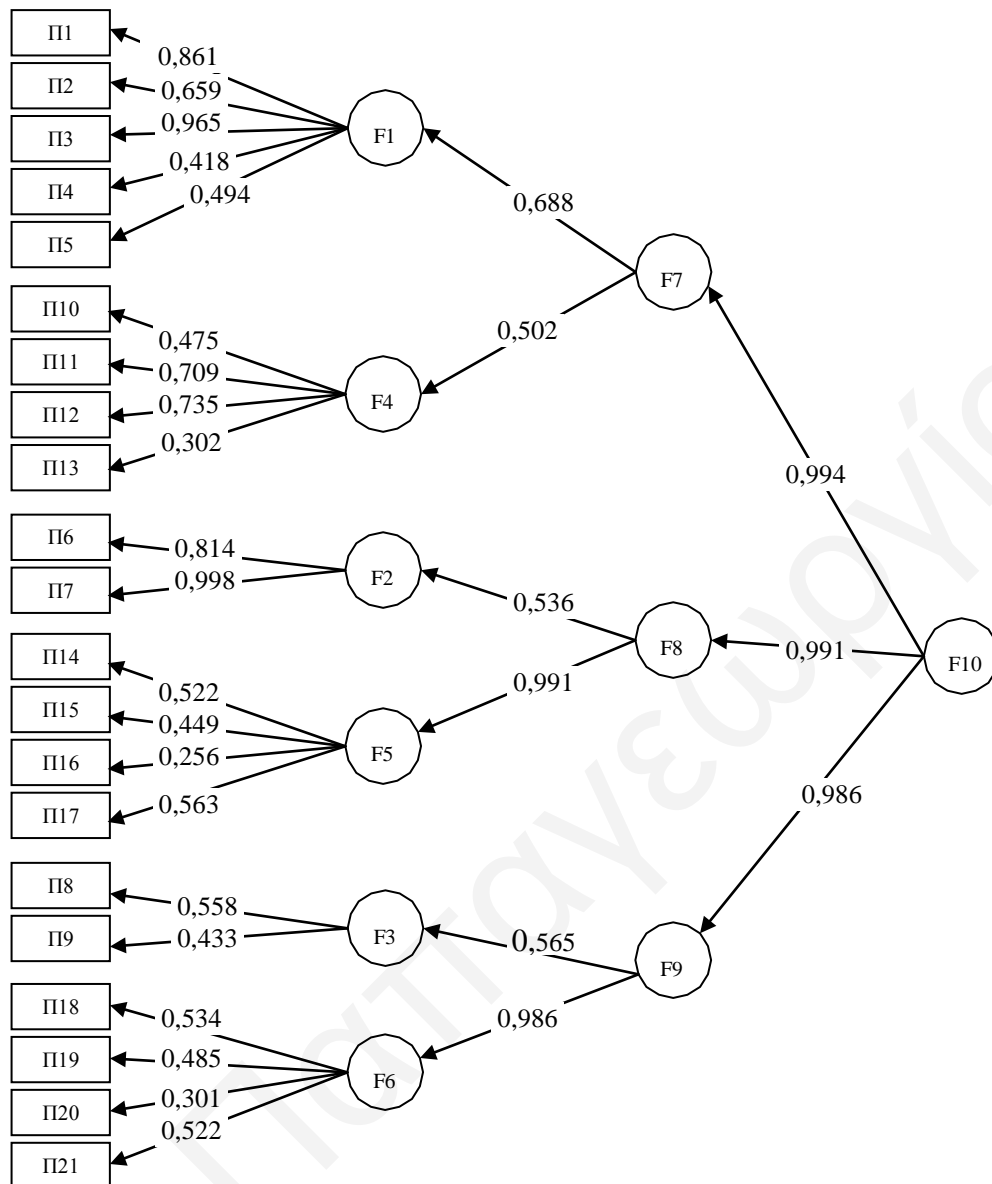
όπως επίσης και με τα δεδομένα όλων των υποομάδων του δείγματος. Τα αποτελέσματα της Επιβεβαιωτικής Ανάλυσης που αφορά τα δεδομένα όλου του δείγματος παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 27, ενώ τα αποτελέσματα της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου, όπως επίσης και τα αποτελέσματα που αφορούν τα αγόρια και τα κορίτσια του δείγματος παρουσιάζονται αντίστοιχα στο Διάγραμμα 28 και στο Διάγραμμα 29.

Το μοντέλο για όλο το δείγμα μαθητών. Οι τιμές των στατιστικών δεικτών που έχουν προκύψει από την Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων δείχνουν ότι το μοντέλο που αναφέρεται στα είδη των γνωστικών λειτουργιών που απαιτούνται για την επίλυση των έξι τύπων προβλημάτων μπορεί να επιβεβαιωθεί με τα εμπειρικά δεδομένα του συνολικού δείγματος που χρησιμοποιήθηκε στην έρευνα.

Συγκεκριμένα, ο δείκτης CFI ισούται με 0,998 ο λόγος του χ^2 προς το πλήθος των βαθμών ελευθερίας είναι ίσος με 1,397 και ο δείκτης RMSEA είναι ίσος με 0,054.

Στο μοντέλο που παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 27 φαίνεται ότι τα προβλήματα π1-π5 (προβλήματα γενίκευσης) φορτίζουν σε έναν παράγοντα πρώτης τάξης, τον παράγοντα «ομοιότητα ιδιοτήτων». Τα προβλήματα αυτά απαιτούν για τη λύση τους εύρεση ομοιότητας ανάμεσα στις ιδιότητες που περιλαμβάνουν. Οι φορτίσεις τους στον παράγοντα «ομοιότητα ιδιοτήτων» είναι όλες στατιστικά σημαντικές και μεγαλύτερες από 0,41. Τα προβλήματα π10-π13 (προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων) φορτίζουν σημαντικά στον παράγοντα πρώτης τάξης «ομοιότητα σχέσεων» με φορτίσεις μεγαλύτερες από 0,30. Τα συγκεκριμένα προβλήματα απαιτούν για τη λύση τους εύρεση ομοιότητας στις σχέσεις που περιέχουν.

Οι δύο παράγοντες πρώτης τάξης «ομοιότητα ιδιοτήτων» και «ομοιότητα σχέσεων» φορτίζουν σε έναν παράγοντα δεύτερης τάξης, ο οποίος αναφέρεται στα



Σημείωση: F1=Ομοιότητα ιδιοτήτων, F2= Διαφορά ιδιοτήτων, F3= Ομοιότητα και διαφορά ιδιοτήτων, F4= Ομοιότητα σχέσεων, F5= Διαφορά σχέσεων, F6= Ομοιότητα και διαφορά σχέσεων, F7= Ομοιότητα, F8= Διαφορά, F9= Ομοιότητα και διαφορά, F10=Γενική στρατηγική επαγωγικού συλλογισμού, π1-π29 =τα προβλήματα που χρησιμοποιήθηκαν στην Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων

Διάγραμμα 27. Τα αποτελέσματα της Επιβεβαιωτικής Ανάλυσης του μοντέλου που αναφέρεται στα είδη των γνωστικών λειτουργιών λύσης προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά για όλο το δείγμα μαθητών

προβλήματα που απαιτούν για τη λύση τους τη γνωστική λειτουργία της ανακάλυψης ομοιότητας. Οι φορτίσεις των παραγόντων «ομοιότητα ιδιοτήτων» και «ομοιότητα σχέσεων» στον παράγοντα «ομοιότητα» είναι στατιστικά σημαντικές και μεγαλύτερες από 0,50 ($r_{\text{ομοιότητα ιδιοτήτων}}=0,688$, $r_{\text{ομοιότητα σχέσεων}}=0,502$). Φαίνεται, επομένως ότι η συνδυακόμενη των παραγόντων «ομοιότητα ιδιοτήτων» και «ομοιότητα σχέσεων» μπορεί να επεξηγήσει τον παράγοντα δεύτερης τάξης «ομοιότητα».

Τα προβλήματα π_6 και π_7 , τα οποία απαιτούν για τη λύση τους εύρεση διαφοράς στις ιδιότητες που περιλαμβάνουν (προβλήματα διάκρισης) φορτίζουν σημαντικά σε έναν παράγοντα πρώτης τάξης, τον παράγοντα «διαφορά ιδιοτήτων». Όμοια, τα προβλήματα π_{14} - π_{17} , τα οποία απαιτούν εύρεση διαφοράς στις σχέσεις που περιέχουν (προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων) έχουν στατιστικά σημαντικές φορτίσεις σε έναν παράγοντα πρώτης τάξης, τον παράγοντα «διαφορά σχέσεων». Οι φορτίσεις των προβλημάτων π_6 και π_7 στον παράγοντα «διαφορά ιδιοτήτων» είναι μεγαλύτερες από 0,81, ενώ οι φορτίσεις των προβλημάτων π_{14} - π_{17} στον παράγοντα «διαφορά σχέσεων» είναι όλες μεγαλύτερες από 0,25. Η συνδυακόμενη των παραγόντων «διαφορά ιδιοτήτων» και «διαφορά σχέσεων» μπορεί να επεξηγήσει τον παράγοντα δεύτερης τάξης «διαφορά», ο οποίος περιλαμβάνει προβλήματα που απαιτούν για τη λύση τους τη γνωστική λειτουργία της ανακάλυψης διαφορών. Οι φορτίσεις των παραγόντων «διαφορά ιδιοτήτων» και «διαφορά σχέσεων» στον παράγοντα «διαφορά» αντιστοιχούν στις τιμές 0,536 και 0,991, οι οποίες είναι και οι δύο στατιστικά σημαντικές.

Τα προβλήματα π_8 και π_9 , που απαιτούν ταυτόχρονη εύρεση ομοιότητας και διαφοράς στις ιδιότητες που περιλαμβάνουν, φορτίζουν στον παράγοντα πρώτης τάξης «ομοιότητα και διαφορά ιδιοτήτων», ενώ τα προβλήματα π_{18} - π_{21} , τα οποία

απαιτούν ταυτόχρονη εύρεση ομοιότητας και διαφοράς στις σχέσεις που περιέχουν, φορτίζουν στον παράγοντα «ομοιότητα και διαφορά σχέσεων». Οι φορτίσεις των προβλημάτων στους δύο παράγοντες είναι όλες στατιστικά σημαντικές και μεγαλύτερες από 0,30. Οι παράγοντες «ομοιότητα και διαφορά ιδιοτήτων» και «ομοιότητα και διαφορά σχέσεων» φορτίζουν σε έναν παράγοντα δεύτερης τάξης, ο οποίος αναφέρεται στα προβλήματα που απαιτούν για τη λύση τους την ανακάλυψη ομοιοτήτων και διαφορών. Οι φορτίσεις των δύο παραγόντων πρώτης τάξης στον παράγοντα «ομοιότητα και διαφορά» είναι μεγαλύτερες από 0,56 και στατιστικά σημαντικές. Συνεπώς, η συνδυακόμενη των δύο παραγόντων πρώτης τάξης επεξηγεί τον δεύτερης τάξης παράγοντα «ομοιότητα και διαφορά».

Οι τρεις παράγοντες «ομοιότητα», «διαφορά» και «ομοιότητα και διαφορά» φορτίζουν σε έναν παράγοντα τρίτης τάξης που αναφέρεται στη γενική στρατηγική επαγωγικού συλλογισμού. Οι φορτίσεις των τριών παραγόντων δεύτερης τάξης στον παράγοντα «γενική στρατηγική επαγωγικού συλλογισμού» είναι πολύ ψηλές, μεγαλύτερες από 0,98 και στατιστικά σημαντικές, γεγονός που δείχνει ότι ο παράγοντας αυτός επεξηγείται από τη συνδυακόμενη των παραγόντων δεύτερης τάξης.

Το προτεινόμενο μοντέλο, που αναφέρεται στις γνωστικές λειτουργίες που απαιτούνται για την επίλυση προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά μπορεί να επιβεβαιωθεί με τα δεδομένα που αναφέρονται σε κάθε υποομάδα του δείγματος των μαθητών, σύμφωνα με τα αποτελέσματα της Επιβεβαιωτικής Ανάλυσης που εφαρμόστηκε. Συγκεκριμένα, το προτεινόμενο μοντέλο μπορεί να επιβεβαιωθεί με τα δεδομένα των μαθητών της πειραματικής ομάδας, της ομάδας ελέγχου, των αγοριών και του κοριτσιών του δείγματος, αφού σε όλες τις περιπτώσεις ο δείκτης CFI είναι μεγαλύτερος από 0,900, ο λόγος $\frac{\chi^2}{df}$ είναι

μικρότερος από το 2 και ο δείκτης RMSEA είναι μικρότερος από 0,08. Στον Πίνακα

7 παρουσιάζονται οι τιμές των δεικτών CFI, RMSEA και ο λόγος $\frac{x^2}{df}$ για την κάθε

υποομάδα του δείγματος των μαθητών, όπως έχουν προκύψει από την

Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων. Το Διάγραμμα 28 παρουσιάζει τα μοντέλα

της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου, ενώ το Διάγραμμα 29

παρουσιάζει τα μοντέλα που αναφέρονται στην ομάδα των αγοριών και στην ομάδα

των κοριτσιών του δείγματος.

Πίνακας 7

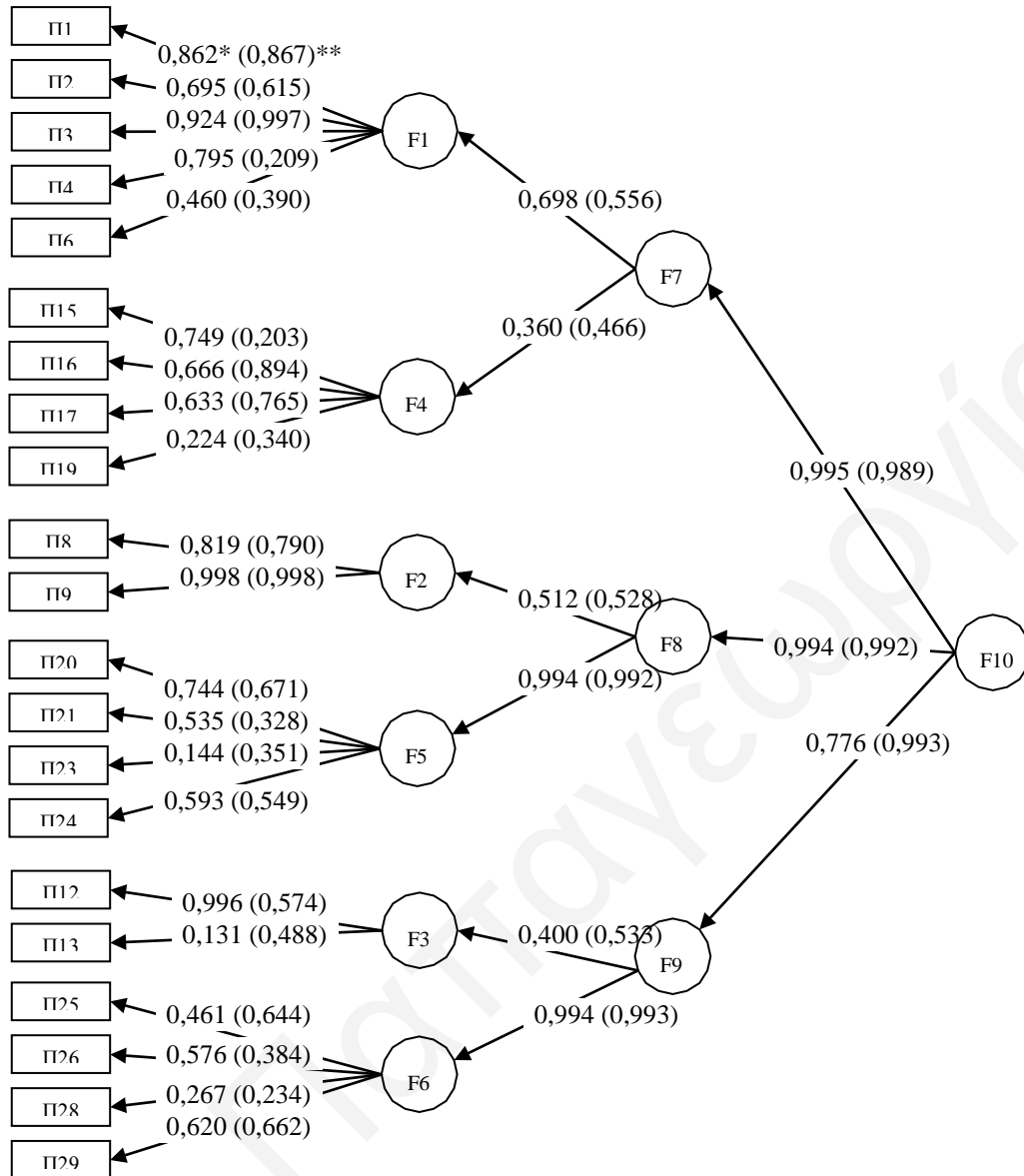
Δείκτες Επιβεβαιωτικής Ανάλυσης για το Μοντέλο των Γνωστικών Λειτουργιών για τις Υποομάδες του Δείγματος

Ομάδες Μαθητών Δείγματος	CFI	$\frac{x^2}{df}$	RMSEA
Πειραματική ομάδα	0,892	1,271	0,068
Ομάδα ελέγχου	0,901	1,532	0,063
Αγόρια	0,933	1,167	0,052
Κορίτσια	0,923	1,208	0,053

Το μοντέλο για την πειραματική ομάδα και την ομάδα ελέγχου. Όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 28, τα προβλήματα π1-π5 έχουν όλα σημαντικές φορτίσεις στον παράγοντα πρώτης τάξης «ομοιότητα ιδιοτήτων» στο μοντέλο της πειραματικής ομάδας. Στο μοντέλο που αναφέρεται στην ομάδα ελέγχου σημαντικές φορτίσεις έχουν μόνο τα προβλήματα π1, π2, π3 και π5. Η φόρτιση του προβλήματος π4 είναι αρκετά χαμηλή μικρότερη από 0,21 και επομένως δεν είναι σημαντική.

Επιπρόσθετα, στο μοντέλο αυτό το πρόβλημα π5 έχει επίσης στατιστικά σημαντική φόρτιση στον παράγοντα «ομοιότητα και διαφορά ιδιοτήτων» ($r=0,479$). Τα προβλήματα π10-π13 φορτίζουν στον παράγοντα «ομοιότητα σχέσεων» και στα δύο μοντέλα των μαθητών. Από τα τέσσερα προβλήματα, στατιστικά σημαντικές φορτίσεις στον παράγοντα «ομοιότητα σχέσεων» και στα δύο μοντέλα έχουν μόνο τα προβλήματα π11 και π12 με τιμές μεγαλύτερες από 0,63. Το πρόβλημα π10 φορτίζει σημαντικά μόνο στο μοντέλο της πειραματικής ομάδας, ενώ το πρόβλημα π13 φορτίζει σημαντικά μόνο στο μοντέλο που αναφέρεται στην ομάδα ελέγχου των μαθητών. Η συνδυακόμενη των δύο παραγόντων «ομοιότητα ιδιοτήτων» και «ομοιότητα σχέσεων» φαίνεται ότι μπορεί να επεξηγήσει τον παράγοντα δεύτερης τάξης «ομοιότητα» και στις δύο ομάδες μαθητών. Οι φορτίσεις των παραγόντων πρώτης τάξης στον παράγοντα «ομοιότητα» είναι μεγαλύτερες από 0,36 και στατιστικά σημαντικές τόσο στο μοντέλο της πειραματικής ομάδας όσο και στο μοντέλο της ομάδας ελέγχου.

Τα προβλήματα διάκρισης π6 και π7, φορτίζουν στον παράγοντα πρώτης τάξης «διαφορά ιδιοτήτων» στα δύο μοντέλα της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου των μαθητών. Οι φορτίσεις των δύο προβλημάτων στον παράγοντα «διαφορά ιδιοτήτων» είναι αρκετά υψηλές μεγαλύτερες από 0,79 και στατιστικά σημαντικές και στα δύο μοντέλα των μαθητών. Ο παράγοντας «διαφορά σχέσεων», τόσο στο μοντέλο της πειραματικής ομάδας όσο και στο μοντέλο της ομάδας ελέγχου φαίνεται ότι προκύπτει από τα προβλήματα π14-π17. Σημαντικές είναι οι φορτίσεις των προβλημάτων π14, π15 και π17 στον παράγοντα «διαφορά σχέσεων» και στα δύο μοντέλα, ενώ το πρόβλημα π16 φορτίζει σημαντικά μόνο στο μοντέλο της ομάδας ελέγχου. Οι παράγοντες «διαφορά ιδιοτήτων» και «διαφορά σχέσεων»



Σημείωση: F1=Ομοιότητα ιδιοτήτων, F2= Διαφορά ιδιοτήτων, F3= Ομοιότητα και διαφορά ιδιοτήτων, F4= Ομοιότητα σχέσεων, F5= Διαφορά σχέσεων, F6= Ομοιότητα και διαφορά σχέσεων, F7= Ομοιότητα, F8= Διαφορά, F9= Ομοιότητα και διαφορά, F10=Γενική στρατηγική επαγωγικού συλλογισμού, π1-π21 =τα προβλήματα που χρησιμοποιήθηκαν στην Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων

* Οι φορτίσεις των προβλημάτων για την πειραματική ομάδα.

** Οι φορτίσεις των προβλημάτων για την ομάδα ελέγχου.

Διάγραμμα 28. Τα αποτελέσματα της Επιβεβαιωτικής Ανάλυσης του μοντέλου που αναφέρεται στα είδη των γνωστικών λειτουργιών λύσης προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά για την πειραματική ομάδα και την ομάδα ελέγχου των μαθητών.

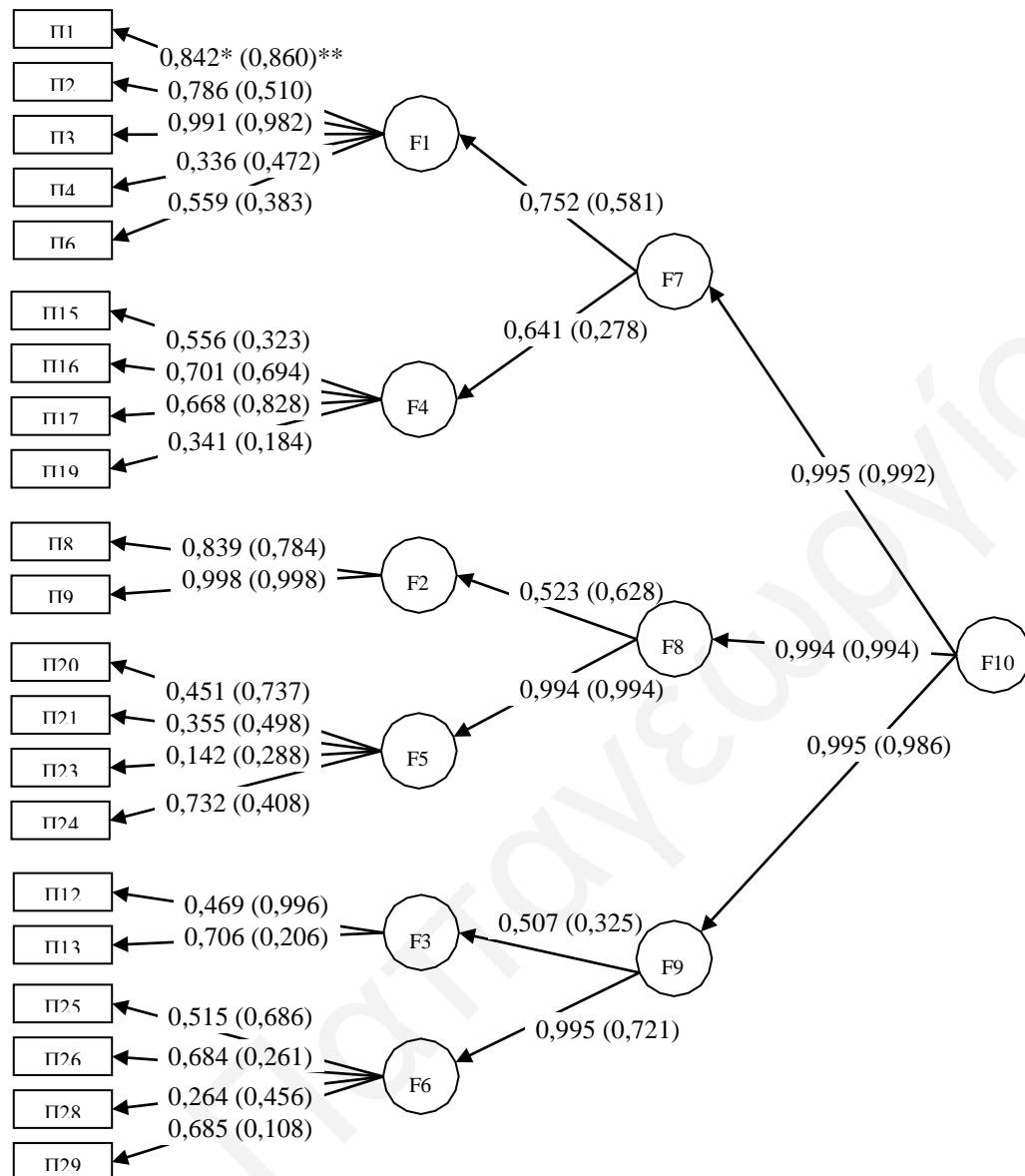
φορτίζουν στον παράγοντα δεύτερης τάξης «διαφορά», που αναφέρεται στα προβλήματα που απαιτούν για τη λύση τους ανακάλυψη διαφορών και στα δύο μοντέλα των μαθητών. Οι φορτίσεις αυτές είναι όλες στατιστικά σημαντικές. Στα δύο μοντέλα οι φορτίσεις του παράγοντα «διαφορά ιδιοτήτων» στον παράγοντα «διαφορά» είναι μεγαλύτερες από 0,51, ενώ οι φορτίσεις του παράγοντα «διαφορά σχέσεων» στον παράγοντα «διαφορά» είναι μεγαλύτερες από 0,99.

Τα προβλήματα π8 και π9, τα οποία αναφέρονται ως προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης, φορτίζουν στον παράγοντα πρώτης τάξης «ομοιότητα και διαφορά ιδιοτήτων» και στα δύο μοντέλα που αναφέρονται στην πειραματική και στην ομάδα ελέγχου των μαθητών. Έχουν και τα δύο σημαντικές φορτίσεις στον παράγοντα «ομοιότητα και διαφορά ιδιοτήτων» μόνο στο μοντέλο που αναφέρεται στην ομάδα ελέγχου. Στην περίπτωση της πειραματικής ομάδας παρατηρήθηκε ότι το πρόβλημα π9 έχει αρκετά χαμηλή φόρτιση μικρότερη από 0,15 που δεν είναι σημαντική, σε αντίθεση με τη φόρτιση του προβλήματος π8 που είναι πολύ ψηλή μεγαλύτερη από 0,99. Για τα προβλήματα οικοδόμησης συστήματος π18-π21, παρατηρήθηκε ότι σημαντικές φορτίσεις στον παράγοντα «ομοιότητα και διαφορά σχέσεων» έχουν μόνο τα προβλήματα π18, π19 και π21 και στα δύο μοντέλα. Η φόρτιση του προβλήματος π20 δεν είναι σημαντική σε οποιοδήποτε από τα δύο μοντέλα. Οι παράγοντες «ομοιότητα και διαφορά ιδιοτήτων» και «ομοιότητα και διαφορά σχέσεων» φορτίζουν σημαντικά στον παράγοντα δεύτερης τάξης «ομοιότητα και διαφορά», όπως φαίνεται στα δύο μοντέλα που παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 28. Οι φορτίσεις του παράγοντα «ομοιότητα και διαφορά ιδιοτήτων» στον παράγοντα «ομοιότητα και διαφορά» είναι μεγαλύτερες από 0,39, ενώ οι φορτίσεις του παράγοντα «ομοιότητα και διαφορά σχέσεων» είναι μεγαλύτερες από 0,99 και στα δύο μοντέλα. Φαίνεται ότι, τόσο στο μοντέλο της πειραματικής ομάδας

όσο και στο μοντέλο της ομάδας ελέγχου, ο παράγοντας «ομοιότητα και διαφορά» επεξηγείται από τη συνδυακόμενη των παραγόντων «ομοιότητα και διαφορά ιδιοτήτων» και «ομοιότητα και διαφορά σχέσεων».

Τέλος, οι παράγοντες «ομοιότητα», «διαφορά» και «ομοιότητα και διαφορά» έχουν σημαντικές φορτίσεις στον τρίτης τάξης παράγοντα «γενική στρατηγική επαγωγικού συλλογισμού» στα δύο μοντέλα. Σε όλες τις περιπτώσεις οι φορτίσεις είναι πολύ ψηλές μεγαλύτερες από 0,98, εκτός από την φόρτιση του παράγοντα «ομοιότητα και διαφορά» στο μοντέλο της πειραματικής ομάδας, η οποία είναι μεγαλύτερη από 0,77. Επομένως, φαίνεται ότι ο παράγοντας «γενική στρατηγική επαγωγικού συλλογισμού» μπορεί να επεξηγηθεί από τη συνδυακόμενη των τριών παραγόντων δεύτερης τάξης, τόσο στο μοντέλο που αναφέρεται στην πειραματική ομάδα όσο και στο μοντέλο που αναφέρεται στην ομάδα ελέγχου των μαθητών.

Το μοντέλο για τα αγόρια και για τα κορίτσια. Σχετικά με τα αποτελέσματα της Επιβεβαιωτικής Ανάλυσης Παραγόντων που αφορούν την ομάδα των αγοριών και την ομάδα των κοριτσιών, παρατηρήθηκε ότι όλα τα προβλήματα γενίκευσης (π1, π2, π3, π4, π5) φορτίζουν σημαντικά στον παράγοντα πρώτης τάξης «ομοιότητα ιδιοτήτων» και στα δύο μοντέλα (Διάγραμμα 29). Όσον αφορά τα προβλήματα π10-π13 που φορτίζουν στον παράγοντα «ομοιότητα σχέσεων», τα αποτελέσματα έδειξαν ότι στην περίπτωση των κοριτσιών το πρόβλημα π13 δεν έχει στατιστικά σημαντική φόρτιση. Οι φορτίσεις όλων των άλλων προβλημάτων στον παράγοντα «ομοιότητα σχέσεων» είναι σημαντικές και στις δύο ομάδες μαθητών. Οι δύο παράγοντες «ομοιότητα ιδιοτήτων» και «ομοιότητα σχέσεων» φορτίζουν στον παράγοντα δεύτερης τάξης «ομοιότητα» στα δύο μοντέλα των αγοριών και των κοριτσιών. Όλες οι φορτίσεις είναι στατιστικά σημαντικές και στα δύο μοντέλα,



Σημείωση: F1=Ομοιότητα ιδιοτήτων, F2= Διαφορά ιδιοτήτων, F3= Ομοιότητα και διαφορά ιδιοτήτων, F4= Ομοιότητα σχέσεων, F5= Διαφορά σχέσεων, F6= Ομοιότητα και διαφορά σχέσεων, F7= Ομοιότητα, F8= Διαφορά, F9= Ομοιότητα και διαφορά, F10=Γενική στρατηγική επαγωγικού συλλογισμού, π1-π21 =τα προβλήματα που χρησιμοποιήθηκαν στην Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων

* Οι φορτίσεις των προβλημάτων για την ομάδα των αγοριών του δείγματος.

** Οι φορτίσεις των προβλημάτων για την ομάδα των κοριτσιών του δείγματος.

Διάγραμμα 29. Τα αποτελέσματα της Επιβεβαιωτικής Ανάλυσης του μοντέλου που αναφέρεται στα είδη των γνωστικών λειτουργιών λύσης προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά για την ομάδα των αγοριών και την ομάδα των κοριτσιών του δείγματος.

εκτός από τη φόρτιση του παράγοντα «ομοιότητα σχέσεων» στο μοντέλο των κοριτσιών.

Τα προβλήματα που απαιτούν για τη λύση τους ανακάλυψη διαφοράς στις ιδιότητές τους (π6, π7) έχουν όλα σημαντικές φορτίσεις στον παράγοντα πρώτης τάξης «διαφορά ιδιοτήτων», τόσο στο μοντέλο των αγοριών όσο και στο μοντέλο των κοριτσιών. Οι φορτίσεις των προβλημάτων αυτών στον παράγοντα «διαφορά ιδιοτήτων» είναι σε όλες τις περιπτώσεις αρκετά ψηλές μεγαλύτερες από 0,78. Τα τέσσερα προβλήματα που απαιτούν ανακάλυψη διαφοράς στις σχέσεις που περιέχουν (π14-π17) φορτίζουν στον παράγοντα «διαφορά σχέσεων» στα δυο μοντέλα των μαθητών. Σημαντικές όμως φορτίσεις και στα δύο μοντέλα έχουν τα προβλήματα π14, π15 και π17, ενώ το πρόβλημα π16 έχει στατιστικά σημαντική φόρτιση στον παράγοντα «διαφορά σχέσεων» μόνο στο μοντέλο των κοριτσιών. Τόσο στο μοντέλο των αγοριών όσο και στο μοντέλο των κοριτσιών, τα αποτελέσματα της Επιβεβαιωτικής Ανάλυσης έχουν δείξει ότι οι παράγοντες «διαφορά ιδιοτήτων» και «διαφορά σχέσεων» φορτίζουν σημαντικά στον παράγοντα δεύτερης τάξης «διαφορά» και στα δύο μοντέλα με φορτίσεις μεγαλύτερες από 0,52 και 0,99, αντίστοιχα για τους παράγοντες «διαφορά ιδιοτήτων» και «διαφορά σχέσεων». Επομένως μπορεί να θεωρηθεί ότι ο παράγοντας «διαφορά» μπορεί να εξηγηθεί από τη συνδυακόμενη των δύο παραγόντων πρώτης τάξης «διαφορά ιδιοτήτων» και «διαφορά σχέσεων».

Τα προβλήματα που απαιτούν ταυτόχρονη ανακάλυψη ομοιότητας και διαφοράς στις ιδιότητες (π8, π9) ή στις σχέσεις που περιλαμβάνουν (π18, π19, π20, π21) φορτίζουν αντίστοιχα στους δύο παράγοντες «ομοιότητα και διαφορά ιδιοτήτων» και «ομοιότητα και διαφορά σχέσεων» στα δύο μοντέλα που αναφέρονται στα αγόρια και στα κορίτσια. Οι φορτίσεις των δύο προβλημάτων στον

παράγοντα «ομοιότητα και διαφορά ιδιοτήτων» είναι σημαντικές μόνο στο μοντέλο των αγοριών. Όσον αφορά τον παράγοντα «ομοιότητα και διαφορά σχέσεων», σημαντικές είναι οι φορτίσεις των προβλημάτων π18 και π19 και στα δύο μοντέλα. Το πρόβλημα π20 έχει σημαντική φόρτιση μόνο στο μοντέλο των κοριτσιών, ενώ το πρόβλημα π21 φορτίζει σημαντικά στον παράγοντα «ομοιότητα και διαφορά σχέσεων» μόνο στο μοντέλο των αγοριών. Επιπλέον, στο μοντέλο των κοριτσιών παρατηρείται ότι το πρόβλημα π21 έχει πολύ ψηλή και σημαντική φόρτιση στον παράγοντα «ομοιότητα και διαφορά ιδιοτήτων» ($r=0,880$). Η συνδυακόμενη των δύο παραγόντων «ομοιότητα και διαφορά ιδιοτήτων» και «ομοιότητα και διαφορά σχέσεων» φαίνεται ότι επεξηγεί τον παράγοντα δεύτερης τάξης «ομοιότητα και διαφορά» και στα δύο μοντέλα. Οι φορτίσεις του παράγοντα «ομοιότητα και διαφορά ιδιοτήτων» είναι στατιστικά σημαντικές και μεγαλύτερες από 0,32 στα δύο μοντέλα, ενώ οι φορτίσεις του παράγοντα «ομοιότητα και διαφορά σχέσεων» είναι επίσης σημαντικές και μεγαλύτερες από 0,72.

Οι τρεις παράγοντες «ομοιότητα», «διαφορά», «ομοιότητα και διαφορά» φορτίζουν σημαντικά στον παράγοντα τρίτης τάξης «γενική στρατηγική επαγωγικού συλλογισμού», τόσο στην περίπτωση των αγοριών όσο και στην περίπτωση των κοριτσιών. Οι φορτίσεις στον παράγοντα αυτό είναι όλες πολύ ψηλές, μεγαλύτερες από 0,98. Επομένως, τα αποτελέσματα δείχνουν ότι ο παράγοντας αυτός μπορεί να επεξηγηθεί από τη συνδυακόμενη των τριών παραγόντων «ομοιότητα», «διαφορά», «ομοιότητα και διαφορά» στα δύο μοντέλα που παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 29.

Υπόθεση 2: Η αποτελεσματικότητα του παρεμβατικού προγράμματος ανάπτυξης του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά

Για να διαπιστωθεί η αποτελεσματικότητα του παρεμβατικού προγράμματος ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά εφαρμόστηκε η Δομική Ανάλυση Μέσων Όρων στα δεδομένα που προέκυψαν από την πρώτη και τη δεύτερη μέτρηση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά. Συγκεκριμένα, έγινε σύγκριση των δύο επιδόσεων των μαθητών που αναφέρονταν στην ικανότητά τους να επιλύουν επαγωγικά προβλήματα των έξι κατηγοριών του Klauer για να διαπιστωθούν πιθανές διαφορές εντός και μεταξύ των της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου των μαθητών μετά από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος. Η σύγκριση των επιδόσεων των μαθητών εντός και μεταξύ των δύο ομάδων καθορίζει και το βαθμό της επίδρασης του παρεμβατικού προγράμματος στην ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού, ξεχωριστά για την κάθε κατηγορία προβλημάτων.

Στη Δομική Ανάλυση Μέσων Όρων που εφαρμόστηκε για την κάθε κατηγορία προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο του Διαγράμματος 20 (Κεφάλαιο 3) και οι δομικές εξισώσεις που παρουσιάζονται σε γενική μορφή στον Πίνακα 8. Στις δύο ομάδες μαθητών οι παράγοντες F1 και F2 αποτελούν ένδειξη της ικανότητάς τους στην επίλυση μαθηματικών επαγωγικών προβλημάτων κατά την πρώτη και τη δεύτερη μέτρηση, αντίστοιχα. Από τη δομή των εξισώσεων φαίνεται ότι η ικανότητα επίλυσης προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού, όπως μπορεί να υπολογιστεί από τα δεδομένα της δεύτερης μέτρησης (F2), αναμένεται να αποτελεί συνάρτηση της ικανότητας επίλυσης των

προβλημάτων που προκύπτει από τα δεδομένα της πρώτης μέτρησης των παιδιών (F1). Η σταθερά V999 που παρουσιάζεται στις εξισώσεις, έχει θεωρηθεί ότι επιδρά άμεσα στους παράγοντες F1 και F2, αναπαριστώντας μια αρχική τιμή (intercept) για τους παράγοντες αυτούς.

Πίνακας 8

Γενικοί Τύποι Δομικών Εξισώσεων Μέσων Όρων

Ομάδα Μαθητών	Εξισώσεις Δομικής Ανάλυσης Μέσων Όρων
Πειραματική	$F1 = *V999 + 1,000 D1$ $F2 = *F1 + *V999 + 1,000 D2$
Ελέγχου	$F1 = 0V999 + 1,000 D1$ $F2 = 0V999 + *F1 + 1,000 D2$

Όπως φαίνεται στον Πίνακα 8, οι αρχικές τιμές των παραγόντων έχουν τεθεί να είναι ίσες με μηδέν στην ομάδα ελέγχου, ενώ έχουν αφαιρεθεί ελεύθερες να υπολογιστούν στην πειραματική ομάδα. Στο γενικό προτεινόμενο μοντέλο οι τιμές που αναφέρονται στις φορτίσεις των παραγόντων και στις παλινδρομήσεις τους, καθώς και στις αρχικές τιμές των μεταβλητών έχουν περιοριστεί ώστε να είναι ίσες στην πειραματική ομάδα και στην ομάδα ελέγχου.

Από την Δομική Ανάλυση Μέσων Όρων που εφαρμόστηκε σε καθεμιά από τις έξι κατηγορίες προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού, με αναφορά στο μοντέλο του Διαγράμματος 20, έχουν προκύψει οι εξισώσεις που παρουσιάζονται στον Πίνακα 9. Οι περιορισμοί του προτεινόμενου μοντέλου έχουν διαφοροποιηθεί κατά την ανάλυση που αφορούσε τις κατηγορίες προβλημάτων γενίκευσης, αναγνώρισης

σχέσεων, διαφοροποίησης σχέσεων και οικοδόμησης συστήματος, ώστε να προκύψουν τα καταλληλότερα μοντέλα που μπορούν να περιγράψουν τις διαφορές των δύο ομάδων μαθητών στα συγκεκριμένα προβλήματα. Στις κατηγορίες προβλημάτων της διάκρισης και της διασταυρούμενης ταξινόμησης χρησιμοποιήθηκε το προτεινόμενο μοντέλο χωρίς διαφοροποίηση, δηλαδή διατηρήθηκαν όλοι οι περιορισμοί που περιλάμβανε. Τα αποτελέσματα σχετικά με την επίδραση του παρεμβατικού παρουσιάζονται και περιγράφονται παρακάτω αναλυτικά για την καθεμιά από τις έξι κατηγορίες προβλημάτων.

Προβλήματα Γενίκευσης

Η ανάλυση που εφαρμόστηκε για τα προβλήματα γενίκευσης έδειξε ότι το προτεινόμενο μοντέλο (Διάγραμμα 20) μπορεί να επιβεβαιωθεί από τα δεδομένα της των δύο ομάδων μαθητών, μετά από την αφαίρεση των περιορισμών που θεωρούσαν ότι οι φορτίσεις των μεταβλητών π_3 και π_4 στον παράγοντα F1 είναι ίσες στην πειραματική ομάδα και στην ομάδα ελέγχου κατά την πρώτη μέτρηση της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων γενίκευσης, όπως επίσης και του περιορισμού που θεωρούσε ότι η φόρτιση της μεταβλητής π_3 στον παράγοντα F2 είναι ίση στις δύο ομάδες κατά τη δεύτερη μέτρηση ($CFI=0,932$, $\frac{\chi^2}{df}=1,822$). Οι εξισώσεις που έχουν προκύψει από την ανάλυση δείχνουν ότι η πειραματική ομάδα είχε σημαντικά χαμηλότερη επίδοση στα προβλήματα γενίκευσης πριν από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος συγκριτικά με την επίδοση της ομάδας ελέγχου, η οποία είχε τεθεί να είναι ίση με μηδέν ($V999=-0,171$, $Z=-2,502$). Παρόλα αυτά, μετά από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος ενίσχυσης της ικανότητας του

Πίνακας 9

Οι Εξισώσεις της Δομικής Ανάλυσης Μέσων Όρων για τις Έξι Ομάδες

Προβλημάτων Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά

Τύπος Προβλημάτων	Εξισώσεις Δομικής Ανάλυσης Μέσων Όρων
Γενίκευση	$F1 = -0,171 \cdot V999 + 1,000 D1$ 0,068 (SE) -2,502 (Z-score)
	$F2 = 0,101 \cdot F1 + 0,123 \cdot V999 + 1,000 D2$ 0,051 0,038 (SE) 1,982 3,253 (Z-score)
Διάκριση	$F1 = -0,237 \cdot V999 + 1,000 D1$ 0,084 (SE) -2,836 (Z-score)
	$F2 = 0,388 \cdot F1 + 0,212 \cdot V999 + 1,000 D2$ 0,088 0,072 (SE) 4,429 2,950 (Z-score)
Διασταυρούμενη Ταξινόμηση	$F1 = -0,025 \cdot V999 + 1,000 D1$ 0,018 (SE) -1,424 (Z-score)
	$F2 = 0,418 \cdot F1 + 0,025 \cdot V999 + 1,000 D2$ 0,326 0,026 (SE) 1,280 0,953 (Z-score)
Αναγνώριση Σχέσεων	$F1 = -0,011 \cdot V999 + 1,000 D1$ 0,014 (SE) -0,805 (Z-score)
	$F2 = 0,776 \cdot F1 + 0,024 \cdot V999 + 1,000 D2$ 0,612 0,015 (SE) 1,268 1,612 (Z-score)
Διαφοροποίηση Σχέσεων	$F1 = 0,047 \cdot V999 + 1,000 D1$ 0,043 (SE) 1,101 (Z-score)
	$F2 = 0,622 \cdot F1 + 0,106 \cdot V999 + 1,000 D2$ 0,178 0,043 (SE) 3,487 2,446 (Z-score)
Οικοδόμηση Συστήματος	$F1 = -0,019 \cdot V999 + 1,000 D1$ 0,041 (SE) -0,464 (Z-score)
	$F2 = 0,316 \cdot F1 + 0,036 \cdot V999 + 1,000 D2$ 0,168 0,039 (SE) 1,888 0,907 (Z-score)

επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, η επίδοση της πειραματικής ομάδας στα προβλήματα γενίκευσης ήταν σημαντικά ψηλότερη από την επίδοση της ομάδας ελέγχου ($V_{999}=0,123$, $\underline{Z}=3,253$). Συνεπώς, η εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος στους μαθητές της πειραματικής ομάδας φαίνεται ότι έχει βελτιώσει την ικανότητά τους να επιλύουν μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού του τύπου γενίκευσης.

Προβλήματα Διάκρισης

Η Δομική Ανάλυση Μέσων Όρων που εφαρμόστηκε στα δεδομένα που αφορούν τα προβλήματα διάκρισης έδειξε ότι το προτεινόμενο μοντέλο για τη διερεύνηση της επίδοσης των μαθητών της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου στα προβλήματα διάκρισης σε δύο διαφορετικές μετρήσεις είναι αποδεκτό και επιπλέον ταιριάζει πολύ καλά στα δεδομένα που αναφέρονται στις δύο ομάδες μαθητών ($CFI=0,999$, $\frac{\chi^2}{df}=1,124$). Από τις δομικές εξισώσεις που έχουν προκύψει από την ανάλυση φαίνεται ότι η πειραματική ομάδα είχε σημαντικά χαμηλότερη επίδοση στα προβλήματα διάκρισης πριν από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος συγκριτικά με την επίδοση της ομάδας ελέγχου που είχε τεθεί να είναι ίση με μηδέν ($V_{999}=-0,237$, $\underline{Z}=-2,836$). Στη δεύτερη μέτρηση, η αρχική τιμή που αναφέρεται στην επίδοση της πειραματικής ομάδας στα προβλήματα διάκρισης είναι σημαντικά μεγαλύτερη από την αντίστοιχη τιμή της ομάδας ελέγχου ($V_{999}=0,212$, $\underline{Z}=2,950$), δείχνοντας ότι το παρεμβατικό πρόγραμμα είχε θετική επίδραση στην ανάπτυξη της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων διάκρισης στην πειραματική ομάδα μαθητών.

Προβλήματα Διασταυρούμενης Ταξινόμησης

Το μοντέλο που εξετάστηκε με τα δεδομένα της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου στα προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης ταιριάζει πολύ καλά στα συγκεκριμένα δεδομένα, καθώς ο δείκτης CFI που έχει προκύψει από την ανάλυση έχει τιμή ίση με 1,000. Επιπλέον, το μοντέλο αυτό μπορεί να περιγράψει επαρκώς τις διαφορές των δύο ομάδων μαθητών στα προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης ($\frac{\chi^2}{df}=0,957$).

Οι εξισώσεις που προέκυψαν παρουσιάζουν την πειραματική ομάδα και την ομάδα ελέγχου να είναι ισοδύναμες όσον αφορά τις επιδόσεις τους στην επίλυση προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης κατά την πρώτη μέτρηση. Αναλύοντας τις εξισώσεις, παρατηρείται αρχικά μια μείωση της επίδοσης της πειραματικής ομάδας σε σχέση με την επίδοση της ομάδας ελέγχου στα προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης, η οποία όμως δεν είναι σημαντική ($V999=-0,025$, $Z=-1,424$). Κατά τη δεύτερη μέτρηση η επίδοση της πειραματικής ομάδας παρουσιάζει αύξηση σε σχέση με την επίδοση της ομάδας ελέγχου. Παρόλα αυτά, η διαφορά των επιδόσεων των δύο ομάδων στα προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης δεν είναι στατιστικά σημαντική, και κατ' επέκταση οι δύο ομάδες μπορούν αν θεωρηθούν ισοδύναμες κατά τη δεύτερη μέτρηση ($V999=0,025$, $Z=0,953$). Η ικανότητα επίλυσης προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης φαίνεται ότι δεν έχει βελτιωθεί σημαντικά στην πειραματική ομάδα μετά από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος.

Προβλήματα Αναγνώρισης Σχέσεων

Το προτεινόμενο μοντέλο (Διάγραμμα 20) εξετάστηκε σε μια σειρά Δομικών Αναλύσεων Μέσων Όρων με τις μεταβλητές που αναφέρονται στα προβλήματα

αναγνώρισης σχέσεων, ώστε να προκύψει το μοντέλο που ταιριάζει καλύτερα στα δεδομένα της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου των μαθητών . Το μοντέλο που τελικά έχει θεωρηθεί ως καταλληλότερο ($CFI = 0,962$, $\frac{\chi^2}{df} = 1,146$), έδειξε ότι οι φορτίσεις των μεταβλητών $\pi 11$ και $\pi 12$ στον παράγοντα F1 (ικανότητα στην πρώτη μέτρηση) είναι διαφορετικές στις δύο ομάδες μαθητών, όπως επίσης διαφορετικές μεταξύ των δύο ομάδων είναι και οι φορτίσεις των μεταβλητών $\pi 12$ και $\pi 13$ στον παράγοντα F2 (ικανότητα στην δεύτερη μέτρηση). Κατ'επέκταση το τελικό μοντέλο που έχει προκύψει από τις αναλύσεις διαφέρει από το αρχικό ως προς τους περιορισμούς που περιλαμβάνει. Συγκεκριμένα μεταξύ των δύο ομάδων μαθητών διατηρήθηκαν ίσες όλες οι αρχικές τιμές των μεταβλητών και οι παλινδρομήσεις των παραγόντων, ενώ από τις φορτίσεις των μεταβλητών στους δύο παράγοντες διατηρήθηκαν ίσες μόνο οι φορτίσεις των μεταβλητών $\pi 10$ και $\pi 13$ στον παράγοντα F1 και οι φορτίσεις των μεταβλητών $\pi 10$ και $\pi 11$ στον παράγοντα F2.

Αναλύοντας τις δομικές εξισώσεις που έχουν προκύψει, φαίνεται ότι κατά την πρώτη μέτρηση της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης οι μαθητές της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου είχαν ισοδύναμες επιδόσεις ($V999 = -0,011$, $Z = -0,805$). Το παρεμβατικό πρόγραμμα που εφαρμόστηκε για την ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά φαίνεται ότι δεν είχε σημαντική επίδραση στην ικανότητα των μαθητών να επιλύουν προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων, παρά το γεγονός ότι είχε συμβάλει στη βελτίωση της επίδοσης των παιδιών της πειραματικής ομάδας ($V999 = 0,024$, $Z = 1,612$).

Προβλήματα Διαφοροποίησης Σχέσεων

Το καταλληλότερο μοντέλο το οποίο έχει γίνει αποδεκτό, σύμφωνα με τη Δομική Ανάλυση Μέσων Όρων για την ομάδα των προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων, έδειξε ότι οι αρχικές τιμές των μεταβλητών που αντιστοιχούσαν στα προβλήματα π14 και π17 δεν ήταν ίσες στις δύο ομάδες μαθητών κατά την πρώτη μέτρηση, ενώ κατά τη δεύτερη μέτρηση η πειραματική ομάδα και η ομάδα ελέγχου δεν είχαν ίσες αρχικές τιμές στις μεταβλητές π15 και π17. Επιπλέον, η φόρτιση της μεταβλητής π15 στον παράγοντα F1, καθώς και η φόρτιση της μεταβλητής π16 στον παράγοντα F2 είναι διαφορετικές στις δύο ομάδες μαθητών. Παρά τις μερικές διαφορές που προέκυψαν στις αρχικές τιμές μερικών μεταβλητών και στις φορτίσεις τους στους παράγοντες, οι παλινδρομήσεις των παραγόντων διατηρήθηκαν ίσες στην πειραματική ομάδα και στην ομάδα ελέγχου. Το μοντέλο αυτό φαίνεται ότι μπορεί να επιβεβαιωθεί από τα δεδομένα της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου των μαθητών, καθώς η τιμή του δείκτη CFI που προέκυψε από τη Δομική Ανάλυση Μέσων Όρων ισούται με 0,925 και επιπλέον ο λόγος $\frac{\chi^2}{df}$ ισούται με 1,287.

Από τις εξισώσεις που περιγράφουν τη συμπεριφορά των μαθητών στην επίλυση προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων στις δύο μετρήσεις, φαίνεται ότι η πειραματική ομάδα είχε ψηλότερη επίδοση στα προβλήματα αυτά κατά την πρώτη μέτρηση σε σχέση με την επίδοση της ομάδας ελέγχου. Αυτό προκύπτει από τη σύγκριση της τιμής 0,047 με την τιμή που αντιστοιχεί στην ομάδα ελέγχου η οποία καθορίστηκε να είναι 0. Παρόλα αυτά, η διαφορά στις επιδόσεις των δύο ομάδων μαθητών κατά την πρώτη μέτρηση δεν είναι σημαντική ($Z=1,101$). Συνεπώς, οι δύο ομάδες μπορούν να θεωρηθούν ισοδύναμες όσον αφορά την ικανότητά τους στην επίλυση προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων κατά την πρώτη μέτρηση. Επιπλέον, ο δείκτης παλινδρόμησης του παράγοντα F2 (επίδοση μετά από την

παρέμβαση) στον παράγοντα F1 (επίδοση πριν από την παρέμβαση) είναι στατιστικά σημαντικός ($t=0,622$, $Z=3,487$), δείχνοντας ότι η πειραματική ομάδα μαθητών είχε καλύτερη επίδοση στα προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων κατά τη δεύτερη μέτρηση. Κατ' επέκταση, το παρεμβατικό πρόγραμμα που εφαρμόστηκε για την ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά είχε θετική σημαντική επίδραση ($V999=0,106$, $Z=2,446$) στην ικανότητα των μαθητών να επιλύουν προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων.

Προβλήματα Οικοδόμησης Συστήματος

Το μοντέλο το οποίο ταιριάζει πολύ καλά στα δεδομένα της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου των μαθητών στα προβλήματα οικοδόμησης συστήματος, προέκυψε από το αρχικό μετά από την αφαίρεση των περιορισμών που έθεταν ίσες στις δύο ομάδες μαθητών τις αρχικές τιμές των μεταβλητών π_{18} και π_{20} , αντίστοιχα κατά την πρώτη και τη δεύτερη μέτρηση της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων οικοδόμησης συστήματος. Όλοι οι άλλοι περιορισμοί που περιλαμβάνονταν στο αρχικό μοντέλο διατηρήθηκαν και οι τιμές των στατιστικών δεικτών που έχουν προκύψει καθιστούν το μοντέλο αυτό αποδεκτό ($CFI=0,909$,

$$\frac{\chi^2}{df}=1,347).$$

Από τις δομικές εξισώσεις φαίνεται ότι η πειραματική ομάδα είχε χαμηλότερη επίδοση στα προβλήματα οικοδόμησης συστήματος από την ομάδα ελέγχου. Η διαφορά όμως των δύο επιδόσεων δεν είναι σημαντική, καθιστώντας έτσι τις δύο ομάδες ισοδύναμες όσον αφορά την ικανότητά τους στην επίλυση προβλημάτων οικοδόμησης συστήματος πριν από την εφαρμογή της παρέμβασης ($V999=-0,019$, $Z=-0,464$). Μετά από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος, φαίνεται ότι η πειραματική ομάδα παρουσίασε βελτίωση συγκριτικά

με την ομάδα ελέγχου, χωρίς ωστόσο η βελτίωση αυτή να είναι σημαντική ($V_{999}=0,036$, $Z=0,907$). Επομένως, οι δύο ομάδες μαθητών δεν παρουσίασαν μεταξύ τους σημαντική διαφοροποίηση στην επίδοσή τους στα προβλήματα οικοδόμησης συστήματος, μετά από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος.

Υπόθεση 3: Ο Ρυθμός Ανάπτυξης της Ικανότητας του Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά, της Γενικής Γνωστικής Ικανότητας και των Ικανοτήτων της Μνήμης και της Επεξεργασίας Πληροφοριών

Για την εξέταση της υπόθεσης αυτής εφαρμόστηκε η Ανάλυση Ανάπτυξης στα δεδομένα της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου, ώστε να προκύψουν τα κατάλληλα μοντέλα που περιγράφουν το ρυθμό ανάπτυξης της ικανότητας των μαθητών να επιλύουν μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού των έξι κατηγοριών που αναφέρει ο Klauer. Επίσης, η ανάλυση ανάπτυξης χρησιμοποιήθηκε για τον καθορισμό του ρυθμού ανάπτυξης της γενικής γνωστικής ικανότητας, της μνημονικής ικανότητας και της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών των μαθητών της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αναλύσεων που εφαρμόστηκαν για τον καθορισμό του ρυθμού ανάπτυξης των μαθητών της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου των μαθητών σε καθεμιά από τις τέσσερις ικανότητες που εξετάστηκαν. Αρχικά περιγράφονται τα αποτελέσματα που σχετίζονται με την ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά. Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που αναφέρονται στη γενική γνωστική ικανότητα, και ακολουθούν τα αποτελέσματα που σχετίζονται με την ικανότητα της

μνήμης. Τέλος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που αναφέρονται στην ικανότητα των μαθητών να επεξεργάζονται πληροφορίες.

Ρυθμός Ανάπτυξης της Ικανότητας του Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά

Ο ρυθμός ανάπτυξης της πειραματικής ομάδας μαθητών όσον αφορά το σύνολο των προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά φαίνεται ότι εκφράζεται από μια μη γραμμική συνάρτηση (0, 0,9, 0,81), η οποία έχει κλίση θετική και στατιστικά σημαντική ($S=0,077$, $\underline{Z}=4,596$, $CFI=0,972$, $RMSEA=0,049$, $\frac{\chi^2}{df}=1,141$). Αντίθετα, ο ρυθμός ανάπτυξης της ικανότητας επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού των μαθητών της ομάδας ελέγχου εκφράζεται με μια γραμμική συνάρτηση (0, 1, 2), της οποίας η κλίση είναι αρνητική και μη σημαντική ($S=-0,004$, $\underline{Z}=-0,619$, $CFI=0,912$, $RMSEA=0,061$, $\frac{\chi^2}{df}=1,289$). Οι δύο συναρτήσεις που εκφράζουν το ρυθμό ανάπτυξης της ικανότητας επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στις δύο ομάδες μαθητών δείχνουν ότι η ικανότητα αυτή βελτιώνεται σημαντικά με την πάροδο του χρόνου στους μαθητές της πειραματικής ομάδας, ενώ στους μαθητές της ομάδας ελέγχου δεν παρατηρείται σημαντική αλλαγή. Επιπλέον, η βελτίωση της ικανότητας επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού των μαθητών της πειραματικής ομάδας είναι μεγαλύτερη στο διάστημα που ορίζεται από την πρώτη και τη δεύτερη μέτρηση που διενεργήθηκε αμέσως μετά από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος, συγκριτικά με τη βελτίωση που παρατηρήθηκε στο διάστημα που ορίστηκε μεταξύ της δεύτερης και της τρίτης μέτρησης.

Εξετάζοντας το ρυθμό ανάπτυξης της ικανότητας επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού των μαθητών για την καθεμιά από τις έξι

κατηγορίες προβλημάτων, παρατηρήθηκε ότι ο ρυθμός ανάπτυξης της ικανότητας των μαθητών της ομάδας ελέγχου να επιλύουν προβλήματα γενίκευσης, διάκρισης, διασταυρούμενης ταξινόμησης, διαφοροποίησης σχέσεων και οικοδόμησης συστήματος περιγράφεται από μια γραμμική συνάρτηση (0, 1, 2). Ο ρυθμός ανάπτυξης της ικανότητας των μαθητών αυτών να επιλύουν προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων εκφράζεται με μη γραμμική συνάρτηση η οποία μπορεί να αναπαρασταθεί συμβολικά από μια εξίσωση δευτέρου βαθμού (0, 0,05, 0,0025). Για την πειραματική ομάδα, τα αποτελέσματα έδειξαν ότι ο ρυθμός ανάπτυξης των μαθητών στις κατηγορίες προβλημάτων γενίκευσης, διάκρισης, διασταυρούμενης ταξινόμησης, αναγνώρισης σχέσεων και διαφοροποίησης σχέσεων περιγράφεται από μια μη γραμμική συνάρτηση, η οποία είναι διαφορετική για την κάθε κατηγορία. Ο ρυθμός ανάπτυξης της πειραματικής ομάδας όσον αφορά την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων οικοδόμησης συστήματος μπορεί να εκφραστεί γραμμικά (0, 1, 2). Οι τιμές των στατιστικών δεικτών που επιβεβαιώνουν την καταλληλότητα κάθε μοντέλου ανάπτυξης, καθώς και οι συναρτήσεις που αναπαριστούν το ρυθμό ανάπτυξης της ικανότητας των μαθητών να επιλύουν επαγωγικά προβλήματα των έξι διαφορετικών κατηγοριών παρουσιάζονται στον Πίνακα 10, ενώ παρακάτω περιγράφονται αναλυτικά τα αποτελέσματα που αναφέρονται σε καθεμιά από τις έξι κατηγορίες προβλημάτων.

Προβλήματα γενίκευσης. Όπως φαίνεται από τη μέση τιμή της κλίσης που προέκυψε από την ανάλυση ανάπτυξης (Πίνακας 10), η πειραματική ομάδα με την πάροδο του χρόνου παρουσίασε σημαντική βελτίωση στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων γενίκευσης ($S=0,272$, $\underline{Z}=4,616$) συγκριτικά με την ομάδα ελέγχου ($S=0,013$, $\underline{Z}=0,947$). Η συνάρτηση που περιγράφει το ρυθμό αλλαγής της επίδοσης των μαθητών της πειραματικής ομάδας στα προβλήματα γενίκευσης (0, 0,9, 0,81)

δείχνει η πρόοδος αυτή ήταν εντονότερη στο χρονικό διάστημα που μεσολάβησε μεταξύ της πρώτης και της δεύτερης μέτρησης της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού συγκριτικά με την πρόοδο που συνεχίστηκε να παρουσιάζεται στο χρονικό διάστημα από τη δεύτερη στην τρίτη μέτρηση. Αντίθετα, η ομάδα ελέγχου παρουσίασε μια σταθερή αυξανόμενη πρόοδο στο διάστημα που μεσολάβησε μεταξύ των τριών μετρήσεων (0, 1, 2), η οποία όμως δεν ήταν σημαντική. Για το λόγο αυτό, μπορεί να θεωρηθεί ότι οι μαθητές της ομάδας ελέγχου δεν παρουσίασαν βελτίωση στην ικανότητά τους να επιλύουν προβλήματα γενίκευσης με την πάροδο του χρόνου.

Προβλήματα διάκρισης. Οι μαθητές της πειραματικής ομάδας παρουσίασαν επίσης σημαντική βελτίωση στην ικανότητά τους να επιλύουν προβλήματα διάκρισης με την πάροδο του χρόνου ($S=0,861$, $Z=5,158$). Όπως φαίνεται από τον τύπο της συνάρτησης που εκφράζει το ρυθμό ανάπτυξης της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων διάκρισης της πειραματικής ομάδας, η βελτίωση των μαθητών ήταν εντονότερη στο χρονικό διάστημα μεταξύ της πρώτης και της δεύτερης μέτρησης, συγκριτικά με τη βελτίωση που παρατηρήθηκε στο διάστημα μεταξύ της δεύτερης και της τρίτης μέτρησης (0, 0,35, 0,1225). Οι μαθητές της ομάδας ελέγχου φαίνεται ότι δεν παρουσίασαν οποιαδήποτε πρόοδο στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων διάκρισης κατά το χρονικό διάστημα στο οποίο διενεργήθηκαν οι τρεις μετρήσεις, εφόσον η γραμμική συνάρτηση που εκφράζει το ρυθμό ανάπτυξης της ικανότητας αυτής περιγράφει μια σταθερή μείωση της επίδοσης, που όμως δεν είναι σημαντική ($S=-0,028$, $Z=-1,459$).

Πίνακας 10

Ο Ρυθμός Ανάπτυξης των Μαθητών σε Κάθε Κατηγορία Προβλημάτων Επαγωγικού Συλλογισμού

Κατηγορία προβλημάτων	Ομάδα μαθητών	Συνάρτηση	CFI	RMSEA	$\frac{\chi^2}{df}$	Κλίση (s)	Z-score
Γενίκευση	Πειραματική	0, 0,9, 0,81	0,986	0,040	1,097	0,272	4,616
	Ελέγχου	0, 1, 2	0,954	0,071	1,387	0,013	0,947
Διάκριση	Πειραματική	0, 0,35, 0,1225	1,000	0,000	0,533	0,861	5,158
	Ελέγχου	0, 1, 2	1,000	0,000	0,873	-0,028	-1,459
Διασταυρούμενη ταξινόμηση	Πειραματική	0, 0,5, 0,25	1,000	0,000	0,544	0,140	2,074
	Ελέγχου	0, 1, 2	0,927	0,076	1,450	-0,041	-1,780
Αναγνώριση Σχέσεων	Πειραματική	0, 0,37, 0,1369	0,975	0,032	1,063	0,395	3,762
	Ελέγχου	0, 0,05, 0,0025	0,957	0,047	1,172	0,536	1,719
Διαφοροποίηση Σχέσεων	Πειραματική	0, 0,2, 0,04	0,951	0,052	1,163	0,484	2,916
	Ελέγχου	0, 1, 2	1,000	0,000	0,797	-0,037	-2,157
Οικοδόμηση Συστήματος	Πειραματική	0, 1, 2	1,000	0,000	0,953	0,032	1,144
	Ελέγχου	0, 1, 2	0,973	0,041	1,129	-0,018	-1,570

Προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης. Η συμπεριφορά των μαθητών της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου στις τρεις μετρήσεις της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης είναι παρόμοια με τη συμπεριφορά τους στα προβλήματα διάκρισης. Συγκεκριμένα, οι μαθητές της πειραματικής ομάδας παρουσίασαν μια σημαντική πρόοδο στο διάστημα που μεσολάβησε μεταξύ των τριών μετρήσεων ($S=0,140$, $Z=2,074$), σε αντίθεση με τους μαθητές της ομάδας ελέγχου, οι οποίοι παρουσίασαν μια σταθερή μείωση στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης ($S=-0,041$, $Z=-1,780$). Η συνάρτηση που εκφράζει το ρυθμό ανάπτυξης της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης των μαθητών της πειραματικής ομάδας είναι μη γραμμική (0, 0,5, 0,25). Ως εκ τούτου η σημαντική πρόοδος που παρατηρήθηκε είναι μεγαλύτερη στο διάστημα μεταξύ των δύο πρώτων μετρήσεων συγκριτικά με την πρόοδο που ακολούθησε στο διάστημα μεταξύ της δεύτερης και της τρίτης μέτρησης. Αντίθετα, η γραμμική συνάρτηση που εκφράζει το ρυθμό ανάπτυξης της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης των μαθητών της ομάδας ελέγχου (0, 1, 2) περιγράφει μια σταθερή συμπεριφορά των μαθητών στις τρεις μετρήσεις.

Προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων. Όπως φαίνεται από τον Πίνακα 10, οι μαθητές τόσο της πειραματικής ομάδας όσο και της ομάδας ελέγχου παρουσίασαν βελτίωση στην ικανότητά τους να επιλύουν προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων στο χρονικό διάστημα στο οποίο εφαρμόστηκε η συγκεκριμένη έρευνα. Ο ρυθμός ανάπτυξης της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων αναγνώρισης σχέσεων και στις δύο ομάδες εκφράζεται από μια μη γραμμική συνάρτηση, δείχνοντας ότι η πρόοδος που παρατηρείται είναι εντονότερη στο διάστημα μεταξύ των δύο πρώτων

μετρήσεων συγκριτικά με τη πρόοδο που παρατηρήθηκε στο διάστημα μεταξύ της δεύτερης και της τρίτης μέτρησης. Παρόλα αυτά, η βελτίωση της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων αναγνώρισης σχέσεων που παρατηρήθηκε στο συγκεκριμένο χρονικό διάστημα είναι σημαντική μόνο στους μαθητές της πειραματικής ομάδας ($S=0,395$, $Z=3,762$).

Προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων. Η ανάλυση ανάπτυξης που εφαρμόστηκε έδειξε ότι οι μαθητές της πειραματικής ομάδας παρουσίασαν σημαντική πρόοδο στην ικανότητά τους να επιλύουν προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων με την πάροδο του χρόνου ($S=0,484$, $Z=2,916$). Αντίθετα, οι μαθητές της ομάδας ελέγχου παρουσίασαν σημαντική μείωση στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων ($S=-0,037$, $Z=-2,157$). Ο ρυθμός με τον οποίο ελαττώνεται η ικανότητα των μαθητών της ομάδας ελέγχου να επιλύουν τα προβλήματα της κατηγορίας αυτής είναι σταθερός, εφόσον εκφράζεται από μια γραμμική συνάρτηση (0, 1, 2). Ο ρυθμός ανάπτυξης της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων της πειραματικής ομάδας εκφράζεται από μη γραμμική συνάρτηση (0, 0,02, 0,04), δείχνοντας ότι η σημαντικότερη βελτίωση της ικανότητας αυτής παρατηρήθηκε κατά το χρονικό διάστημα μεταξύ της πρώτης και της δεύτερης μέτρησης. Η βελτίωση των μαθητών της πειραματικής ομάδας η οποία συνεχίστηκε στο χρονικό διάστημα των δύο μηνών που μεσολάβησε από τη δεύτερη μέτρηση, που έγινε αμέσως μετά από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος, στην τρίτη μέτρηση ήταν σημαντική αλλά μικρότερου βαθμού.

Προβλήματα οικοδόμησης συστήματος. Ο ρυθμός ο οποίος περιγράφει την ανάπτυξη της ικανότητας των μαθητών να επιλύουν προβλήματα οικοδόμησης συστήματος, τόσο της πειραματικής ομάδας όσο και της ομάδας ελέγχου είναι σταθερός σε ολόκληρο το διάστημα στο οποίο εφαρμόστηκε η έρευνα (0, 1, 2).

Επιπλέον, οι στατιστικοί δείκτες του Πίνακα 10 δείχνουν ότι το επίπεδο της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων οικοδόμησης συστήματος δεν φαίνεται να διαφοροποιείται σημαντικά με την πάροδο του χρόνου σε οποιαδήποτε από τις δύο ομάδες μαθητών. Συγκεκριμένα, οι μαθητές της πειραματικής ομάδας, παρόλο που παρουσίασαν σταθερή βελτίωση στην ικανότητά τους να επιλύουν προβλήματα οικοδόμησης συστήματος στις τρεις μετρήσεις, εντούτοις η βελτίωση αυτή δεν ήταν σημαντική ($S=0,032$, $\underline{Z}=1,144$). Η ικανότητα των μαθητών της ομάδας ελέγχου να επιλύουν προβλήματα οικοδόμησης συστήματος παρουσίασε μείωση στις τρεις μετρήσεις, χωρίς ωστόσο η μείωση αυτή να είναι σημαντική ($S=-0,018$, $\underline{Z}=-1,570$).

Συνοψίζοντας τα αποτελέσματα που αναφέρονται στο ρυθμό ανάπτυξης της ικανότητας των μαθητών να επιλύουν προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, φαίνεται ότι οι μαθητές της πειραματικής ομάδας έχουν βελτιώσει σημαντικά την ικανότητά τους να επιλύουν προβλήματα των κατηγοριών της γενίκευσης, της διάκρισης, της διασταυρούμενης ταξινόμησης, της αναγνώρισης σχέσεων και της διαφοροποίησης σχέσεων, αμέσως μετά από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος. Με την πάροδο του χρόνου, η ικανότητα αυτή άρχισε να μειώνεται σε μικρό βαθμό, χωρίς όμως να φτάσει στο αρχικό επίπεδο των μαθητών πριν από την παρέμβαση. Η ικανότητα των μαθητών της πειραματικής ομάδας να επιλύουν προβλήματα οικοδόμησης παρόλο που παρουσίασε βελτίωση μετά από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος, εντούτοις η το επίπεδο βελτίωσης δεν ήταν σημαντικό. Οι μαθητές της ομάδας ελέγχου βελτιώθηκαν στην επίλυση προβλημάτων γενίκευσης και αναγνώρισης σχέσεων, χωρίς όμως η βελτίωση να είναι σημαντική. Η ικανότητα των μαθητών της ομάδας ελέγχου να επιλύουν προβλήματα διάκρισης, διασταυρούμενης ταξινόμησης, διαφοροποίησης σχέσεων και οικοδόμησης συστήματος, δεν βελτιώθηκε με την πάροδο του χρόνου.

Συγκεκριμένα, παρατηρήθηκε μη σημαντική μείωση της ικανότητας επίλυσης των προβλημάτων διάκρισης, διασταυρούμενης ταξινόμησης και οικοδόμησης συστήματος, ενώ η ικανότητα επίλυσης προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων μειώθηκε σημαντικά στις τρεις μετρήσεις.

Ρυθμός Ανάπτυξης της Γενικής Γνωστικής Ικανότητας

Η ανάλυση ανάπτυξης που εφαρμόστηκε στα δεδομένα που αφορούσαν τα προβλήματα μέτρησης της γενικής γνωστικής ικανότητας έδειξε ότι το μοντέλο το οποίο ταιριάζει πολύ καλά στα δεδομένα των μαθητών της πειραματικής ομάδας (CFI=0,972, RMSEA=0,044, $\frac{\chi^2}{df}=1,170$) περιγράφει μια μη γραμμική συνάρτηση για την αναπαράσταση του ρυθμού ανάπτυξης της γενικής γνωστικής ικανότητας των μαθητών (0, 0,5, 0,25). Η συνάρτηση αυτή έχει θετική και στατιστικά σημαντική κλίση (S=0,128, Z=5,676). Συνεπώς, η γενική γνωστική ικανότητα των μαθητών της πειραματικής ομάδας παρουσιάζει σημαντική βελτίωση με την πάροδο του χρόνου, τουλάχιστον για το χρονικό διάστημα στο οποίο εφαρμόστηκε η έρευνα. Από το είδος της συνάρτησης, φαίνεται ότι η βελτίωση της γενικής γνωστικής ικανότητας των μαθητών είναι μεγαλύτερη στο διάστημα μεταξύ της πρώτης και της δεύτερης μέτρησης, συγκριτικά με το επίπεδο βελτίωσης που παρατηρήθηκε στο διάστημα μεταξύ της δεύτερης και της τρίτης μέτρησης.

Όσον αφορά την ομάδα ελέγχου των μαθητών, το καταλληλότερο μοντέλο που έχει προκύψει από την ανάλυση ανάπτυξης (CFI=0,977, RMSEA=0,015, $\frac{\chi^2}{df}=1,016$) έχει δείξει ότι ο ρυθμός ανάπτυξης της γενικής γνωστικής ικανότητας είναι σταθερός, εφόσον εκφράζεται από μια γραμμική συνάρτηση (0, 1, 2). Από την ανάλυση φαίνεται ότι η γενική γνωστική ικανότητα των μαθητών της ομάδας

ελέγχου παρουσίασε βελτίωση στο διάστημα διεξαγωγής της έρευνας, εντούτοις η βελτίωση αυτή δεν ήταν σημαντική ($S=0,010$, $Z=1,491$).

Ρυθμός Ανάπτυξης της Ικανότητας της Μνήμης

Ο ρυθμός ανάπτυξης της μνημονικής ικανότητας των μαθητών της πειραματικής ομάδας μπορεί να περιγραφεί από μια μη γραμμική συνάρτηση (0, 1,1, 1,21), σύμφωνα με το μοντέλο ανάπτυξης που προέκυψε κατά τη διαδικασία της ανάλυσης ανάπτυξης ($CFI=1$, $RMSEA=0,000$, $\frac{x^2}{df}=0,854$). Η ικανότητα της μνήμης των μαθητών της πειραματικής ομάδας φαίνεται ότι έχει παρουσιάσει σημαντική βελτίωση με την πάροδο του χρόνου ($S=0,618$, $Z=10,247$). Το μοντέλο ανάπτυξης που ταιριάζει στα δεδομένα της ομάδας ελέγχου ($CFI=0,920$, $RMSEA=0,059$, $\frac{x^2}{df}=1,267$) δείχνει ότι ο ρυθμός ανάπτυξης της ικανότητας της μνήμης των παιδιών αυτών περιγράφεται από μια γραμμική συνάρτηση (0, 1, 2) της οποίας η κλίση είναι θετική και στατιστικά σημαντική ($S=0,190$, $Z=4,796$). Κατ'επέκταση, η μνημονική ικανότητα των μαθητών της ομάδας ελέγχου βελτιώνεται σημαντικά με την πάροδο του χρόνου με σταθερό ρυθμό ανάπτυξης. Συγκρίνοντας τις τιμές των κλίσεων των συναρτήσεων που περιγράφουν το ρυθμό ανάπτυξης των δύο ομάδων μαθητών φαίνεται ότι οι μαθητές της πειραματικής ομάδας παρουσίασαν μεγαλύτερη βελτίωση στη μνημονική ικανότητα ($S=0,618$) συγκριτικά με τους μαθητές της ομάδας ελέγχου ($S=0,190$). Παρόλα αυτά, εντός της κάθε ομάδας μαθητών, ο ρυθμός βελτίωσης της μνημονικής ικανότητας των μαθητών της ομάδας ελέγχου ήταν σταθερός στο διάστημα διεξαγωγής της έρευνας, ενώ στην πειραματική ομάδα η βελτίωση των μαθητών ήταν μεγαλύτερη στο

διάστημα μεταξύ της δεύτερης και της τρίτης μέτρησης, συγκριτικά με τη βελτίωση που παρατηρήθηκε στο διάστημα μεταξύ της πρώτης και της δεύτερης μέτρησης.

Ρυθμός Ανάπτυξης της Ικανότητας Επεξεργασίας Πληροφοριών

Σχετικά με την ανάπτυξη της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών, παρατηρήθηκε ότι οι μαθητές και των δύο ομάδων με την πάροδο του χρόνου παρουσίασαν μια σημαντική μείωση στο χρόνο που χρειάζονται να επεξεργαστούν πληροφορίες. Το μοντέλο ανάπτυξης που αναφέρεται στα δεδομένα της πειραματικής ομάδας (CFI=0,996, RMSEA=0,063, $\frac{\chi^2}{df}=1,240$) περιγράφει το ρυθμό ανάπτυξης της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών με μια μη γραμμική συνάρτηση (0, 1,1, 1,21), της οποίας η κλίση είναι αρνητική και στατιστικά σημαντική ($S=-0,210$, $\underline{Z}=-7,232$). Αντίστοιχα, το μοντέλο που αναφέρεται στην ομάδα ελέγχου των μαθητών (CFI=0,993, RMSEA=0,069, $\frac{\chi^2}{df}=1,366$) περιγράφει μια γραμμική συνάρτηση αναπαράστασης του ρυθμού ανάπτυξης της ικανότητας επεξεργασίας των πληροφοριών (0, 1, 2), με αρνητική και στατιστικά σημαντική κλίση ($S=-0,072$, $\underline{Z}=-5,048$). Η αρνητική τιμή που έχει προκύψει για τις κλίσεις των συναρτήσεων που περιγράφουν το ρυθμό ανάπτυξης της ικανότητας επεξεργασίας των πληροφοριών δείχνουν ότι και οι δύο ομάδες μαθητών έχουν βελτιώσει σημαντικά την ικανότητα τους να επεξεργάζονται πληροφορίες. Οι συναρτήσεις και οι τιμές των στατιστικών δεικτών που έχουν προκύψει από τις αναλύσεις ανάπτυξης δείχνουν ότι ο ρυθμός με τον οποίο μειώνεται ο χρόνος επεξεργασίας των μαθητών της πειραματικής ομάδας είναι μεγαλύτερος ($S=-0,180$) συγκριτικά με αυτόν της ομάδας ελέγχου ($S=-0,072$). Ο ρυθμός μείωσης του χρόνου επεξεργασίας πληροφοριών είναι σταθερός σε όλο το διάστημα διεξαγωγής της έρευνας στην

ομάδα ελέγχου των μαθητών. Αντίθετα, στην πειραματική ομάδα ο ρυθμός μείωσης του χρόνου επεξεργασίας των πληροφοριών είναι εντονότερος στο διάστημα μεταξύ της πρώτης και της δεύτερης μέτρησης συγκριτικά με το ρυθμό που παρατηρήθηκε στο διάστημα μεταξύ της δεύτερης και της τρίτης μέτρησης της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών.

Υπόθεση 4α: Επίδρασεις της Γενικής Γνωστικής Ικανότητας, της Ικανότητας της Μνήμης και της Ικανότητας Επεξεργασίας Πληροφοριών στην Ικανότητα του Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά

Για την εξέταση της υπόθεσης αυτής διερευνήθηκαν η αλλαγή και ο ρυθμός ανάπτυξης της ικανότητας των μαθητών της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου να επιλύουν μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού των έξι κατηγοριών του Klauer με παράγοντες πρόβλεψης (covariates) τη γενική γνωστική τους ικανότητα, τη μνημονική τους ικανότητα και την ικανότητά τους να επεξεργάζονται πληροφορίες. Ουσιαστικά, οι στατιστικές αναλύσεις που έγιναν αποσκοπούσαν στη διερεύνηση του βαθμού επίδρασης καθεμιάς από τις γενικές ικανότητες της μνήμης, της επεξεργασίας πληροφοριών και της γενικής γνωστικής ικανότητας στην ικανότητα των μαθητών να λύνουν μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού των έξι κατηγοριών.

Το γενικό μοντέλο ανάπτυξης που χρησιμοποιήθηκε για τη διαπίστωση του βαθμού επίδρασης των τριών γενικών ικανοτήτων στην ικανότητα επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου των μαθητών παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 22 (Κεφάλαιο 3). Το γενικό μοντέλο αποτελεί ουσιαστικά επέκταση των μοντέλων ανάπτυξης της

ικανότητας επίλυσης των προβλημάτων κάθε κατηγορίας που έχουν προκύψει από τις αναλύσεις ανάπτυξης που έγιναν για την κάθε ομάδα μαθητών (Διάγραμμα 21, Κεφάλαιο 3), με την προσθήκη του παράγοντα πρόβλεψης.

Σε πρώτο στάδιο διερευνήθηκε η επίδραση της γενικής γνωστικής ικανότητας, ενώ ακολούθησε η διερεύνηση της επίδρασης της ικανότητας της μνήμης και της ικανότητας επεξεργασίας των πληροφοριών. Πιο κάτω περιγράφονται αναλυτικά τα αποτελέσματα με τη σειρά με την οποία διερευνήθηκαν οι επιδράσεις των γενικών ικανοτήτων στην ικανότητα των μαθητών να επιλύουν μαθηματικά επαγωγικά προβλήματα των έξι κατηγοριών.

Επίδραση της Γενικής Γνωστικής Ικανότητας στην Ικανότητα Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά

Η ανάλυση ανάπτυξης με παράγοντα πρόβλεψης τη γενική γνωστική ικανότητα έδειξε ότι η γενική γνωστική ικανότητα των μαθητών της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου δεν είχε οποιαδήποτε σημαντική επίδραση στην ικανότητά τους να επιλύουν μαθηματικά επαγωγικά προβλήματα. Συγκεκριμένα, στην πειραματική ομάδα μαθητών παρατηρήθηκε μη σημαντική αρνητική επίδραση της γενικής γνωστικής ικανότητας κατά την πρώτη και την τρίτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων των μαθητών, ενώ η επίδραση της γενικής γνωστικής ικανότητας στην ικανότητα επίλυσης μαθηματικών επαγωγικών προβλημάτων κατά τη δεύτερη μέτρηση ήταν θετική (CFI=0.905, RMSEA=0.075, $\frac{\chi^2}{df}=1.338$). Αντίστοιχα, στην ομάδα ελέγχου των μαθητών παρατηρήθηκε αρνητική μη σημαντική επίδραση της γενικής γνωστικής ικανότητας στην ικανότητα επίλυσης μαθηματικών επαγωγικών προβλημάτων σε όλες τις μετρήσεις (CFI=0.925, RMSEA=0.049, $\frac{\chi^2}{df}=1.188$).

Τα μοντέλα ανάπτυξης που έχουν προκύψει από τη στατιστική ανάλυση που διενεργήθηκε για την καθεμιά από τις έξι κατηγορίες προβλημάτων με παράγοντα πρόβλεψης τη γενική γνωστική ικανότητα φαίνεται ότι ταιριάζουν πολύ καλά στα δεδομένα της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου των μαθητών. Οι τιμές των στατιστικών δεικτών που έχουν προκύψει από τη στατιστική ανάλυση επιβεβαιώνουν την καταλληλότητα του κάθε μοντέλου για την κάθε ομάδα μαθητών, όπως φαίνεται από τον Πίνακα 11.

Σε γενικές γραμμές, τα αποτελέσματα της ανάλυσης που αφορούν την πειραματική ομάδα μαθητών δείχνουν ότι η γενική γνωστική ικανότητα των μαθητών είχε σημαντική επίδραση μόνο στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων, ενώ στην ομάδα ελέγχου σημαντική επίδραση παρατηρήθηκε στην ικανότητα των μαθητών να επιλύουν προβλήματα γενίκευσης, αναγνώρισης σχέσεων, διαφοροποίησης σχέσεων και οικοδόμησης συστήματος. Τα αποτελέσματα που έχουν προκύψει από την ανάλυση ανάπτυξης με παράγοντα πρόβλεψης τη γενική γνωστική ικανότητα, για την καθεμιά από τις έξι κατηγορίες προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού παρουσιάζονται αναλυτικά πιο κάτω.

Προβλήματα γενίκευσης. Η ανάλυση ανάπτυξης με παράγοντα πρόβλεψης τη γενική γνωστική ικανότητα, έδειξε ότι η γενική γνωστική ικανότητα των μαθητών της πειραματικής ομάδας δεν είχε οποιαδήποτε σημαντική επίδραση στην ικανότητά τους να επιλύουν προβλήματα γενίκευσης. Συγκεκριμένα, κατά την πρώτη μέτρηση των μαθητών στις δύο ικανότητες παρατηρήθηκε ότι η γενική γνωστική ικανότητα είχε θετική επίδραση, χωρίς ωστόσο να είναι σημαντική. Στις δύο μετρήσεις που ακολούθησαν μετά από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος, η γενική γνωστική ικανότητα είχε αρνητική αλλά μη σημαντική επίδραση στην ικανότητα των μαθητών της πειραματικής ομάδας να επιλύουν προβλήματα γενίκευσης.

Πίνακας 11

Δείκτες Καταλληλότητας των Μοντέλων Ανάπτυξης της Ικανότητας Επαγωγικού Συλλογισμού με Παράγοντα Πρόβλεψης της Γενική Γνωστική Ικανότητα

Κατηγορία προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού	Ομάδα μαθητών	CFI	RMSEA	$\frac{\chi^2}{df}$
Γενίκευση	Πειραματική	0,941	0,074	1,328
	Ελέγχου	0,937	0,071	1,390
Διάκριση	Πειραματική	0,993	0,047	1,135
	Ελέγχου	1,000	0,000	0,747
Διασταυρούμενη ταξινόμηση	Πειραματική	1,000	0,000	0,983
	Ελέγχου	1,000	0,000	0,803
Αναγνώριση Σχέσεων	Πειραματική	0,948	0,042	1,108
	Ελέγχου	0,942	0,049	1,183
Διαφοροποίηση Σχέσεων	Πειραματική	1,000	0,000	0,935
	Ελέγχου	0,986	0,025	1,049
Οικοδόμηση Συστήματος	Πειραματική	0,943	0,046	1,128
	Ελέγχου	0,962	0,042	1,137

Αντίθετα, στην ομάδα ελέγχου έχει προκύψει ότι η ικανότητα των μαθητών να επιλύουν προβλήματα γενίκευσης επηρεάζεται από τη γενική γνωστική τους ικανότητα. Ο βαθμός επίδρασης της γενικής γνωστικής ικανότητας στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων γενίκευσης ήταν θετικός σε όλες τις μετρήσεις των μαθητών στις δύο ικανότητες, παρόλα αυτά στατιστικά σημαντικός ήταν μόνο στην τρίτη μέτρηση (0,775, $Z=2,060$).

Προβλήματα διάκρισης. Η ικανότητα των μαθητών να επιλύουν προβλήματα διάκρισης δεν φαίνεται να επηρεάζεται από τη γενική γνωστική τους ικανότητα, σύμφωνα με τα αποτελέσματα της ανάλυσης που διενεργήθηκε στην πειραματική ομάδα και στην ομάδα ελέγχου των μαθητών. Συγκεκριμένα, και στις δύο ομάδες μαθητών παρατηρήθηκε θετική επίδραση της γενικής γνωστικής ικανότητας στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων διάκρισης στις τρεις μετρήσεις των μαθητών στις δύο ικανότητες. Εντούτοις, ο βαθμός της επίδρασης σε όλες τις περιπτώσεις δεν θεωρήθηκε σημαντικός.

Προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης. Στην ομάδα ελέγχου η γενική γνωστική ικανότητα είχε επιδράσει αρνητικά στην ικανότητα των μαθητών να επιλύουν προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης σε όλες τις μετρήσεις των δύο ικανοτήτων των μαθητών. Ωστόσο, ο βαθμός επίδρασης που προέκυψε από την ανάλυση δεν ήταν σημαντικός σε οποιαδήποτε από τις τρεις μετρήσεις.

Στην πειραματική ομάδα η γενική γνωστική ικανότητα είχε θετική επίδραση στην ικανότητα επίλυσης των συγκεκριμένων προβλημάτων στις δύο πρώτες μετρήσεις των δύο ικανοτήτων, δηλαδή πριν και αμέσως μετά από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος. Στην τρίτη μέτρηση παρατηρήθηκε ότι ο βαθμός επίδρασης ήταν αρνητικός. Παρόλα αυτά, ο βαθμός επίδρασης της γενικής ικανότητας στην ικανότητα των μαθητών της πειραματικής ομάδας να επιλύουν προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης δεν ήταν σημαντικός σε οποιαδήποτε από τις τρεις μετρήσεις των δύο ικανοτήτων. Συνεπώς, η γενική γνωστική ικανότητα φαίνεται ότι δεν έχει σημαντική επίδραση στην ικανότητα των μαθητών να επιλύουν προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης.

Προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων. Η ικανότητα επίλυσης προβλημάτων αναγνώρισης σχέσεων των μαθητών της πειραματικής ομάδας φαίνεται ότι δεν

επιηρεάζεται από τη γενική γνωστική τους ικανότητα. Ο βαθμός επίδρασης της γενικής γνωστικής ικανότητας ήταν θετικός στις τρεις μετρήσεις των δύο ικανοτήτων των μαθητών, αλλά παρόλα αυτά μη σημαντικός σε όλες τις περιπτώσεις.

Στην ομάδα ελέγχου παρατηρήθηκε σημαντική θετική επίδραση της γενικής γνωστικής ικανότητας των μαθητών στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων αναγνώρισης σχέσεων. Συγκεκριμένα, και στις τρεις μετρήσεις των δύο ικανοτήτων των μαθητών η επίδραση της γενικής γνωστικής ικανότητας ήταν θετική, εντούτοις σημαντικός ήταν μόνο ο βαθμός επίδρασης κατά την τρίτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων (0,313, $Z=2,275$).

Προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων. Η ανάλυση ανάπτυξης με παράγοντα πρόβλεψης της γενική γνωστική ικανότητα έδειξε ότι η ικανότητα των μαθητών της ομάδας ελέγχου να επιλύουν προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων επιηρεάζεται από τη γενική γνωστική τους ικανότητα. Συγκεκριμένα, κατά τη δεύτερη μέτρηση των μαθητών στις δύο ικανότητες προέκυψε σημαντική αρνητική επίδραση της γενικής γνωστικής ικανότητας στην ικανότητα επίλυσης των προβλημάτων αυτών (-0,504, $Z=-2,173$). Το ίδιο παρατηρήθηκε και κατά την τρίτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων των μαθητών της ομάδας ελέγχου (-0,731, $Z=-2,097$).

Στην πειραματική ομάδα μαθητών η επίδραση που παρατηρήθηκε ήταν θετική σε όλες τις μετρήσεις. Σημαντική όμως ήταν στην πρώτη μέτρηση (0,949, $Z=2,536$) και στην τρίτη μέτρηση της γνωστικής ικανότητας και της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων (0,928, $Z=3,604$).

Προβλήματα οικοδόμησης συστήματος. Η ικανότητα επίλυσης προβλημάτων οικοδόμησης συστήματος της πειραματικής ομάδας φαίνεται ότι δεν επιηρεάζεται από τη γενική γνωστική ικανότητα των μαθητών, εφόσον σε όλες τις μετρήσεις ο

βαθμός επίδρασης που προέκυψε από την ανάλυση δεν ήταν σημαντικός.

Συγκεκριμένα, στην πρώτη και στην τρίτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων η επίδραση ήταν θετική, ενώ στη δεύτερη μέτρηση η γενική γνωστική ικανότητα είχε αρνητική επίδραση στην επίλυση προβλημάτων οικοδόμησης συστήματος. Στην ομάδα ελέγχου, η γενική γνωστική ικανότητα των μαθητών έχει επιδράσει θετικά στην ικανότητά τους να επιλύουν προβλήματα οικοδόμησης συστήματος κατά τη δεύτερη και την τρίτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων, ενώ είχε επιδράσει αρνητικά κατά την πρώτη μέτρηση. Η θετική επίδραση που παρατηρήθηκε κατά την τρίτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων ήταν σημαντική, όπως φάνηκε από τη στατιστική ανάλυση (0,848, $Z=3,292$).

Επίδραση της Ικανότητας της Μνήμης στην Ικανότητα Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά

Η ανάλυση ανάπτυξης με παράγοντα πρόβλεψης τη μνημονική ικανότητα έδειξε ότι η μνημονική ικανότητα των μαθητών της πειραματικής ομάδας (CFI=0.995, RMSEA=0.018, $\frac{\chi^2}{df}=1.020$) είχε αρνητική σημαντική επίδραση στην ικανότητά τους να επιλύουν μαθηματικά επαγωγικά προβλήματα στη δεύτερη (-0.077, $Z=-2.633$) και στην τρίτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων (-0.076, $Z=-2.930$). Στην πρώτη μέτρηση σημειώθηκε αρνητική επίδραση η οποία όμως δεν ήταν σημαντική. Στην ομάδα ελέγχου των μαθητών δεν παρατηρήθηκε οποιαδήποτε σημαντική επίδραση της ικανότητας της μνήμης στην ικανότητα των παιδιών να επιλύουν μαθηματικά επαγωγικά προβλήματα (CFI=0.914, RMSEA=0.053, $\frac{\chi^2}{df}=1.218$). Συγκεκριμένα, στην πρώτη μέτρηση παρατηρήθηκε αρνητική επίδραση

της μνημονικής ικανότητας, ενώ στη δεύτερη και στην τρίτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων η επίδραση της μνημονικής ικανότητας ήταν θετική.

Όπως φαίνεται από τις τιμές των στατιστικών δεικτών που παρουσιάζονται στον Πίνακα 12, τα μοντέλα ανάπτυξης που έχουν προκύψει από την ανάλυση ανάπτυξης με παράγοντα πρόβλεψης τη μνημονική ικανότητα ταιριάζουν πολύ καλά στα δεδομένα της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου για την καθεμιά από

Πίνακας 12

Δείκτες Καταλληλότητας των Μοντέλων Ανάπτυξης της Ικανότητας Επαγωγικού Συλλογισμού με Παράγοντα Πρόβλεψης την Ικανότητα της Μνήμης

Κατηγορία προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού	Ομάδα μαθητών	CFI	RMSEA	$\frac{x^2}{df}$
Γενίκευση	Πειραματική	0,943	0,069	1,288
	Ελέγχου	0,914	0,080	1,527
Διάκριση	Πειραματική	0,996	0,035	1,074
	Ελέγχου	0,994	0,034	1,090
Διασταυρούμενη ταξινόμηση	Πειραματική	0,957	0,050	1,149
	Ελέγχου	0,953	0,052	1,211
Αναγνώριση Σχέσεων	Πειραματική	0,950	0,039	1,092
	Ελέγχου	0,898	0,062	1,298
Διαφοροποίηση Σχέσεων	Πειραματική	0,937	0,054	1,176
	Ελέγχου	1,000	0,000	0,844
Οικοδόμηση Συστήματος	Πειραματική	1,000	0,000	0,981
	Ελέγχου	0,984	0,026	1,053

τις έξι κατηγορίες προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού. Ο βαθμός επίδρασης της μνημονικής ικανότητας στην ικανότητα επίλυσης των μαθηματικών προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού περιγράφεται αναλυτικά στη συνέχεια για την πειραματική ομάδα και την ομάδα ελέγχου ξεχωριστά για την κάθε κατηγορία προβλημάτων.

Προβλήματα γενίκευσης. Στο μοντέλο που αναφέρεται στην ομάδα ελέγχου των μαθητών παρατηρήθηκε ότι ο βαθμός επίδρασης της μνήμης στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων γενίκευσης είναι θετικός στην πρώτη και στην τρίτη μέτρηση, ενώ είναι αρνητικός στη δεύτερη μέτρηση των δύο ικανοτήτων. Παρόλα αυτά ο βαθμός δεν είναι σημαντικός σε οποιαδήποτε από τις τρεις μετρήσεις, δείχνοντας έτσι ότι η ικανότητα των μαθητών της ομάδας ελέγχου να επιλύει προβλήματα γενίκευσης δεν επηρεάζεται από τη μνημονική τους ικανότητα. Όσον αφορά την πειραματική ομάδα, παρατηρήθηκε θετική επίδραση της μνημονικής ικανότητας των μαθητών στην ικανότητα επίλυσης των προβλημάτων γενίκευσης στις τρεις μετρήσεις. Παρ' όλα αυτά, σε όλες τις μετρήσεις ο βαθμός της θετικής επίδρασης δεν ήταν σημαντικός. Συνεπώς, φαίνεται ότι η μνημονική ικανότητα των μαθητών της πειραματικής ομάδας δεν επιδρά στην ικανότητά τους να επιλύουν μαθηματικά προβλήματα γενίκευσης.

Προβλήματα διάκρισης. Στους μαθητές της ομάδας ελέγχου δεν παρατηρήθηκε οποιαδήποτε σημαντική επίδραση της ικανότητας της μνήμης στην ικανότητα των μαθητών να επιλύουν προβλήματα διάκρισης. Σε όλες τις μετρήσεις παρατηρήθηκε θετικός βαθμός επίδρασης της μνημονικής ικανότητας, χωρίς ωστόσο να είναι σημαντικός. Στο μοντέλο που αναφέρεται στην πειραματική ομάδα μαθητών η ικανότητα της μνήμης είχε θετική επίδραση σε όλες τις μετρήσεις των δύο ικανοτήτων των μαθητών, εντούτοις σημαντική ήταν μόνο η επίδραση που παρατηρήθηκε στην τρίτη μέτρηση ($0,226, Z=1,961$).

Προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης. Η μνημονική ικανότητα είχε επιδράσει σημαντικά στην ικανότητα των μαθητών της ομάδας ελέγχου να επιλύουν προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης στη δεύτερη (0,129, $\underline{Z}=2,560$) και στην τρίτη μέτρηση (0,213, $\underline{Z}=2,032$) των δύο ικανοτήτων. Στην πειραματική ομάδα παρατηρήθηκε σημαντική θετική επίδραση της ικανότητας της μνήμης στην ικανότητα επίλυσης των προβλημάτων αυτών στην πρώτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων (0,384, $\underline{Z}=3,081$). Στη δεύτερη μέτρηση, που έγινε αμέσως μετά από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος, η ικανότητα επίλυσης προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης των μαθητών της πειραματικής ομάδας είχε επηρεαστεί αρνητικά από τη μνημονική ικανότητα των μαθητών, χωρίς ωστόσο η επίδραση αυτή να είναι σημαντική. Μη σημαντική, επίσης, ήταν και η επίδραση της μνημονικής ικανότητας στην ικανότητα επίλυσης των προβλημάτων αυτών στην τρίτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων των μαθητών της πειραματικής ομάδας, παρόλο που η επίδραση ήταν θετική.

Προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων. Η ικανότητα των μαθητών να επιλύουν προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων φαίνεται ότι δεν επηρεάζεται από την ικανότητα της μνήμης. Ο βαθμός επίδρασης της μνημονικής ικανότητας στην ικανότητα επίλυσης των προβλημάτων αυτών δεν ήταν σημαντικός στα δύο μοντέλα που αναφέρονταν στην πειραματική ομάδα και στην ομάδα ελέγχου των μαθητών. Συγκεκριμένα, στην ομάδα ελέγχου παρατηρήθηκε ότι η επίδραση της μνημονικής ικανότητας ήταν αρνητική αλλά μη σημαντική, σε αντίθεση με την πειραματική ομάδα μαθητών όπου σημειώθηκε θετική επίδραση, χωρίς να είναι όμως σημαντική σε οποιαδήποτε από τις μετρήσεις.

Προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης έδειξαν η μνημονική ικανότητα των μαθητών της ομάδας ελέγχου δεν είχε

σημαντική επίδραση στην ικανότητα επίλυσης των προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων σε όλες τις μετρήσεις, παρά το θετικό βαθμό επίδρασης που παρατηρήθηκε σε όλες τις περιπτώσεις. Στην πειραματική ομάδα μαθητών, παρατηρήθηκε θετική επίδραση της ικανότητας της μνήμης στην πρώτη μέτρηση η οποία όμως δεν ήταν σημαντική, ενώ στη δεύτερη και στην τρίτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων η επίδραση της μνημονικής ικανότητας ήταν αρνητική, χωρίς ωστόσο να είναι σημαντική.

Προβλήματα οικοδόμησης συστήματος. Η μνημονική ικανότητα φαίνεται ότι δεν είχε σημαντική επίδραση στην ικανότητα επίλυσης των προβλημάτων οικοδόμησης συστήματος στις δύο ομάδες μαθητών. Συγκεκριμένα, τόσο στην πειραματική ομάδα όσο και στην ομάδα ελέγχου των μαθητών παρατηρήθηκε θετική επίδραση της ικανότητας της μνήμης στην πρώτη και στη δεύτερη μέτρηση της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων οικοδόμησης συστήματος, ενώ παρατηρήθηκε αρνητική επίδραση στην τρίτη μέτρηση. Σε όλες όμως τις περιπτώσεις, ο βαθμός της επίδρασης δεν ήταν σημαντικός, σύμφωνα με τα αποτελέσματα της στατιστικής ανάλυσης που εφαρμόστηκε.

Επίδραση της Ικανότητας Επεξεργασίας Πληροφοριών στην Ικανότητα Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά

Οι αναλύσεις ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού με παράγοντα πρόβλεψης την ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών έδειξαν ότι στην πειραματική ομάδα ($CFI=0.985$, $RMSEA=0.031$, $\frac{x^2}{df}=1.058$) παρατηρήθηκε σημαντική θετική επίδραση της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών στην ικανότητα επίλυσης μαθηματικών επαγωγικών προβλημάτων στη δεύτερη (0.132 , $Z=2.429$) και στην τρίτη μέτρηση (0.215 , $Z=2.070$) των δύο ικανοτήτων. Στην

πρώτη μέτρηση η επίδραση της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών στην ικανότητα επίλυσης μαθηματικών επαγωγικών προβλημάτων των μαθητών της πειραματικής ομάδας ήταν αρνητική και μη σημαντική. Αντίθετα, στην ομάδα ελέγχου, δεν παρατηρήθηκε οποιαδήποτε σημαντική επίδραση της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών στην ικανότητα επίλυσης επαγωγικών προβλημάτων σε οποιαδήποτε από τις τρεις μετρήσεις (CFI=0.902, RMSEA=0.057, $\chi^2=1.251$). Συγκεκριμένα, σε όλες τις μετρήσεις η επίδραση της ικανότητας επεξεργασίας στην ικανότητα των μαθητών της ομάδας ελέγχου να επιλύουν προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού ήταν αρνητική και μη σημαντική.

Αναλυτικά τα μοντέλα που έχουν προκύψει από τις αναλύσεις ανάπτυξης για την καθεμιά από τις έξι κατηγορίες προβλημάτων, ταιριάζουν πολύ καλά στα δεδομένα της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου των μαθητών. Οι τιμές των στατιστικών δεικτών που δείχνουν την καταλληλότητα κάθε μοντέλου παρουσιάζονται στον Πίνακα 13. Ο βαθμός επίδρασης της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών στην ικανότητα επίλυσης των προβλημάτων γενίκευσης, διάκρισης, διασταυρούμενης ταξινόμησης, αναγνώρισης σχέσεων, διαφοροποίησης σχέσεων και οικοδόμησης συστήματος περιγράφονται πιο κάτω αναλυτικά για την πειραματική και την ομάδα ελέγχου των μαθητών.

Προβλήματα γενίκευσης. Η ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών είχε αρνητική επίδραση στην ικανότητα της ομάδας ελέγχου να επιλύει προβλήματα γενίκευσης στην πρώτη και δεύτερη μέτρηση των δύο ικανοτήτων. Αντίθετα, στην τρίτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων παρατηρήθηκε ότι η ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών είχε θετική επίδραση στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων γενίκευσης. Παρόλα αυτά, ο βαθμός της επίδρασης της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών στην ικανότητα των μαθητών της ομάδας ελέγχου να επιλύουν

μαθηματικά προβλήματα γενίκευσης δεν είναι σημαντικός σε οποιαδήποτε από τις τρεις μετρήσεις. Η ικανότητα των μαθητών της πειραματικής ομάδας να επεξεργάζονται πληροφορίες δεν είχε σημαντική επίδραση στην ικανότητά τους να επιλύουν προβλήματα γενίκευσης σε οποιαδήποτε από τις τρεις μετρήσεις των δύο ικανοτήτων. Συγκεκριμένα, στην πρώτη μέτρηση παρατηρήθηκε μη σημαντική θετική επίδραση της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών ενώ στη δεύτερη και στην τρίτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων η επίδραση ήταν αρνητική και μη σημαντική.

Πίνακας 13

Δείκτες Καταλληλότητας των Μοντέλων Ανάπτυξης της Ικανότητας Επαγωγικού Συλλογισμού με Παράγοντα Πρόβλεψης την Ικανότητα Επεξεργασίας Πληροφοριών

Κατηγορία προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού	Ομάδα μαθητών	CFI	RMSEA	$\frac{\chi^2}{df}$
Γενίκευση	Πειραματική	0,996	0,018	1,019
	Ελέγχου	0,952	0,061	1,286
Διάκριση	Πειραματική	1,000	0,000	0,896
	Ελέγχου	0,941	0,079	1,097
Διασταυρούμενη ταξινόμηση	Πειραματική	0,993	0,016	1,014
	Ελέγχου	1,000	0,000	0,890
Αναγνώριση Σχέσεων	Πειραματική	0,900	0,063	1,240
	Ελέγχου	0,910	0,060	1,281
Διαφοροποίηση Σχέσεων	Πειραματική	0,919	0,056	1,190
	Ελέγχου	1,000	0,000	0,766
Οικοδόμηση Συστήματος	Πειραματική	1,000	0,000	0,956
	Ελέγχου	0,946	0,048	1,165

Προβλήματα διάκρισης. Σε όλες τις μετρήσεις τις ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών και της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων διάκρισης της ομάδας ελέγχου των μαθητών φάνηκε ότι η ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών είχε θετική επίδραση στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων διάκρισης, χωρίς ωστόσο ο βαθμός της επίδρασης αυτής να είναι σημαντικός. Στην πειραματική ομάδα, η ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών είχε επιδράσει αρνητικά στην ικανότητα των μαθητών να επιλύουν προβλήματα διάκρισης σε όλες τις μετρήσεις των δύο ικανοτήτων. Ο βαθμός της επίδρασης αυτής ήταν σημαντικός μόνο στην πρώτη (-0,485, $\underline{Z}=-1,971$) και στην τρίτη (-0,600, $\underline{Z}=-2,141$) μέτρηση των δύο ικανοτήτων.

Προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης. Στην ομάδα ελέγχου των μαθητών παρατηρήθηκε αρνητική επίδραση της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών στην ικανότητα επίλυσης των προβλημάτων αυτών στην πρώτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων. Αντίθετα, στη δεύτερη και στην τρίτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων, η ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών είχε θετική επίδραση στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης. Σε όλες τις περιπτώσεις ο βαθμός της επίδρασης δεν θεωρήθηκε σημαντικός. Στην πειραματική ομάδα μαθητών η ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών είχε αρνητική επίδραση στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης σε όλες τις μετρήσεις, χωρίς όμως ο βαθμός της επίδρασης αυτής να είναι σημαντικός σε οποιαδήποτε περίπτωση.

Προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων. Στο μοντέλο που αναφέρεται στην ομάδα ελέγχου παρατηρήθηκε θετική επίδραση της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών στην ικανότητα των μαθητών να επιλύουν προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων στην πρώτη και στην τρίτη μέτρηση, ενώ παρατηρήθηκε αρνητική επίδραση στη δεύτερη μέτρηση των δύο ικανοτήτων. Όμως, ο βαθμός της επίδρασης ήταν σημαντικός μόνο

στην πρώτη μέτρηση (0,148, $Z=2,191$). Στους μαθητές της πειραματικής ομάδας η ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών είχε αρνητική επίδραση στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων αναγνώρισης σχέσεων, σε όλες τις μετρήσεις των δύο ικανοτήτων. Ο βαθμός της επίδρασης αυτής ήταν σημαντικός στην πρώτη (-0,203, $Z=-2,390$) και στην τρίτη (-0,406, $Z=-2,383$) μέτρηση των δύο ικανοτήτων.

Προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων. Η ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών είχε αρνητική επίδραση στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων στις δύο πρώτες μετρήσεις των δύο ικανοτήτων των μαθητών της ομάδας ελέγχου και θετική επίδραση στις τρίτη μέτρηση, χωρίς ωστόσο να είναι σημαντικός ο βαθμός της επίδρασης σε οποιαδήποτε περίπτωση. Στην πειραματική ομάδα μαθητών, επίσης δεν παρατηρήθηκε σημαντικός βαθμός επίδρασης της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών στην ικανότητά τους να επιλύουν προβλήματα διαφοροποίησης σχέσεων. Συγκεκριμένα, η επίδραση της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών είχε μη σημαντική αρνητική επίδραση στην πρώτη και στην τρίτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων, ενώ είχε μη σημαντική θετική επίδραση στη δεύτερη μέτρηση.

Προβλήματα οικοδόμησης συστήματος. Η ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών είχε επιδράσει αρνητικά στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων οικοδόμησης συστήματος σε όλες τις μετρήσεις των δύο ικανοτήτων της ομάδας ελέγχου των μαθητών. Παρόλα αυτά, η αρνητική επίδραση δεν σημειώθηκε σε σημαντικό βαθμό σε οποιαδήποτε από τις τρεις μετρήσεις. Μη σημαντικός ήταν και ο βαθμός επίδρασης της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών στην ικανότητα των μαθητών της πειραματικής ομάδας να επιλύουν προβλήματα οικοδόμησης συστήματος. Συγκεκριμένα, στην πρώτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων των μαθητών της πειραματικής ομάδας, ο βαθμός της επίδρασης της ικανότητας επεξεργασίας

πληροφοριών ήταν αρνητικός, ενώ στις δύο επόμενες μετρήσεις η επίδραση ήταν θετική και μη σημαντική.

Υπόθεση 4β: Επιδράσεις της Ικανότητας του Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά στη Γενική Γνωστική Ικανότητα, στην Ικανότητα της Μνήμης και στη Ικανότητα Επεξεργασίας Πληροφοριών

Η διαδικασία ελέγχου της υπόθεσης αυτή περιλάμβανε τη διερεύνηση του βαθμού επίδρασης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στην ικανότητα της μνήμης, της επεξεργασίας πληροφοριών, καθώς και στη γενική γνωστική ικανότητα. Για το λόγο αυτό, διερευνήθηκαν η αλλαγή και ο ρυθμός ανάπτυξης των ικανοτήτων της μνήμης, της επεξεργασίας πληροφοριών και της γενικής γνωστικής ικανότητας των μαθητών της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου με παράγοντα πρόβλεψης σε όλες τις περιπτώσεις την ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού. Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε για τη διαπίστωση του βαθμού επίδρασης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού σε καθεμιά από τις τρεις πιο πάνω γενικές ικανότητες παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 23 (Κεφάλαιο 3).

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης περιγράφονται αναλυτικά παρακάτω.

Αρχικά, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που αναφέρονται στην επίδραση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στη γενική γνωστική ικανότητα.

Ακολουθεί η περιγραφή των αποτελεσμάτων της επίδρασης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στη μνημονική ικανότητα. Τέλος, αναφέρονται τα αποτελέσματα της επίδρασης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στην ικανότητα των μαθητών να επεξεργάζονται πληροφορίες.

Επίδραση της Ικανότητας του Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά στη Γενική Γνωστική Ικανότητα

Το μοντέλο ανάπτυξης της γενικής ικανότητας με παράγοντα πρόβλεψης την ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, το οποίο προέκυψε από τη στατιστική ανάλυση, φαίνεται ότι ταιριάζει στα δεδομένα τόσο της πειραματικής ομάδας όσο και στα δεδομένα που αναφέρονται στην ομάδα ελέγχου των μαθητών

($CFI_{\text{πειραματική}}=0,979$, $RMSEA_{\text{πειραματική}}=0,031$, $\frac{\chi^2}{df}_{\text{πειραματική}}=1,059$, $CFI_{\text{ελέγχου}}=1,000$,

$RMSEA_{\text{ελέγχου}}=0,000$, $\frac{\chi^2}{df}_{\text{ελέγχου}}=0,823$). Τα αποτελέσματα της ανάλυσης έδειξαν ότι

η ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού δεν είχε οποιαδήποτε επίδραση στη γενική γνωστική ικανότητα των μαθητών της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου. Στις τρεις μετρήσεις των δύο ικανοτήτων ο βαθμός επίδρασης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά στη γενική γνωστική ικανότητα δεν ήταν σημαντικός στις δύο ομάδες μαθητών.

Παρόλο που στο σύνολο των προβλημάτων της γενικής γνωστικής ικανότητας δεν παρατηρήθηκε οποιαδήποτε σημαντική επίδραση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, θεωρήθηκε ενδιαφέρουσα η διερεύνηση του βαθμού επίδρασης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στην ικανότητα επίλυσης κάθε ομάδας προβλημάτων που αναφέρονται στα τέσσερα εξειδικευμένα δομικά συστήματα. Για το λόγο αυτό, η συγκεκριμένη ανάλυση εφαρμόστηκε για την κάθε ομάδα προβλημάτων που ανήκουν στο προτασιακό, στο ποιοτικό, στο αιτιώδες και στο χωρικό εξειδικευμένο δομικό σύστημα. Οι τιμές των στατιστικών δεικτών που δείχνουν την καταλληλότητα των μοντέλων για την πειραματική ομάδα και την ομάδα ελέγχου αναφέρονται στον Πίνακα 14, ενώ τα αποτελέσματα της επίδρασης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στην

ικανότητα επίλυσης κάθε ομάδας προβλημάτων περιγράφονται αναλυτικά παρακάτω.

Πίνακας 14

Δείκτες Καταλληλότητας των Μοντέλων Ανάπτυξης της Ικανότητας Επίλυσης Προβλημάτων Γενικής Γνωστικής Ανάπτυξης με Παράγοντα Πρόβλεψης την Ικανότητα Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά

Κατηγορία προβλημάτων γενικής γνωστικής ικανότητας	Ομάδα μαθητών	CFI	RMSEA	$\frac{\chi^2}{df}$
Προτασιακού εξειδικευμένου δομικού συστήματος	Πειραματική	0,999	0,020	1,024
	Ελέγχου	1,000	0,000	0,120
Ποιοτικού εξειδικευμένου δομικού συστήματος	Πειραματική	1,000	0,000	0,986
	Ελέγχου	1,000	0,000	0,002
Αιτιώδους εξειδικευμένου δομικού συστήματος	Πειραματική	1,000	0,000	0,036
	Ελέγχου	1,000	0,000	0,044
Χωρικού εξειδικευμένου δομικού συστήματος	Πειραματική	0,978	0,079	1,372
	Ελέγχου	1,000	0,000	0,011

Προβλήματα προτασιακού εξειδικευμένου δομικού συστήματος. Τόσο στην πειραματική ομάδα όσο και στην ομάδα ελέγχου των μαθητών, φαίνεται ότι η ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά δεν έχει σημαντική

επίδραση στην ικανότητά τους να επιλύουν προβλήματα του προτασιακού εξειδικευμένου δομικού συστήματος. Σε οποιαδήποτε από τις τρεις μετρήσεις των δύο ικανοτήτων δεν παρατηρήθηκε σημαντικός βαθμός επίδρασης και στις δύο ομάδες μαθητών. Συγκεκριμένα, στην ομάδα ελέγχου των μαθητών η επίδραση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στην ικανότητα επίλυσης των προβλημάτων αυτών, αν και μη σημαντική ήταν αρνητική στην πρώτη και στην τρίτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων, ενώ παρατηρήθηκε θετική μη σημαντική επίδραση κατά τη δεύτερη μέτρηση. Στην πειραματική ομάδα η επίδραση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στην ικανότητα επίλυσης των συγκεκριμένων προβλημάτων ήταν θετική στην πρώτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων, ενώ στη συνέχεια παρατηρήθηκε αρνητική επίδραση κατά τη δεύτερη και την τρίτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων.

Προβλήματα ποιοτικού εξειδικευμένου δομικού συστήματος. Στην ομάδα ελέγχου των μαθητών δεν παρατηρήθηκε οποιαδήποτε επίδραση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων του ποιοτικού εξειδικευμένου δομικού συστήματος. Σε όλες τις μετρήσεις των δύο ικανοτήτων ο βαθμός της επίδρασης δεν ήταν σημαντικός. Στην πειραματική ομάδα παρατηρήθηκε ότι η ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού είχε σημαντική αρνητική επίδραση στην ικανότητα επίλυσης των προβλημάτων αυτών κατά την πρώτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων, πριν από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος ($-0,652$, $\underline{Z}=-1,986$). Στις μετρήσεις που ακολούθησαν μετά από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος παρατηρήθηκε ότι η επίδραση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού ήταν θετική χωρίς όμως να είναι σημαντική στη δεύτερη μέτρηση, ενώ στην τρίτη μέτρηση ο βαθμός της επίδρασης ήταν αρνητικός και μη σημαντικός.

Προβλήματα αιτιώδους εξειδικευμένου δομικού συστήματος. Η επίδραση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων του αιτιώδους εξειδικευμένου δομικού συστήματος δεν ήταν σημαντική σε οποιαδήποτε από τις τρεις μετρήσεις των δύο ικανοτήτων που έγιναν στην πειραματική ομάδα και στην ομάδα ελέγχου των μαθητών. Συγκεκριμένα, στην ομάδα ελέγχου παρατηρήθηκε μη σημαντική αρνητική επίδραση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στην επίλυση των συγκεκριμένων προβλημάτων σε όλες τις μετρήσεις, ενώ στην πειραματική ομάδα παρατηρήθηκε αρνητική μη σημαντική επίδραση κατά την πρώτη μέτρηση και θετική μη σημαντική επίδραση στις δύο άλλες μετρήσεις των δύο ικανοτήτων.

Προβλήματα χωρικού εξειδικευμένου δομικού συστήματος. Στις δύο ομάδες μαθητών δεν παρατηρήθηκε σημαντικός βαθμός επίδρασης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων του χωρικού εξειδικευμένου δομικού συστήματος σε οποιαδήποτε μέτρηση. Στην ομάδα ελέγχου η επίδραση ήταν αρνητική, χωρίς να είναι σημαντική σε όλες τις μετρήσεις. Στην πειραματική ομάδα η επίδραση ήταν στην αρχή αρνητική, ενώ στη δεύτερη και στην τρίτη μέτρηση έγινε θετική, χωρίς όμως να είναι σημαντική.

Επίδραση της Ικανότητας του Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά στην Ικανότητα τη Μνήμης

Εξετάζοντας το βαθμό επίδρασης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στη μνημονική ικανότητα των μαθητών παρατηρήθηκε ότι τα μοντέλα ανάπτυξης που έχουν προκύψει είναι αποδεκτά, γιατί έχουν πολύ καλή εφαρμογή στα δεδομένα της πειραματικής ομάδα και της ομάδας ελέγχου των μαθητών

($CFI_{\text{πειραματική}}=0,961$, $RMSEA_{\text{πειραματική}}=0,045$, $\frac{\chi^2}{df}_{\text{πειραματική}}=1,124$, $CFI_{\text{ελέγχου}}=0,942$,

$RMSEA_{\text{ελέγχου}}=0,042, \frac{x^2}{df}_{\text{ελέγχου}}=1,135$). Στα δύο μοντέλα της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου των μαθητών η ανάλυση ανάπτυξης έδειξε ότι η θετική επίδραση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στη μνημονική ικανότητα που παρατηρήθηκε στις τρεις μετρήσεις των δύο ικανοτήτων δεν είναι σημαντική.

Επίδραση της Ικανότητας του Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά στην Ικανότητα Επεξεργασίας Πληροφοριών

Η ανάλυση ανάπτυξης της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών που εφαρμόστηκε στο μοντέλο του Διαγράμματος 23 με παράγοντα πρόβλεψης την ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά έδειξε ότι τα δεδομένα της πειραματικής ομάδας και τα δεδομένα της ομάδας ελέγχου μπορούν να εφαρμοστούν πολύ καλά στο μοντέλο αυτό ($CFI_{\text{πειραματική}}=0,989,$

$RMSEA_{\text{πειραματική}}=0,070, \frac{x^2}{df}_{\text{πειραματική}}=1,296, CFI_{\text{ελέγχου}}=0,997, RMSEA_{\text{ελέγχου}}=0,030,$

$\frac{x^2}{df}_{\text{ελέγχου}}=1,068$). Ο βαθμός επίδρασης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού

στην ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών δεν ήταν σημαντικός στην ομάδα

ελέγχου των μαθητών σε όλες τις μετρήσεις των δύο ικανοτήτων. Στην πειραματική

ομάδα ο βαθμός επίδρασης ήταν μη σημαντικός και αρνητικός στην πρώτη μέτρηση

των δύο ικανοτήτων που έγινε πριν από την εφαρμογή του παρεμβατικού

προγράμματος, ενώ στη δεύτερη μέτρηση η επίδραση έγινε θετική, ωστόσο μη

σημαντική. Στην τρίτη μέτρηση των δύο ικανοτήτων, φάνηκε ότι η ικανότητα του

επαγωγικού συλλογισμού των μαθητών της πειραματικής ομάδας είχε θετική και

σημαντική επίδραση στην ικανότητα των μαθητών να επεξεργάζονται πληροφορίες

($0,447, Z=2,960$).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Εισαγωγή

Ο επαγωγικός συλλογισμός αποτελεί ένα από τα σημαντικά χαρακτηριστικά της ανθρώπινης ευφυΐας, καθώς ερευνητικά πορίσματα στο χώρο της Ψυχολογίας έχουν εντάξει τον επαγωγικό συλλογισμό στις επτά πρωταρχικές νοητικές ικανότητες που ευθύνονται για τις συμπεριφορές της. Θεωρείται ως μια ανώτερου επιπέδου γνωστική δεξιότητα (Van der Vijver, 2002), για το λόγο ότι εφαρμόζεται σε διάφορες γνωστικές λειτουργίες όπως είναι η αντίληψη, η ταξινόμηση και η λήψη αποφάσεων (Rips, 1990). Η στενή σχέση του επαγωγικού συλλογισμού με την ευφυΐα τον καθιστά ως το σημαντικότερο παράγοντα πρόβλεψης της ακαδημαϊκής επίδοσης, καθώς συμβάλλει στην ανάπτυξη της ικανότητας επίλυσης προβλήματος, στη μάθηση εννοιών και στην απόκτηση εμπειρογνωμοσύνης (Haverty κ.ά., 2000). Ως εκ τούτου, ο επαγωγικός συλλογισμός έχει μελετηθεί εκτεταμένα υπό το πρίσμα διάφορων θεωριών της Ψυχολογίας και της Παιδαγωγικής, ενώ ποικίλα εκπαιδευτικά προγράμματα έχουν σχεδιαστεί για την ανάπτυξή του σε περιβάλλον λύσης προβλήματος (Klauer & Pbye, 1994; Tomic, 1995).

Στη μαθηματική εκπαίδευση ο επαγωγικός συλλογισμός έχει οριστεί ως η διαδικασία σκέψης η οποία εφαρμόζεται για την ανακάλυψη γενικού κανόνα από ειδικές περιπτώσεις. Θεωρείται ως μια σπουδαία διαδικασία που μπορεί να εφαρμοστεί για τη διερεύνηση των τρόπων με τους οποίους επιτυγχάνεται μια βαθύτερη κατανόηση της μαθηματικής γνώσης (Haverty κ.ά., 2000). Η άμεση σχέση

του με την αναγνώριση μοτίβων και κανονικοτήτων τον εντάσσουν ανάμεσα στις στρατηγικές επίλυσης προβλήματος, η ανάπτυξη των οποίων αποτελεί έναν από τους βασικότερους στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης (NCTM, 1989, 2000: Mathematics in the National Curriculum, 1989).

Παρά τη σημαντικότητα του ρόλου του επαγωγικού συλλογισμού στη μαθηματική εκπαίδευση, η βιβλιογραφία δεν έχει προτείνει οποιαδήποτε διδακτικά μοντέλα τα οποία να αποσκοπούν αποκλειστικά στην ανάπτυξη του επαγωγικού συλλογισμού ως δεξιότητα σκέψης στο πεδίο των Μαθηματικών. Η μελέτη του βαθμού και του ρυθμού ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού ως εργαλείο επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων αποτέλεσε την ιδέα ανάπτυξης της παρούσας ερευνητικής εργασίας.

Βάση για το σχεδιασμό της ερευνητικής εργασίας αποτέλεσε η επαγωγική θεωρία του Klauer (Klauer & Phye, 1994: Klauer, 1999), η οποία περιλαμβάνει έναν αναλυτικό ορισμό για τον επαγωγικό συλλογισμό. Ο ορισμός αυτός καταλήγει σε μια ταξινόμηση των επαγωγικών προβλημάτων με βάση την εννοιολογική τους δομή και τις γνωστικές λειτουργίες που απαιτούνται για την λύση τους. Η εργασία αυτή μπορεί να θεωρηθεί ως μια προσπάθεια ελέγχου της εγκυρότητας της θεωρίας του Klauer στο εξειδικευμένο πεδίο των Μαθηματικών, εφόσον τα μαθηματικά έργα που χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά σχεδιάστηκαν με αναφορά στο συγκεκριμένο ορισμό. Έτσι, εξετάζεται κατά πόσο η επαγωγική θεωρία του Klauer μπορεί να εφαρμοστεί σε εξειδικευμένο περιεχόμενο του αναλυτικού προγράμματος, όπως είναι τα Μαθηματικά, παρά το γεγονός ότι κατασκευάστηκε και εξετάστηκε σε γενικό γνωστικό πλαίσιο.

Θεωρώντας την άποψη ότι η ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού είναι μια ανώτερου επιπέδου διαδικασία σκέψης η οποία συμβάλλει στη μάθηση και στη μεταφορά της (Klauer & Phye, 1994), στην παρούσα έρευνα θεωρήθηκε σημαντική μια πολυδιάστατη μελέτη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού η οποία να συνδυάζει τις θεωρίες της γνωστικής, της ψυχομετρικής και της εξελικτικής ψυχολογίας σε εκπαιδευτικό πλαίσιο. Για το λόγο αυτό, η ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού μελετήθηκε μέσα από μαθηματικό περιεχόμενο σε σχέση με την ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών, τη μνημονική ικανότητα και τη γενική γνωστική ικανότητα.

Ο σκοπός της εργασίας συνοψίζεται στη διερεύνηση του βαθμού στον οποίο μπορεί να αναπτυχθεί η ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά μέσα από κατάλληλη συστηματική εκπαίδευση, καθώς και στη διερεύνηση των αλληλεπιδράσεων της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά με άλλες γενικές ικανότητες, όπως είναι η μνημονική ικανότητα, η ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών και η γενική γνωστική ικανότητα. Ο βαθμός στον οποίο επιτεύχθηκε ο σκοπός της εργασίας διαφαίνεται μέσα από τα αποτελέσματα που έχουν προκύψει από τις στατιστικές αναλύσεις και τα συμπεράσματα που απορρέουν, τα οποία συζητούνται αναλυτικά παρακάτω με αναφορά στους επιμέρους στόχους της έρευνας.

Η Επαγωγική Θεωρία του Klauer στο Πεδίο των Μαθηματικών

Ο Klauer (1999) αναφέρει στη θεωρία του ότι ο επαγωγικός συλλογισμός ορίζεται ως η συστηματική και αναλυτική σύγκριση των αντικειμένων μιας ομάδας ή μιας σειράς, με σκοπό να ανακαλυφθούν ομοιότητες ή διαφορές ανάμεσα στις

ιδιότητες των αντικειμένων μιας ομάδας ή στις σχέσεις των αντικειμένων μιας σειράς. Από τον ορισμό αυτό προκύπτουν έξι διαφορετικές δομές προβλημάτων, οι οποίες συνίστανται από τις διαδικασίες σύγκρισης (ανακάλυψη ομοιότητας, ανομοιότητας, ομοιότητας και ανομοιότητας) και από τις πτυχές των αντικειμένων που συγκρίνονται (ιδιότητες ή σχέσεις). Διάφορες ερευνητικές εργασίες έχουν εξετάσει και έχουν ελέγξει την εγκυρότητα της θεωρίας αυτής με προβλήματα τα οποία αναφέρονται σε γενικό πεδίο και είναι ανεξάρτητα από συγκεκριμένο γνωστικό περιεχόμενο (Klauer & Phye, 1994; Klauer, 1990, 1992; Sanders κ.ά., 1991; Angerhoefer κ.ά., 1992; Büchel & Scharnhorst, 1993; De Koning & Hamers, 1999; De Koning κ.ά., 2002; Tomic & Klauer, 1996).

Στην εργασία αυτή προτάθηκαν δύο ξεχωριστά μοντέλα τα οποία θεωρητικά περιγράφουν τη θεωρία του Klauer και ελέγχθηκε η εγκυρότητά τους στο εξειδικευμένο γνωστικό περιεχόμενο των Μαθηματικών. Το ένα μοντέλο αναφέρεται στους τύπους των προβλημάτων με αναφορά στην εννοιολογική δομή τους, δηλαδή στην ταξινόμησή τους σε προβλήματα που περιέχουν τη δομή μιας ομάδας και διαχειρίζονται ιδιότητες αντικειμένων και σε προβλήματα που περιέχουν τη δομή μιας σειράς και διαχειρίζονται σχέσεις ανάμεσα στα αντικείμενα. Το δεύτερο μοντέλο αναφέρεται στις γνωστικές λειτουργίες που απαιτούνται για την επίλυση των προβλημάτων που περιέχουν τη δομή ομάδας ή τη δομή σειράς. Η επιβεβαιωτική ανάλυση παραγόντων που εφαρμόστηκε έδειξε ότι τα συγκεκριμένα μοντέλα μπορούν να επιβεβαιωθούν σε διαφορετικές ομάδες υποκειμένων με εμπειρικά δεδομένα τα οποία αναφέρονται σε ειδικό μαθηματικό περιεχόμενο. Συνεπώς, στη βάση της η επαγωγική θεωρία του Klauer, αν και αναφέρεται σε γενικό γνωστικό πεδίο, μπορεί να λειτουργήσει αποτελεσματικά στο εξειδικευμένο

πεδίο των Μαθηματικών, ενισχύοντας την εγκυρότητα του ορισμού του επαγωγικού συλλογισμού, όπως αυτός καθορίστηκε από τον Klauer (1999).

Κατ' επέκταση, ο επαγωγικός συλλογισμός μπορεί να επεξηγηθεί στο πεδίο των Μαθηματικών σε σχέση με τα έξι στενά συσχετιζόμενα παραδείγματα-τύπους προβλημάτων που αναφέρει ο Klauer στον ορισμό του, το καθένα από τα οποία απαιτεί εξειδικευμένες διαδικασίες για τη λύση του. Τα παραδείγματα αυτά τα οποία αναφέρονται σε μαθηματικό περιεχόμενο περιλαμβάνουν τη γενίκευση, τη διάκριση, τη διασταυρούμενη ταξινόμηση, την αναγνώριση σχέσεων, τη διαφοροποίηση σχέσεων και την οικοδόμηση συστήματος. Για τα παραδείγματα της γενίκευσης με μαθηματικό περιεχόμενο απαιτείται η ανακάλυψη ομοιότητας στις ιδιότητες των στοιχείων που περιλαμβάνουν, ενώ οι ιδιότητες μπορούν να αναφέρονται σε κριτήρια διαιρετότητας αριθμών, σε είδος αριθμών, σε είδος σχημάτων, σε χαρακτηριστικά σχημάτων, κτλ. Όμοια, για τα παραδείγματα διάκρισης με μαθηματικό περιεχόμενο απαιτείται η ανακάλυψη διαφοράς στις ιδιότητες των στοιχείων, ενώ για τα μαθηματικά παραδείγματα της διασταυρούμενης ταξινόμησης απαιτείται ο συνδυασμός της ανακάλυψης ομοιοτήτων και διαφορών στις ιδιότητες των στοιχείων. Στα παραδείγματα της αναγνώρισης σχέσεων και της διαφοροποίησης σχέσεων απαιτείται αντίστοιχα η ανακάλυψη ομοιότητας και η ανακάλυψη διαφοράς στις σχέσεις των στοιχείων, τα οποία παρουσιάζονται με τη μορφή ακολουθιών. Οι σχέσεις μπορεί να αναφέρονται σε γραμμικές ή μη γραμμικές συσχετίσεις μεταξύ δύο διαδοχικών στοιχείων μιας ακολουθίας. Τα παραδείγματα της οικοδόμησης συστήματος απαιτούν την ταυτόχρονη ανακάλυψη ομοιοτήτων και διαφορών στις σχέσεις των στοιχείων, τα οποία παρουσιάζονται με μορφή ακολουθιών σε πίνακα διπλής εισόδου.

Επομένως, τα μαθηματικά προβλήματα που κατασκευάστηκαν και χρησιμοποιήθηκαν για τους σκοπούς της συγκεκριμένης εργασίας δημιουργούν όλες τις διαφορετικές παραλλαγές που σχετίζονται με τις αφηρημένες και τις αναλυτικές συγκρίσεις στις ιδιότητες ή στις σχέσεις ανάμεσα στα αντικείμενα. Διασαφηνίζουν τις σχέσεις και τις διαφορές μεταξύ των διαφορετικών τύπων προβλημάτων με αναφορά στα στοιχεία που συγκρίνονται και στις γνωστικές λειτουργίες που εφαρμόζονται κατά τη διαδικασία επίλυσής τους. Οι διαδικασίες σύγκρισης που χρησιμοποιήθηκαν για τη λύση των προβλημάτων αυτών οδήγησαν στην εξαγωγή κανονικοτήτων με την αναγνώριση ομοιοτήτων και ανομοιοτήτων ανάμεσα στις ιδιότητες ή στις σχέσεις αντικειμένων που έχουν αναπαρασταθεί με διάφορους κώδικες αναπαράστασης. Ως εκ τούτου, σύμφωνα με τον ορισμό του Klauer, οι συγκεκριμένες γνωστικές διαδικασίες που εφαρμόστηκαν στα προβλήματα που χρησιμοποιήθηκαν στην εργασία αυτή συνιστούν τον επαγωγικό συλλογισμό και θεωρούνται επαρκείς για την ανακάλυψη μιας γενίκευσης (Klauer & Phye, 1994: Klauer, 1999: Klauer κ.ά., 2002). Επομένως, ο έλεγχος της εγκυρότητας της θεωρίας του Klauer στην παρούσα εργασία έχει καταστήσει δυνατή την κατασκευή ενός έγκυρου εργαλείου για την αξιολόγηση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στο θεματικό περιεχόμενο των Μαθηματικών και όπως αναφέρουν ο Klauer και οι συνεργάτες του (Klauer & Phye, 1994: Tomic & Klauer, 1996), μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την καθοδήγηση της διδασκαλίας και της εκπαίδευσης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού.

Η διασύνδεση που επιτεύχθηκε ανάμεσα στους τύπους των μαθηματικών επαγωγικών προβλημάτων και στις αντίστοιχες γνωστικές λειτουργίες που απαιτούνται για τη λύση τους καθιστούν τον επαγωγικό συλλογισμό ως ένα βασικό εργαλείο επίλυσης προβλημάτων ποικίλης εννοιολογικής και διαδικαστικής δομής.

Κατ' επέκταση, το περιεχόμενο του Αναλυτικού Προγράμματος των Μαθηματικών μπορεί να διευρυνθεί με την ένταξη όλων των διαφορετικών τύπων επαγωγικών προβλημάτων, ώστε να προσφέρει διαφορετικά περιβάλλοντα εφαρμογής του επαγωγικού συλλογισμού, με απώτερο στόχο την ανάπτυξή του ως γενική δεξιότητα σκέψης σε όλες του τις διαστάσεις. Συνέπεια αυτού θα είναι η ανάπτυξη των ικανοτήτων της γενίκευσης, της ταξινόμησης, της σύγκριση, της σωστής χρήσης της αναλογίας και της ανάπτυξης στρατηγικών επίλυσης προβλήματος, οι οποίες περιλαμβάνονται ανάμεσα στους στόχους των Αναλυτικών Προγραμμάτων των Μαθηματικών (NCTM, 1989, 2000: Mathematics in the National Curriculum, 1989).

Η Ανάπτυξη του Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά

Τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας έδειξαν ότι ο επαγωγικός συλλογισμός έχει τη δυνατότητα να αναπτυχθεί στο πεδίο των Μαθηματικών μέσα από περιβάλλον λύσης προβλήματος. Η εφαρμογή μιας διδακτικής παρέμβασης σε σχολικό περιβάλλον έχει επιφέρει βελτίωση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού των μαθητών στα Μαθηματικά, ενισχύοντας την άποψη διάφορων ερευνητών που υποστηρίζουν ότι η ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού μπορεί να αναπτυχθεί μέσω κατάλληλης εκπαίδευσης στα πλαίσια της διδασκαλίας στην τάξη (Sternberg, 1997: Curtis, 1998: Klauer & Phye, 1994).

Επιπλέον, τα σχετικά με την αποτελεσματικότητα του παρεμβατικού προγράμματος αποτελέσματα της έρευνας αυτής επιβεβαιώνουν την άποψη των Klauer και Phye (1994), που θεωρούν ότι η ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού ως ένα σημαντικό εργαλείο ελέγχου επιτυγχάνεται ύστερα από συστηματική διδασκαλία. Συγκεκριμένα, η θετική αλλαγή που παρατηρήθηκε

στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά των παιδιών στα οποία εφαρμόστηκε το παρεμβατικό πρόγραμμα δείχνει ότι για τη βελτίωση του επαγωγικού συλλογισμού σε εξειδικευμένη γνωστική περιοχή, όπως είναι το πεδίο των Μαθηματικών, είναι αναγκαία η εφαρμογή ειδικού συστηματικού εκπαιδευτικο-διδασκτικού προγράμματος με μαθηματικό περιεχόμενο και με εξειδικευμένη δομή.

Συγκεκριμένα, το παρεμβατικό πρόγραμμα ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά σχεδιάστηκε με βάση τη θεωρία της παραδειγματικής εκπαίδευσης, όπως αυτή περιγράφεται από τον Klauer. Τα πρότυπα παραδείγματα που χρησιμοποιήθηκαν στις διδασκαλίες που περιλάμβανε το παρεμβατικό πρόγραμμα σε συνδυασμό με τη διαδικασία λύσης τους και η έμφαση στην εφαρμογή των «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασιών κατά την επίλυση των προβλημάτων που χρησιμοποιήθηκαν στη φάση της εκπαίδευσης τονίζουν την αναγκαιότητα της παραδειγματικής εκπαίδευσης για την ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στο πεδίο των Μαθηματικών. Συμφωνώντας με τον Klauer (Klauer & Phye, 1994), η παραδειγματική εκπαίδευση, φαίνεται ότι μπορεί να αναπτύξει την εννοιολογική γνώση των παιδιών για τις ιδιότητες, τις σχέσεις, την ομοιότητα, την ανομοιότητα, την ομάδα και τη σειρά. Επιπλέον, μπορεί να αναπτύξει την αντίληψη των παιδιών για τις διαδικασίες που απαιτούνται για τη χρήση του επαγωγικού συλλογισμού ως εργαλείο επίλυσης επαγωγικών προβλημάτων με μαθηματικό περιεχόμενο. Ο συνδυασμός πολλαπλών παραδειγμάτων με μια συγκεκριμένη διαδικασία πλατιάς εφαρμογής που περιλαμβάνει, εξυπηρετεί στη διευκόλυνση της αναγνώρισης της δομής οποιουδήποτε επαγωγικού μαθηματικού προβλήματος και κατ' επέκταση στη λύση του.

Σε όλους τους τύπους μαθηματικών προβλημάτων που χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας του παρεμβατικού προγράμματος ο επαγωγικός συλλογισμός έχει επιφέρει αλλαγή στη φύση της γνώσης ως εργαλείο για την επίλυση προβλήματος. Σημαντική βελτίωση παρατηρήθηκε στην ικανότητα των παιδιών να επιλύουν προβλήματα γενίκευσης, διάκρισης και διαφοροποίησης σχέσεων, ενώ η βελτίωση που παρατηρήθηκε στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης, αναγνώρισης σχέσεων και οικοδόμησης συστήματος δεν ήταν σημαντική. Η συμπεριφορά των παιδιών στην επίλυση των προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά μπορεί να επεξηγηθεί με αναφορά στο βαθμό οικειότητάς τους με τα προβλήματα κάθε τύπου, καθώς και με το βαθμό δυσκολίας κάθε τύπου προβλήματος.

Συγκεκριμένα, στο Αναλυτικό Πρόγραμμα των Μαθηματικών και στα διδακτικά βιβλία που χρησιμοποιούν οι μαθητές σε όλες τις τάξεις του δημοτικού σχολείου περιλαμβάνονται προβλήματα τύπου αναγνώρισης σχέσεων με τη μορφή γεωμετρικών ή αριθμητικών μοτίβων, καθώς και προβλήματα οικοδόμησης συστήματος τα οποία παρουσιάζονται με τη μορφή πολλαπλών αριθμητικών αναλογιών ή ακολουθίες επίπεδων σχημάτων. Επακόλουθο είναι τα παιδιά να υιοθετήσουν την προσέγγιση που διδάσκεται στο σχολείο για την επίλυση των προβλημάτων αυτών, εφόσον εφαρμόζεται για αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα. Λόγω αυτού, η προσέγγιση του σχολείου πιθανόν να έχει μεγαλύτερο βαθμό επίδρασης στην ικανότητα των παιδιών να επιλύουν προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων και οικοδόμησης συστήματος από τις προσεγγίσεις που περιλάμβανε το σύντομο παρεμβατικό πρόγραμμα. Αντίθετα, η μη οικειότητα των παιδιών με τα προβλήματα γενίκευσης, διάκρισης και διαφοροποίησης σχέσεων φαίνεται να έχει διευκολύνει την επίτευξη των στόχων του παρεμβατικού προγράμματος, με

αποτέλεσμα τα παιδιά να βελτιώσουν σημαντικά την ικανότητά τους να επιλύουν επαγωγικά μαθηματικά προβλήματα των τύπων αυτών. Η οικειότητα με τα προβλήματα αναγνώρισης σχέσεων και οικοδόμησης συστήματος δεν έχει επιδείξει απαραίτητα καλύτερη επίδοση στην επίλυση των προβλημάτων των τύπων αυτών στους μαθητές στους οποίους εφαρμόστηκε το παρεμβατικό πρόγραμμα, συγκριτικά με τις επιδόσεις τους στους άλλους τύπους προβλημάτων. Απλώς έχει διατηρήσει μικρότερη τη διαφορά επίδοσης μεταξύ των μαθητών στους οποίους εφαρμόστηκε το πρόγραμμα και στους μαθητές που δεν έχουν τύχει εκπαίδευσης στην ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά. Για αυτό, η ανάλυση που εφαρμόστηκε για την αποτελεσματικότητα του παρεμβατικού προγράμματος, παρόλο που έδειξε βελτίωση της ικανότητας επίλυσης των προβλημάτων αναγνώρισης σχέσεων και οικοδόμησης συστήματος στα παιδιά που έχουν τύχει εκπαίδευσης συγκριτικά με την ικανότητα των παιδιών στα οποία δεν εφαρμόστηκε η παρέμβαση, εντούτοις η βελτίωση αυτή δεν θεωρήθηκε σημαντική.

Η μη σημαντική βελτίωση που παρατηρήθηκε στην επίλυση προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης στα παιδιά στα οποία εφαρμόστηκε το παρεμβατικό πρόγραμμα πιθανόν να οφείλεται στο βαθμό πολυπλοκότητας του συγκεκριμένου τύπου προβλημάτων σε συνδυασμό με τη μη οικειότητα των παιδιών με τα προβλήματα του τύπου αυτού, καθώς και με πιθανές δυσκολίες των παιδιών που σχετίζονται με την απαιτούμενη γνώση μαθηματικού περιεχομένου. Συγκεκριμένα, τα παιδιά κλήθηκαν να θεωρήσουν ταυτόχρονα δύο κριτήρια διαιρετότητας των φυσικών αριθμών στα προβλήματα με αριθμούς ή δύο ιδιότητες επίπεδων σχημάτων στα προβλήματα που περιλάμβαναν σχήματα, για να εφαρμόσουν την ίδια στιγμή τη γνωστική λειτουργία της ανακάλυψης ομοιοτήτων και τη γνωστική λειτουργία της ανακάλυψης διαφορών στις ιδιότητες αυτές. Οι περισσότεροι από έναν κανόνες που

περιλαμβάνουν τα προβλήματα τύπου διασταυρούμενης ταξινόμησης συγκριτικά με τους τύπους προβλημάτων της γενίκευσης και της διάκρισης τα καθιστούν πολυπλοκότερα. Σύμφωνα με τον (Primi, 2001) έχουν περισσότερες απαιτήσεις από τη χωρητικότητα της εργαζόμενης μνήμης, παρά το γεγονός ότι και οι τρεις τύποι προβλημάτων αναφέρονται σε ομάδες αντικειμένων και διαχειρίζονται ιδιότητες. Συνεπώς, το πλήθος των κανόνων που περιλαμβάνουν τα μαθηματικά επαγωγικά προβλήματα επηρεάζουν το βαθμό πολυπλοκότητας των προβλημάτων, επιβεβαιώνοντας τις απόψεις που επικρατούν στο χώρο της ψυχολογίας σχετικά με το θέμα αυτό (Primi, 2001: Carpenter κ.ά., 1990).

Επιπλέον, η μαθηματική γνώση που περιλαμβάνεται στα συγκεκριμένα προβλήματα που χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση του παρεμβατικού προγράμματος σχετικά με τα κριτήρια διαιρετότητας των φυσικών αριθμών ή τις ιδιότητες των επίπεδων σχημάτων, παρόλο που αποτελεί ύλη του Αναλυτικού Προγράμματος των Μαθηματικών προηγούμενων τάξεων, εντούτοις φαίνεται ότι η γνώση αυτή δεν έχει κατανοηθεί από τα παιδιά στο βαθμό που απαιτούσαν τα συγκεκριμένα προβλήματα. Ως εκ τούτου, οι μαθητές είχαν να αντιμετωπίσουν το περιεχόμενο των Μαθηματικών σε συνδυασμό με τις γνωστικές διαδικασίες που περιλαμβάνονταν στο παρεμβατικό πρόγραμμα, με αποτέλεσμα την εμφάνιση δυσκολιών στη διαδικασία εφαρμογής του επαγωγικού συλλογισμού ως εργαλείο για την επίλυση των προβλημάτων διασταυρούμενης ταξινόμησης. Οι μαθητές οι οποίοι είχαν να μάθουν ταυτόχρονα περιεχόμενο και δεξιότητες, σύμφωνα με τον Case (1985), φαίνεται ότι φορτώθηκαν με επιπλέον έργο, για αυτό και η βελτίωση της ικανότητάς τους να επιλύουν προβλήματα διασταυρούμενης ταξινόμησης δεν επιτεύχθηκε σε βαθμό που θα μπορούσε να θεωρηθεί σημαντικός.

Τα αποτελέσματα της έρευνας φαίνεται να επιβεβαιώνουν την άποψη ότι η προσπάθεια ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού μέσα από ένα συστηματικό διδακτικό πρόγραμμα εξειδικευμένου θεματικού περιεχομένου έχει ως επακόλουθο τη μετατόπιση του πυρήνα του προγράμματος περισσότερο προς τους στόχους περιεχομένου παρά με τους γενικότερους στόχους ανάπτυξης δεξιοτήτων σκέψης και στρατηγικών (De Koning & Hamers, 1999). Αυτό πιθανόν να εξηγεί την εμφάνιση των διαφορετικών συμπεριφορών των μαθητών που παρατηρήθηκαν στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού, οι οποίες ίσως να σχετίζονται με το βαθμό εννοιολογικής κατανόησης του μαθηματικού περιεχομένου του κάθε προβλήματος. Παρόλα αυτά, η προσπάθεια ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού εντός ενός διδακτικού πλαισίου με συγκεκριμένο θεματικό περιεχόμενο, όπως είναι τα Μαθηματικά, έχει επιφέρει θετικά και ενθαρρυντικά αποτελέσματα, διευρύνοντας το πεδίο στο οποίο ο επαγωγικός συλλογισμός ως γενική δεξιότητα σκέψης μπορεί να αναπτυχθεί. Συμπληρώνοντας στην άποψη του Klauer που θεωρεί ότι ο επαγωγικός συλλογισμός θα πρέπει να αναπτύσσεται μέσα από αφηρημένο περιεχόμενο ή ανεξάρτητα από θεματικό περιεχόμενο ώστε να μην παραμένει σχετικός με συγκεκριμένες καταστάσεις (Klauer, 1999), η ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού μπορεί επίσης να βελτιωθεί στο εξειδικευμένο γνωστικό περιεχόμενο των Μαθηματικών, εφόσον εξασκηθεί στα πλαίσια κατάλληλου συστηματικού διδακτικού προγράμματος. Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης της αποτελεσματικότητας του παρεμβατικού προγράμματος ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά ενισχύουν επιπλέον την άποψη των ερευνητών που θεωρούν ως καταλληλότερα πεδία εκπαίδευσης των δεξιοτήτων σκέψης τις περιοχές του αναλυτικού προγράμματος οι οποίες έχουν συγκεκριμένο θεματικό περιεχόμενο που μπορούν να διαχειριστούν οι δεξιότητες που

αναπτύσσονται (Verschaffel, 1999: Chanquoy, 1999: Perkins, 1987: Swartz, 1987: Carfield & Ceci, 1992).

Επίσης, το είδος του ρυθμού ανάπτυξης της ικανότητας των παιδιών να επιλύουν προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού με μαθηματικό περιεχόμενο, όπως έχει καθοριστεί από τα αποτελέσματα της έρευνας, ενισχύουν την αποτελεσματικότητα του διδακτικού παρεμβατικού προγράμματος. Η μη γραμμική συνάρτηση που περιγράφει το ρυθμό ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού των παιδιών στα οποία εφαρμόστηκε το πρόγραμμα δείχνει ότι τα παιδιά παρουσίασαν σημαντική βελτίωση στον επαγωγικό συλλογισμό αμέσως μετά από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος, σε αντίθεση με το ρυθμό ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά των παιδιών που δεν έτυχαν εκπαίδευσης, ο οποίος εκφράζεται με γραμμική συνάρτηση με μη σημαντική και αρνητική τιμή κλίσης. Συμπέρασμα αυτού είναι ότι η ανάπτυξη μιας γενικής δεξιότητας σκέψης όπως είναι ο επαγωγικός συλλογισμός μπορεί να βελτιωθεί και η βελτίωση αυτή να συνεχίζει να διατηρείται με την πάροδο του χρόνου, εφόσον αναπτυχθεί μέσα από ένα συστηματικό πρόγραμμα διδασκαλίας το οποίο περιλαμβάνει εκπαίδευση για μεταφορά. Επομένως, σύμφωνα με τον Roth van der Werf και τους συνεργάτες του (2002), αυτό δείχνει ότι τα άτομα που θα εκπαιδευτούν να εφαρμόζουν μια επαρκή στρατηγική στην επίλυση επαγωγικών προβλημάτων θα έχουν καλύτερη επίδοση σε έργα επαγωγικού συλλογισμού από άτομα αντίστοιχου γνωστικού επιπέδου που δεν θα τύχουν αυτής της εκπαίδευσης, για το λόγο ότι δεν θα επηρεάζονται από τα επιφανειακά χαρακτηριστικά των έργων του προγράμματος εκπαίδευσης και νέων επαγωγικών έργων. Επιπλέον, μπορεί να θεωρηθεί ότι το παρεμβατικό πρόγραμμα με τη χρήση πρότυπων παραδειγμάτων έχει επιφέρει μια επιτυχημένη επίδραση μεταφοράς εξειδικευμένου πεδίου σε

προβλήματα τα οποία είχαν κοινά στοιχεία με τα προβλήματα που χρησιμοποιήθηκαν στη φάση της εκπαίδευσης. Η επίδραση της μεταφοράς στη συγκεκριμένη περίπτωση ήταν έντονη εντός του πεδίου των προβλημάτων, επιβεβαιώνοντας τους ισχυρισμούς διάφορων ερευνητών που αναφέρουν ότι σε καλά ορισμένα προβλήματα, οι στρατηγικές που έχουν εξειδικευτεί σε πεδίο αποτελούν την πρωταρχική βάση για τη μεταφορά που παρατηρείται εντός του συγκεκριμένου πεδίου (Perkins & Salomon, 1989: Salomon & Perkins, 1989: Klauer & Phye, 1994).

Αλληλεπιδράσεις και Σχέσεις Ανάμεσα στις Ικανότητες του Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά, της Μνήμης, της Επεξεργασίας Πληροφοριών και της Γενικής Γνωστικής Ικανότητας

Δεδομένης της σχέσης του επαγωγικού συλλογισμού ως γενική δεξιότητα σκέψης ανώτερου επιπέδου με ικανότητες γενικού πεδίου, όπως αναλυτικά παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία, στην εργασία αυτή θεωρήθηκε σημαντική η διερεύνηση των αλληλεπιδράσεων μεταξύ της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού και των γενικών ικανοτήτων που πιθανόν να προκύψουν μετά από μια αλλαγή του επιπέδου της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στο εξειδικευμένο γνωστικό πεδίο των Μαθηματικών. Η γενικές ικανότητες που εξετάστηκαν στην παρούσα εργασία είναι η μνημονική ικανότητα, η ικανότητα επεξεργασίας πληροφοριών και η γενική γνωστική ικανότητα.

*Αλληλεπιδράσεις και Σχέσεις της Γενικής Γνωστικής Ικανότητας και της Ικανότητας
του Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά*

Διερευνώντας τις σχέσεις και τις αλληλεπιδράσεις της γενικής γνωστικής ικανότητας με την ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά έχει παρατηρηθεί ότι τα παιδιά τα οποία έτυχαν εκπαίδευσης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά παρουσίασαν σημαντική βελτίωση στην επίλυση των έργων που αξιολογούσαν τη γενική γνωστική τους ικανότητα τουλάχιστον για το χρονικό διάστημα το οποίο διάρκεσε η έρευνα, σε αντίθεση με το ρυθμό ανάπτυξης της γνωστικής ικανότητας των παιδιών που δεν συμμετείχαν στο πρόγραμμα, ο οποίος δεν θεωρήθηκε σημαντικός. Η βελτίωση αυτή ήταν εντονότερη αμέσως μετά από την ολοκλήρωση του παρεμβατικού προγράμματος, ενώ άρχισε να μειώνεται με την πάροδο του χρόνου, χωρίς ωστόσο το επίπεδο της γενικής γνωστικής ικανότητας των μαθητών να φτάσει στα αρχικά επίπεδα.

Δεδομένου του σημαντικού ρυθμού ανάπτυξης που παρατηρήθηκε στη γενική γνωστική ικανότητα των παιδιών που έτυχαν εκπαίδευσης θα ανέμενε κανείς μια σημαντική επίδραση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στη γενική γνωστική ικανότητα των παιδιών. Αντιθέτως, η επίδραση που παρατηρήθηκε δεν ήταν σημαντική, ενισχύοντας ίσως τον ισχυρισμό του Klauer (1999) ότι η εκπαίδευση των ικανοτήτων γενικού πεδίου, όπως είναι ο επαγωγικός συλλογισμός, έχουν την ικανότητα να μεταφέρονται πιο αποτελεσματικά σε οποιοδήποτε πεδίο σκέψης όταν αναπτύσσονται μέσα από αφηρημένο περιεχόμενο ή όταν αναπτύσσονται ανεξάρτητα από θεματικό περιεχόμενο. Η μη σημαντική επίδραση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στη γενική γνωστική ικανότητα των παιδιών φαίνεται να ερμηνεύεται από τη διαφορετικότητα των χαρακτηριστικών που

είχαν τα προβλήματα που χρησιμοποιήθηκαν στη φάση της εκπαίδευσης με τα προβλήματα που αξιολογούσαν τη γενική γνωστική ικανότητα, παρά τα κοινά τους στοιχεία όσον αφορά την επεξεργασία και τις στρατηγικές. Πορίσματα ερευνών έχουν τονίσει ότι το είδος και η έκταση της μεταφοράς της μάθησης εξαρτώνται από την ομοιότητα των επιφανειακών χαρακτηριστικών των προβλημάτων εκπαίδευσης και των προβλημάτων μεταφοράς (Cormier & Hagman, 1987). Επιπλέον, η σύγκριση της επίδραση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στην επίλυση μαθηματικών επαγωγικών προβλημάτων και της επίδρασής του στην επίλυση επαγωγικών προβλημάτων άλλων πεδίων επιβεβαιώνει τις απόψεις που αναφέρουν ότι η επίδραση της μεταφοράς συμβαίνει σε μεγάλο βαθμό εντός του εξειδικευμένου πεδίου ανάπτυξης της ικανότητας, ενώ είναι μικρότερη διαμέσου των διαφορετικών πεδίων (Perkins & Salomon, 1989; Salomon & Perkins, 1989).

Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν, επίσης, ότι η γενική γνωστική ικανότητα των παιδιών που έτυχαν εκπαίδευσης δεν είχε οποιαδήποτε σημαντική επίδραση στην ικανότητά τους να επιλύουν μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού, εκτός από την περίπτωση των προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων. Η επίδραση της γενικής γνωστικής ικανότητας στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων διαφοροποίησης σχέσεων ήταν θετική και σημαντική μόνο στο στάδιο πριν από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος, καθώς και στο τελευταίο στάδιο διεξαγωγής της έρευνας, δηλαδή δύο μήνες αφότου ολοκληρώθηκε το παρεμβατικό πρόγραμμα. Αντίθετα, στα παιδιά τα οποία δεν συμμετείχαν στο παρεμβατικό πρόγραμμα, η γενική γνωστική τους ικανότητα έχει επηρεάσει την ικανότητά τους να επιλύουν προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού στους περισσότερους τύπους προβλημάτων. Ερμηνεύοντας τις πιο πάνω συμπεριφορές, σε συνδυασμό με τα πορίσματα ερευνών που αναφέρουν ότι οι άνθρωποι διάφορων

ηλικιών έχουν την ικανότητα να χρησιμοποιούν επαγωγικές διαδικασίες γνωστικού ή μεταγνωστικού τύπου όταν λύνουν επαγωγικά προβλήματα (Sternberg & Gardner, 1983: Nisbett, 1993: De Loache κ.ά., 1998: Goswami, 1992), φαίνεται ότι τα παιδιά εφαρμόζουν γενικές στρατηγικές για την επίλυση επαγωγικών προβλημάτων εξειδικευμένου πεδίου χωρίς απαραίτητα να πρέπει να εξασκηθούν για αυτό. Αντιθέτως, όταν τα παιδιά αναπτύξουν την ικανότητά τους να επιλύουν προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού σε εξειδικευμένο γνωστικό πεδίο, επιστρατεύουν τη γενική γνωστική τους ικανότητα μόνο στις περιπτώσεις που η οικειότητά τους με τον τύπο του προβλήματος δεν είναι έντονη. Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση, ο επαγωγικός συλλογισμός που έχει εξειδικευτεί σε πεδίο χρησιμοποιείται ως το βασικό εργαλείο για την επίλυση επαγωγικών προβλημάτων του συγκεκριμένου πεδίου (Perkins & Salomon, 1989: Salomon & Perkins, 1989: Klauer & Pbye, 1994).

Αλληλεπιδράσεις και Σχέσεις της Μνημονικής Ικανότητας και της Ικανότητας του Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά

Όσον αφορά την ικανότητα της μνήμης, τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι είχε αρνητική σημαντική επίδραση στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων επαγωγικού συλλογισμού των παιδιών που έτυχαν παρέμβασης, μετά από την εφαρμογή του προγράμματος. Αντίθετα, στα παιδιά που δεν συμμετείχαν στο παρεμβατικό πρόγραμμα δεν παρατηρήθηκε οποιαδήποτε σημαντική επίδραση της ικανότητας της μνήμης στην ικανότητά τους να επιλύουν μαθηματικά προβλήματα επαγωγικού συλλογισμού. Αυτό πιθανόν να οφείλεται στην αύξηση των προς επεξεργασία πληροφοριών που σχετίζονται με τη συνειδητή εφαρμογή της γνώσης που αποκτήθηκε μέσα από το παρεμβατικό πρόγραμμα για τις δομές των

επαγωγικών προβλημάτων και τις διαδικασίες επίλυσής τους. Η εκτέλεση των σειριακών λειτουργιών που απαιτούν οι διαδικασίες σύγκρισης κατά την εφαρμογή του επαγωγικού συλλογισμού και η αποθήκευση των αποτελεσμάτων και της σειράς εκτέλεσης των λειτουργιών αυτών προσθέτουν, σύμφωνα με τον Primi (2002), επιπλέον φορτίο στις πληροφορίες κάθε προβλήματος. Καθώς οι πληροφορίες που αναμένεται να επεξεργαστούν αυξάνονται, απαιτούν μεγαλύτερη χωρητικότητα από την εργαζόμενη μνήμη για να μπορέσει να λειτουργήσει αποτελεσματικά (Mulholland κ.ά., 1980). Κατ' επέκταση, στη συγκεκριμένη περίπτωση φαίνεται ότι τα συστήματα που συγκροτούν τη μνήμη δεν είχαν την απαιτούμενη χωρητικότητα για την ποσότητα των πληροφοριών που καλούνταν να επεξεργαστούν κατά τη διαδικασία επίλυσης των επαγωγικών προβλημάτων, παρά το γεγονός ότι η μνημονική ικανότητα των παιδιών αυτών βελτιώθηκε σημαντικά με την πάροδο του χρόνου.

Σε αντίθεση με την αρνητική επίδραση της μνήμης στην ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού, ο επαγωγικός συλλογισμός δεν φάνηκε να έχει οποιαδήποτε σημαντική επίδραση στη μνημονική ικανότητα. Εν αντιθέσει με την άποψη των Demetriou και Raftopoulos (1999) που υποστηρίζουν ότι μια αλλαγή που συμβαίνει σε ένα στοιχείο ενός συστήματος προκαλεί αλυσιδωτές αλλαγές και στα υπόλοιπα συστήματα, φαίνεται ότι η ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού όταν αναπτυχθεί σε εξειδικευμένο πεδίο δεν μπορεί εύκολα να μεταβιβαστεί σε ικανότητες γενικού πεδίου και να προκαλέσει σημαντικές αλλαγές στις ικανότητες αυτές. Παρόλο που ο Csapó (1999) ισχυρίζεται ότι ο επαγωγικός συλλογισμός ως γενική δεξιότητα έχει τη δυνατότητα να ελευθερώνεται από το συγκεκριμένο περιεχόμενο στο οποίο αναπτύσσεται και να γενικεύεται στα διάφορα πεδία, εντούτοις, ο βαθμός της μεταφοράς του είναι σημαντικός εντός του πεδίου στο οποίο

αναπτύσσεται. Τούτο πιθανόν να οφείλεται στις γνωστικές διαδικασίες που περιλαμβάνει, οι οποίες θεωρούνται ότι περιορίζονται σε εξειδικευμένο πεδίο σε αντίθεση με τις μεταγνωστικές στρατηγικές που έχουν ευρεία εφαρμογή.

Αλληλεπιδράσεις και Σχέσεις της Ικανότητας Επεξεργασίας των Πληροφοριών και της Ικανότητας του Επαγωγικού Συλλογισμού στα Μαθηματικά

Στην εργασία αυτή, η οποία περιλάμβανε τη διερεύνηση των σχέσεων μεταξύ της ικανότητας των παιδιών ηλικίας 11ως12 ετών να επεξεργάζονται πληροφορίες και της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού τους στο πεδίο των Μαθηματικών, έχουν παρατηρηθεί σημαντικές θετικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των δύο ικανοτήτων, οι οποίες σημειώθηκαν μετά από την εφαρμογή του παρεμβατικού προγράμματος ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά. Οι αλληλεπιδράσεις αυτές οφείλονται αφενός στο ότι ο επαγωγικός συλλογισμός ως διαδικασία σκέψης χαρακτηρίζεται από τις «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασίες εκτέλεσης και τις «από πάνω προς τα κάτω» μεταγνωστικές διαδικασίες επεξεργασίας πληροφοριών (Holyoak & Nisbett, 1988: Bisanz κ.ά., 1994) και αφετέρου στην προσπάθεια που καταβλήθηκε στην παρούσα εργασία να αναπτυχθεί η ικανότητα του επαγωγικού συλλογισμού μέσω της εξάσκησης των διαδικασιών αυτών.

Οι σημαντικές θετικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών και της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά που παρατηρήθηκαν στην εργασία αυτή, μετά από την εφαρμογή κατάλληλου συστηματικού προγράμματος ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα Μαθηματικά, επιβεβαιώνουν τα πορίσματα ερευνών που

αναφέρουν ότι οι γνωστικές και μεταγνωστικές διαδικασίες επεξεργασίας πληροφοριών όταν εξασκηθούν μπορούν να εφαρμοστούν σωστά (Nisbett κ.ά., 1993: Nisbett κ.ά., 1983: Fong κ.ά., 1986). Η σωστή εφαρμογή τους έχει ως αποτέλεσμα τη σωστή και γρήγορη διαχείριση των πληροφοριών που περιλαμβάνουν τα μαθηματικά επαγωγικά προβλήματα, ώστε να επιτευχθεί μια αξιόπιστη και έγκυρη λύση.

Επιπλέον, στα πλαίσια μιας παραδειγματικής εκπαίδευσης, η ενίσχυση της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού μέσω της εξάσκησης των συστατικών του, δηλαδή των «από κάτω προς τα πάνω» και των «από πάνω προς τα κάτω» διαδικασιών επεξεργασίας πληροφοριών από τις οποίες χαρακτηρίζεται, φαίνεται ότι βελτιώνει την ικανότητα αναγνώρισης και αντίληψης των αντικειμένων, των δομών και των μορφών. Συμφωνώντας με τον Κολιάδη (2002) και το Nisbett (1993), η εξάσκηση των διαδικασιών σύγκρισης και ελέγχου που περιλαμβάνονται στις «από κάτω προς τα πάνω» διαδικασίες και στις μεταγνωστικές «από πάνω προς τα κάτω» διαδικασίες, όπως προέβλεπε το παρεμβατικό πρόγραμμα, φαίνεται ότι έχουν αναπτύξει την ικανότητα του ατόμου να αναλύει τις δομές και τις μορφές στα χαρακτηριστικά τους και στη συνέχεια να τα επανασυνθέτει ώστε να δημιουργήσει ολοκληρωμένες μορφές με νόημα. Η διαδικασία αυτή ενεργοποιεί γνωστικά σχήματα που είναι ήδη καταχωρημένα στη μνήμη με σκοπό την αντίληψη του αντικειμένου. Κατ' επέκταση, τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας συμφωνούν με την άποψη ότι ο επαγωγικός συλλογισμός συμβάλλει στη μεθοδική επεξεργασία των πληροφοριών και στην αναδιάταξη της αναπαράστασης της γνώσης και κατ' επέκταση στην κατανόηση των τρόπων διασύνδεσης των διάφορων στοιχείων της γνώσης (De Koning & Hamers, 1999). Συνέπεια αυτού είναι η βελτίωση της ταχύτητας με την οποία το άτομο επεξεργάζεται τις σχετικές πληροφορίες και του

μηχανισμού ελέγχου, ο οποίος ευθύνεται για την ικανότητα επικέντρωσης προς τις σχετικές με το στόχο πληροφορίες και την ορθότητα της διαδικασίας επιλογής της κατάλληλης πληροφορίας.

Εισηγήσεις για Μελλοντική Έρευνα

Η πραγματοποίηση της εργασίας αυτής έχει καταδείξει ότι σημαντικές απόψεις της Ψυχολογίας και της Παιδαγωγικής για διάφορες πτυχές του επαγωγικού συλλογισμού μπορούν να επιβεβαιωθούν σε μια πολύ εξειδικευμένη γνωστική περιοχή όπως είναι τα Μαθηματικά. Συγκεκριμένα, ο επαγωγικός συλλογισμός ως μια γενική δεξιότητα σκέψης έχει τη δυνατότητα να αναπτύσσεται μέσα στο εξειδικευμένο γνωστικό πεδίο των Μαθηματικών στο βαθμό στον οποίο μπορεί να επιφέρει σημαντική αλλαγή στη φύση της γνώσης για την επίλυση των μαθηματικών επαγωγικών προβλημάτων. Επιπρόσθετα, η ανάπτυξη του στο πεδίο αυτό προκαλεί μια επίδραση μεταφοράς σημαντική εντός των Μαθηματικών, ενώ συμβάλλει στην ανάπτυξη γενικών ικανοτήτων. Οι δυνατότητές του αυτές αναδεικνύονται μέσα από την εφαρμογή κατάλληλου συστηματικού εκπαιδευτικο-διδασκτικού προγράμματος με μαθηματικό περιεχόμενο, το οποίο περιλαμβάνει διδασκαλίες με πρότυπα παραδείγματα και με προσεγγίσεις που στηρίζονται στην εφαρμογή γνωστικών και μεταγνωστικών διαδικασιών επεξεργασίας των πληροφοριών. Η αρχιτεκτονική της παρούσας εργασίας θα μπορούσε να προσφέρει τη βάση για το σχεδιασμό κατάλληλων συνθηκών στα οποία ο επαγωγικός συλλογισμός θα μπορούσε να αναπτυχθεί στα πλαίσια της διδασκαλίας στην τάξη.

Συγκεκριμένα, κρίνεται αναγκαία η διερεύνηση του επαγωγικού συλλογισμού σε διάφορες γνωστικές περιοχές που αντιστοιχούν στα θέματα του

αναλυτικού προγράμματος που διδάσκονται οι μαθητές στο σχολείο σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης, καθώς ο επαγωγικός συλλογισμός αποτελεί παράγοντα πρόβλεψης της ακαδημαϊκής επίδοσης και συμβάλλει στη μάθηση (Haverty κ.ά., 2000). Υιοθετώντας την άποψη ότι οι δεξιότητες σκέψης θα πρέπει να αναπτύσσονται μέσα από κάποιο θεματικό περιεχόμενο του αναλυτικού προγράμματος (Verschaffel, 1999: Chanquoy, 1999: Perkins, 1987: Swartz, 1987: Carfield & Ceci, 1992), η έρευνα θα πρέπει να επικεντρωθεί στο σχεδιασμό κατάλληλων προγραμμάτων για την ανάπτυξη του επαγωγικού συλλογισμού στα διαφορετικά γνωστικά περιεχόμενα. Επιπλέον, είναι σημαντικό να προσανατολιστεί στην οικοδόμηση έγκυρων και αξιόπιστων μοντέλων αξιολόγησης του επαγωγικού συλλογισμού στα διάφορα θέματα του αναλυτικού προγράμματος του σχολείου.

Η οργάνωση εκπαιδευτικών προγραμμάτων ανάπτυξης του επαγωγικού συλλογισμού σε διάφορα περιεχόμενα του αναλυτικού προγράμματος του σχολείου θα συμβάλει επίσης στην προσπέλαση των περιορισμών που προέκυψαν στην παρούσα εργασία. Συγκεκριμένα, χρειάζεται να διερευνηθεί ο βαθμός επίδρασης του γνωστικού περιεχομένου των θεμάτων του αναλυτικού προγράμματος του σχολείου στην ανάπτυξη της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού ως γενική δεξιότητα και στο εύρος της μεταφοράς του. Αυτό θα συμβάλει στην ακριβή διαπίστωση του εύρους της μεταφοράς της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα διάφορα γενικά ή εξειδικευμένα πεδία. Επιπλέον θα διευκρινιστεί κατά πόσο ευθύνεται ο ίδιος ο επαγωγικός συλλογισμός που εξειδικεύθηκε στο πεδίο των Μαθηματικών ή οι γενικές μεταγνωστικές δεξιότητες που περιλαμβάνονταν στο παρεμβατικό πρόγραμμα για την επίδραση μεταφοράς του επαγωγικού συλλογισμού από τα Μαθηματικά σε άλλα πεδία.

Είναι επίσης σημαντικό να διερευνηθούν και να καθοριστούν οι παράγοντες πολυπλοκότητας επαγωγικών έργων με μαθηματικό περιεχόμενο, ώστε να γίνεται κατάλληλη επεξεργασία στη φάση της εκπαίδευσης. Καθώς ο βαθμός πολυπλοκότητας ενός επαγωγικού έργου επηρεάζει τα διάφορα συστατικά της εργαζόμενης μνήμης (Primi, 2001), αξιόλογη θα είναι μια ερευνητική προσπάθεια διερεύνησης των αλληλεπιδράσεων της μνημονικής ικανότητας και της ικανότητας επίλυσης μαθηματικών επαγωγικών προβλημάτων διαφορετικού βαθμού πολυπλοκότητας. Συνοψίζοντας, η παρούσα ερευνητική εργασία θα μπορούσε να αποτελέσει την αφετηρία για τη διερεύνηση του ρυθμού ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού παιδιών διαφορετικού γνωστικού επιπέδου.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Allen, L. G. (2001). Teaching mathematical induction. An alternative approach. *Mathematics Teacher*, 94, 500-504.
- Anderson, J. R. (1983). *The architecture of cognition*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Anderson, J. R., Greeno, J. G., Kline, D. J., & Neves, D. M. (1981). Acquisition of problem solving skill. In J. R. Anderson (Ed.), *Cognitive skills and their acquisition*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Angerhoefer, U., Kullik, U., & Masendorf, F. (1992). Denk-und Rechenförderung lernbeeinträchtigter Kinder: Multivariate Änderungsbeurteilung mittels Prädiktions-KFA [Fostering thinking and arithmetic with learning disabled children]. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 39, 190-195.
- Australian Education Council (1991). *A national statement on mathematics for Australian Schools*. Carlton, Vic: Curriculum Corporation, Australia.
- Baddeley, A. D. (1986). *Working memory*. Oxford Psychology Series No. 11. Clarendon Press, Oxford.
- Baddeley, A. D. (1992). Working memory. *Science*, 255, 556-559.
- Baddeley, A. D. (1997). *Human memory. Theory and practice*. Sussex: Psychology Press.
- Baddeley, A., D., & Hitch, G. J. (1974). Working memory. In G. Bowerm (Ed.), *Recent advances in learning and motivation: Vol. VIII* (pp. 46-90). New York: Academic Press.

- Baker, J. D. (1996). Students' difficulties with proof by mathematical induction. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, New York.
- Becker, A. H., & Ward, T. B. (1991). Children's use of shape in extending novel labels to animate objects: Identity versus postural change. *Cognitive Development, 6*, 3-16.
- Bejar, I. I., Chaffin, R., & Embretson, S. (1991). *Cognitive and psychometric analysis of analogical problem solving*. Springer-Verlag.
- Bentler, P. M. (1995). *EQS: Structural equations program manual*. California: Multivariate Software Inc.
- Bethell_Fox, C. E., Lohman, D. F., & Snow, R. E. (1984). Adaptive reasoning: componential and eye movement analysis of geometric analogy performance. *Intelligence, 8*, 205-238.
- Bisanz, J., Bisanz, G. L., & Korpan, C. A. (1994). Inductive reasoning. In R. J. Sternberg (Ed.), *Thinking and problem solving* (pp. 181-213). San Diego: Academic Press.
- Bjork, R. A. (1968). All-or-none subprocesses in the learning of complex sequences. *Journal of Mathematical Psychology, 5*, 182-195.
- Brunswik, E. (1952). The conceptual framework of psychology. *International encyclopedia of social science, 1*. Chicago: University of Chicago Press.
- Büchel, F. P., & Scharnhorst, U. (1993). *Training des induktiven Denkens Bei Lernund Geistigbehinderten* [Training of inductive reasoning with middle and severely mentally reatarded children]. In K. J. Klauer (Ed.), *Kognitives Training* (pp. 95-123). Göttingen: Hogrefe.

- Cañadas, M. C. (2002). *Razonamiento inductivo puesto de manifiesto por alumnus de secundaria*. Granada: Universidad de Granada.
- Cañadas M. C., & Castro, E. (2005a). Inductive reasoning in the justification of the result of adding two even numbers. Paper presented at the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME4).
- Cañadas, M. C., & Castro, E. (2005b). A proposal of categorisation for analyzing inductive reasoning. Paper presented at the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME4).
- García-Cruz, J. A., & Martínón, A. (1998). Levels of generalization in linear patterns. In *Proceedings of the Twenty Second International Conference for the Psychology of Mathematics Education: Vol. 2* (pp. 329-336). Stellenbosch, South Africa: University of Stellenbosch.
- Carfield, R. L., & Ceci, S. J. (1992). Integrating learning into a theory of intellectual development. In R. J. Sternberg & C. A. Berg (Eds.), *Intellectual development* (pp. 278-300). Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- Carnap, R. (1950). *Logical foundations of probability*. Chicago: University of Chicago Press.
- Carnap, R., & Jeffrey, R. (1971). *Studies in inductive logic and probability*. Berkeley: University of California Press.
- Carpenter, P. A., Just, M. A., & Shell, P. (1990). What one intelligence test measures: a theoretical account of the processing in the Raven Progressive Matrices test. *Psychological Review*, 97, 404-431.
- Carroll, J. B. (1993). *Human cognitive abilities. A survey of factor-analytic studies*. Cambridge, MA: Cambridge University Press.

- Case, R. (1980). Implications of Neo-Piagetian theory for improving the design of instruction. In J. R. Kirby & J. B. Biggs (Eds.), *Cognition, development and instruction*. New York: Academic Press.
- Case, R. (1985). *Intellectual development: Birth to adulthood*. Orlando, Florida: Academic Press.
- Cattell, R. B. (1963). Theory of fluid and crystallized intelligence: A critical experiment. *Journal of Educational Psychology*, 54, 1-22.
- Chanquoy, L. (1999). The use of connectives in different textual genres: A developmental analysis in a “thinking skills” perspective. In J. H. M. Hamers, J. E. H. van Luit, & B. Csapó (Eds.), *Teaching and learning thinking skills* (pp.259-282). Lisse: Swets & Zeitlinger.
- Cheng, P. W. (1985). Restructuring versus automaticity. Alternative accounts of skill acquisition. *Psychological Review*, 92, 414-423.
- Cheng, P. W., & Holyoak, K. J. (1985). Pragmatic reasoning schemas. *Cognitive Psychology*, 17, 391-416.
- Clement, J. (1982). Spontaneous analogies in problem solving: The progressive construction of mental models. Paper presented at the *Meeting of the American Education Research Association*. New York.
- Conway, A. R. A., Cowan, N., Bunting, M. F., Theriault, D. J., & Minkoff, S. R. B. (2002). A latent variable analysis of working memory capacity, short-memory capacity, processing speed, and general fluid intelligence. *Intelligence*, 30, 163-183.
- Cormier, S. M., & Hagman, J. D. (1987). *Transfer of learning: Contemporary research and applications*. San Diego: Academic Press.

- Csapó, B. (1997). The development of inductive reasoning: Cross-sectional assessments in an educational context. *International Journal of Behavioral Development, 20*, 609-626.
- Csapó, B. (1999). Improving thinking through the content of teaching. In J. H. M. Hamers, J. E. H. Van Luit & B. Csapó (Eds.), *Teaching and learning thinking skills* (pp. 37-62). Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger.
- Cummins, D. D. (1992). Role of analogical reasoning in the induction of problem categories. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 18*(5), 1103-1124.
- Curtis, R. V. (1988). When is a science analogy like a social studies analogy? A comparison of text analogies across two disciplines. *Instructional Science, 17*, 169-177.
- Curtis, R. V. & Reigeluth, C. M. (1984). The use of analogies in written text. *Instructional Science, 13*, 99-117.
- D' Andrade, R. (1982). Reason versus logic. Paper presented at the *Symposium of the Ecology of Cognition: Biological, Cultural, and Historical Perspectives*. Greensboro, North Carolina.
- De Corte, E. (1999). On the road to transfer: An introduction. *International Journal of Educational Research, 31*, 555-559.
- De Koning, E., & Hamers, J. H. M. (1995). *Programma Inductief Redeneren I* [Programme Inductive Reasoning I]. Utrecht: Utrecht University ISOR.
- De Koning, E., & Hamers, J. H. M. (1999). Teaching inductive reasoning: Theoretical background and educational implications. In J. H. M. Hamers, J. E. H. van Luit, & B. Csapó (Eds.), *Teaching and learning thinking skills* (pp. 156-188). Lisse: Swets & Zeitlinger.

- De Koning, E., Hamers, J. H. M., Sijtsma, K., & Vermeer, A. (2002). Teaching inductive reasoning in primary education. *Developmental Review*, 22, 211-241.
- De Loache, J. S., Miller, K. F., & Pierroutsakos, S. L. (1998). Reasoning and problem solving. In D. Kuhn & R. Siegler (Eds.), *Handbook of child psychology: Cognition, perception and language: Vol. 2* (5th ed., pp.801-850). New York: Wiley.
- Demetriou, A. (1993). On the quest of the functional architecture of developing mind. *Educational Psychology Review*, 5, 1-18.
- Demetriou, A. (1998a). Nooplasis: 10+1 postulates about the formation of mind. *Learning and Instruction: The Journal of the European Association for Research on Learning and Instruction*, 8, 271-287.
- Demetriou, A. (1998b). Cognitive development. In A. Demetriou, W. Doise & C. F. M. van Lieshout (Eds.), *Life-Span Developmental Psychology* (pp. 179-269). England: John Wiley.
- Demetriou, A., & Efklides, A. (1985). Structure and sequence of formal and postformal thought: General patterns and individual differences. *Child Development*, 56, 1062-1091.
- Demetriou, A., & Efklides, A. (1989). The person's conception of the structures of developing intellect: Early adolescence to middle age. *Genetic, Social, and General Psychology Monographs*, 115, 371-423.
- Demetriou, A., & Efklides, A. (1994). Structure, development, and dynamics of mind: A meta-Piagetian theory. In A. Demetriou & A. Efklides (Eds.), *Mind, intelligence, and reasoning: Structure and development* (pp. 75-109). Amsterdam: Elsevier.

- Demetriou, A., & Kazi, S. (2001). *Unity and modularity in the mind and the self: Studies on the relationships between self-awareness, personality, and intellectual development from childhood to adolescents*. London: Routledge.
- Demetriou, A., & Raftopoulos, A. (1999). Modeling the developing mind: from structure to change. *Developmental Review, 19*, 319-336.
- Demetriou, A., & Valanides, N. (1998). A three level theory of the developing mind: Basic principles and implications for instruction and assessment. In R. J. Sternberg & W. M. Williams (Eds.), *Intelligence, instruction, and assessment* (pp. 149-199). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Demetriou, A., Christou, C., Spanoudes, G., & Platsidou, M. (2002a). The development of mental processing: efficiency, working memory, and thinking. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 67*(1), Serial No. 268.
- Demetriou, A., Spanoudes, G., Christou, C., & Platsidou, M. (2002b). Modelling the Stroop phenomenon: processes, processing flow, and development. *Cognitive Development, 16*, 987-1005.
- Demetriou, A., Doise, W., & van Lieshout, C. F. M. (1988). *Life-Span Developmental Psychology*. England: John Wiley & Sons Ltd.
- Demetriou, A., Efklides, A., & Gustafson, J. (1992). Training cognitive change, and individual differences. In A. Demetriou, M. Shayer & A. Efklides (Eds.), *Neopagetian theories of cognitive development* (pp.222-244). New York: Routledge.
- Demetriou, A., Efklides, A., & Platsidou, M. (1993). The architecture and dynamics of developing mind: Experiential structuralism as a frame for unifying

cognitive developmental theories. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 58(5), Serial No. 234.

Dietterich, T., & Michalski, R. (1983). A comparative review of selected methods for learning from examples. In R. Michalski, J. Carbonell & T. Mitchell (Eds.), *Machine learning: An artificial intelligence approach*. Palo Alto: Tioga Press.

Emberson, S. (1998). A cognitive design system approach to generating valid tests: application to abstract reasoning. *Psychological Methods*, 3(3), 380-396.

Engle, R. W., Tuholski, S. W., Laughlin, J. E., & Conway, A. R. A. (1999). Working memory, short-term memory and general fluid intelligence: a latent variable approach. *Journal of Experimental Psychology: General*, 128, 309-331.

Erns, G. W., & Newell, A. (1969). GPS: A case study in generality and problem solving. New York: Academic Press.

Ευκλείδη, Α. (1983). *Συμβολή στην ψυχολογική μελέτη του διαλογισμού με υποθετικές προτάσεις: Το είδος της άρσης στο λόγο ή στην ακολουθία και η επίδρασή του στην εξαγωγή συμπερασμάτων*. Διδακτορική διατριβή. Θεσσαλονίκη: Φιλοσοφική Σχολή, Α.Π.Θ.

Evans, T. G. (1968). Program for the solution of a class of geometric-analogy intelligence-test questions. In M. Minsky (Ed.), *Semantic information processing*. Cambridge, MA: MIT Press.

Fahlman, S. (1979). *NETL: A system of representing and using real-world knowledge*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press.

Fischer, K. W. (1980). A theory of cognitive development: The control and construction of hierarchies of skills. *Psychological Review*, 87, 477-531.

- Fischer, K. W., & Pipp, S. L. (1984). Processes of cognitive development: Optimal level and skill acquisition. In R. J. Sternberg (Ed.), *Mechanisms of cognitive development* (pp. 45-80). San Francisco: W. H. Freeman & Co.
- Flavell, J. H. (1972). An analysis of cognitive developmental sequences. *Genetic, Social, and General Psychology Monographs*, 86, 279-350.
- Fong, G. T., Krantz, D. H., & Nisbett, R. E. (1986). The effects of statistical training on thinking about everyday problems. *Cognitive Psychology*, 18(3), 253-292.
- Garcia-Cruz, J. A., & Martinon, A. (1997). Actions and invariant in schemata in linear generalizing problems. In E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: Vol. 2* (pp. 289-296). Lahthi, Finland.
- Gelman, S. A., & Coley, J. D. (1990). The importance of knowing o dodo is a bird: Categories and inferences in 2-year-old children. *Developmental Psychology*, 6, 796-804.
- Gelman, S. A., & Markman, E. M. (1987). Young children's induction from natural kinds: The role of categories and appearances. *Child Development*, 58, 1532-1541.
- Gentner, D., & Markman, A. B. (1997). Structure mapping in analogy and similarity. *American Psychologist*, 52, 45-56.
- Gentner, D., & Stevens, A. L. (Eds.). (1983). *Mental models*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Gerwin, D., & Newsted, P. (1977). A comparison of some inductive inference models. *Behavioral Science*, 22, 1-11.
- Gick, M. L., & Holyoak, K. J. (1980). Analogical problem solving. *Cognitive Psychology*, 12, 306-355.

- Glaser, R., & Pellegrino, J. (1982). Improving the skills of learning. In D. K. Detterman & R. J. Sternberg (Eds.), *How and how much can intelligence be increased* (pp. 197-212). Norwood, NJ: Ablex.
- Goldman, S. R., & Pellegrino, J. W. (1984). Deductions about induction: Analyses of developmental and individual differences. In R. J. Sternberg (Ed.), *Advances in the psychology of human intelligence: Vol. 2* (pp. 149-197). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Goodman, N. (1965). *Fact, fiction an forecast* (2nd edition). Indianapolis: Bobbs-Merrill.
- Goswami, U. (1992). *Analogical reasoning in children*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Green, K. E., & Kleuver, R. C. (1992). Components of item difficulty of Raven's matrices. *Journal of General Psychology*, *119*(2), 189-199.
- Greeno, J. G. (1978). Natures of problem-solving abilities. In W. K. Estes (Ed.), *Handbook of learning and cognitive processes: Vol. 5* (pp. 239-270). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Greeno, J. G. (1980). Some examples of cognitive task analysis with instructional implications. In R. E. Snow, P. Frederico & E. W. Montagne (Eds.), *Aptitude, learning, and instruction: Vol. 2* (pp. 1-21). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Gregg, L. W. (1967). Internal representations of sequential concepts. In B. Kleinmuntz (Ed.), *Concepts and the structure of memory*. New York: Wiley.
- Griggs, R. A., & Cox, J. R. (1982). The elusive thematic-materials effect in Wason's selection task. *British Journal of Psychology*, *73*, 407-420.
- Gustafson, J. E. (1984). A unifying model for the structure of intellectual abilities. *Intelligence*, *8*, 179-203.

- Halford, G. S. (1993). *Children's understanding. The development of mental models*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Halpen, D. F. (1992). *Enhancing thinking skills in the sciences and mathematics*. Hillsdale, NJ.: Erlbaum.
- Hamers, J. H. M., De Koning, E., & Sijtsma, K. (1998). Inductive reasoning in third grade: Intervention promises and constraints. *Contemporary Educational Psychology*, 23, 132-148.
- Haverty, L. A., Koedinger, K. R., Klahr, D., & Alibali, M. W. (2000). Solving inductive reasoning problems in mathematics: Not-so-trivial pursuit. *Cognitive Science* 24(2), 249-298.
- Healy, L., & Hoyles, C. (1998). *Justifying and proving in school mathematics*. (Technical report on the nationwide survey). Institute of Education, University of London.
- Hempel, C. G. (1965). *Aspects of scientific explanation*. New York: The Free Press.
- Herscovics, N. (1989). Cognitive obstacles encountered in the learning of algebra. In S. Wagner & C. Kieran (Eds.), *Research issues in the learning and teaching of algebra* (pp. 60-86). Reston, Va: NCTM, Erlbaum.
- Hofstadter, D. R. (1984). *The Copycat project: An experiment in nondeterminism and creative analogies*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press Artificial Intelligence Laboratory.
- Holland, J. H., Holyoak, K. J., Nisbett, R. E., & Thagard, P. R. (1986). *Induction. Processes of inference, learning, and discovery*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Holyoak, K. J., & Nisbett, R. E. (1988). Induction. In R. J. Sternberg & E. E. Smith (Eds.), *The psychology of human thought* (pp. 50-91). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

- Holzman, T. G., Pellegrino, J. W., & Glaser, R. (1983). Cognitive variables in series completion. *Journal of Educational Psychology, 75*, 603-618.
- Horn, J. L. (1985). Remodeling old models of intelligence. In B. B. Wolman (Ed.), *Handbook of intelligence. Theories, measurements and applications* (pp. 267-300). New York: Wiley.
- Horwich, P. (1982). *Probability and evidence*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Huesmann, L. R., & Cheng, C. (1973). A theory for the induction of mathematical functions. *Psychological Review, 80*(2), 126-138.
- Hunt, E. (1974). Quote the Raven? Nevermore. In L.W. Gregg (Ed.), *Knowledge and cognition* (pp. 129-157). Potomac, MI: Erlbaum.
- Jepson, C. Krantz, D. H., & Nisbett, R. E. (1983). Inductive reasoning: competence or skill? *Behavioral and Brain Sciences, 6*, 494-501.
- Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental models*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- Kargopoulos, P. V., & Demetriou, A. (1998). Logical and psychological partitioning of mind: Depicting the same picture? *New Ideas in Psychology, 16*, 61-88.
- Keil, F. (1989). *Concepts, Kinds, and Cognitive Development*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Keil, F. C., & Batterman, N. (1984). A characteristic-to-defining shift in the development of word meaning. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behaviour, 23*, 221-236.
- Keith, D. (1994). *Mathematics. The science of patterns*. Scientific American Library: New York.

- Klahr, D., & Wallace, J. G. (1970). The development of serial completion strategies: An information processing analysis. *British Journal of Psychology*, *61*, 243-257.
- Klauer, K. J. (1988a). Paradigmatic teaching of inductive thinking. In H. Mandl, E. De Corte, N. Bennett, & H. F. Friedrich (Eds.), *Learning and Instruction: Vol. 2* (pp. 23-45). Oxford, UK: Pergamon Press.
- Klauer, K. J. (1988b). Teaching for learning-to-learn: A critical appraisal with some proposals. *Instructional Science*, *17*, 351-367.
- Klauer, K. J. (1989a). Teaching for analogical transfer as a means of improving problem solving, thinking and learning. *Instructional Science*, *18*, 179-192.
- Klauer, K. J. (1989b). *Denktraining für Kinder I* [Cognitive training for children I]. Göttingen: Hogrefe.
- Klauer, K. J. (1990). *Denktraining für Kinder II* [Cognitive training for children II]. Göttingen: Hogrefe.
- Klauer, K. J. (1992). Teaching inductive thinking to highly able children. *European Journal for High Ability*, *3*, 164-180.
- Klauer, K. J. (1996). Teaching inductive reasoning: some theory and three experimental studies. *Learning and Instruction*, *6*, 37-57.
- Klauer, K. J. (1999). Fostering higher order reasoning skills: The case of inductive reasoning. In J. H. M. Hamers, J. E. H. Van Luit & B. Csapó (Eds.), *Teaching and learning thinking skills* (pp. 131-155). Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger.
- Klauer, K. J., & Phye, G. (1994). *Cognitive training for children: A developmental program of inductive reasoning and problem solving*. Seattle: Hogrefe & Huber Publishers.

- Klauer, K. J., Willmes, K., & Phye, G. D. (2002). Inducing inductive reasoning: Does it transfer to fluid intelligence? *Contemporary Educational Psychology*, 27, 1-25.
- Koedinger, K. R., & Anderson, J. R. (1989). Perceptual chunks in geometry problem solving: A challenge to theories of skill acquisition. In *Proceedings of the Eleventh Annual Conference of the Cognitive Science Society*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Koedinger, K. R., & Anderson, J. R. (1990). Abstract planning and perceptual chunks: Elements of expertise in geometry. *Cognitive Science*, 14, 511-550.
- Koedinger, K. R., & Anderson, J. R. (1998). Illustrating principled design: The early evolution of a cognitive tutor for algebra symbolization. *Interactive Learning Environments*, 5, 161-180.
- Κολιάδης Ε. Α. (2002). *Γνωστική ψυχολογία, γνωστική νευροεπιστήμη και εκπαιδευτική πράξη. Μοντέλο επεξεργασίας πληροφοριών (τομός Δ')*. Αθήνα: Σύνοψη.
- Kolodner, J. L. (1997). Educational implications of analogy: A view from case-based reasoning. *American Psychologist*, 52, 57-66.
- Kotovsky, K., & Simon, H. A. (1973). Empirical test of a theory of human acquisition of concepts for sequential patterns. *Cognitive Psychology*, 4, 399-424.
- Kuhn, T. S. (1970). Logic of discovery of research. In I. Lakatos & A. Musgrave (Eds.), *Criticism and the growth of knowledge*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kyburg, H. (1974). *Logical foundations of statistical inference*. Dordrecht: Reidel.
- Κωσταρίδου-Ευκλείδη, Α. (1992). *Γνωστική Ψυχολογία*. Θεσσαλονίκη: Art of Text.

- Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, 27, 29-36.
- Landau, B., Smith, L. B., & Jones, S. S. (1988). The importance of shape in early lexical learning. *Cognitive Development*, 3, 299-321.
- Langley, P., Bradshaw, G., & Simon, H. (1983). Rediscovering chemistry with the BACON system. In R. Michalski, J. Carbonell, and T. Mitchell (Eds.), *Machine learning: An artificial intelligence approach*. Palo Alto: Tioga Press.
- Laudan, L. (1977). *Progress and its problem*. Berkeley: University of California Press.
- Levi, I. (1980). *The enterprise of knowledge*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press.
- Lewin, K. (1935). *A dynamic theory of personality*. New York: McGraw-Hill.
- Linchevski, L., Olivier, A., Sasman, M. C., & Liebenberg, R. (1998). Moments of conflict and moments of conviction in generalizing. In A. Olivier & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the Twenty-second International Conference for the Psychology of Mathematics Education: Vol. 3*(pp. 215-222). Stellenbosch, South Africa.
- MacGregor, M. (1991). *Making sense of algebra: cognitive processes influencing comprehension*. Geelong: Deakin University.
- MacGregor, M., & Stacey, K. (1993). Seeing a pattern and writing a rule. In I. Hirabayashi, N. Nohda, K. Shigematsu & F. Lin (Eds.), *Proceedings of the Seventeenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education: Vol. 1* (pp. 181-188). Ibraki, Japan: University of Tsukuba.

- Marini, A., & Genereux, R. (1995). The challenge of teaching for transfer. In A. McKeough, J. Lupart & A. Marini, *Teaching for transfer: Fostering generalization in learning* (pp. 1-20). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Mathematics in the National Curriculum* (1989). Department of Education and Science and the Welsh Office. London: Her Majesty's office.
- Matlin, M. W. (1998). *Cognition* (4th ed.). NY: Harcourt Brace College Publishers.
- Mitchell, T. M. (1977). Version spaces: A candidate elimination approach to rule learning. In *Proceedings of the Fifth International Joint Conference on Artificial Intelligence*. Los Altos, California: Kaufmann.
- Mitchell, T. M. (1979). An analysis of generalization as a search problem. In *Proceedings of the Sixth International Joint Conference on Artificial Intelligence*. Los Altos, California: Kaufmann.
- Mitchell, T. M. (1982). Generalization as search. *Artificial Intelligence*, 18, 203-226.
- Mitchell, T. M. (1983). Learning and problem solving. In *Proceedings of the Eighth International Joint Conference on Artificial Intelligence*. Los Altos, California: Kaufmann.
- Mulholland, T. M., Pellegrino, J. W., & Glaser, R. (1980). Components of geometric analogy solution. *Cognitive Psychology*, 12, 252-284.
- Muthen, L. K., & Muthen, B. O. (2001). *Mplus: The comprehensive modelling program for applied researchers. User's guide*. Los Angeles: Muthen & Muthen.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics, (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va: NCTM.

- Neubert, G. A., & Binko, J. B. (1992). *Inductive reasoning in the secondary classroom*. Washington D.C.:National Education Association.
- Newby, T. J., & Stepich, D. A. (1987). Learning abstract concepts: The use of analogies as a mediational strategy. *Journal of Instructional Development*, 10, 20-26.
- Nisbett, R. E. (1993). *Rules for reasoning*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Nisbett, R. E., Krantz, D. H., Jepson, D., & Kunda, Z. (1983). The use of statistical heuristics in everyday inductive reasoning. *Psychological Review*, 90, 339-363.
- Orton, A., & Orton, J. (1994). Students' perception and use of pattern and generalization. In J. P. DaPonte & J. F. Matose (Eds.), *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 407-414). Lisboa, Portugal: Universidade de Lisboa.
- Pegg, J., & Redden, E. (1990). Procedures for, and experience in, introducing algebra in New South Wales. *Mathematics Teacher*, 83(5), 386-391.
- Pellegrino, J. W. (1985). Inductive reasoning ability. In R. Sternberg (Ed.), *Human abilities: An information processing approach*. New York: Freeman & Company.
- Pellegrino, J. W., & Glaser, R. (1982). Analyzing aptitudes for learning: Inductive reasoning. In R. Glaser (Ed.), *Advances in instructional psychology: Vol. 2* (pp. 269-243). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Perkins, D. N. (1987). Knowledge as design: Teaching thinking through content. In J. B. Baron & R. J. Sternberg (Eds.), *Teaching thinking skills. Theory and practice* (pp. 62-87). New York: Freeman.
- Perkins, D. N., & Salomon, G. (1989). Are cognitive skills context bound? *Educational Researcher*, 18, 16-25.

- Phye, G. D. (1989). Schemata training and transfer of an intellectual skill. *Journal of Educational Psychology*, 81, 347-352.
- Phye, G. D. (1990). Inductive problem solving: Schemata inducement and memory-based transfer. *Journal of Educational Psychology*, 82, 826-831.
- Phye, G. D. (1991). Advice and feedback during cognitive training: Effects at acquisition and delayed transfer. *Contemporary Educational Psychology*, 16, 87-94.
- Phye, G. D. (1992). Strategic transfer: A tool for academic problem solving. *Educational Psychology Review*, 4, 393-421.
- Piaget, J. (1985). *The equilibration of cognitive structures: The central problem of intellectual development*. Chicago: Univ. of Chicago Press.
- Pirolli, P. L., & Anderson, J. R. (1985). The role of learning from examples in the acquisition of recursive programming skills. *Canadian Journal of Psychology*, 39, 240-272.
- Polya, G. (1948). Generalization, specialization, analogy. *The American Mathematical Monthly*, 55(4), 241-243.
- Polya, G. (1954). *Mathematics and plausible reasoning: Volume 1. Induction and analogy in mathematics*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Polya, G. (1967). *Le di couverte des mathematiques*. Paris: DUNOD
- Primi, R. (2001). Complexity of geometric inductive reasoning tasks. Contribution to the understanding of fluid intelligence. *Intelligence*, 30, 41-70.
- Primi, R., & Rosado, E. M. S. (1995). Os princípios de organização perceptual e a atividade inteligente: um estudo sobre testes de inteligência (Principles of perceptual organization and intelligent mental ability: a study about intelligence tests). *Estudos de Psicologia*, 11(2), 3-12.

- Qin, Y., & Simon, H. A. (1990). Laboratory replication of scientific discovery processes. *Cognitive Science*, *14*, 281-312.
- Quattrone, G., & Jones, E. (1980). The perception of variability within in-groups and out-groups: Implications for the law of large numbers. *Journal of Personality and Social Psychology*, *38*, 141-152.
- Raven, J. C. (1938). *Progressive matrices: A perceptual test of intelligence*. London: Lewis.
- Redden, E. (1994). Alternatives pathways in the transition from arithmetic thinking to algebraic thinking. In J. P. da Ponte & J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education: Vol. 4* (pp. 89-96). University of Lisbon.
- Reed, S. K., Dempster, A., & Ettinger, M. (1985). Usefulness of analogous solutions for solving algebra word problems. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, *11*(1), 106-125.
- Reeves, L. M., & Weisberg, R. W. (1993). On the concrete nature of human thinking: Content and context in analogical transfer. *Educational Psychology*, *13*, 245-258.
- Reeves, L. M., & Weisberg, R. W. (1994). The role of content abstract information in analogical transfer. *Psychological Bulletin*, *115*(3), 381-400.
- Reid, D. (2002). Conjectures and refutations in Grade 5 Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education* *33*(1), 5-29.
- Rescher, N. (1980). *Induction*. U.S.A.: University of Pittsburgh Press.
- Rips, L. J. (1990). Reasoning. *Annual Review of Psychology*, *41*, 85-116.

- Robertson, M., & Taplin, M. (1994). Conceptual development of patterns and relationships. Paper presented at the Australian Association for Research in Education Annual Conference. Newcastle.
- Rosenbloom, P. S., & Newell, A. (1986). The chunking of good hierarchies: A generalized model of practice. In R. S. Michalski, J. G. Carbonell & T. M. Mitchell (Eds.), *Machine learning: An artificial intelligence approach: Vol. 2*. Los Altos, California: Kaufmann.
- Roth-van der Werf, T. G. J. M., Resing, W. C. M., & Slenders, A. P. A. C. (2002). Task similarity and transfer of an inductive reasoning training. *Contemporary Educational Psychology*, 27, 296-325.
- Salmon, W. (1967). *The foundations of scientific inference*. Pittsburgh: University of Pittsburgh Press.
- Salomon, G., & Perkins, D. N. (1989). Rocky roads to transfer: Rethinking mechanisms of a neglected phenomenon. *Educational Psychologist*, 24, 113-142.
- Sanders, C. E., Phye, G. D., & Hegland, S. M. (1991). Inductive reasoning enhances performance on an inductive transfer task. Paper presented at the Meeting of the American Psychological Society. Washington, D. C.
- Sasman, M. C., Linchevski, L., & Olivier, A., (1999). The influence of different representations on children's generalization thinking processes. In J. Kuiper (Ed.), *Proceedings of the Seventh Annual Conference of the Southern African Association for Research in Mathematics and Science Education* (pp. 406-415). Harare, Zimbabwe.
- Schank, R. C. (1982). *Dynamic memory*. Cambridge: Cambridge University Press.

- Schunk, D. (1996). *Learning theories: An educational perspective* (2nd ed.).
Colombus, OH: Merrill.
- Segal, J. W., Chipman, S. F., & Glaser, R. (1985). *Thinking and learning skills: Vol. I: Relating instruction to research*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Serra, M. (1989). *Discovering geometry: An inductive approach*. Berkeley, CA: Key Curriculum Press.
- Shayer, M., Demetriou, A., & Pervez, M. (1988). The structure and scaling of concrete operational thought: Three studies in four countries. *Genetic, Social, and General Psychology Monographs*, 114, 307-376.
- Simon, H. A., & Kotovsky, K. (1963). Human acquisition of concepts for sequential patterns. *Psychological Review*, 70, 534-546.
- Spearman, C. (1923). *The nature of intelligence and the principles of cognition*. London: Macmillan.
- Stacey, k. (1989). Finding and using patterns in linear generalizing problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 147-164.
- Steen, L. (1988). The science of patterns. *Science*, 611-616.
- Stepich, D. A., & Newby, T. J. (1988). Analogical instruction within the information processing paradigm: Effective means to facilitate learning. *Instructional Science*, 17, 129-144.
- Sternberg, R. (1999). *Cognitive Psychology* (2nd ed.). NY: Harcourt Brace College Publishers.
- Sternberg, R. J. (1977). *Intelligence, information processing, and analogical reasoning: The componential analysis of human ability*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

- Sternberg, R. J. (1985). *Beyond IQ. A triarchic theory of human intelligence*.
Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press.
- Sternberg, R. J., & Gardner, M. (1983). Unities in inductive reasoning. *Journal of Experimental Psychology: General*, 112(1), 80-116.
- Swartz, R. J. (1987). Teaching for thinking. A developmental model for the infusion of thinking skills into mainstream instruction. In J. B. Baron & R. J. Sternberg (Eds.), *Teaching thinking skills. Theory and practice* (pp. 62-87). New York: Freeman.
- Taplin, M. (1995). Spatial patterning: A pilot study of pattern formation and generalization. In L. Meira and D. Carraher (Eds.), *Proceeding of the 19th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: Vol. 3* (pp. 42-49). Recife, Brazil.
- Thorndike, E. L. (1922). *Psychology of Education*. Jena: Gustav Fischer.
- Thurstone, L. L. (1938). Primary mental abilities. *Psychometric Monographs*, 1.
- Tolman, E. C. (1932). *Purposive behavior in animals and men*. New York: Century.
- Tolman, E. C. (1948). Cognitive maps in rats and men. *Psychological Review*, 55, 189-208.
- Tolman, E. C. (1959). Principles of purposive behavior. In S. Koch (Ed.), *Psychology: A study of a scienc: Vol. 2*. New York: McGraw-Hill.
- Tomic, W. (1995). Brief research report: Training in inductive reasoning and problem solving. *Contemporary Educational Psychology*, 20, 483-490.
- Tomic, W., & Klauer, K. J. (1996). On the effects of training inductive reasoning. How far does it transfer and how long do the effects persist? *European Journal of Psychology of Education*, 11, 283-299.

- Undheim, J. O., & Gustafson, J. E. (1987). The hierarchical organization of cognitive abilities: Restoring general intelligence through use of linear structural relations (LISREL). *Multivariate Behavioral Research*, 22, 149-171.
- Van de Vijver, F. J. R. (1991). *Inductive thinking across cultures: An empirical investigation*. Tilburg: Catholic Univ. of Brabant.
- Verschaffel, L. (1999). Realistic mathematical modeling and problem solving in the upper elementary school: Analysis and improvement. In J. H. M. Hamers, J. E. H. Van Luit & B. Csapó (Eds.), *Teaching and learning thinking skills* (pp.215-239). Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger.
- Vosniadou, S., & Ortony, A. (1989). *Similarity and analogical reasoning*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Wagner, S., Winner, E., Cicchetti, D., & Gardner, H. (1981). Metaphorical mapping in human infants. *Child Development*, 52(2), 728-731.
- Wakefield, P. (2003). Newton's forgotten formula?. *Mathematics in School*, 32(2), 16-17.
- Whitely, S. E. (1980). Modeling aptitude test validity from cognitive components. *Journal of Educational Psychology*, 72, 750-769.
- Whiteley, S. E., & Schneider, L. M. (1981). Information structure for geometric analogies: a test theory approach. *Applied Psychological Measurement*, 5(3), 383-397.
- Winston, P. H. (1975). Learning structural descriptions from examples. In P. H. Winston (ed.), *The psychology of computer vision*. New York: McGraw-Hill.
- Zazkis, R., & Campbell, S. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 458-477.

Zhu, X., & Simon, H. A. (1987). Learning mathematics from examples and by doing.

Cognition & Instruction, 4(3), 137-166.

Ελένη Παπαγεωργίου

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Παράρτημα 1: Έργα μέτρησης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα
Μαθηματικά

Παράρτημα 2: Έργα μέτρησης της γενικής γνωστικής ικανότητας

Παράρτημα 3: Έργα μέτρησης της ικανότητας επεξεργασίας πληροφοριών

Παράρτημα 4: Έργο μέτρησης της εργαζόμενης μνήμης

Παράρτημα 5: Τα προβλήματα που χρησιμοποιήθηκαν στο παρεμβατικό πρόγραμμα
ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού στα
Μαθηματικά

Παράρτημα 6: Τα φύλλα εργασίας που χρησιμοποιήθηκαν στο παρεμβατικό
πρόγραμμα ανάπτυξης της ικανότητας του επαγωγικού συλλογισμού
στα Μαθηματικά

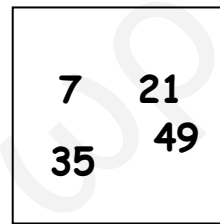
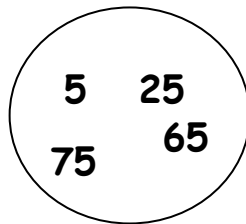
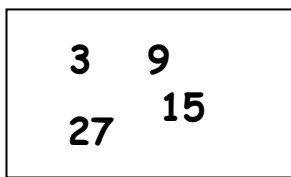
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1

ΕΡΓΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΕΠΑΓΩΓΙΚΟΥ ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΕΡΓΑ ΓΕΝΙΚΕΥΣΗΣ

Όλοι οι αριθμοί που βρίσκονται στα τρία σχήματα μοιάζουν σε κάτι.

Όμως οι αριθμοί που βρίσκονται στο κάθε σχήμα έχουν ένα δικό τους χαρακτηριστικό που δεν το έχουν οι αριθμοί που είναι στα άλλα σχήματα.



(Π1) Να γράψεις το χαρακτηριστικό που έχουν μόνο οι αριθμοί που βρίσκονται στο ορθογώνιο.

.....

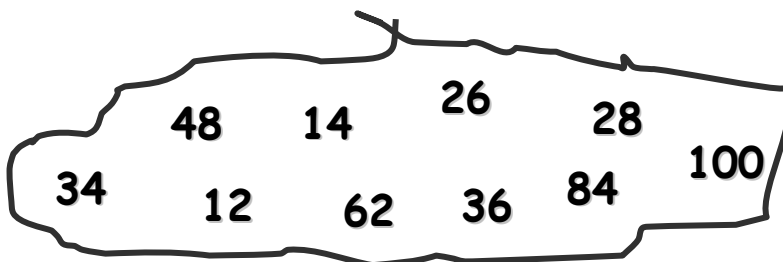
(Π2) Να γράψεις το χαρακτηριστικό που έχουν μόνο οι αριθμοί που βρίσκονται στον κύκλο.

.....

(Π3) Να γράψεις το χαρακτηριστικό που έχουν μόνο οι αριθμοί που βρίσκονται στο τετράγωνο.

.....

(Π4) Από τους πιο κάτω αριθμούς, να επιλέξεις κάποιους που έχουν ένα δικό τους χαρακτηριστικό που δεν το έχουν οι υπόλοιποι. Να φτιάξεις με αυτούς τους αριθμούς μια δική σου ομάδα και να την ονομάσεις.



(Π5) Οι αριθμοί που βρίσκονται στο κουτί έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό. Ένας από τους αριθμούς που είναι έξω από το κουτί έχει το ίδιο χαρακτηριστικό που έχουν οι αριθμοί στο κουτί. Να βρεις τον αριθμό αυτό και να τον βάλεις σε κύκλο

12	16	4	100
20	8	40	32

22
6
24
14
10

ΕΡΓΑ ΔΙΑΚΡΙΣΗΣ

(Π6) Ένας από τους πιο κάτω αριθμούς διαφέρει από τους υπόλοιπους. Να βρεις το διαφορετικό αριθμό και να τον βάλεις σε κύκλο.

15 3 6 24 21
5 69

Να εξηγήσεις γιατί ο αριθμός που επέλεξες είναι διαφορετικός από τους υπόλοιπους.....

(Π7) Οι αριθμοί που βρίσκονται στο ίδιο ορθογώνιο έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό. Σε τρία από τα πιο κάτω ορθογώνια οι αριθμοί έχουν το ίδιο χαρακτηριστικό. Να βάλεις σε κύκλο το ορθογώνιο με τους αριθμούς που διαφέρει από τα υπόλοιπα. Να γράψεις σε τι διαφέρουν οι αριθμοί του ορθογωνίου που επέλεξες, από τους αριθμούς που βρίσκονται στα άλλα ορθογώνια

A

12	32
72	52

B

20	40
80	100

Γ

6	18
22	34

Δ

4	24
44	64

ΕΡΓΑ ΔΙΑΣΤΑΥΡΟΥΜΕΝΗΣ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗΣ

(Π8) Να γράψεις τον αριθμό 18 στο κουτί που νομίζεις ότι ταιριάζει.

10	20	15	45
30	100	5	25
12	92	17	47
34	26	21	33

Να εξηγήσεις τον τρόπο που σκέφτηκες

.....

.....

.....

.....

(Π9) Να γράψεις τον αριθμό 27 στο κουτί που νομίζεις ότι ταιριάζει.

12	36	8	20
	24		16
15	6	11	47
9		25	

Να εξηγήσεις τον τρόπο που σκέφτηκες

.....

.....

.....

.....

ΕΡΓΑ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ ΣΧΕΣΕΩΝ

(Π10) Να βρεις τον αριθμό που λείπει στο πιο κάτω μοτίβο.

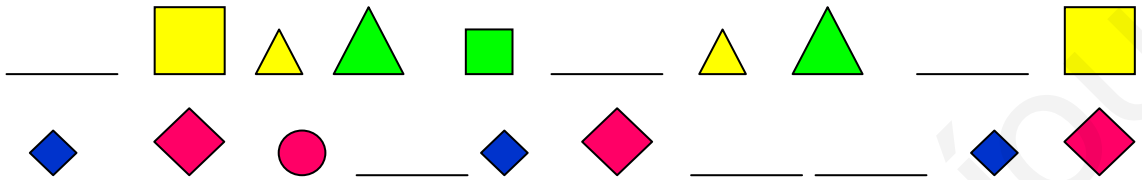
Να βάλεις σε κύκλο τη σωστή απάντηση

56 **30** **20** **12** **6** **2**

- 1) 32
- 2) 36
- 3) 40
- 4) 42

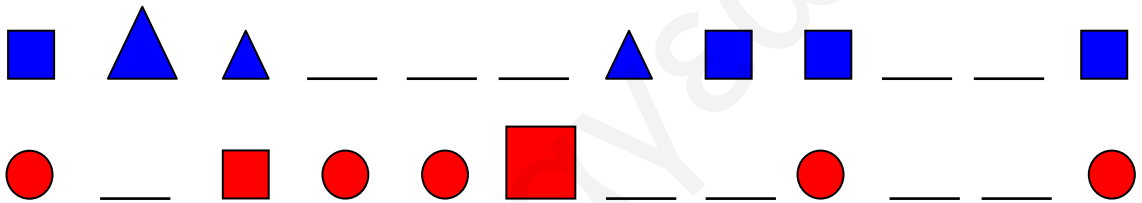
(Π11) Στις δύο σειρές υπάρχει το ίδιο μοτίβο.

Προσπάθησε να ανακαλύψεις το μοτίβο και να συμπληρώσεις τα σχήματα που λείπουν.



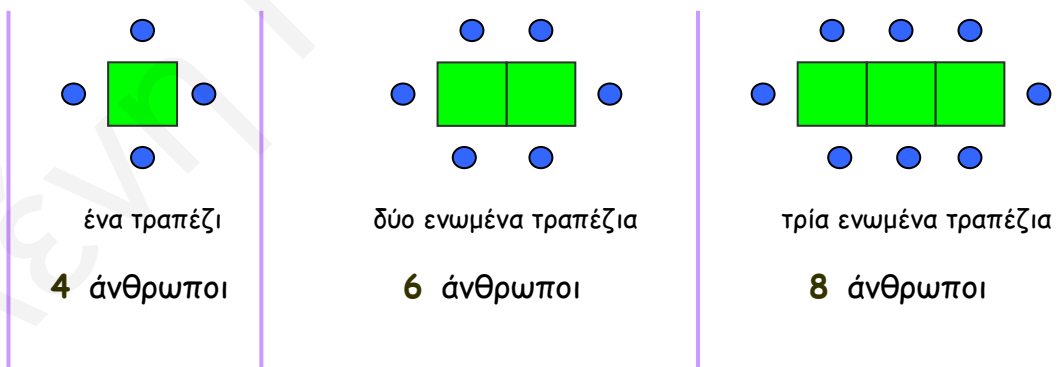
(Π12) Στις δύο σειρές υπάρχει το ίδιο μοτίβο.

Σχεδιάσε τα σχήματα για να σχηματιστούν οι σειρές.



(Π13) Σε κάθε πλευρά ενός τετράγωνου τραπέζιού κάθεται μόνο ένας άνθρωπος.

Στα πιο κάτω σχέδια φαίνεται πόσοι άνθρωποι μπορούν να καθίσουν αν ενωθούν δύο, τρία, κτλ τραπέζια.



Να υπολογίσεις πόσοι άνθρωποι κάθονται γύρω από 4 ενωμένα τραπέζια. Να περιγράψεις τον τρόπο που σκέφτηκες.

Τρόπος σκέψης:

.....

ΕΡΓΑ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΧΕΣΕΩΝ

Σε κάθε σειρά από καρτέλες υπάρχει ένας αριθμός που χαλάει το μοτίβο. Αν φύγει αυτός ο αριθμός, θα διορθωθεί η σειρά.

Στην κάθε σειρά να βάλεις σε κύκλο τον αριθμό που χαλάει το μοτίβο.

(Π14)



(Π15)



Σε κάθε σειρά ένας αριθμός γράφτηκε λάθος και χαλάει το μοτίβο.

Να βάλεις σε κύκλο το λανθασμένο αριθμό. Να διορθώσεις τον αριθμό αυτό συμπληρώνοντας με τους κατάλληλους αριθμούς τα κουτιά που βρίσκονται κάτω από κάθε σειρά.

(Π16) 11 15 18 23 27 31 35

Λανθασμένος αριθμός

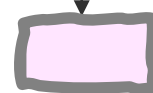
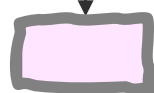
Σωστός αριθμός



(Π17) 4 8 16 34 64 128 256

Λανθασμένος αριθμός

Σωστός αριθμός



ΕΡΓΑ ΟΙΚΟΔΟΜΗΣΗΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Να συμπληρώσεις τα άδεια κουτιά με τους κατάλληλους αριθμούς.

(Π18)

5	15	45
10	30	90
20		180

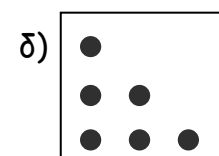
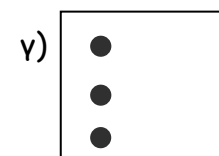
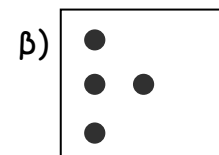
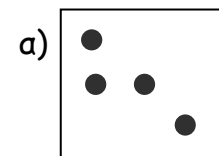
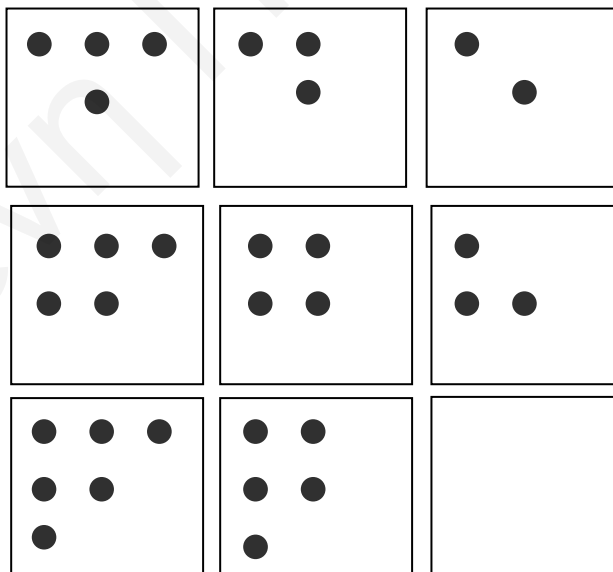
(Π19)

8	4	2
24	12	6
72	36	

(Π20)

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
2	1	$\frac{1}{2}$
8	4	

(Π21) Από τα σχήματα που βρίσκονται δίπλα, να βάλεις σε κύκλο εκείνο που νομίζεις ότι ταιριάζει στο άδειο τετράγωνο του πίνακα.



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2

ΕΡΓΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΓΝΩΣΤΙΚΗΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ

ΜΕΡΟΣ ΠΡΟΤ1:

Δίνονται κάθε φορά δύο συλλογισμοί. Ο κάθε συλλογισμός έχει δύο προτάσεις από τις οποίες βγαίνει ένα συμπέρασμα. Οι προτάσεις χωρίζονται από το συμπέρασμα με μια γραμμή. Το συμπέρασμα κάθε φορά μπορεί να είναι σωστό ή λάθος, δηλαδή να βγαίνει από τις προτάσεις ή όχι.

Εσύ θα πρέπει να κρίνεις, κάθε φορά, αν το συμπέρασμα είναι σωστό ή λάθος και να βάλεις σε κύκλο την απάντησή σου. Κάθε φορά πρέπει να αποφασίζεις με βάση τις πληροφορίες που δίνονται στις προτάσεις και όχι με αυτά που εσύ ξέρεις. Αν δεν μπορείς να αποφασίσεις, να επιλέξεις την ένδειξη (γ) Δεν μπορώ να αποφασίσω.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

Τα δέντρα του δάσους είναι έλατα ή πεύκα.

Το δέντρο αυτό δεν είναι έλατο.

Άρα το δέντρο αυτό είναι πεύκο.

(α) Το συμπέρασμα είναι σωστό.

(β) Το συμπέρασμα είναι λάθος.

(γ) Δεν μπορώ να αποφασίσω.

Απάντηση: Το συμπέρασμα είναι σωστό, άρα είναι το (α).

Να βάλεις σε κύκλο τη σωστή απάντηση.

- Π1. Τα σινοειδή είναι ζώα ή φυτά.
Τα σινοειδή δεν είναι ζώα.
-

Τα σινοειδή είναι φυτά.

- (α) Το συμπέρασμα είναι σωστό.
(β) Το συμπέρασμα είναι λάθος.
(γ) Δεν μπορώ να αποφασίσω.

- Π2. Τα μιροειδή είναι ψάρια, ή φυτά, ή πτηνά.
Τα μιροειδή δεν είναι πτηνά.
-

Τα μιροειδή είναι ψάρια.

- (α) Το συμπέρασμα είναι σωστό.
(β) Το συμπέρασμα είναι λάθος.
(γ) Δεν μπορώ να αποφασίσω.

- Π3. Το λίπος αυξάνει τη χοληστερίνη.
Η χοληστερίνη κλείνει τις αρτηρίες.
-

Το λίπος κλείνει τις αρτηρίες.

- (α) Το συμπέρασμα είναι σωστό.
(β) Το συμπέρασμα είναι λάθος.
(γ) Δεν μπορώ να αποφασίσω.

- Π4. Αν ο Κώστας είχε πνευμονία, θα είχε ψηλό πυρετό.
 Ο Κώστας δεν είχε ψηλό πυρετό.
-

Ο Κώστας δεν πάσχει από πνευμονία.

- (α) Το συμπέρασμα είναι σωστό.
- (β) Το συμπέρασμα είναι λάθος.
- (γ) Δεν μπορώ να αποφασίσω.

- Π5. Αν υπάρχει είτε μια μπανάνα είτε ένα μήλο, τότε υπάρχει ένα ψωμί.
 Υπάρχει μια μπανάνα.
-

Υπάρχει ένα ψωμί.

- (α) Το συμπέρασμα είναι σωστό.
- (β) Το συμπέρασμα είναι λάθος.
- (γ) Δεν μπορώ να αποφασίσω.

ΜΕΡΟΣ ΠΡΟΤ2:

Στα προβλήματα που ακολουθούν πρέπει να βρεις τη σχέση που υπάρχει ανάμεσα στις λέξεις του πρώτου ζευγαριού (π.χ. μολύβι: κασετίνα) για να συμπληρώσεις το κενό που υπάρχει στο άλλο ζευγάρι (πχ., να βρεις, με βάση τη σχέση στο πρώτο ζευγάρι, ποια λέξη από τις τέσσερις που σου δίνονται αντιστοιχεί με τη λέξη **πουκάμισο** για να σχηματιστεί το δεύτερο ζευγάρι).

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

(μολύβι:κασετίνα) :: (πουκάμισο:_____)

- α) κρεμάστρα
- β) βαλίτσα
- γ) ντουλάπα
- δ) κουτί

Η ορθή απάντηση είναι το γ.

Να βάλεις σε κύκλο τη σωστή απάντηση.

Π1. (Κύπρος : Λευκωσία) :: (Ελλάδα : _____)

- α) Θεσσαλονίκη
- β) Λονδίνο
- γ) Αθήνα
- δ) Βόλος

Π2. (ψωμί : μαχαίρι) :: (χαρτί : _____)

- α) μελάνι
- β) ψαλίδι
- γ) ξυράφι
- δ) βιβλίο

Π3. (κρεβάτι : ύπνος :: ανάπαυση) ::: (τραπέζι : φαγητό :: _____)

- α) συνάντηση
- β) πιάτο
- γ) μάσημα
- δ) διατροφή

Π4. (παιδιά : γονείς :: οικογένεια) ::: (μαθητές : δάσκαλοι :: _____)

- α) βαθμοί
- β) παιδεία
- γ) μάθημα
- δ) σχολείο

Π5. (μηχανικός : αυτοκίνητο :: επισκευή) ::: (γιατρός : άνθρωπος :: _____)

- α) αποκατάσταση
- β) ανανέωση
- γ) ανακούφιση
- δ) θεραπεία

Π6. Να βάλεις σε κύκλο το σωστό συνδυασμό λέξεων, επιλέγοντας μια λέξη από κάθε στήλη.

(κρεβάτι : ύπνος) :: (_____ : _____)

- | | |
|------------|------------|
| α) χαρτί | δ) φαγητό |
| β) τραπέζι | ε) βροχή |
| γ) νερό | στ) βιβλίο |

ΜΕΡΟΣ ΠΟΙΟΤ1:

Στα προβλήματα που ακολουθούν πρέπει να βρεις τις σχέσεις ανάμεσα σε διάφορα είδη.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Πιο κάτω υπάρχουν παιδιά, τρία αγόρια και ένα κορίτσι.



Με βάση την πιο πάνω εικόνα να απαντήσεις την πιο κάτω ερώτηση.

Ποια είναι τα πιο πολλά, τα παιδιά ή τα αγόρια;

- α) Τα παιδιά
- β) Τα αγόρια
- γ) Ο αριθμός των παιδιών και των αγοριών είναι ίσος.
- δ) Δεν μπορώ να αποφασίσω

Η απάντηση είναι το α.

Ιπτάμενα και ζωντανά

Πιο κάτω υπάρχουν ιπτάμενα και ζωντανά, δηλαδή, δύο αεροπλάνα, τέσσερα πουλιά και δύο σκύλοι.



Με βάση την πιο πάνω εικόνα να απαντήσεις τις ερωτήσεις που ακολουθούν.

Να βάλεις σε κύκλο τη σωστή απάντηση

Π1. Ποια είναι τα πιο πολλά, τα ιπτάμενα ή τα πουλιά;

- α) Τα ιπτάμενα
- β) Τα πουλιά
- γ) Ο αριθμός των ιπτάμενων και των πουλιών είναι ίσος.
- δ) Δεν μπορώ να αποφασίσω

Π2. Ποια είναι τα πιο πολλά, τα ιπτάμενα ή τα ζωντανά;

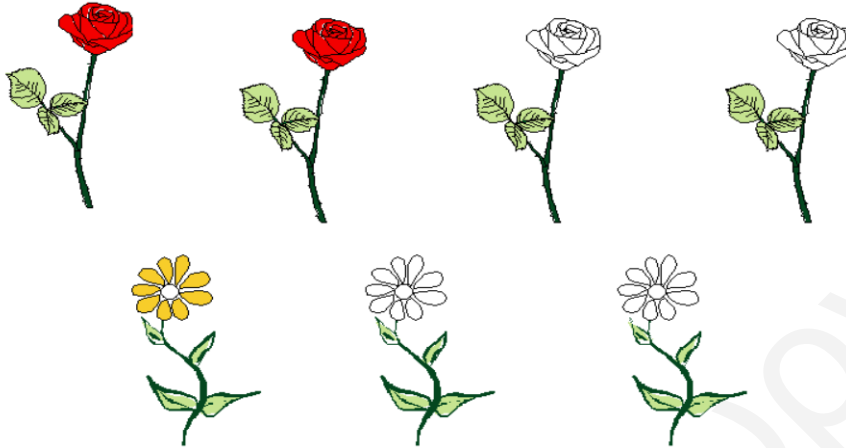
- α) Τα ιπτάμενα
- β) Τα ζωντανά
- γ) Ο αριθμός των ιπτάμενων και των ζωντανών είναι ίσος.
- δ) Δεν μπορώ να αποφασίσω

Π3. Ποια είναι τα πιο πολλά, τα πουλιά ή τα ζωντανά;

- α) Τα πουλιά
- β) Τα ζωντανά
- γ) Ο αριθμός των πουλιών και των ζωντανών είναι ίσος.
- δ) Δεν μπορώ να αποφασίσω

Τα λουλούδια

Στην πιο κάτω εικόνα υπάρχουν διάφορα λουλούδια, δηλαδή, τέσσερα τριαντάφυλλα (κόκκινα και άσπρα) και τρεις μαργαρίτες (κίτρινες και άσπρες)



**Με βάση την πιο πάνω εικόνα να απαντήσεις τις πιο κάτω ερωτήσεις.
Να βάλεις σε κύκλο τη σωστή απάντηση.**

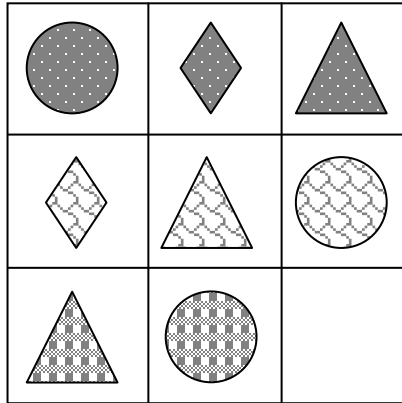
- Π1. Ποια είναι τα πιο πολλά, τα λουλούδια ή τα τριαντάφυλλα;
- α) Τα λουλούδια.
 - β) Τα τριαντάφυλλα
 - γ) Ο αριθμός των λουλουδιών και των τριαντάφυλλων είναι ίσος.
 - δ) Δεν μπορώ να αποφασίσω.
- Π2. Ποια είναι τα πιο πολλά, τα άσπρα τριαντάφυλλα ή τα άσπρα λουλούδια;
- α) Τα άσπρα λουλούδια
 - β) Τα άσπρα τριαντάφυλλα
 - γ) Ο αριθμός των άσπρων τριαντάφυλλων και των άσπρων λουλουδιών είναι ίσος.
 - δ) Δεν μπορώ να αποφασίσω.
- Π3. Ποια είναι τα πιο πολλά, τα άσπρα λουλούδια ή οι μαργαρίτες;
- α) Τα άσπρα λουλούδια.
 - β) Οι μαργαρίτες.
 - γ) Ο αριθμός των άσπρων λουλουδιών και των μαργαριτών είναι ίσος.
 - δ) Δεν μπορώ να αποφασίσω.

ΜΕΡΟΣ ΠΟΙΟΤ2:

Στα πιο κάτω προβλήματα τα σχήματα ταιριάζουν μεταξύ τους με κάποιο τρόπο.

Επέλεξε το σχήμα που νομίζεις ότι ταιριάζει στο άδειο τετράγωνο.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



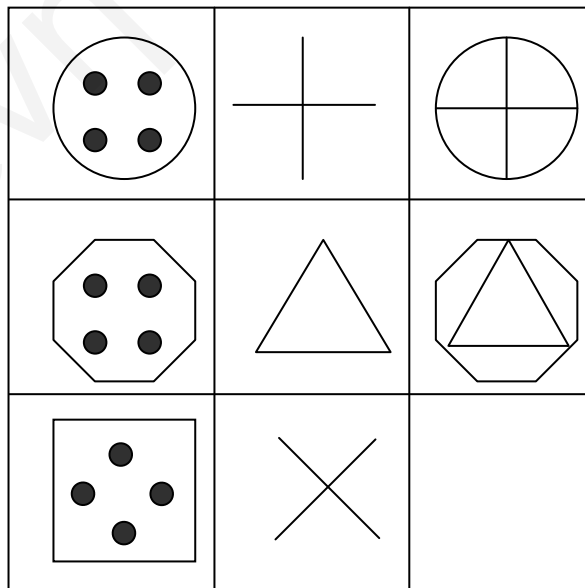
- α)
- β)
- γ)
- δ)

Η σωστή απάντηση είναι το β.

Επέλεξε το σχήμα που νομίζεις ότι ταιριάζει στο άδειο τετράγωνο.

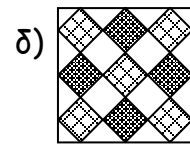
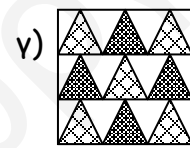
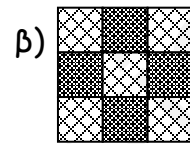
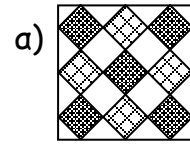
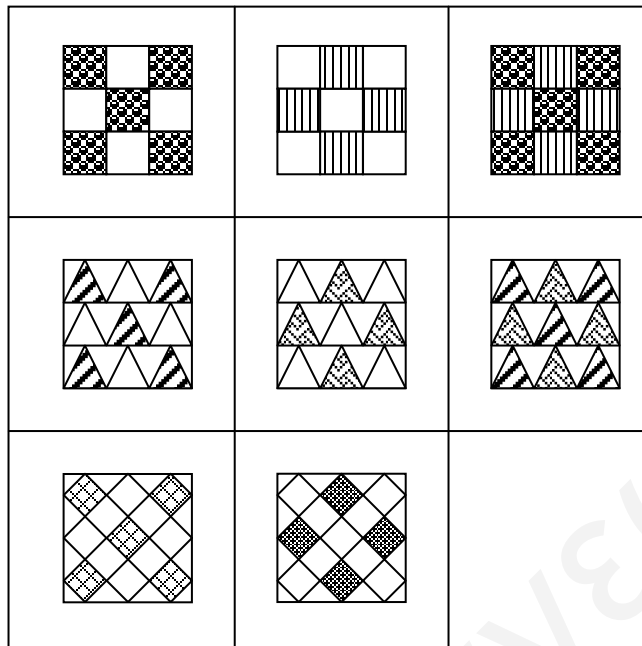
Βάλε σε κύκλο τη σωστή απάντηση.

Π1.

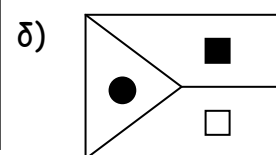
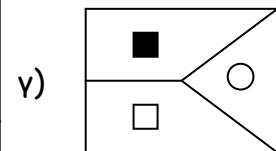
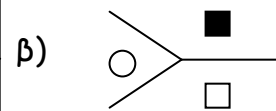
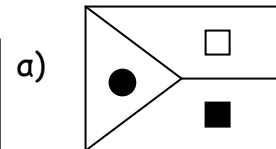
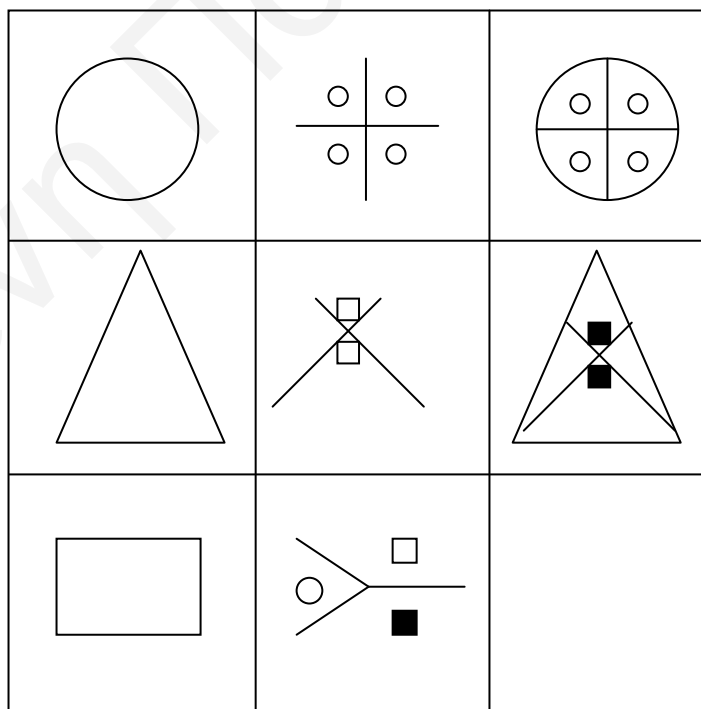


- α)
- β)
- γ)
- δ)

Π2.



Π3.



ΜΕΡΟΣ ΑΙΤΙΩ1:

Θέλω να ελέγξω την επίδραση που έχει ένας παράγοντας στην ανάπτυξη των φυτών.
Θα χρησιμοποιήσω σπόρους από φασόλια, μπιζέλια και κουκιά. Ποιον παράγοντα θα ελέγγω κάθε φορά, αν κάνω το καθένα από τα παρακάτω πειράματα;

Να βάλεις σε κύκλο τη σωστή απάντηση.

Π1. Θα καλλιεργήσω **φασόλια** σε **φωτεινό** μέρος και **κουκιά** σε **φωτεινό** μέρος.

Με το πείραμα αυτό: (α) θα ελέγξω την επίδραση που έχει το φυτό
(β) θα ελέγξω την επίδραση που έχει ο φωτισμός
(γ) Δεν μπορώ να ελέγξω την επίδραση ενός παράγοντα.

Π2. Θα καλλιεργήσω **φασόλια** σε **σκοτεινό** μέρος, **κουκιά** σε **σκοτεινό** μέρος και **μπιζέλια** σε **φωτεινό** μέρος.

Με το πείραμα αυτό: (α) θα ελέγξω την επίδραση που έχει το φυτό
(β) θα ελέγξω την επίδραση που έχει ο φωτισμός
(γ) Δεν μπορώ να ελέγξω την επίδραση ενός παράγοντα.

Π3. Θα καλλιεργήσω **φασόλια** σε **φωτεινό** μέρος και **φασόλια** σε **σκοτεινό** μέρος.

Με το πείραμα αυτό: (α) θα ελέγξω την επίδραση που έχει το φυτό
(β) θα ελέγξω την επίδραση που έχει ο φωτισμός
(γ) Δεν μπορώ να ελέγξω την επίδραση ενός παράγοντα.

Π4. Θα καλλιεργήσω **φασόλια** σε **φωτεινό** μέρος και **κουκιά** σε **φωτεινό** μέρος και **μπιζέλια** σε **φωτεινό** μέρος.

Με το πείραμα αυτό: (α) θα ελέγξω την επίδραση που έχει το φυτό
(β) θα ελέγξω την επίδραση που έχει ο φωτισμός
(γ) Δεν μπορώ να ελέγξω την επίδραση ενός παράγοντα.

ΜΕΡΟΣ ΑΙΤΙΩ2:

Μελέτησε τα πιο κάτω πειράματα και βρες τι ελέγχει το καθένα ως προς την ανάπτυξη των φυτών.

Συνθήκες Καλλιέργειας

Πείραμα	Σπόρος	Φωτισμός	Έδαφος
A	σιτάρι	σκοτεινό	αργιλώδες
B	σιτάρι	σκοτεινό	κοκκινόχωμα
Γ	κριθάρι	φωτεινό	αργιλώδες
Δ	σιτάρι	φωτεινό	κοκκινόχωμα
E	σιτάρι	φωτεινό	αργιλώδες

Βάλε σε κύκλο τη σωστή απάντηση.

Π1. Με τα πειράματα **A** και **B** μπορούμε να ελέγξουμε την επίδραση

- A) του φυτού
- B) του εδάφους
- Γ) του φωτισμού
- Δ) Δεν μπορούμε να ελέγξουμε την επίδραση ενός παράγοντα

Π2. Με τα πειράματα **Γ** και **E** μπορούμε να ελέγξουμε την επίδραση

- A) του φυτού
- B) του εδάφους
- Γ) του φωτισμού
- Δ) Δεν μπορούμε να ελέγξουμε την επίδραση ενός παράγοντα

Π3. Με τα πειράματα **A** και **Γ** μπορούμε να ελέγξουμε την επίδραση

- A) του φυτού
- B) του εδάφους
- Γ) του φωτισμού
- Δ) Δεν μπορούμε να ελέγξουμε την επίδραση ενός παράγοντα

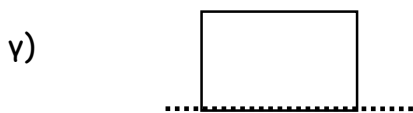
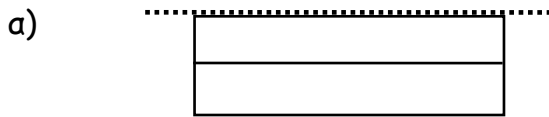
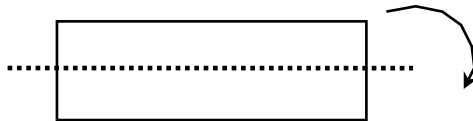
ΜΕΡΟΣ ΧΩΡΙ:

Το πιο κάτω σχήμα θα διπλωθεί γύρω από τον άξονα που φαίνεται με τη διακεκομμένη γραμμή. Το βέλος δείχνει πώς θα γυρίσει το σχήμα κατά το δίπλωμα.

Προσπάθησε να φανταστείς πώς θα φαίνεται το κάθε σχήμα όταν διπλωθεί.

Να βάλεις σε κύκλο το σχήμα που νομίζεις ότι θα προκύψει.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

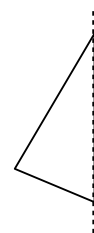
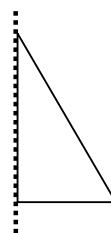
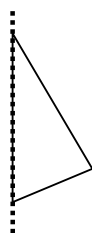
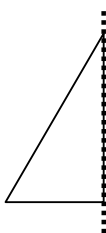
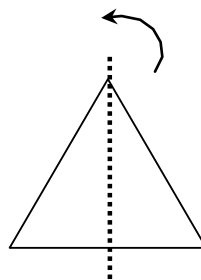


Η σωστή απάντηση είναι το β.

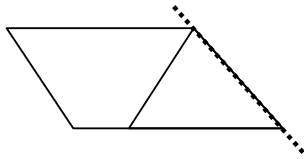
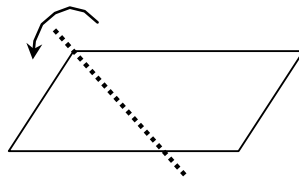
Να βάλεις σε κύκλο τη σωστή απάντηση.

Ποιο σχήμα θα προκύψει όταν διπλωθεί το σχήμα;

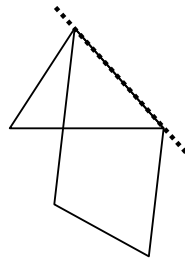
Π1.



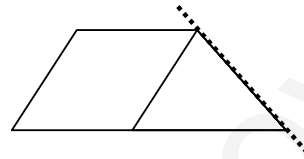
Π2.



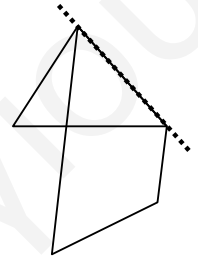
α)



β)

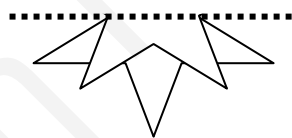
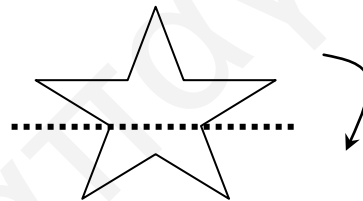


γ)

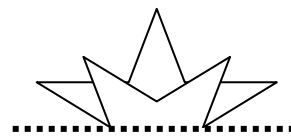


δ)

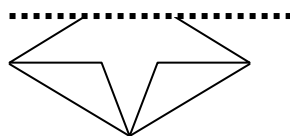
Π3.



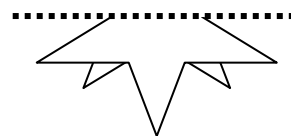
α)



β)



γ)



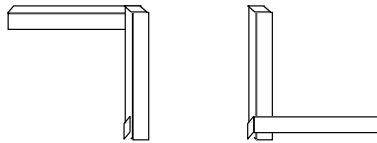
δ)

ΜΕΡΟΣ ΧΩΡ2:

Πιο κάτω παρουσιάζονται ζευγάρια από σχήματα.

Να παρατηρήσεις προσεκτικά τα σχήματα σε κάθε ζευγάρι και να βρεις αν τα δύο σχήματα είναι **τα ίδια και βρίσκονται σε διαφορετική θέση ή αν είναι διαφορετικά.**

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



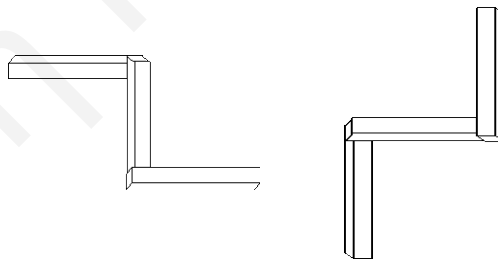
α) Τα σχήματα είναι τα ίδια σε διαφορετική θέση.

β) Τα σχήματα είναι διαφορετικά.

Η απάντηση είναι το α.

Να βάλεις σε κύκλο τη σωστή απάντηση.

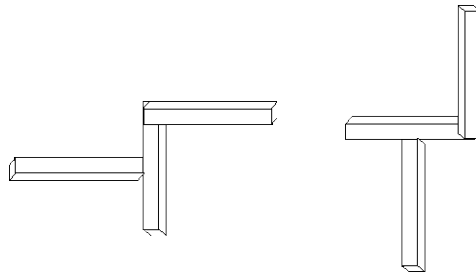
Π1.



α) Τα σχήματα είναι τα ίδια σε διαφορετική θέση.

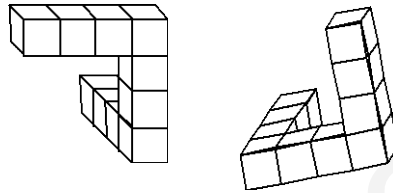
β) Τα σχήματα είναι διαφορετικά.

Π2.



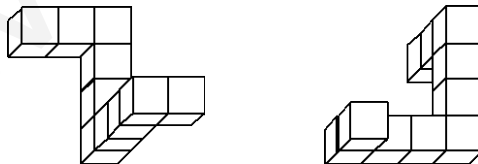
- α) Τα σχήματα είναι τα ίδια σε διαφορετική θέση.
- β) Τα σχήματα είναι διαφορετικά.

Π3.



- α) Τα σχήματα είναι τα ίδια σε διαφορετική θέση.
- β) Τα σχήματα είναι διαφορετικά.

Π4.



- α) Τα σχήματα είναι τα ίδια σε διαφορετική θέση.
- β) Τα σχήματα είναι διαφορετικά.

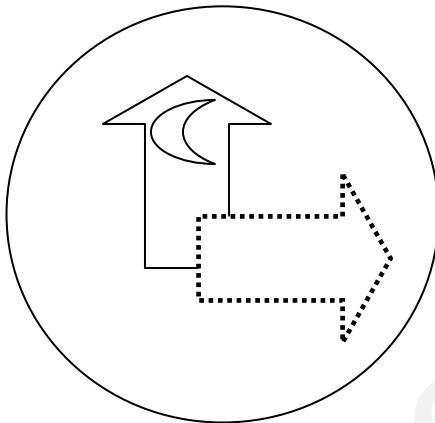
ΜΕΡΟΣ ΧΩΡ3:

Στο δείκτη του ρολογιού έχει σχεδιαστεί ένα σχήμα.

Πώς θα είναι το σχήμα στο δείκτη αν ο δείκτης περιστραφεί κατά 90 μοίρες και καταλήξει στη θέση που δείχνουν οι διακεκομμένες γραμμές;

Να βάλεις σε κύκλο τη σωστή απάντηση.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



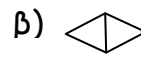
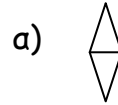
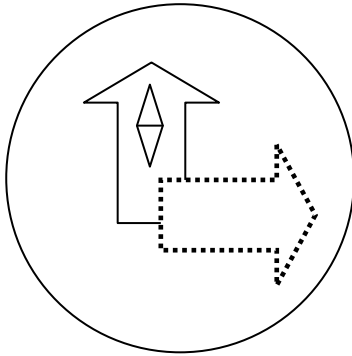
- α)
- β)
- γ)
- δ)

Η απάντηση είναι το α.

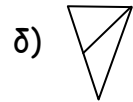
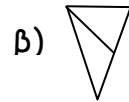
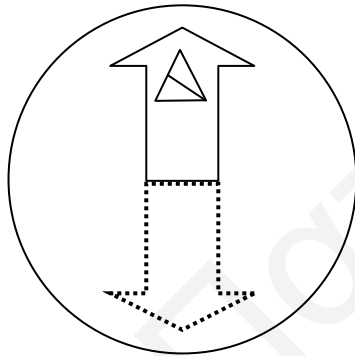
Πώς θα είναι το σχήμα στο δείκτη αν ο δείκτης περιστραφεί και καταλήξει στη θέση που δείχνουν οι διακεκομμένες γραμμές;

Να βάλεις σε κύκλο τη σωστή απάντηση.

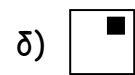
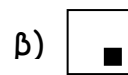
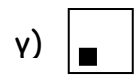
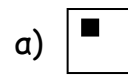
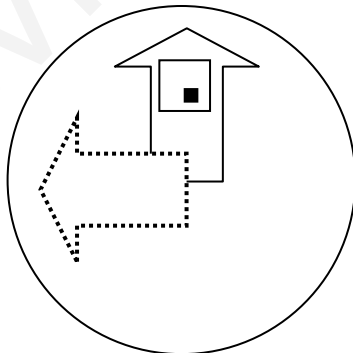
Π1.



Π2.



Π3.



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3

ΕΡΓΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ

Το αριθμητικό έργο τύπου Stroop

Ερέθισμα	Ολική άποψη (μεγάλος ερεθισμός)	Μερική άποψη (μικρός ερεθισμός)	Εντολή αναγνώρισης
1	7	7	Μεγάλο
2	9	7	Μεγάλο
3	9	9	Μεγάλο
4	7	4	Μεγάλο
5	4	9	Μεγάλο
6	4	4	Μεγάλο
7	4	9	Μεγάλο
8	9	7	Μεγάλο
9	4	4	Μεγάλο
10	7	7	Μεγάλο
11	9	9	Μεγάλο
12	7	4	Μεγάλο
13	4	4	Μεγάλο
14	9	9	Μεγάλο
15	9	7	Μεγάλο
16	4	9	Μεγάλο
17	7	7	Μεγάλο
18	7	4	Μεγάλο

Το αριθμητικό έργο τύπου Stroop (Συνέχεια)

Ερέθισμα	Ολική άποψη (μεγάλος ερεθισμός)	Μερική άποψη (μικρός ερεθισμός)	Εντολή αναγνώρισης
19	4	4	Μικρό
20	9	9	Μικρό
21	7	7	Μικρό
22	9	7	Μικρό
23	4	9	Μικρό
24	7	4	Μικρό
25	7	7	Μικρό
26	7	4	Μικρό
27	4	9	Μικρό
28	9	9	Μικρό
29	4	4	Μικρό
30	9	7	Μικρό
31	7	4	Μικρό
32	9	7	Μικρό
33	4	4	Μικρό
34	9	9	Μικρό
35	7	7	Μικρό
36	4	9	Μικρό

ΕΡΓΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ

Το λεκτικό έργο τύπου Stroop

Ερέθισμα	Ολική άποψη (μεγάλος ερεθισμός)	Μερική άποψη (μικρός ερεθισμός)	Εντολή αναγνώρισης
1	Κίτρινο	Κίτρινο	Λέξη
2	Κίτρινο	Κίτρινο	Λέξη
3	Πράσινο	Πράσινο	Λέξη
4	Κόκκινο	Κόκκινο	Λέξη
5	Κόκκινο	Κίτρινο	Λέξη
6	Κόκκινο	Κόκκινο	Λέξη
7	Κίτρινο	Κόκκινο	Λέξη
8	Κίτρινο	Κόκκινο	Λέξη
9	Κόκκινο	Πράσινο	Λέξη
10	Πράσινο	Κίτρινο	Λέξη
11	Κίτρινο	Κίτρινο	Λέξη
12	Πράσινο	Πράσινο	Λέξη
13	Πράσινο	Κόκκινο	Λέξη
14	Κίτρινο	Πράσινο	Λέξη
15	Κόκκινο	Κόκκινο	Λέξη
16	Πράσινο	Κίτρινο	Λέξη
17	Κόκκινο	Πράσινο	Λέξη
18	Πράσινο	Πράσινο	Λέξη

Το λεκτικό έργο τύπου Stroop (Συνέχεια)

Ερέθισμα	Ολική άποψη (μεγάλος ερεθισμός)	Μερική άποψη (μικρός ερεθισμός)	Εντολή αναγνώρισης
19	Κόκκινο	Πράσινο	Χρώμα
20	Πράσινο	Πράσινο	Χρώμα
21	Κίτρινο	Πράσινο	Χρώμα
22	Κίτρινο	Κόκκινο	Χρώμα
23	Κίτρινο	Πράσινο	Χρώμα
24	Πράσινο	Πράσινο	Χρώμα
25	Πράσινο	Κίτρινο	Χρώμα
26	Πράσινο	Πράσινο	Χρώμα
27	Κόκκινο	Κίτρινο	Χρώμα
28	Κόκκινο	Κόκκινο	Χρώμα
29	Κόκκινο	Κόκκινο	Χρώμα
30	Πράσινο	Κίτρινο	Χρώμα
31	Κίτρινο	Κίτρινο	Χρώμα
32	Πράσινο	Κίτρινο	Χρώμα
33	Κίτρινο	Κόκκινο	Χρώμα
34	Κίτρινο	Κόκκινο	Χρώμα
35	Κόκκινο	Κόκκινο	Χρώμα
36	Κίτρινο	Κίτρινο	Χρώμα

ΕΡΓΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ

Το εικονικό έργο τύπου Stroop

Ερέθισμα	Ολική άποψη (μεγάλος ερεθισμός)	Μερική άποψη (μικρός ερεθισμός)	Εντολή αναγνώρισης
1	Τετράγωνο	Τετράγωνο	Μεγάλο
2	Κύκλος	Κύκλος	Μεγάλο
3	Κύκλος	Τρίγωνο	Μεγάλο
4	Τρίγωνο	Τρίγωνο	Μεγάλο
5	Τρίγωνο	Τετράγωνο	Μεγάλο
6	Τετράγωνο	Κύκλος	Μεγάλο
7	Κύκλος	Τρίγωνο	Μεγάλο
8	Κύκλος	Κύκλος	Μεγάλο
9	Τρίγωνο	Τετράγωνο	Μεγάλο
10	Τρίγωνο	Τρίγωνο	Μεγάλο
11	Τετράγωνο	Τετράγωνο	Μεγάλο
12	Τετράγωνο	Κύκλος	Μεγάλο
13	Τρίγωνο	Τετράγωνο	Μεγάλο
14	Τετράγωνο	Κύκλος	Μεγάλο
15	Τρίγωνο	Τρίγωνο	Μεγάλο
16	Κύκλος	Τρίγωνο	Μεγάλο
17	Κύκλος	Κύκλος	Μεγάλο
18	Τετράγωνο	Τετράγωνο	Μεγάλο

Το εικονικό έργο τύπου Stroop (Συνέχεια)

Ερέθισμα	Ολική άποψη (μεγάλος ερεθισμός)	Μερική άποψη (μικρός ερεθισμός)	Εντολή αναγνώρισης
19	Τετράγωνο	Κύκλος	Μικρό
20	Τετράγωνο	Τετράγωνο	Μικρό
21	Τρίγωνο	Τρίγωνο	Μικρό
22	Κύκλος	Κύκλος	Μικρό
23	Τρίγωνο	Τετράγωνο	Μικρό
24	Κύκλος	Τρίγωνο	Μικρό
25	Τετράγωνο	Τετράγωνο	Μικρό
26	Κύκλος	Τρίγωνο	Μικρό
27	Τρίγωνο	Τρίγωνο	Μικρό
28	Τετράγωνο	Κύκλος	Μικρό
29	Τρίγωνο	Τετράγωνο	Μικρό
30	Κύκλος	Κύκλος	Μικρό
31	Κύκλος	Τρίγωνο	Μικρό
32	Τρίγωνο	Τρίγωνο	Μικρό
33	Τετράγωνο	Κύκλος	Μικρό
34	Κύκλος	Κύκλος	Μικρό
35	Τρίγωνο	Τετράγωνο	Μικρό
36	Τετράγωνο	Τετράγωνο	Μικρό

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 4

ΕΡΓΟ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΖΟΜΕΝΗΣ ΜΝΗΜΗΣ

Φάση Α΄-Στάδιο 1

Μαθηματική πρόταση για έλεγχο ορθότητας	Λέξεις για ανάκληση
$(4 \div 2) + 1 = 3$	Ζάχαρη
$(4 \div 2) + 1 = 4$	Παραλία
$(4 \div 2) + 2 = 4$	Γάλα
$(4 \div 2) + 2 = 6$	Δέρμα
$(4 \div 2) + 3 = 5$	Μαχαίρι
$(4 \div 2) + 3 = 7$	Δάσος
$(4 \div 2) + 4 = 6$	Βάρκα
$(4 \div 2) + 4 = 8$	Πιάνο
$(4 \div 2) + 5 = 7$	Υπνοδομάτιο
$(4 \div 2) + 6 = 8$	Φίδι
$(4 \div 2) + 6 = 9$	Βοδινό
$(4 \div 2) + 7 = 7$	Κρασί
$(6 \div 2) + 1 = 5$	Ακτή
$(6 \div 2) + 2 = 5$	Τριαντάφυλλο
$(6 \div 2) + 2 = 6$	Ωκεανός
$(6 \div 2) + 3 = 6$	Δέντρο
$(6 \div 2) + 3 = 7$	Λαιμός
$(6 \div 2) + 4 = 7$	Γλώσσα
$(6 \div 2) + 4 = 8$	Φορτηγό
$(6 \div 2) + 5 = 9$	Χειμώνας

Φάση Α΄-Στάδιο 2

Μαθηματική πρόταση για έλεγχο ορθότητας	Λέξεις για ανάκληση
$(6 \div 2) + 6 = 9$	Ψωμί
$(6 \div 2) + 6 = 8$	Κοτόπουλο
$(6 \div 3) + 1 = 4$	Κερί
$(6 \div 3) + 2 = 4$	Μπουκάλι
$(6 \div 3) + 2 = 6$	Γλυπτό
$(6 \div 3) + 3 = 5$	Καφές
$(6 \div 3) + 3 = 7$	Βροχή
$(6 \div 3) + 4 = 6$	Κρέας
$(6 \div 3) + 4 = 8$	Λίμνη
$(6 \div 3) + 5 = 7$	Κόλπος
$(6 \div 3) + 5 = 9$	Ψάρι
$(6 \div 3) + 6 = 8$	Καπνός
$(6 \div 3) + 6 = 9$	Χαμόγελο
$(6 \div 3) + 7 = 9$	Αδελφή
$(6 \div 3) + 7 = 8$	Πλοίο
$(8 \div 2) + 1 = 6$	Βράχος
$(8 \div 2) + 2 = 6$	Παλάτι
$(8 \div 2) + 2 = 8$	Βασίλισσα
$(8 \div 2) + 3 = 7$	Σακάκι
$(8 \div 2) + 3 = 9$	Δολάριο

Φάση Β΄-Υπολογισμός πράξεων για αφαίρεση της μαθηματικής ικανότητας

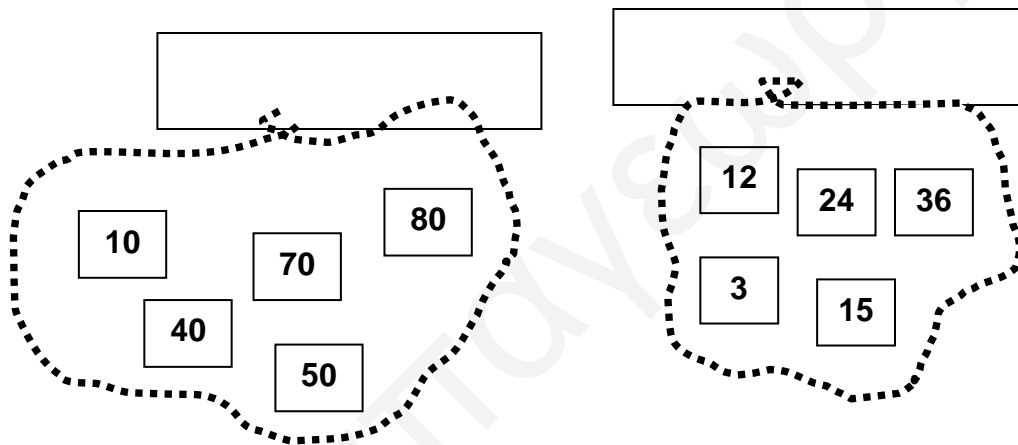
Εκτέλεση Οδηγίας	
1. $(24 \div 4) - 1 =$	16. $(3 - 1) =$
2. $(2 - 1) =$	17. $(68 - 60) =$
3. $(9 \times 8) - 68 =$	18. $(2 + 1) =$
4. $(1 + 7 + 1) =$	19. $(26 \div 13) =$
5. $(66 \div 11) =$	20. $(13 + 14 - 24) =$
6. $(3 + 3) =$	21. $(6 \div 2) =$
7. $(28 - 1 - 24) =$	22. $(14 \div 2) - 4 =$
8. $(1 + 5 - 2) =$	23. $(24 - 19 - 1) =$
9. $(3 \times 6) - 16 =$	24. $(10 - 4 - 2) =$
10. $(52 - 51) =$	25. $(4 + 2 - 1) =$
11. $(7 + 2) \div 3 =$	26. $(78 - 70) =$
12. $(12 + 16 - 19) =$	27. $(10 \times 7) - 64 =$
13. $(87 - 86) =$	28. $(4 \times 3) - 10 =$
14. $(10 - 3 - 2) =$	29. $(4 + 12) \div 2 =$
15. $(10 \div 2) =$	30. $(4 + 1 + 1) =$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 5

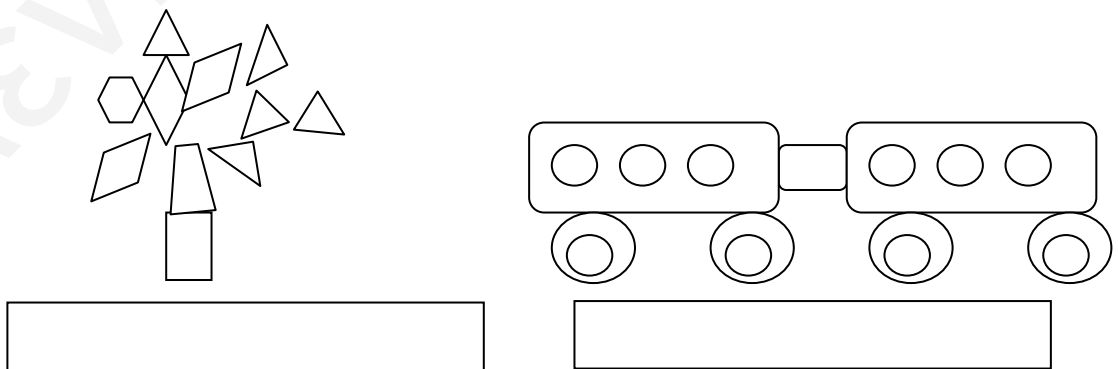
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΑΡΕΜΒΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΕΝΙΚΕΥΣΗΣ

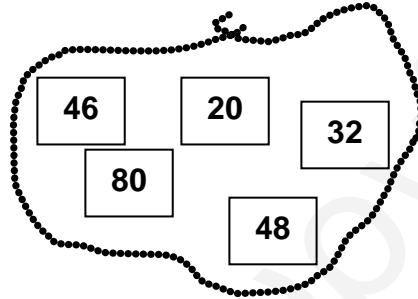
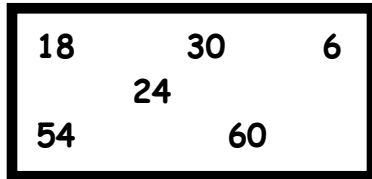
- ΓΕ-1. Οι αριθμοί που βρίσκονται στο ίδιο σακούλι έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό. Να παρατηρήσεις τους αριθμούς που βρίσκονται στο κάθε σακούλι και να γράψεις στο ορθογώνιο το κοινό χαρακτηριστικό που έχουν οι αριθμοί που βρίσκονται στο ίδιο σακούλι.



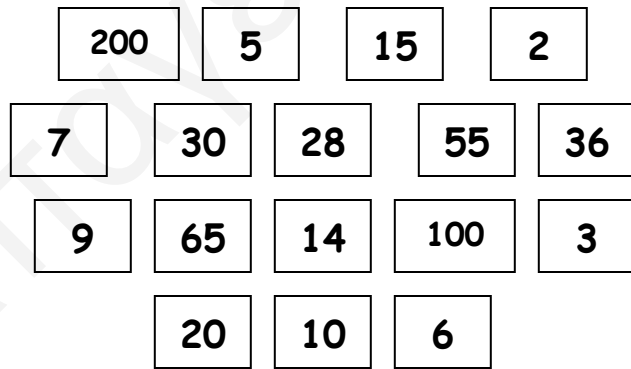
- ΓΕ-2. Το καθένα από τα πιο κάτω σχέδια είναι κατασκευασμένο από ψηφίδες που έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό. Να γράψεις στο ορθογώνιο που βρίσκεται κάτω από το κάθε σχέδιο το κοινό χαρακτηριστικό που έχουν οι ψηφίδες που χρησιμοποιήθηκαν.



ΓΕ-3. Οι αριθμοί που βρίσκονται στο ορθογώνιο έχουν όλοι ένα κοινό χαρακτηριστικό. Ένας από τους αριθμούς που βρίσκονται στο σακούλι έχει το ίδιο χαρακτηριστικό που έχουν οι αριθμοί που είναι στο ορθογώνιο. Να βρεις τον αριθμό αυτό και να τον γράψεις στο ορθογώνιο.

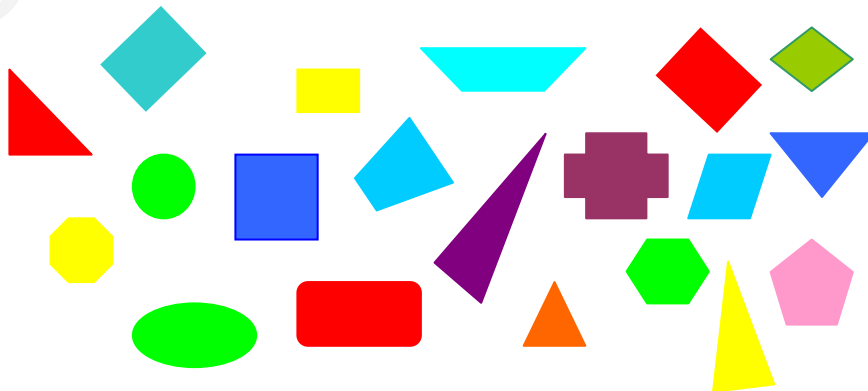


ΓΕ-4. Χρησιμοποίησε τις καρτέλες με αριθμούς για να φτιάξεις μια ομάδα με αριθμούς που να έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό.

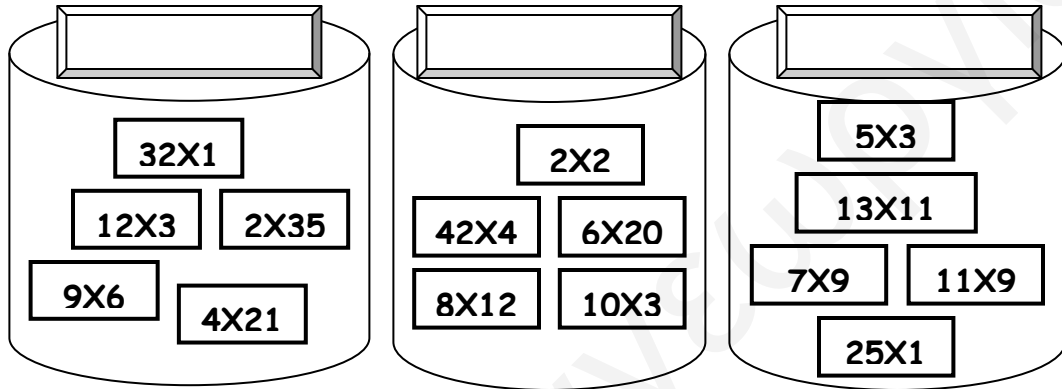


Ονόμασε την ομάδα των αριθμών που θα φτιάξεις.

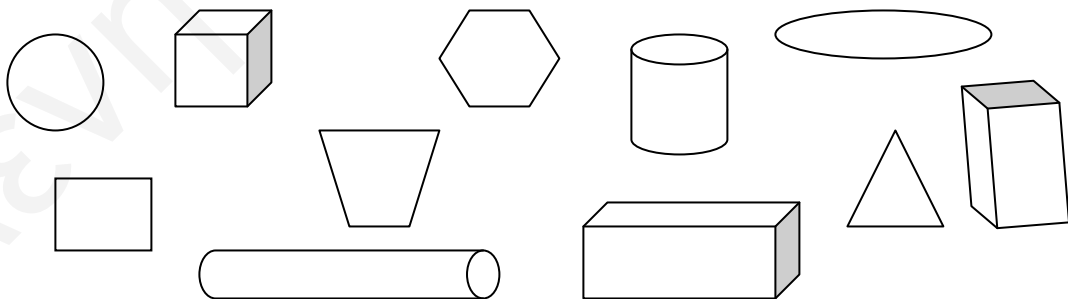
ΓΕ-5. Προσπάθησε να φτιάξεις ομάδες με σχήματα που να έχουν κοινό χαρακτηριστικό, χρησιμοποιώντας τα πιο κάτω σχήματα.



ΓΕ-6. Στο κάθε κουτί υπάρχουν πολλαπλασιασμοί που έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό. Να γράψεις στις ετικέτες που βρίσκονται στο πάνω μέρος κάθε κουτιού το κοινό χαρακτηριστικό που έχουν οι πολλαπλασιασμοί που περιέχει. Σε κάθε κουτί να γράψεις έναν πολλαπλασιασμό που να ταιριάζει με τους πολλαπλασιασμούς του κουτιού.



ΓΕ-7. Από τα παρακάτω σχήματα να επιλέξεις εκείνα που έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό και να τα βάλεις σε κύκλο.



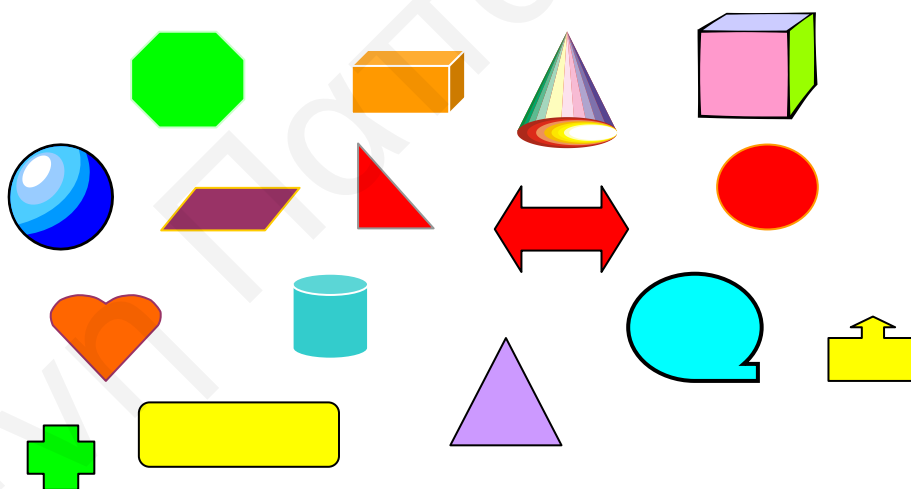
ΓΕ-8. Οι αριθμοί που βρίσκονται στο κουτί έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό.

Ένας από τους αριθμούς που είναι έξω από το κουτί έχει το ίδιο χαρακτηριστικό που έχουν οι αριθμοί στο κουτί. Να βάλεις σε κύκλο τον αριθμό αυτό.

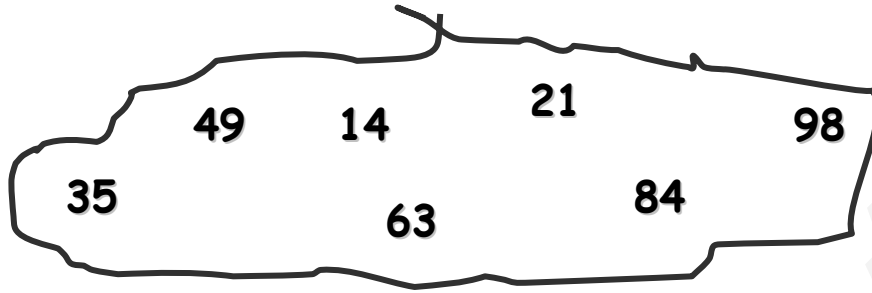
4	16	24
20		12

2 8
22
42

ΓΕ-9. Επέλεξε όποια σχήματα νομίζεις ότι έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό και μπορούν να φτιάξουν μια ομάδα. Να βάλεις τα σχήματα που επέλεξες σε κύκλο. Να δώσεις όνομα στην ομάδα που έφτιαξες.



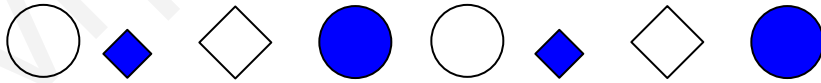
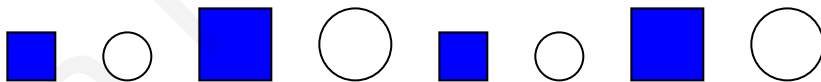
ΓΕ10. Όλοι οι πιο κάτω αριθμοί ανήκουν στην ίδια ομάδα, γιατί έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό.



Να γράψεις το χαρακτηριστικό που έχουν αυτοί οι αριθμοί.

.....

ΓΕ-11. Στην πρώτη σειρά σχημάτων υπάρχει ένα μοτίβο-παράδειγμα. Από τις επόμενες τρεις σειρές, να βάλεις σε κύκλο τη σειρά των σχημάτων που έχει το ίδιο μοτίβο με το παράδειγμα.



ΓΕ-12. Οι πολλαπλασιασμοί που βρίσκονται μέσα στο ορθογώνιο έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό. Το ίδιο χαρακτηριστικό βρίσκεται σε έναν από τους πολλαπλασιασμούς που είναι έξω από το ορθογώνιο. Να βάλεις σε κύκλο τον πολλαπλασιασμό που νομίζεις ότι ταιριάζει με τους πολλαπλασιασμούς που είναι μέσα στο ορθογώνιο.

5×3	7×9	13×7
3×9	5×11	9×5

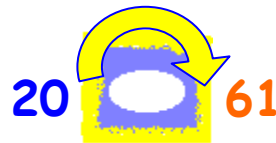
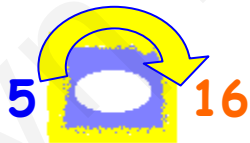
6×9

4×8

12×3

5×17

ΓΕ-13. Η πιο κάτω μηχανή μετατρέπει αριθμούς. Όταν βάλουμε στη μηχανή έναν αριθμό, η μηχανή εκτελεί κάποιες πράξεις και μας δίνει ένα αποτέλεσμα. Η μηχανή ρυθμίστηκε να κάνει μετατροπές στους αριθμούς εκτελώντας δύο πράξεις. Όταν βάλουμε στη μηχανή τους πιο κάτω μπλε αριθμούς, η μηχανή έκανε τις μετατροπές σε κάθε αριθμό και έδωσε τα πιο κάτω αποτελέσματα που είναι γραμμένα με πορτοκαλί χρώμα.



Να γράψεις τις μετατροπές που έχει κάνει η μηχανή στους μπλε αριθμούς.

.....

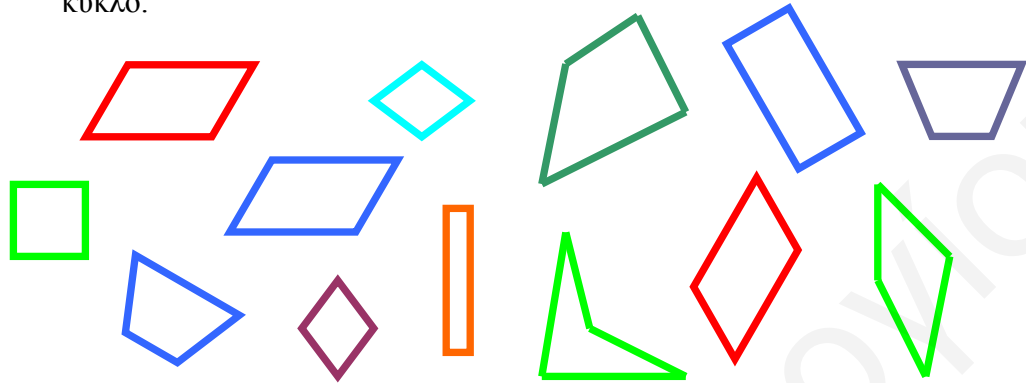
ΔΙ-4. Σε όλες τις σειρές, εκτός από μία, οι αριθμοί ακολουθούν το ίδιο μοτίβο.
Να βάλεις σε κύκλο τη σειρά που έχει διαφορετικό μοτίβο από τις άλλες.

72	36	18	9
480	240	120	60
184	92	46	23
20	16	12	8

ΔΙ-5. Στην πρώτη σειρά αριθμών υπάρχει ένα μοτίβο-παράδειγμα. Σε μια από τις επόμενες τρεις σειρές το μοτίβο διαφέρει από το μοτίβο του παραδείγματος.
Να βάλεις σε κύκλο τη σειρά με το διαφορετικό μοτίβο.

3	4	6	10	18
14	15	17	21	29
8	9	11	15	23
12	13	15	19	25

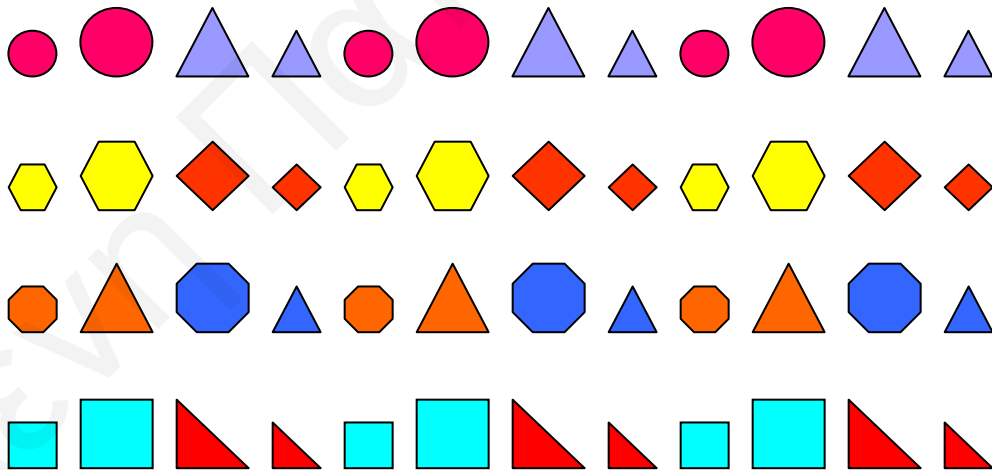
ΔΙ-6. Όλα τα πιο κάτω σχήματα, εκτός από ένα, έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό. Να βρεις το διαφορετικό σχήμα και να το βάλεις σε κύκλο.



Να εξηγήσεις σε τι διαφέρει από τα υπόλοιπα το σχήμα που επέλεξες.

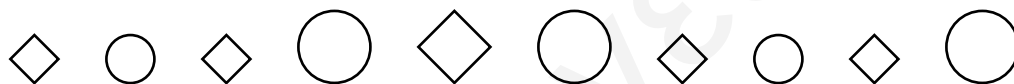
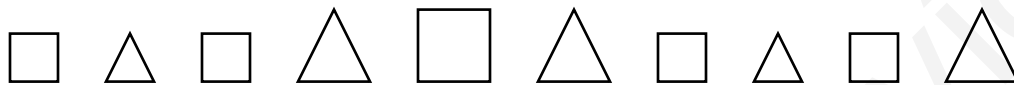
.....

ΔΙ-7. Σε μια από τις πιο κάτω σειρές το μοτίβο είναι διαφορετικό. Να βάλεις σε κύκλο την σειρά με το διαφορετικό μοτίβο.



ΔΙ-8. Στην πρώτη σειρά σχημάτων υπάρχει ένα μοτίβο-παράδειγμα. Σε μια από τις επόμενες τρεις σειρές το μοτίβο διαφέρει από το μοτίβο του παραδείγματος.

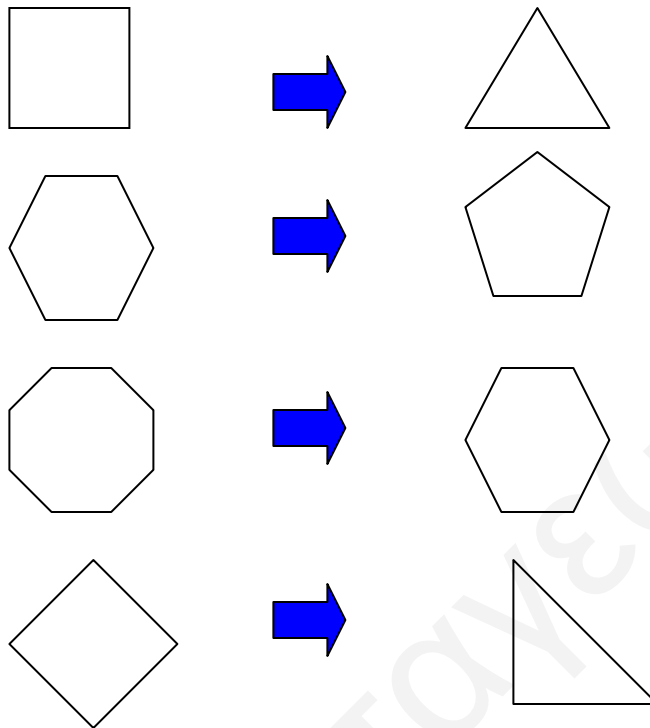
Να βάλεις σε κύκλο τη σειρά με το διαφορετικό μοτίβο.



ΔΙ-9. Η πιο κάτω μηχανή μετατρέπει αριθμούς. Όταν βάλουμε στη μηχανή έναν αριθμό, η μηχανή εκτελεί κάποιες πράξεις και μας δίνει ένα αποτέλεσμα. Η μηχανή ρυθμίστηκε να κάνει μετατροπές στους αριθμούς εκτελώντας μόνο μια πράξη. Όταν βάλουμε στη μηχανή τους πιο κάτω αριθμούς, η μηχανή εκτέλεσε την πράξη σε κάθε αριθμό και έδωσε τα αποτελέσματα. Κάποια στιγμή η μηχανή χάλασε και σε έναν από τους αριθμούς εκτέλεσε μια διαφορετική πράξη. Να βάλεις σε κύκλο την περίπτωση που η μηχανή εκτέλεσε διαφορετική πράξη.



ΔΙ-10. Τα σχήματα περνούν μέσα από μια μηχανή που τα αλλάζει. Σε κάποια στιγμή η μηχανή έκανε λάθος. Μπορείς να βρεις πότε έγινε το λάθος;



ΔΙ-11. Ένας από τους πολλαπλασιασμούς δεν ταιριάζει με τους υπόλοιπους. Να βάλεις σε κύκλο τον πολλαπλασιασμό που είναι διαφορετικός και να εξηγήσεις σε τι διαφέρει από τους υπόλοιπους.

$$3 \times 12$$

$$4 \times 8$$

$$11 \times 5$$

$$24 \times 2$$

$$16 \times 5$$

$$6 \times 6$$

$$7 \times 8$$

$$8 \times 11$$

ΔΙ-12. Σε όλες τις σειρές, εκτός από μία, οι αριθμοί ακολουθούν το ίδιο μοτίβο.
Να βρεις τη σειρά που οι αριθμοί ακολουθούν διαφορετικό μοτίβο και να τη βάλεις
σε κύκλο.

5	10	15	20	25	30
10	20	30	40	50	60
3	6	9	12	15	18
25	50	75	100	125	150
2	4	8	16	32	64

ΔΙ-13. Οι αριθμοί που βρίσκονται στο κουτί έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό.
Ένας από τους αριθμούς δεν έχει το χαρακτηριστικό που έχουν οι
υπόλοιποι αριθμοί του κουτιού. Να βάλεις σε κύκλο το διαφορετικό
αριθμό.


30	18	48	72
24		12	120
	36		40

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΔΙΑΣΤΑΥΡΟΥΜΕΝΗΣ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗΣ

ΔΤ-1. Το σχήμα που βρίσκεται έξω από τα τετράγωνα ταιριάζει με τα σχήματα που βρίσκονται σε ένα από τα τέσσερα μικρά τετράγωνα. Ένωσε με μια γραμμή το σχήμα που βρίσκεται έξω από τα τετράγωνα με τον αριθμό του κατάλληλου μικρού τετραγώνου.


α)

<p>1</p>	<p>2</p>
<p>3</p>	<p>4</p>

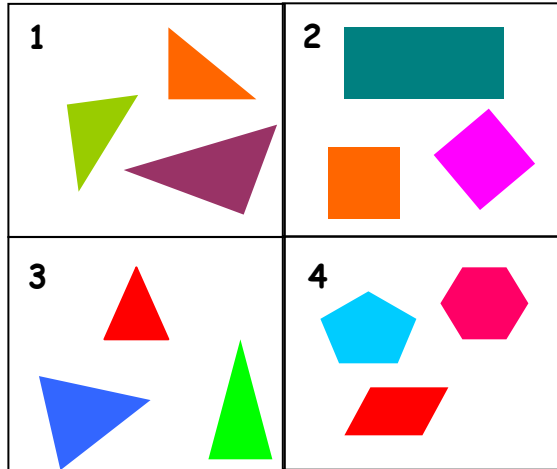


β)

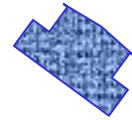
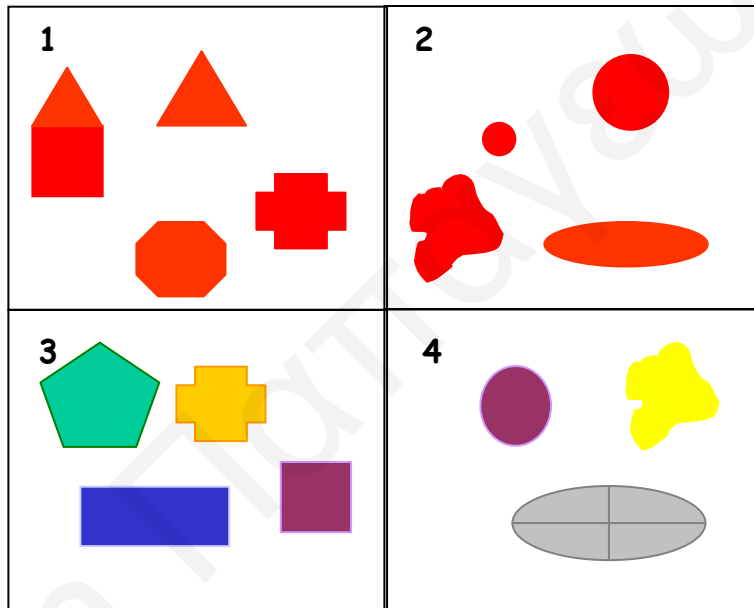
<p>1</p>	<p>2</p>
<p>3</p>	<p>4</p>



γ)



δ)



ΔΤ-2. Στο καθένα από τα μεγάλα τετράγωνα οι αριθμοί χωρίστηκαν σε τέσσερις διαφορετικές ομάδες με βάση κάποια κριτήρια. Προσπάθησε να ανακαλύψεις το κριτήριο που εφαρμόζεται σε κάθε ομάδα αριθμών.

6 18 12	4 16 8
15 9 3	5 7 25

α) Γράψε τον αριθμό **24** στο κουτί που νομίζεις ότι ταιριάζει.
Εξήγησε τον τρόπο σκέψης σου.

10 20 30 100	15 45 5 25
12 92 34 26	17 47 21 33

β) Γράψε τον αριθμό **18** στο κουτί που νομίζεις ότι ταιριάζει.
Εξήγησε τον τρόπο σκέψης σου

12 24 36 96	15 30 9 42
16 44 20 40	5 22 46 31

γ) Γράψε τον αριθμό **54** στο κουτί που νομίζεις ότι ταιριάζει.
Εξήγησε τον τρόπο σκέψης σου

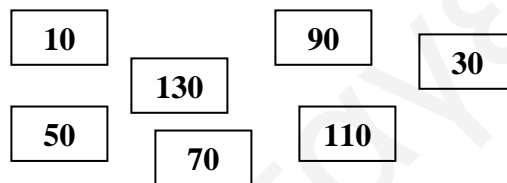
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ ΣΧΕΣΕΩΝ

ΑΣ-1. Να συμπληρώσεις στο κουτί τον κατάλληλο αριθμό

(α) 3 6 9 12 15

(β) 90 75 45 30 15

ΑΣ-2. Να φτιάξεις με τους παρακάτω αριθμούς ένα μοτίβο.

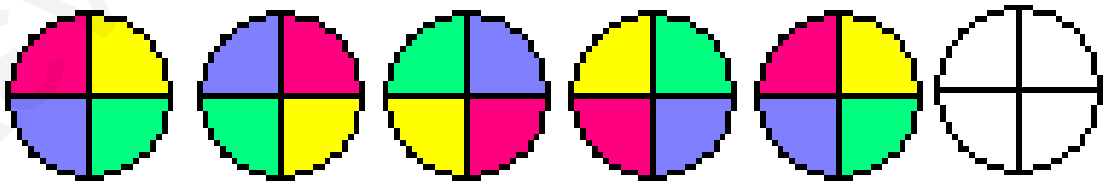


Να γράψεις το μοτίβο που σχημάτισες

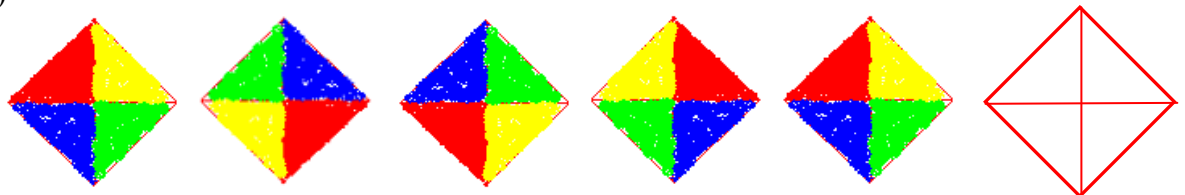
.....

ΑΣ-3 Σε κάθε σειρά χρωμάτισε το σχήμα για να συμπληρωθεί η σειρά.

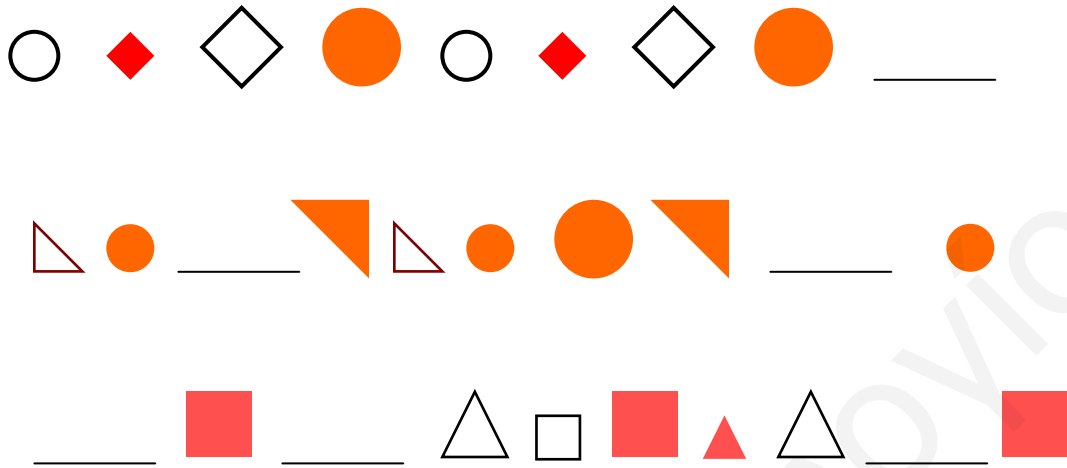
(α)



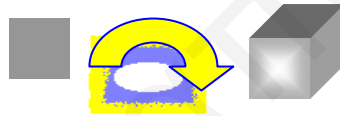
(β)



ΑΣ-4. Σχεδιάσε τα κατάλληλα σχήματα στις κενές θέσεις.

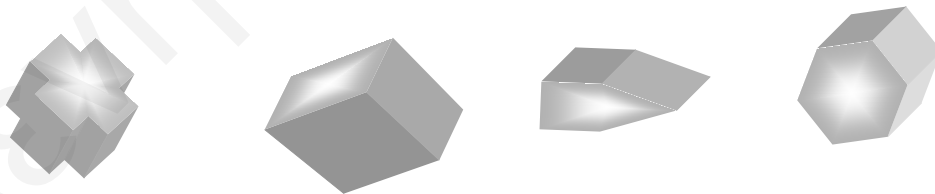


ΑΣ-5. Η πιο κάτω μηχανή μετατρέπει σχήματα. Όταν βάλουμε στη μηχανή ένα τετράγωνο, η μηχανή το μετέτρεψε σε κύβο.



Η μηχανή εφάρμοσε τον ίδιο κανόνα σε ένα ορθογώνιο.

Να βάλεις σε κύκλο το σχήμα που νομίζεις ότι θα προκύψει από τη μετατροπή ενός ορθογωνίου.



ΑΣ-6. Συμπλήρωσε τον αριθμό που λείπει σε κάθε μοτίβο. Να βάλεις σε κύκλο τη σωστή απάντηση.

(α) **2** **4** **16** **32**

- α) 6
- β) 8
- γ) 10
- δ) 12

(β) **4** **7** **11** **18** **29** **47**

- α) 58
- β) 65
- γ) 76
- δ) 92

(γ) **1** **5** **13** **29**

- α) 42
- β) 45
- γ) 61
- δ) 76

ΑΣ-7. Συμπλήρωσε τον αριθμό που λείπει σε κάθε μοτίβο.

(α) 3 6 5 10 9 18

(β) 1 9 27 81

(γ) 2 3 4 6 8 12 16 32

ΑΣ-8. Στις δύο σειρές υπάρχει το ίδιο μοτίβο.

Προσπάθησε να ανακαλύψεις το μοτίβο και να συμπληρώσεις τους αριθμούς που λείπουν.

5 ___ 23 ___ 95 ___ ___

3 7 15 ___ ___ 127 ___

ΑΣ-9. Στις δύο σειρές υπάρχει το ίδιο μοτίβο.

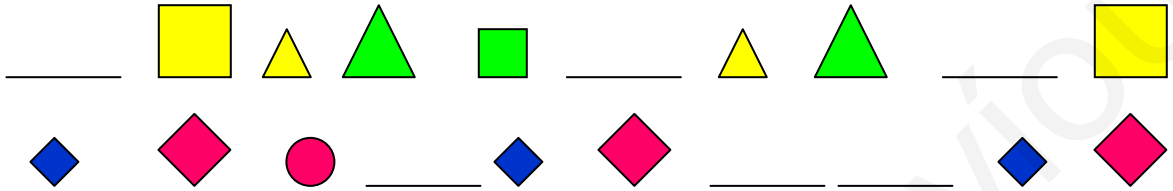
Προσπάθησε να ανακαλύψεις το μοτίβο και να συμπληρώσεις τα σχήματα που λείπουν.

 ___ ___ ___ ___ ___

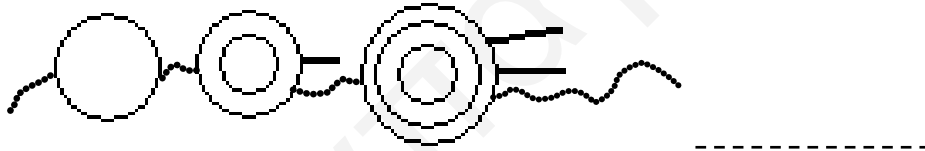
 ___ ___ ___ ___ ___

ΑΣ-10. Στις δύο σειρές υπάρχει το ίδιο μοτίβο.

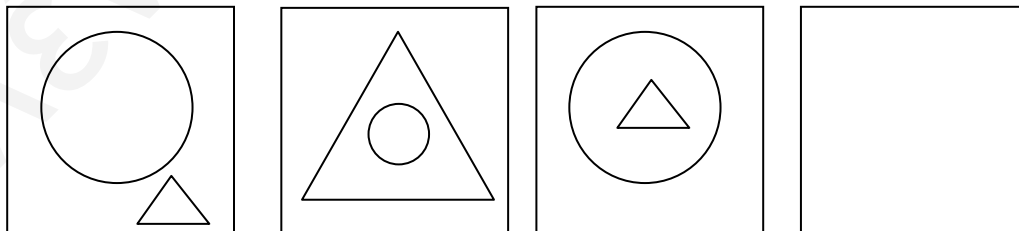
Προσπάθησε να ανακαλύψεις το μοτίβο και να συμπληρώσεις τα σχήματα που λείπουν.



ΑΣ-11. Φτιάξε το επόμενο σχήμα στη σειρά για να μεγαλώσει η κάθε αλυσίδα.

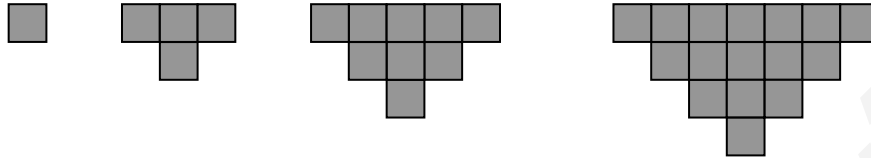


ΑΣ-12. Συμπλήρωσε το τέταρτο κουτί της αλυσίδας.



ΑΣ-13. Σχεδίασε το επόμενο σχήμα στη σειρά.

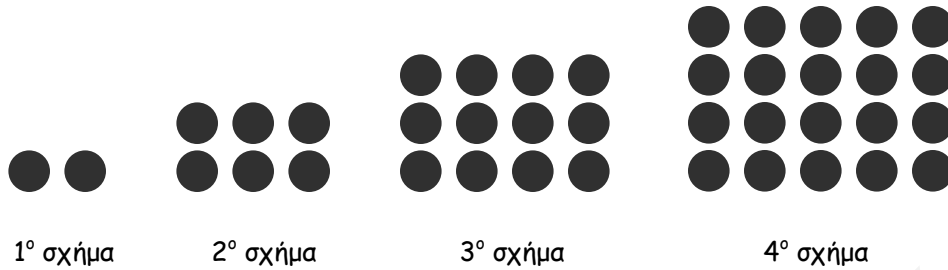
Να βρεις πόσες τετραγωνικές μονάδες θα είναι το εμβαδόν του 10 σχήματος στη σειρά.



ΑΣ-14. Να λύσεις το παρακάτω πρόβλημα.

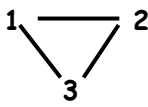
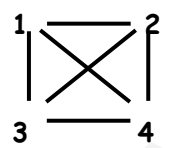
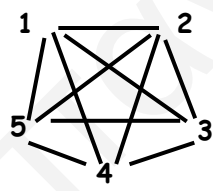
Για να στερεώσει μια εικόνα στην πινακίδα ο Μιχάλης χρειάστηκε 4 καρφιά, ενώ για να στερεώσει δύο συνεχόμενες εικόνες χρειάστηκε 6 καρφιά. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός καρφιών που θα χρειαστεί για να στερεώσει 6 συνεχόμενες εικόνες;

ΑΣ-15. Να παρατηρήσεις την παρακάτω σειρά με τα σχήματα.




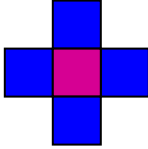
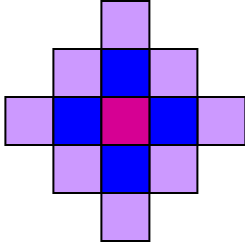
- (α) Να υπολογίσεις πόσους κύκλους θα χρειαστούμε για να φτιάξουμε το πέμπτο σχήμα στη σειρά. Περίγραψε τον τρόπο που σκέφτηκες.
- (β) Να υπολογίσεις πόσους κύκλους θα χρειαστούμε για να φτιάξουμε το δέκατο σχήμα στη σειρά. Γράψε τον τρόπο που σκέφτηκες.
- (γ) Να γράψεις τη μαθηματική σχέση που δείχνει πώς βρίσκουμε πόσους κύκλους έχει το εκατοστό σχήμα στη σειρά.

ΑΣ-16. Στο πάρτι της Μαρίας όλα τα παιδιά ήπιαν χυμό σε γυάλινα ποτήρια. Κάθε παιδί τσούγκρισε το ποτήρι του με όλα τα υπόλοιπα παιδιά που βρέθηκαν στο πάρτι. Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τα τσουγκρίσματα των ποτηριών.

αριθμός παιδιών	σχήμα που δείχνει τα τσουγκρίσματα των ποτηριών	Τσουγκρίσματα ποτηριών
2	1 ——— 2	1
3		3
4		6
5		10

- α) Να υπολογίσεις πόσα τσουγκρίσματα έγιναν, αν στο πάρτι ήταν 6 παιδιά.
Να εξηγήσεις τον τρόπο που σκέφτηκες.
- β) Να υπολογίσεις πόσα τσουγκρίσματα έγιναν, αν στο πάρτι ήταν 20 παιδιά.
Να εξηγήσεις τον τρόπο που σκέφτηκες.
- γ) Να γράψεις μια μαθηματική σχέση που να δείχνει πόσα τσουγκρίσματα ποτηριών έγιναν, αν τα παιδιά στο πάρτι ήταν 100.
Να εξηγήσεις τον τρόπο που σκέφτηκες.

ΑΣ-17. Να παρατηρήσεις την παρακάτω σειρά με τα σχήματα.

				
Σχήμα	1ο	2ο	3ο	4ο
Πλήθος κύβων	1	5	13	

α) Να υπολογίσεις πόσους κύβους χρειαζόμαστε για να κτίσουμε το **τέταρτο** σχήμα στη σειρά.


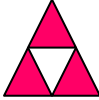
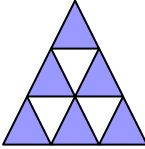
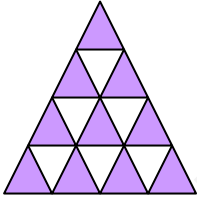
Να εξηγήσεις τον τρόπο που σκέφτηκες και να σχεδιάσεις το σχήμα.

β) Να υπολογίσεις πόσους κύβους χρειαζόμαστε για να κτίσουμε το **πέμπτο** σχήμα στη σειρά.

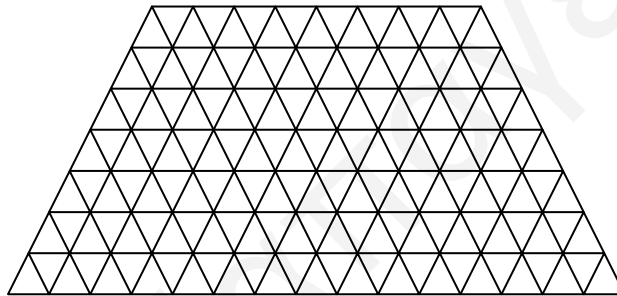
Να εξηγήσεις τον τρόπο που σκέφτηκες και να σχεδιάσεις το σχήμα.

γ) Να πόσους κύβους χρειαζόμαστε για να φτιάξουμε το **δέκατο** σχήμα στη σειρά χωρίς να σχεδιάσεις το σχήμα. Να εξηγήσεις τον τρόπο που σκέφτηκες.

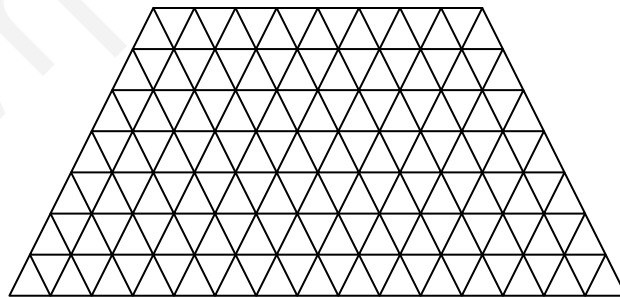
ΑΣ-18. Να παρατηρήσεις την παρακάτω σειρά με τα σχήματα.

				
Αριθμός σχήματος	1	2	3	4
Πλήθος χρωματιστών τριγώνων	1	3	8	15

- α) Να υπολογίσεις πόσα χρωματιστά τρίγωνα χρειαζόμαστε για να φτιάξουμε το **5^ο** σχήμα. Να εξηγήσεις τον τρόπο που σκέφτηκες και να σχεδιάσεις το σχήμα.



- β) Να υπολογίσεις πόσα χρωματιστά τρίγωνα χρειαζόμαστε για να φτιάξουμε το **6^ο** σχήμα. Να εξηγήσεις τον τρόπο που σκέφτηκες και να σχεδιάσεις το σχήμα.



- γ) Να υπολογίσεις πόσα χρωματιστά τρίγωνα χρειαζόμαστε για να φτιάξουμε το **10^ο** σχήμα, χωρίς να το σχεδιάσουμε. Να εξηγήσεις τον τρόπο που σκέφτηκες.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΧΕΣΕΩΝ

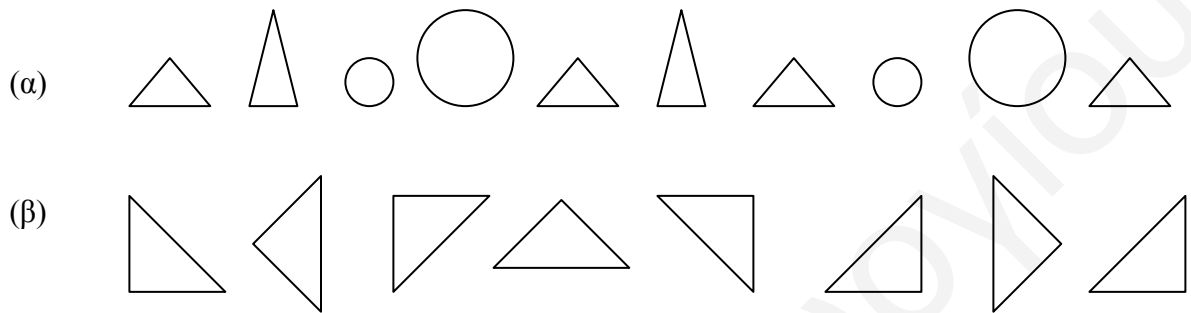
ΔΣ-1. Στο πιο κάτω μοτίβο υπάρχει ένα σχήμα που δεν ταιριάζει. Αν φύγει το σχήμα αυτό τότε το μοτίβο θα διορθωθεί. Να βρεις το σχήμα που χαλάει το μοτίβο και να το βάλεις σε κύκλο.



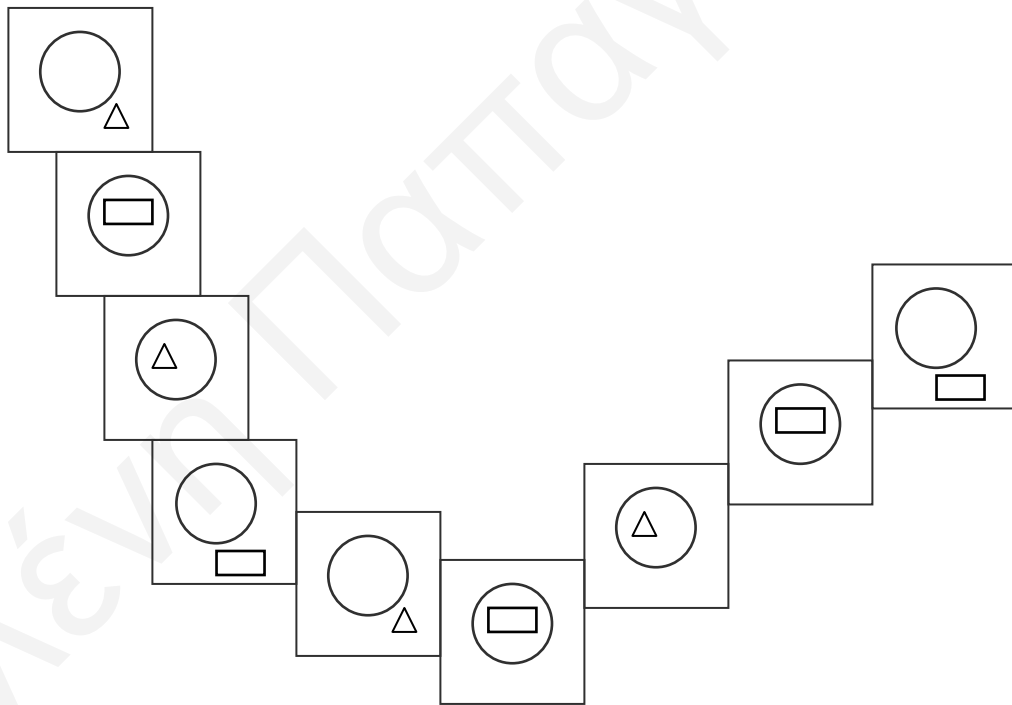
ΔΣ-2. Στο καθένα από τα πιο κάτω μοτίβα υπάρχει ένας αριθμός που χαλάει το κάθε μοτίβο. Αν φύγει αυτός ο αριθμός ή αν διορθωθεί τότε θα διορθωθεί και το μοτίβο. Να βρεις αυτόν τον αριθμό και να τον βάλεις σε κύκλο. Στη συνέχεια να διορθώσεις ανάλογα το κάθε μοτίβο.

(α)	2	6	12	22	30	42	56			
(β)	5	14	41	121	365					
(γ)	1	2	2	4	6	32	256			
(δ)	1	3	6	10	15	21	28	36	40	45
(ε)	1	4	9	16	20	25	36	49	64	
(στ)	3	6	5	16	10	9	18	16	34	
(ζ)	2	3	4	6	8	12	16	22	32	

ΔΣ-3. Σε κάθε σειρά υπάρχει ένα σχήμα που χαλάει το μοτίβο. Αν φύγει αυτό το σχήμα, θα διορθωθεί η σειρά. Στην κάθε σειρά, βάλε σε κύκλο το σχήμα που χαλάει το μοτίβο.

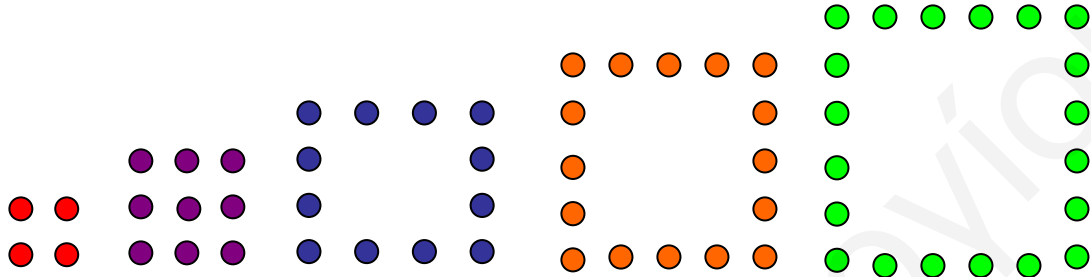


ΔΣ-4. Στον πιο κάτω δρόμο ένα πλακάκι τοποθετήθηκε κατά λάθος, για αυτό και χαλάει το μοτίβο του δρόμου. Να βάλεις το πλακάκι αυτό σε κύκλο.

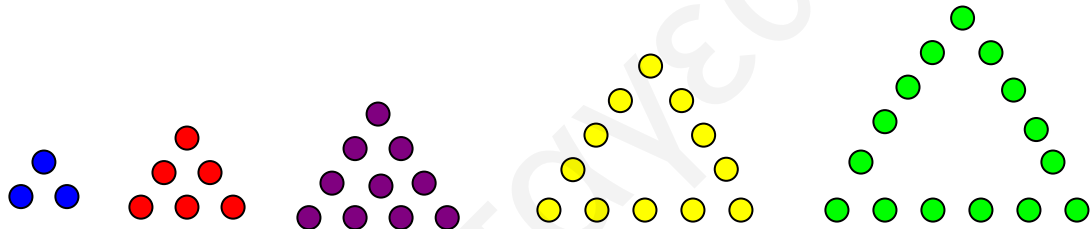


ΔΣ-5. Στην καθεμιά από τις παρακάτω σειρές, ένα από τα σχήματα χαλάει το μοτίβο. Σε κάθε σειρά να βάλεις σε κύκλο το σχήμα που χαλάει το μοτίβο.

(α)



(β)



ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΟΙΚΟΔΟΜΗΣΗΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

ΟΣ-1 Γράψε τον αριθμό που λείπει σε κάθε άδειο κουτί.

α)

5	30	180
10	60	360
20		720

β)

8	4	2
24	12	6
72	36	

γ)

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
2	1	$\frac{1}{2}$
8	4	

δ)

$\frac{1}{2}$	1	2
2		8
8	16	32

ΟΣ-2. Γράψε τον αριθμό που λείπει στο άδειο κουτί.

α)

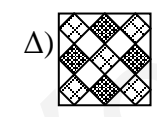
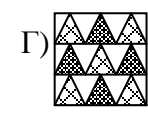
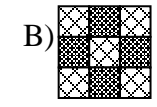
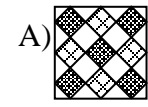
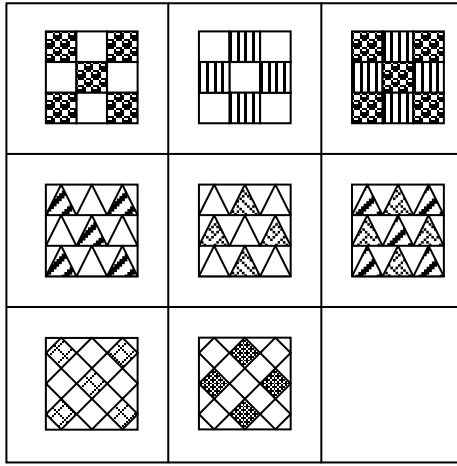
2	4	8
6	12	24
18	36	

β)

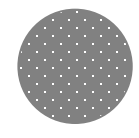
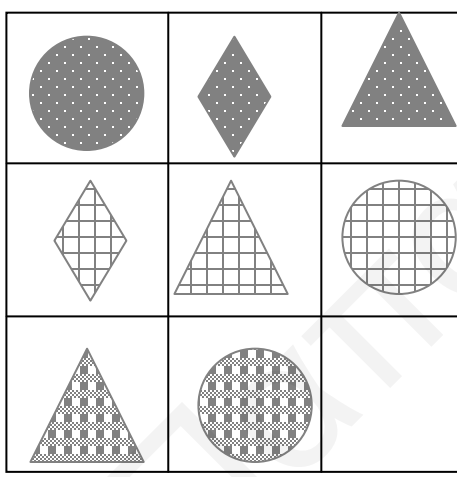
5	15	45
10	30	90
20	60	

ΟΣ-3. Να βάλεις σε κύκλο το σχήμα που πρέπει να μπει στο άδειο κουτί.

α)

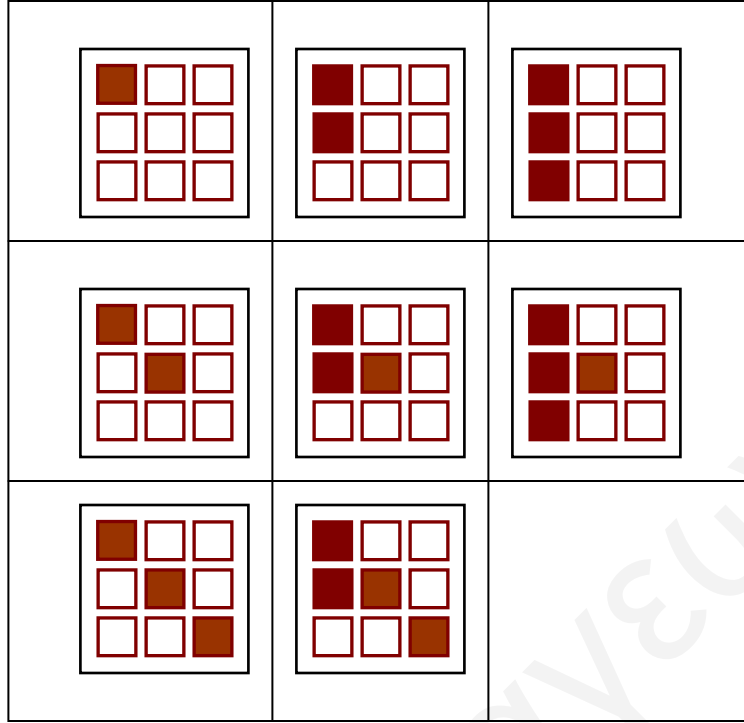


β)

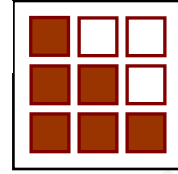


ΕΛΕΝΗ ΠΑΠΑΓΕΩΡΓΙΟΥ

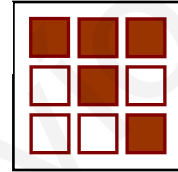
γ)



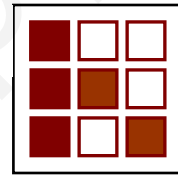
α)



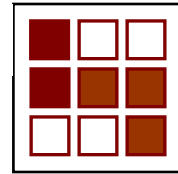
β)



γ)



δ)



Ελένη Παπαγεωργίου

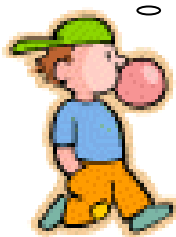
Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Σταθμός 1

ΣΤΗΝ ΠÓΛΗ ΜΕ ΤΑ ÓΜΟΙΑ

Ο Σπίθας βρήκε ένα συναρπαστικό παιχνίδι περιπέτειας στο διαδίκτυο και αποφάσισε να παίξει. Το παιχνίδι ήταν ένα ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα. Το ταξίδι είχε διάφορους σταθμούς και σε κάθε σταθμό ο παίκτης έπρεπε να λύσει κάποια προβλήματα. Αν ο παίκτης έλυne σωστά όλα τα προβλήματα κάθε σταθμού, τότε προχωρούσε στον επόμενο σταθμό όπου τον περίμεναν καινούριες περιπέτειες.

Πρώτος σταθμός ήταν η πόλη με τα όμοια αντικείμενα. Το καθετί στην πόλη αυτή είναι φτιαγμένο από όμοια αντικείμενα, δηλαδή αντικείμενα που έχουν κοινά χαρακτηριστικά ή είναι φτιαγμένα από μοτίβα. Ο Σπίθας πρέπει να ακολουθήσει τις οδηγίες που δίνονται στην πόλη αυτή, για να μπορέσει να συνεχίσει το μαγικό του ταξίδι.



Τι σχήματα έχει άραγε ο φάκελος;

ΟΔΗΓΙΑ 1

Στο φάκελο **1** θα βρεις πολλά σχήματα. Να φτιάξεις **δύο** ομάδες με σχήματα. Στην κάθε ομάδα να βάλεις σχήματα που έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό. Να δώσεις όνομα στις ομάδες.

Να γράψεις στην κατάλληλη ομάδα τον κωδικό κάθε σχήματος. Να ονομάσεις τις ομάδες που έφτιαξες.

Ομάδα 1:.....	Ομάδα 2:.....
.....
.....

Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Σταθμός 1

ΟΔΗΓΙΑ 2

Άνοιξε το φάκελο **2**. Όλα τα σχήματα που βρίσκονται μέσα στο φάκελο έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό. Προσπάθησε να μαντέψεις το χαρακτηριστικό αυτό. Γράψε το χαρακτηριστικό που έχουν τα σχήματα στο φάκελο **2**.

Χαρακτηριστικό όλων των σχημάτων του φακέλου **2**.

Γράψε τα βήματα που ακολούθησες για να βρεις το κοινό χαρακτηριστικό των σχημάτων.

Βήμα 1:.....

.....

Βήμα 2:.....

.....

Βήμα 3:.....

.....

Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Σταθμός 1

Βήμα 4.....

.....

ΟΔΗΓΙΑ 3

Παρατήρησε προσεκτικά όλα τα σχήματα του φακέλου **2**. Βάλε στο μυαλό σου ένα χαρακτηριστικό που να έχουν μόνο **μερικά** από τα σχήματα αυτά. Φτιάξε μια ομάδα με τα σχήματα που έχουν το χαρακτηριστικό που εσύ διάλεξες. Γράψε τους κωδικούς των σχημάτων αυτών και δώσε όνομα στην ομάδα.

Όνομα Ομάδας:

.....

Κωδικοί σχημάτων που ανήκουν στην ομάδα

.....

Ζήτησε από το παιδί που κάθεται δίπλα σου να προσθέσει στην ομάδα σου ένα σχήμα που να ταιριάζει με τα υπόλοιπα. Κάνε κι εσύ το ίδιο για την ομάδα του διπλανού σου.

Γράψε τα βήματα που ακολούθησες για να επεκτείνεις την ομάδα του διπλανού σου.

Βήμα 1:.....

.....

Βήμα 2:.....

.....

Βήμα 3:.....

Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Σταθμός 1

.....
Βήμα 4:.....

.....

ΟΔΗΓΙΑ 4

Βάλε στο θρανίο σου όλα τα σχήματα του φακέλου **1** και του φακέλου **2**. Προσπάθησε να φτιάξεις μια ομάδα χρησιμοποιώντας σχήματα που ήταν και στους δύο φακέλους. Τα σχήματα που θα βάλεις στην ομάδα σου θα πρέπει να έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό, το οποίο δεν θα έχουν τα υπόλοιπα σχήματα που θα μείνουν στο θρανίο. Γράψε τους κωδικούς των σχημάτων αυτών. Ζήτησε από το παιδί που κάθεται δίπλα σου να ανακαλύψει το κριτήριο που χρησιμοποίησες για να φτιάξεις την ομάδα με τα σχήματα.

Κωδικοί σχημάτων που ανήκουν στην ομάδα

.....

Όνομα Ομάδας:

.....

Γράψε τα βήματα που ακολούθησες για να εκτελέσεις την ΟΔΗΓΙΑ 4.

Βήμα 1:.....

.....

Βήμα 2:.....

.....

Βήμα 3:.....

Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Σταθμός 1

.....
Βήμα 4:.....

.....

ΟΔΗΓΙΑ 5

Με τα σχήματα του φακέλου **1** και του φακέλου **2** προσπάθησε να φτιάξεις μοτίβα. Ζήτησε από το παιδί που κάθεται δίπλα σου να συνεχίσει ένα από τα μοτίβα που έφτιαξες. Κάνε κι εσύ το ίδιο με ένα από τα μοτίβα που έφτιαξε το παιδί που κάθεται δίπλα σου.

Σχεδίασε τρία από τα μοτίβα που έφτιαξες.

.....

.....

.....

Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Σταθμός 1

Γράψε τα βήματα που ακολούθησες για να συνεχίσεις το μοτίβο του

έφτιαξε το παιδί που κάθεσαι δίπλα σου.

Βήμα 1:.....

.....

Βήμα 2:.....

.....

Βήμα 3:.....

.....

Βήμα 4:.....

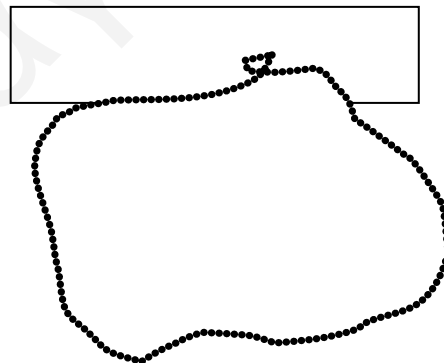
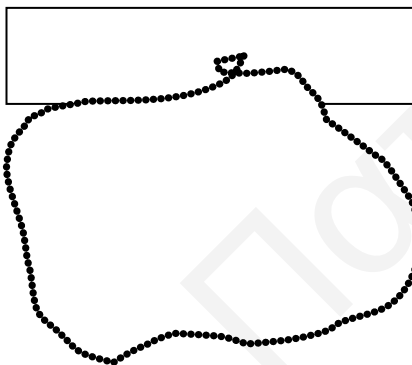
.....

ΣΤΗΝ ΠÓΛΗ ΜΕ ΤΑ ÓΜΟΙΑ

ΟΔΗΓΙΑ 1

Φτιάξε διάφορες ομάδες αριθμών με τους αριθμούς που βρίσκονται στο φάκελο 3. Οι αριθμοί που θα βάλεις στην κάθε ομάδα θα πρέπει να έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό. Ονόμασε την κάθε ομάδα αριθμών που έφτιαξες.

Γράψε τους αριθμούς που χρησιμοποίησες για να φτιάξεις την κάθε ομάδα στα πιο κάτω σακούλια. Στο κάθε ορθογώνιο γράψε το όνομα της ομάδας.



ΟΔΗΓΙΑ 2

Ζήτησε από το παιδί που κάθεται δίπλα σου να βάλει σε κάθε ομάδα αριθμών που έφτιαξες έναν ακόμα αριθμό που να έχει το κοινό χαρακτηριστικό που έχουν οι αριθμοί στην κάθε ομάδα.

Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Σταθμός 2

ΟΔΗΓΙΑ 3

Φτιάξε διάφορα μοτίβα αριθμών με τους αριθμούς που βρίσκονται στο φάκελο **3**. Ζήτησε από το παιδί που κάθεται δίπλα σου να συνεχίσει ένα από τα μοτίβα που έφτιαξες. Κάνε κι εσύ το ίδιο με ένα από τα μοτίβα που έφτιαξε το παιδί που κάθεται δίπλα σου.

Γράψε δύο από τα μοτίβα που έφτιαξες.

Μοτίβο 1.....

Μοτίβο 2.....

Γράψε τα βήματα που ακολούθησες για να συνεχίσεις το μοτίβο του έφτιαξε το παιδί που κάθεται δίπλα σου.

Βήμα 1:.....

.....

Βήμα 2:.....

.....

Βήμα 3:.....

.....

Βήμα 4:.....

.....

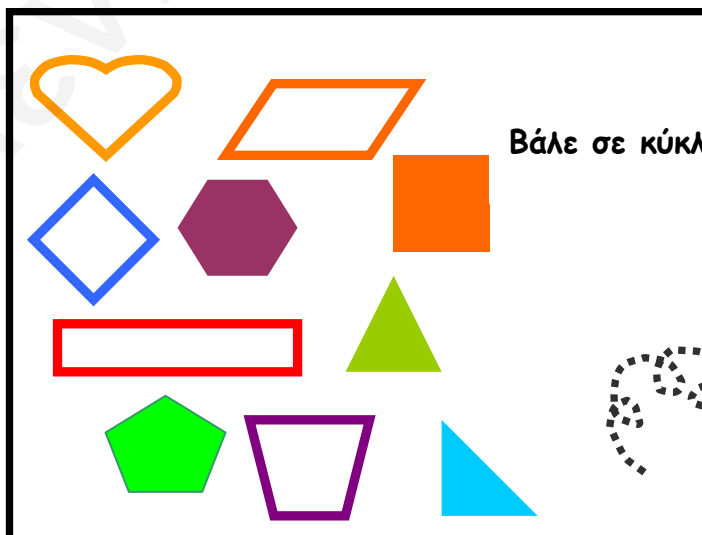
ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΖΟΝΤΑΣ ΠΑΓΙΔΕΣ...

Μέχρι στιγμής ο Σπίθας κατάφερε να λύσει όλα τα προβλήματα και να εκτελέσει σωστά όλες τις οδηγίες στη θαυμαστή Μαθηματικοχώρα. Εδώ που έφτασε τα πράγματα έχουν δυσκολέψει, γιατί θα πρέπει να ανακαλύψει σε ποια σημεία κρύβονται παγίδες. Αφού ανακαλύψει τις παγίδες, θα πρέπει είτε να τις εξουδετερώσει, είτε να διορθώσει τα σημεία τα οποία έχουν χαλάσει οι παγίδες.

ΟΔΗΓΙΑ 1

Ένας προηγούμενος επισκέπτης τακτοποίησε τα σχήματα σε διάφορα κουτιά. Σε κάθε κουτί έβαλε σχήματα που έχουν κοινά χαρακτηριστικά. Παρόλα αυτά, έχει τοποθετήσει ένα σχήμα στο καθένα από τα κουτιά που δεν ταιριάζει με τα υπόλοιπα. Εσύ θα πρέπει να βρεις ποιο είναι το σχήμα που διαφέρει σε κάθε κουτί.

Μμμ... Ποιο είναι άραγε το κριτήριο που χρησιμοποίησε ο προηγούμενος επισκέπτης;



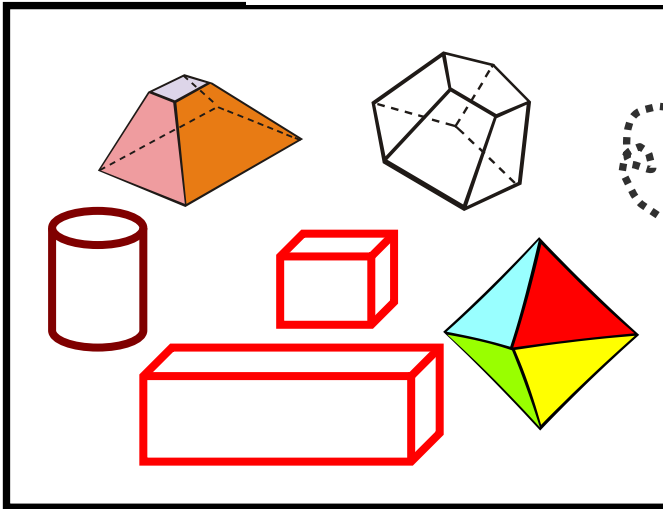
Βάλε σε κύκλο το διαφορετικό σχήμα.

Κουτί Α

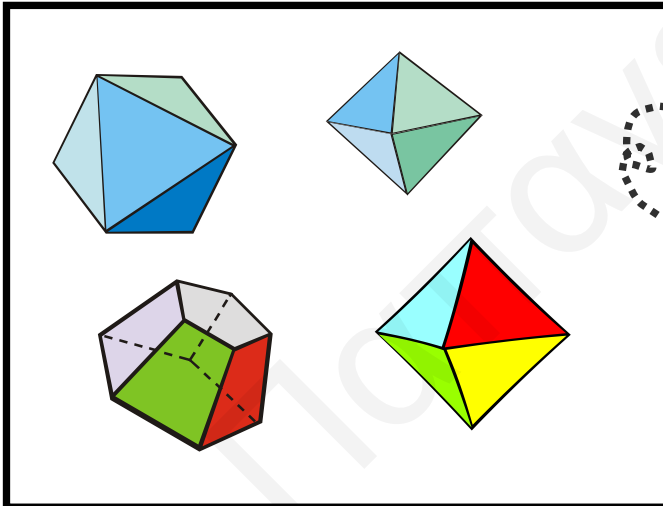
Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Σταθμός 1

Βάλε σε κύκλο το διαφορετικό σχήμα.



Κουτί Β



Κουτί Γ

Να γράψεις τα βήματα που ακολούθησες για να βρεις το διαφορετικό σχήμα.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Σταθμός 1

ΟΔΗΓΙΑ 2

Μπράβο! Καλά τα πήγες μέχρι τώρα. Ανακάλυψες πώς σκέφτηκε ο προηγούμενος επισκέπτης και διόρθωσες τα λάθη που έκανε. Όμως, θα πρέπει να κάνεις το ίδιο για τα κουτιά με τους αριθμούς.

Πω! Πω! Πώς ανακατεύτηκαν έτσι αυτοί οι αριθμοί;



**Βάλε σε κύκλο το διαφορετικό αριθμό.
Εξήγησε γιατί είναι διαφορετικός.**

9	27	18	36
10		63	72
54	45	81	9

Κουτί Α

.....

.....

3	2	17	15
11		13	19
23	41	5	

Κουτί Β

.....

.....

Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Σταθμός 1

Να γράψεις τα βήματα που ακολούθησες για να βρεις το διαφορετικό αριθμό.

Βήμα 1:.....

.....

Βήμα 2:.....

.....

Βήμα 3.....

.....

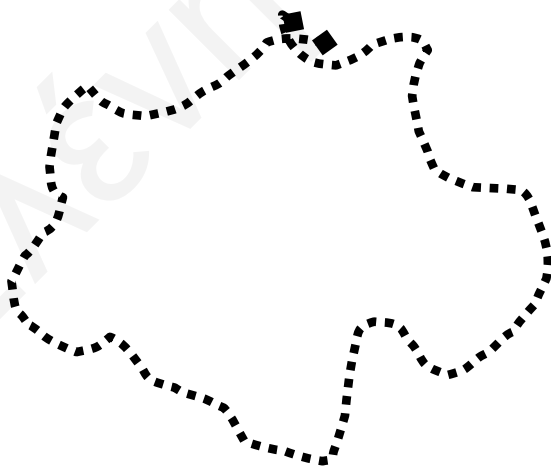
Βήμα 4:.....

.....

Σκέψου ένα δικό σου κριτήριο και φτιάξε μια ομάδα με αριθμούς που να ικανοποιούν το κριτήριο αυτό.

Τοποθέτησε στην ομάδα σου έναν αριθμό που δεν ικανοποιεί το κριτήριο που σκέφτηκες.

Ζήτησε από το παιδί που κάθεται δίπλα σου να ανακαλύψει το διαφορετικό αριθμό και να σου εξηγήσει γιατί είναι διαφορετικός.



Κριτήριο:

.....

.....

.....

Αριθμός που δεν ταιριάζει:

.....

Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Σταθμός 2

ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΖΟΝΤΑΣ ΠΑΓΙΔΕΣ...

Ο Σπίθας συνεχίζει ανίκητος το ταξίδι του στη Μαθηματικοχώρα.

Διαβάζει με προσοχή τις οδηγίες που του δίνονται για να μπορεί να τις εκτελεί σωστά. Σκοπός του είναι να ανακαλύψει όλα όσα κρύβει η μαγική Μαθηματικοχώρα.



Τι κρύβει άραγε αυτός ο φάκελος;

ΟΔΗΓΙΑ 1

Στο φάκελο **1** θα βρεις πολλούς αριθμούς. Επέλεξε τους αριθμούς που νομίζεις ότι έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό και φτιάξε μια ομάδα. Να δώσεις όνομα στην ομάδα.

Γράψε τους αριθμούς που χρησιμοποίησες για να φτιάξεις την ομάδα σου. Ονόμασε την ομάδα που έφτιαξες.

Όνομα ομάδας:

Αριθμοί:

Γράψε δύο άλλους αριθμούς που να ταιριάζουν με τους αριθμούς της ομάδας που έφτιαξες.

Γράψε δύο άλλους αριθμούς που δεν ταιριάζουν με τους αριθμούς της ομάδας που έφτιαξες.

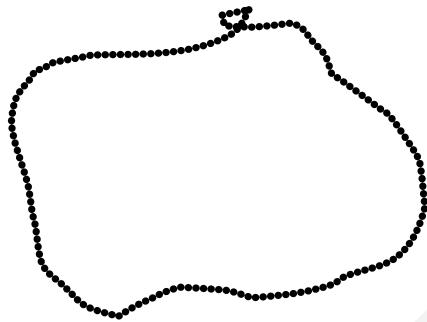
Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Σταθμός 2

ΟΔΗΓΙΑ 2

Επέλεξε μερικούς από τους αριθμούς του φακέλου **1** που νομίζεις ότι έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό και φτιάξε μια ομάδα. Βάλε στην ομάδα έναν αριθμό που δεν έχει το κοινό χαρακτηριστικό που έχουν οι αριθμοί της ομάδας. Ζήτησε από το παιδί που κάθεται δίπλα σου να ανακαλύψει τον αριθμό που διαφέρει από τους υπόλοιπους.

Γράψε στο σακούλι τους αριθμούς που χρησιμοποίησες.



Ζήτησε από το παιδί που κάθεται δίπλα σου να βάλει σε κύκλο τον αριθμό που διαφέρει από τους υπόλοιπους αριθμούς της ομάδας. Κάνε κι εσύ το ίδιο με τους αριθμούς της ομάδας που έφτιαξε το παιδί που κάθεται δίπλα σου.

Γράψε τα βήματα που ακολούθησες για να ανακαλύψεις το διαφορετικό αριθμό.

Βήμα 1:.....

.....

Βήμα 2:.....

.....

Βήμα 3:.....

.....

Βήμα 4:.....

.....

Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Σταθμός 2

ΟΔΗΓΙΑ 3

Φτιάξε ένα μοτίβο αριθμών χρησιμοποιώντας αριθμούς που βρίσκονται στο φάκελο **1**. Ζήτησε από το παιδί που κάθεται δίπλα σου να συνεχίσει το μοτίβο που έφτιαξες. Κάνε κι εσύ το ίδιο με το μοτίβο που έφτιαξε το παιδί που κάθεται δίπλα σου.

Γράψε το μοτίβο που έφτιαξες.

Μοτίβο

Γράψε τα βήματα που ακολούθησες για να συνεχίσεις το μοτίβο που έφτιαξε το παιδί που κάθεται δίπλα σου.

Βήμα 1:.....

.....

Βήμα 2:.....

.....

Βήμα 3:.....

.....

Βήμα 4:.....

.....

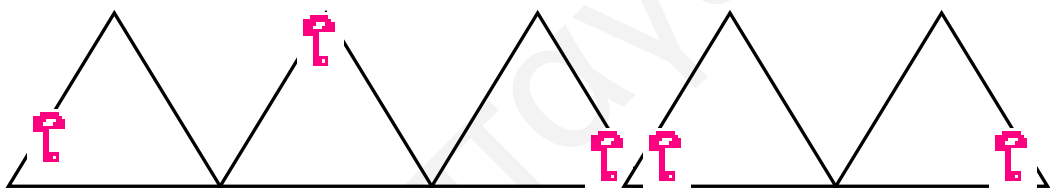
Παντού μυστικοί κώδικες...



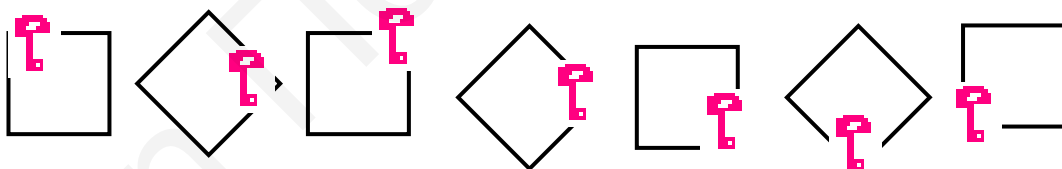
ΟΔΗΓΙΑ 1

Ωραία! Έφτασες μπροστά από την πόρτα των μεγάλων ανακαλύψεων του τέταρτου σταθμού. Για να καταφέρεις όμως να την ανοίξεις, θα πρέπει να ανακαλύψεις όλους τους μυστικούς κώδικες. Πρέπει να βρεις τη σωστή θέση στην οποία τοποθετούνται με τη σειρά τα κλειδιά και να διορθώσεις τον κώδικα.

Να βρεις ποιο κλειδί τοποθετήθηκε σε λάθος θέση.

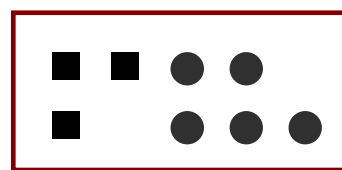
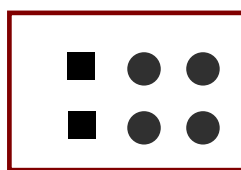
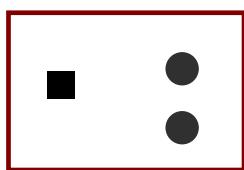


Κώδικας 1



Κώδικας 2

Ο κώδικας σε μια από τις θέσεις σχηματίστηκε λάθος. Διόρθωσε τον κώδικα.



Κώδικας 3

Ειδικές ομάδες...



Ο Ατσίδας κατάφερε και άνοιξε όλες τις κλειδαριές και μπήκε επιτέλους στο περίεργο δωμάτιο. Εκεί τον περίμεναν άλλες οδηγίες.

ΟΔΗΓΙΑ 1

Στο φάκελο **1** θα βρεις πολλούς αριθμούς και μια καρτέλα χωρισμένη σε τέσσερα ορθογώνια. Θα πρέπει να τοποθετήσεις τους αριθμούς αυτούς στα τέσσερα ορθογώνια ως εξής:
Στο ορθογώνιο **A** θα βάλεις τους αριθμούς **10, 20, 40, 60** και **100**. Στο ορθογώνιο **B** θα βάλεις τους αριθμούς **25, 15, 45** και **75**. Στο ορθογώνιο **Γ** θα βάλεις τους αριθμούς **4, 12, 42** και **64** και στο ορθογώνιο **Δ** θα βάλεις τους αριθμούς **3, 7, 9, 13** και **39**.

Να γράψεις τους αριθμούς στα ορθογώνια σύμφωνα με την οδηγία.

A		B	
Γ		Δ	

Να γράψεις το κοινό χαρακτηριστικό που έχουν οι αριθμοί που βρίσκονται στο κάθε ορθογώνιο

Ορθογώνιο **A**.....

Ορθογώνιο **B**.....

Ορθογώνιο **Γ**.....

Ορθογώνιο **Δ**.....

Ειδικές ομάδες...

ΟΔΗΓΙΑ 1

Χρησιμοποίησε αριθμούς από τον πιο κάτω πίνακα.

Φτιάξε 4 ομάδες με αριθμούς και γράψε τους στα πιο κάτω ορθογώνια.

Να θυμάσαι ότι οι αριθμοί που βρίσκονται στα ορθογώνια που είναι στην ίδια σειρά έχουν το ίδιο κοινό χαρακτηριστικό και οι αριθμοί που βρίσκονται στα ορθογώνια της ίδια στήλης έχουν ένα άλλο κοινό χαρακτηριστικό. Να θυμάσαι, επίσης, ότι οι αριθμοί που είναι στο ίδιο ορθογώνιο έχουν κάτι κοινό που δεν το έχουν οι αριθμοί των άλλων ορθογωνίων.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

A		B	
Γ		Δ	

Να γράψεις το κοινό χαρακτηριστικό που έχουν οι αριθμοί που έβαλες στο κάθε ορθογώνιο

Ορθογώνιο Α.....

Ορθογώνιο Β.....

Ορθογώνιο Γ.....

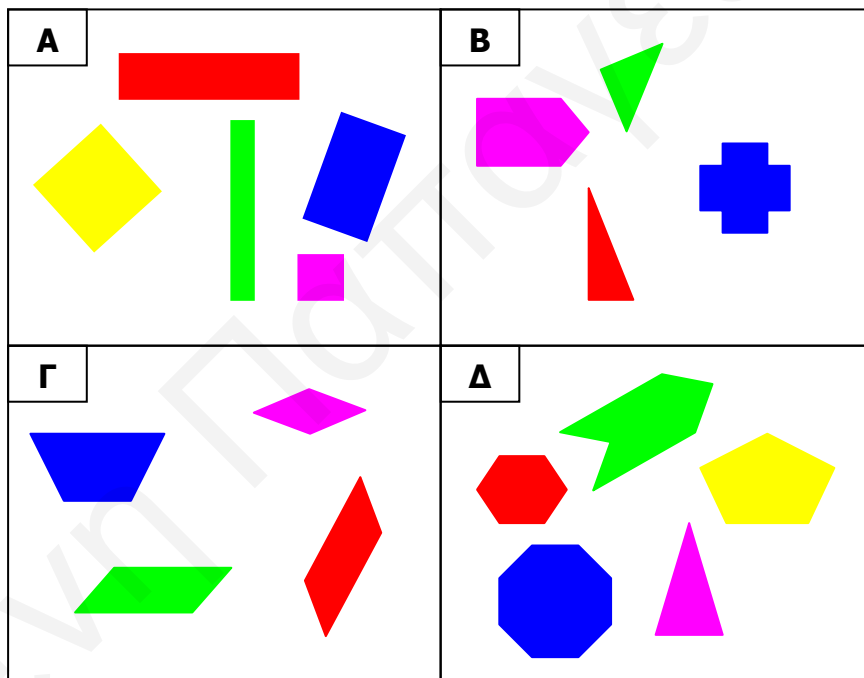
Ορθογώνιο Δ.....

Ειδικές ομάδες...

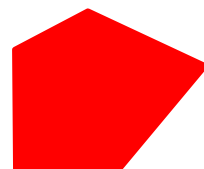
ΟΔΗΓΙΑ 1

Στο φάκελο **2** θα βρεις διάφορα σχήματα. Θα πρέπει να τοποθετήσεις τα σχήματα αυτά στα τέσσερα ορθογώνια της καρτέλας ως εξής:

Στο ορθογώνιο **A** θα βάλεις τα σχήματα που έχουν τους αριθμούς **1, 2, 3, 4** και **5**. Στο ορθογώνιο **B** θα βάλεις τα σχήματα που έχουν τους αριθμούς **6, 7, 8** και **9**. Στο ορθογώνιο **Γ** θα βάλεις τα σχήματα που έχουν τους αριθμούς **10, 11, 12** και **13** και στο ορθογώνιο **Δ** θα βάλεις τα σχήματα που έχουν τους αριθμούς **14, 15, 16, 17** και **18**. Στο τέλος η καρτέλα σου θα πρέπει να είναι όπως αυτήν που φαίνεται πιο κάτω.



Γράψε το όνομα του ορθογωνίου που πρέπει να τοποθετηθεί το διπλανό σχήμα. Εξήγησε γιατί τοποθέτησες το σχήμα αυτό στο συγκεκριμένο ορθογώνιο.



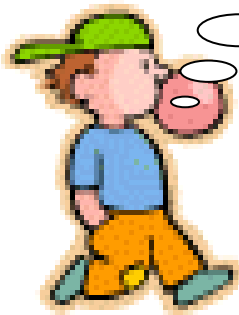
.....
.....

Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Σταθμός 1

Στην πόλη με τους διπλούς κανόνες

Το μαγικό ταξίδι πλησιάζει προς το τέλος. Για να εντοπίσεις την έξοδο θα πρέπει να συμπληρώσεις αυτά τα περίεργα τετράγωνα. Η δουλειά σου δεν είναι τόσο απλή, γιατί πρέπει να εφαρμόσει τους κανόνες που έχει καθορίσει η πόλη.



Ποιοι άραγε είναι οι κανόνες του τετραγώνου;

ΟΔΗΓΙΑ 1

Στο φάκελο **1** θα βρεις πολλά σχήματα. Θα σου δοθούν οδηγίες για να τοποθετήσεις ένα σχήμα σε κάθε κελί του τετραγώνου, εκτός από ένα. Εσύ θα πρέπει να βρεις ποιο είναι το σχήμα που θα πρέπει να μπει στο κελί που έμεινε άδειο.

Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Σταθμός 1

ΟΔΗΓΙΑ 2

Στο φάκελο **2** θα βρεις διάφορους αριθμούς. Θα σου δοθούν οδηγίες για να τοποθετήσεις έναν αριθμό σε κάθε κελί του τετραγώνου, εκτός από ένα. Εσύ θα πρέπει να βρεις ποιος αριθμός θα πρέπει να μπει στο κελί που έμεινε άδειο.

Να γράψεις τα βήματα που ακολούθησες για να συμπληρώσεις το άδειο κελί του τετραγώνου.

Βήμα 1:.....

.....

Βήμα 2:.....

.....

Βήμα 3:.....

.....

Βήμα 4:.....

.....

Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Γράψε με λόγια μια πρόταση που να δείχνει τη σχέση των φύλλων και των κλωναριών.

.....

.....

Γράψε μια μαθηματική πρόταση που να δείχνει τη σχέση των φύλλων και των κλωναριών.

(Συμβόλισε με Φ το συνολικό αριθμό των φύλλων και με K τον αριθμό των κλωναριών.)

.....

.....

Ανακάλυψη... Τώρα...

Οι αλυσίδες με τους αριθμούς οδήγησαν στο δωμάτιο με τις τροχαλίες. Δύο τροχαλίες βρίσκονται σε επαφή, έτσι ώστε η κίνηση της μιας να προκαλεί κίνηση στην άλλη.

Όταν η μεγάλη τροχαλία κάνει μία πλήρη περιστροφή, η μικρή τροχαλία κάνει

ΟΔΗΓΙΑ 1

Ο προηγούμενος επισκέπτης παρατήρησε 7 φορές τις περιστροφές που έκαναν οι τροχαλίες κατά τη διάρκεια που αυτός έμεινε στο δωμάτιο. Να τα αποτελέσματα που κατέγραψε:

(8, 40) (3, 15) (6, 30) (2, 10) (5, 25) (1, 5) (4, 20)

Ο πρώτος αριθμός σε κάθε ζευγάρι αριθμών δείχνει τις περιστροφές που έκανε η μεγάλη τροχαλία. Ο δεύτερος αριθμός σε κάθε ζευγάρι αριθμών δείχνει τις περιστροφές που έκανε η μικρή τροχαλία.

Να βάλεις σε σειρά, στον πιο κάτω πίνακα, τα ζεύγη των αριθμών.

5 περιστροφές.

Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Περιστροφές μεγάλης τροχαλίας	Περιστροφές μικρής τροχαλίας

Γράψε μια μαθηματική σχέση που να δείχνει τις περιστροφές που κάνει η μικρή τροχαλία. (Συμβόλισε με ΜΙ τις περιστροφές της μικρής τροχαλίας και ΜΕ τις περιστροφές της μεγάλης τροχαλίας.)

.....

Γράψε με λόγια τη σχέση αυτή.

.....

.....

Να βρεις πόσες περιστροφές θα κάνει η

μικρή τροχαλία, αν:

A) η μεγάλη τροχαλία περιστραφεί 25 φορές.

.....

.....

B) η μεγάλη τροχαλία περιστραφεί 30 φορές.

.....

.....

Γ) η μεγάλη τροχαλία περιστραφεί n φορές.

.....

.....

Να βρεις πόσες περιστροφές θα κάνει η μεγάλη τροχαλία, αν:

A) η μικρή τροχαλία περιστραφεί 40 φορές.

.....

.....

Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Β) η μικρή τροχαλία περιστραφεί 60 φορές.

.....
.....

Γ) η μικρή τροχαλία περιστραφεί k φορές.

.....
.....
.....

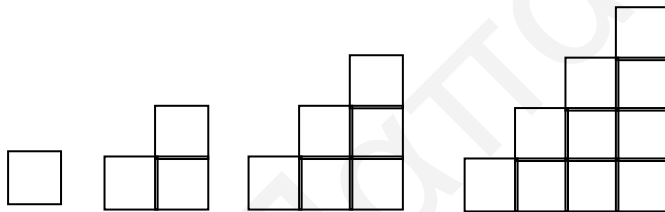
Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικόχώρα

Ανεβοκατεβαίνοντας σκαλοπάτια...

Ο Ατσιδασ έφτασε σε ένα περίεργο δωμάτιο. Εδώ συνάντησε μια μικρή σκάλα με μόνο ένα σκαλοπάτι. Το σκαλοπάτι αυτό οδηγούσε σε μια άλλη σκάλα με περισσότερα σκαλοπάτια. Κάθε επόμενη σκάλα οδηγούσε σε μια άλλη ψηλότερη. Ο Ατσιδασ θα πρέπει να σχεδιάσει τις δύο επόμενες σκάλες για να μπορέσει να πάει στον επόμενο σταθμό.

ΟΔΗΓΙΑ 1

- A) Να σχεδιάσεις την 5^η σκάλα και την 6^η σκάλα.
B) Να εξηγήσεις πώς σκέφτηκες.



1^η σκάλα

2^η σκάλα

3^η σκάλα

4^η σκάλα

5^η σκάλα

6^η σκάλα

Εξήγηση:.....

.....

Πόσα σκαλοπάτια θα έχει η 7^η σκάλα στη σειρά; Εξήγησε.

.....

.....

Πόσα σκαλοπάτια θα έχει η 8^η σκάλα στη σειρά; Εξήγησε.

.....

Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

.....
Συμπλήρωσε τον πίνακα

Σειρά σκάλας	1η	2η	3η	4η	5η	6η	7η	8η	9η	10η	11η	20η	100η
Πλήθος σκαλιών													

Γράψε μια μαθηματική πρόταση που να δείχνει πόσα σκαλοπάτια θα έχει η 10^η στη σειρά σκάλα.

.....
Γράψε μια μαθηματική πρόταση που να δείχνει πόσα σκαλοπάτια θα έχει η 100^η στη σειρά σκάλα.

.....
Γράψε μια μαθηματική πρόταση που να δείχνει πόσα σκαλοπάτια θα έχει η 1000^η στη σειρά σκάλα.

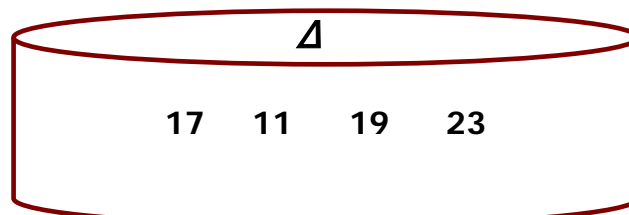
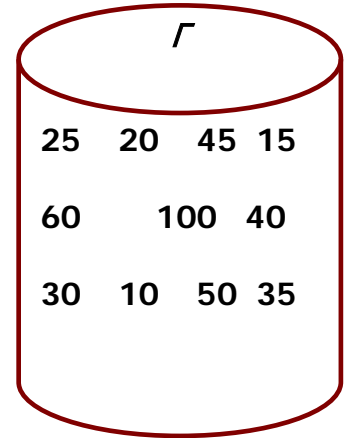
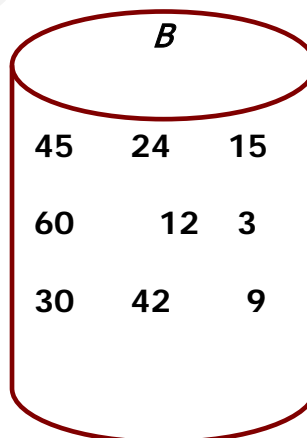
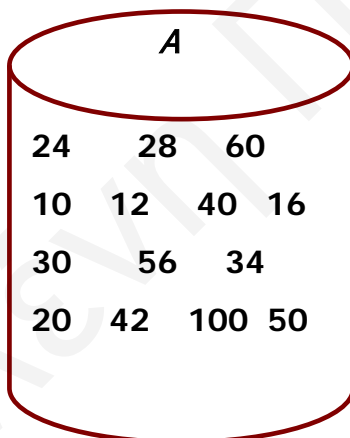
.....
Αν η σκάλα βρίσκεται στη n θέση. Γράψε μια μαθηματική πρόταση που να δείχνει πόσα σκαλοπάτια θα έχει η σκάλα αυτή.

Πίσω στην πόλη με τα όμοια

ΟΔΗΓΙΑ

Παρατήρησε τους αριθμούς που βρίσκονται μέσα σε κάθε κουτί.

- 1) Να γράψεις το κριτήριο που ικανοποιούν όλοι οι αριθμοί που βρίσκονται στο κουτί **A.**
- 2) Να γράψεις το κριτήριο που ικανοποιούν όλοι οι αριθμοί που βρίσκονται στο κουτί **B.**
- 3) Να γράψεις το κριτήριο που ικανοποιούν όλοι οι αριθμοί που βρίσκονται στο κουτί **Γ.**
- 4) Να γράψεις το κριτήριο που ικανοποιούν όλοι οι αριθμοί που βρίσκονται στο κουτί **Δ.**



Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Γράψε τα βήματα που ακολούθησες για να εκτελέσεις την ΟΔΗΓΙΑ.

Βήμα

1:.....

.....

Βήμα 2:.....

.....

Βήμα 3:.....

.....

Βήμα 4:.....

.....

➤ Γράψε τους αριθμούς που μπορούν να μπουν μόνο σε δύο κουτιά:

.....

Ονόμασε την ομάδα των αριθμών αυτών:.....

➤ Γράψε τους αριθμούς που μπορούν να μπουν και στα τρία κουτιά A, B και Γ:

.....

Ονόμασε την ομάδα των αριθμών αυτών:.....

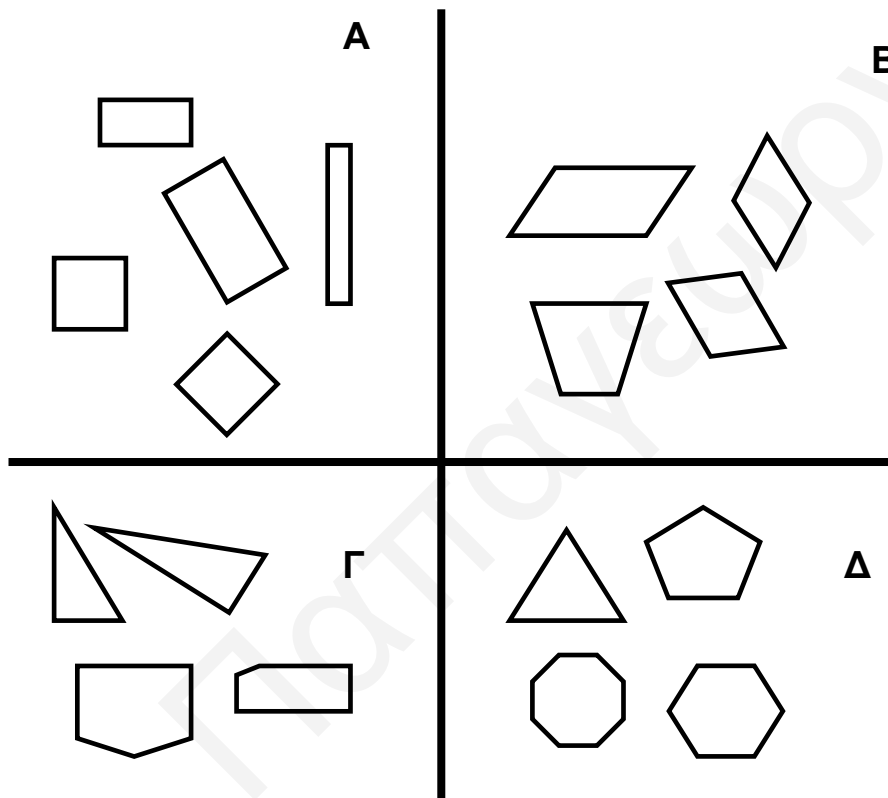
➤ Διάλεξε ένα από τα κουτιά A, B ή Γ. Από τους αριθμούς του κουτιού που διάλεξες, γράψε αυτούς που δεν μπορούν να μπουν σε ένα από τα άλλα κουτιά.

.....

Ονόμασε την ομάδα των αριθμών αυτών:.....

Ειδικές ομάδες...

Ο Ατσίδας στο περίεργο δωμάτιο συνάντησε σχήματα τα οποία ήταν χωρισμένα σε τέσσερις ομάδες με έναν περίεργο τρόπο. Ένα σχήμα βρισκόταν στο πλάι και ο Ατσίδας έπρεπε να βάλει σε μια από τις τέσσερις ομάδες.



Γράψε το χαρακτηριστικό που έχουν τα σχήματα σε κάθε ομάδα.

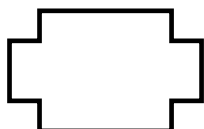
Ομάδα Α:.....

Ομάδα Β:.....

Ομάδα Γ:.....

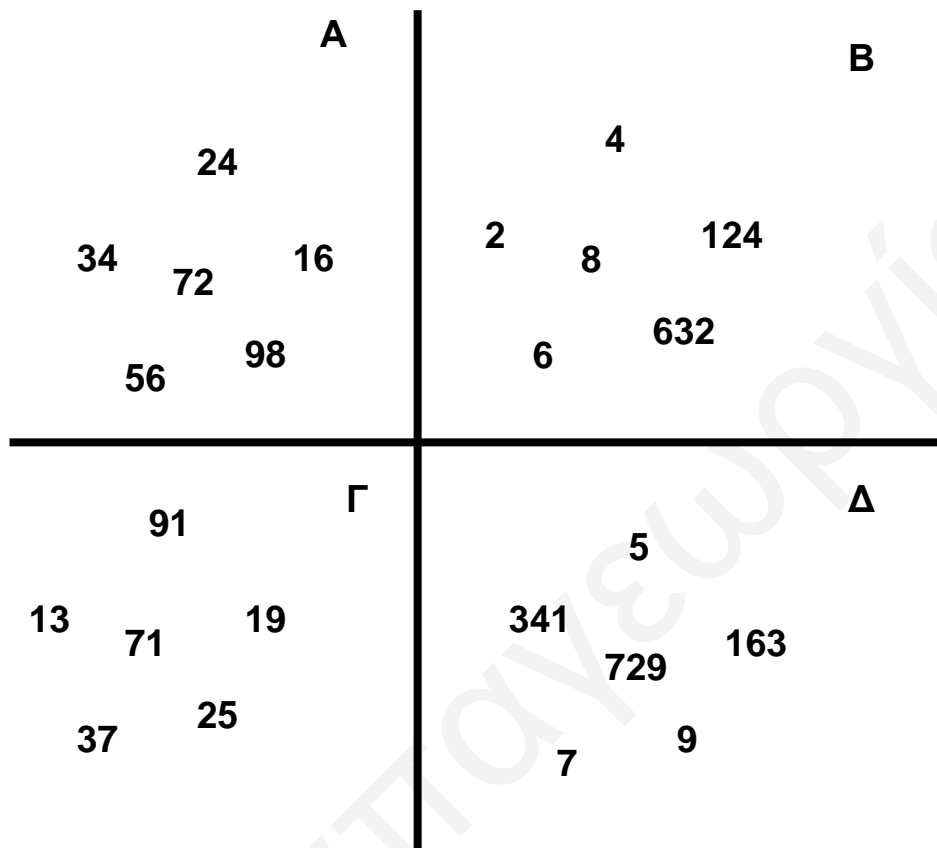
Ομάδα Δ:.....

Σε ποια από τις ομάδες θα πρέπει να μπει το πιο κάτω σχήμα;.....



Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

Παρατήρησε τους αριθμούς κάθε ομάδας.



Γράψε το χαρακτηριστικό που έχουν οι αριθμοί σε κάθε ομάδα.

Ομάδα Α:.....

Ομάδα Β:.....

Ομάδα Γ:.....

Ομάδα Δ:.....

Σε ποια από τις ομάδες θα πρέπει να μπει ο αριθμός 1422;

Σε κάθε ομάδα γράψε έναν αριθμό που νομίζεις ότι ταιριάζει.

Αλυσίδες - παγίδες...

ΟΔΗΓΙΑ 1

Η πόρτα των μεγάλων ανακαλύψεων, άνοιξε. Αλυσίδες αριθμών βρίσκονται παντού. Για να μπορέσεις να βρεις την έξοδο, θα πρέπει να περάσεις από όλες τις αλυσίδες και να ελέγξεις αν είναι σωστές.

A) Αν μια αλυσίδα είναι σωστή, θα πρέπει να ενώσεις σε αυτήν τον επόμενο αριθμό.

B) Αν μια αλυσίδα είναι λανθασμένη, θα πρέπει να βρεις τον αριθμό που χαλάει την αλυσίδα και να τον διορθώσεις ή να τον διαγράψεις.

Γ) Όταν διορθώσεις τις λανθασμένες αλυσίδες, ένωσε σε καθεμιά από αυτές τον επόμενο αριθμό.

6	10	12	18	22
1	4	9	16	25
6	18	32	54	78
1	1	2	3	6	13
2	5	11	20	23	47

ΕΞΟΔΟΣ

Το μαγικό ταξίδι στη Μαθηματικοχώρα

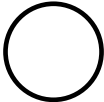







Συμπληρώνουμε τα κελιά του πίνακα....

Πολλοί αριθμοί είναι τοποθετημένοι σε έναν πίνακα με τον εξής τρόπο.

5	15	45
2,5		22,5
1,25	3,75	11,25

Γράψε τον αριθμό που πρέπει να μπει στο άδειο κελί του πίνακα.

Τα σχήματα τοποθετήθηκαν στον πίνακα με τον εξής τρόπο.

Σχεδιάσε το σχήμα που πρέπει να μπει στο άδειο κελί του πίνακα.